Banque PT, France

Session 2004, filière PT

Sciences industrielles I

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- A.1 : modélisation du vérin avec servovalve
- A.2 : modélisation de la charge et de l'actionneur
- A.3 et A.4 : stabilité et correction
- A.5 : précision
- B : cinématique
- C : statique et résistance des matériaux
- D : dynamique

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2004/si-1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A68Q

❋ Banque filière PT ❋

Epreuve de Sciences Industrielles I

Durée 5 h

Attention penser à rendre les six documents réponse non-pliés en même temps que les copies.

Documents remis au candidat

- Le texte du sujet (22 pages numérotées de 1 à 22).
- 6 documents réponses (annexes A1, B1, B2, C1, C2, D1) à rendre avec la copie.
- 1 document d'annexe C3 : abaques.

Structure de l'épreuve

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes :

- A-Automatique ;
- B-Cinématique;
- C-Statique;
- D-Dynamique.

Le candidat traitera chacune des parties (A, B, C et D) sur des copies séparées en indiquant sur chacune d'entre elles le numéro de la partie traitée et en y insérant les documents réponses correspondants.

Les réponses finales doivent être encadrées.

Les candidats sont invités à formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons de son initiative.

Protection

Ce sujet utilise comme support d'étude un équipement de la société MTS Systems Corporation.
Les informations sont utilisées avec la permission de MTS Systems Corporation.
Chaque photographie et élément de texte extrait de documents MTS dans le présent sujet reste propriété de la société MTS Systems Corporation. L'autorisation d'utilisation de ces informations n'est valable que pour ce sujet de concours.

Notations

- La transformée de LAPLACE d'une fonction *f* de la variable temporelle continue du temps *t* est notée *F* de la variable complexe *p* associée à la transformée.
- Pour un système de fonction de transfert *F*, la réponse harmonique est notée $F(j\omega)$. Le module de $F(j\omega)$ est noté $|F(j\omega)|$ et son argument $arg(F(j\omega))$.
- Le torseur cinématique du mouvement d'un solide *i* par rapport à un solide *j* sera noté $C_{i/j}$.

  Les éléments de réduction au point *A* de ce torseur s'écriront $C_{i/j} \equiv \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{Aei/j} \end{matrix} \right\}_A$.
- Le torseur des actions mécaniques transmissibles par une liaison quelconque *q* entre deux solides *i* et *j* sera noté $T^q_{j\to i}$.

  Les éléments de réduction au point *A* de ce torseur s'écriront $T^q_{j\to i} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}^q_{j\to i} \\ \vec{M}^q_{A,j\to i} \end{matrix} \right\}_A$.
- Le torseur dynamique d'un ensemble matériel *S* en mouvement par rapport à un référentiel *R* sera noté $\Delta_{S/R}$.

  Les éléments de réduction au point *A* de ce torseur s'écriront $\Delta_{S/R} \equiv \left\{ \begin{matrix} \overline{D}_{S/R} \\ \overline{\delta}_{A,S/R} \end{matrix} \right\}_A$.

PRESENTATION

La société MTS Systems Corporation :
Depuis 1966, MTS Systems Corporation développe et fournit des équipements de test et simulation de systèmes mécaniques en réponse à des excitations vibratoires.
Ces équipements s'appliquent à l'étude du comportement aux vibrations mécaniques d'un équipement électronique, à la reproduction de la force d'un séisme sur un ouvrage génie civil ou la caractérisation comportementale de trains roulants de systèmes de transport.
Les domaines d'applications sont:

Test de véhicules & Simulation
Ces tests s'appliquent aux voitures, camions, motocyclettes.
Bancs d'essais moteurs, trains roulants (vieillissement, réponses à l'impact...).
Facteurs humains (bruits, vibrations, sécurité)
Les solutions avancées d'ingénierie
Simulateurs de vague d'océan, équipement pour parcs d'attractions...
Test de matériaux
Essais sur les matériaux tels que matériaux métalliques, composites, textiles afin de caractériser leurs propriétés.
Test aérospatial & Simulation
Evaluation de la durabilité de trains d'atterrissages, de l'intégrité structurale d'ailes et autres infrastructures, de la performance de systèmes de propulsion et autres composants de véhicules de vol.
Test génie civil & Simulation
Conception des ponts, barrages, routes, et autres infrastructures. Prise en compte des effets sismiques.

Le système:
Ce sujet se propose d'étudier un simulateur de route (MTS Model 329 Multi-Axial Road Simulator).(Cf figure N°1).

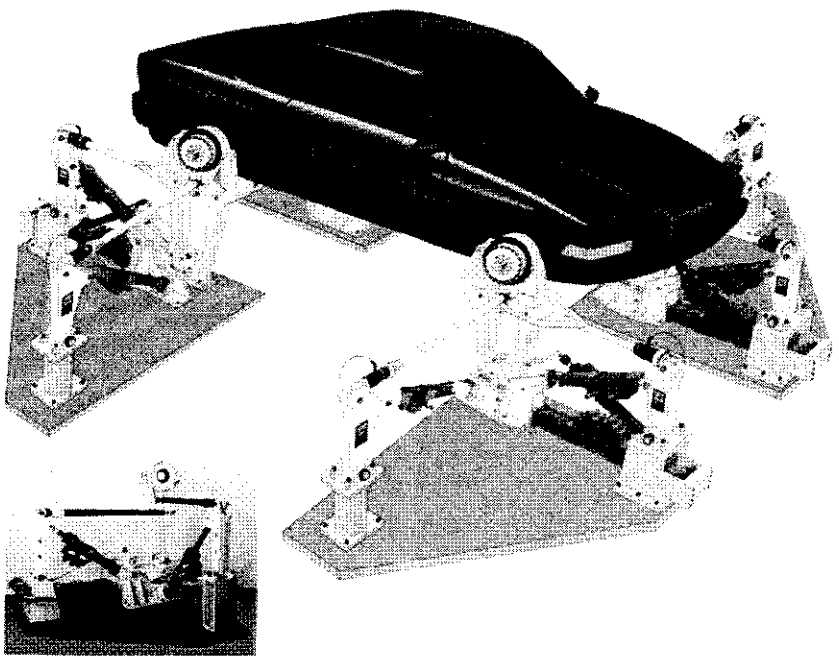


Figure N°1 : quatre simulateurs de route MTS Model 329
–reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

Ce système, à intégrer sur chacune des roues d'un véhicule, est un simulateur de route quatre axes permettant l'application dynamique d'efforts et de couples sur les axes verticaux, latéraux, longitudinaux, de freinage.
Il reproduit les conditions d'excitation d'une route sur les trains roulants.
Grâce à la fidélité de l'excitation auquel est soumis le train roulant, celui-ci peut-être complètement identifié et caractérisé sans avoir à recourir à des essais in-situ (mise en place de capteurs facilitée, excitation adaptée -durée, format...-, flexibilité, environnement climatique...).
La modularité du système permet de tester un ensemble roue-suspension (un équipement MTS Model 329 Cf figure N°2, figure N°3), un train roulant (train roulant avant ou arrière avec deux équipements Cf figure N°4) ou un véhicule complet (trains roulants avant et arrière avec quatre équipements Cf figure N°5).

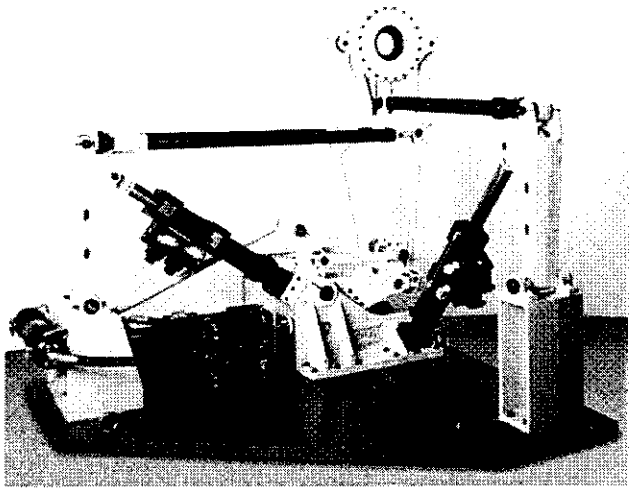


Figure N°2 : MTS Model 329
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

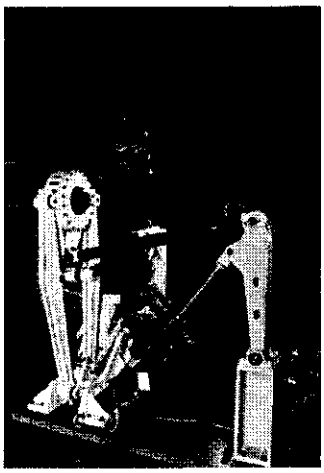


Figure N°3 : Ensemble roue-suspension + MTS Model 329
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

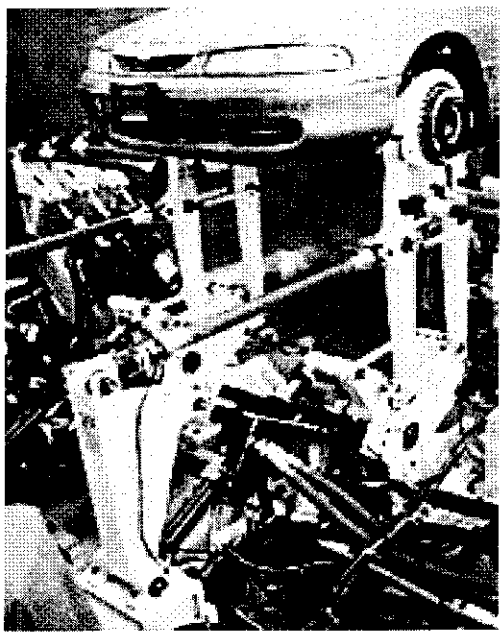


Figure N° 4 : Test d'un train roulant
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

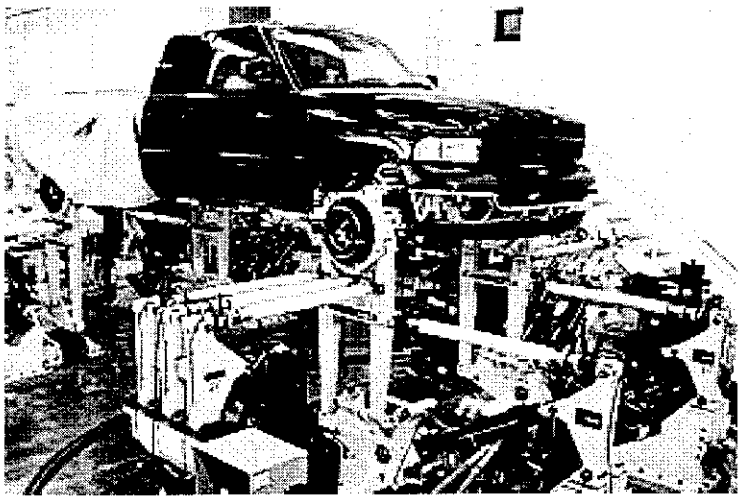


Figure N°5 : Test d'un véhicule complet
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

Les actionneurs utilisés sont des vérins double effet hydrauliques pilotés par des servovalves électrohydrauliques trois étages. Les commandes des servovalves sont assurées par un controleur multi-axe (MTS FlexTest II) en dialogue avec un outil d'analyse de données (MTS Model 498 + outil logiciel RPC III) (Cf figure N°6).

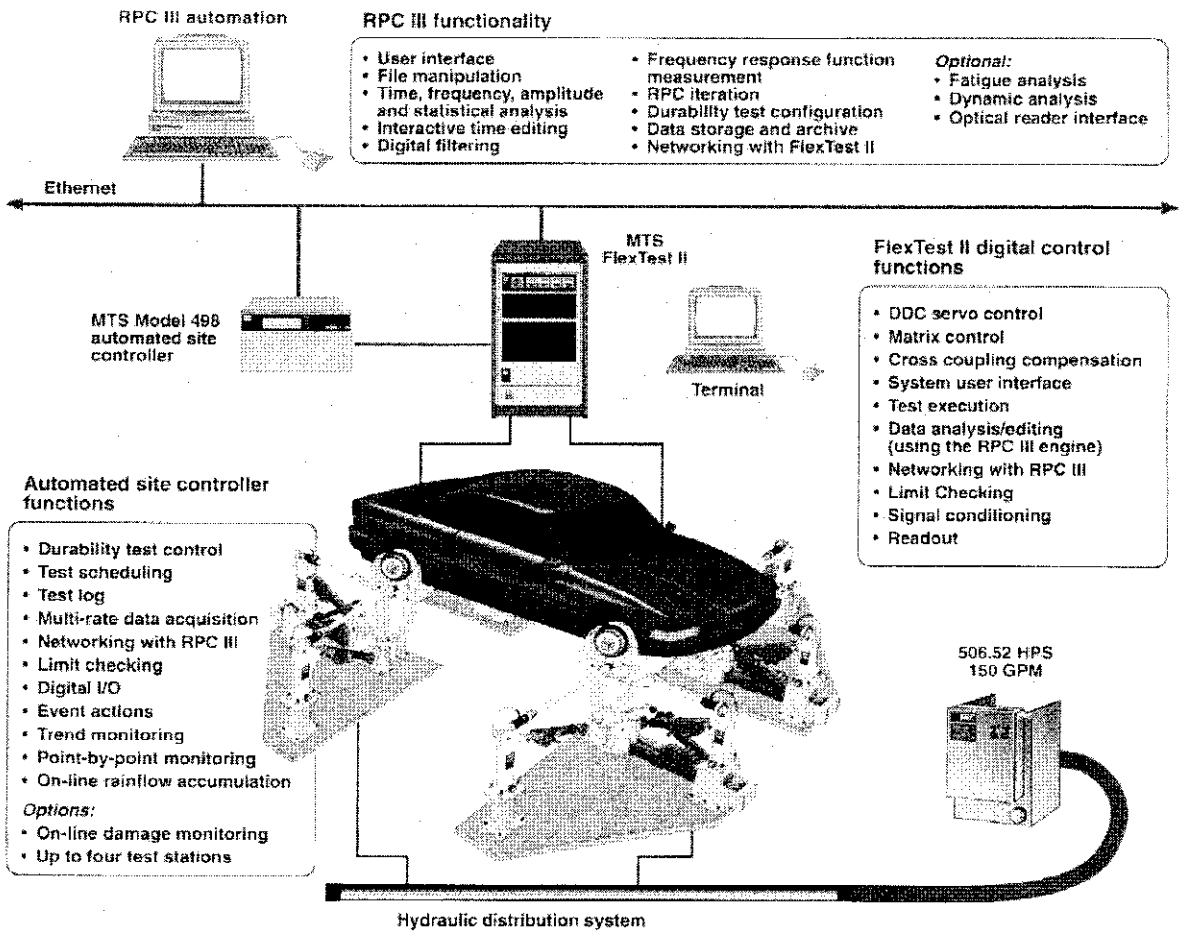


Figure N°6 : simulateur pour véhicule à 4 roues, architecture d'un banc d'essai complet
–reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

A - AUTOMATIQUE

Le simulateur de route MTS (Cf figure N°1 page 2/22 et figure N°2 page 3/22) repose sur une architecture quatre axes permettant des déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux et de simulation de freinage sur chaque roue d'un véhicule.
Cette architecture sera dédoublée dans l'étude d'un train roulant d'un véhicule ou quadruplée dans l'étude des trains roulants d'un véhicule complet à quatre roues.

Les déplacements et applications d'efforts dynamiques sur les axes sont assurés par trois vérins linéaires hydrauliques (axe vertical, latéral et longitudinal) et un vérin rotatif hydraulique pour simuler le freinage.

Dans cette partie on s'intéresse à l'étude de l'asservissement en position de l 'axe vertical sur une roue afin d'étudier les caractéristiques du système de suspension d'une roue.
Pour ce type d'essai le châssis du véhicule est fixé sur le sol.

Le véhicule étudié est un véhicule de tourisme :
L'ensemble ressort-amortisseur sur une roue du train avant possède les caractéristiques suivantes ramenées sur l'axe du piston du vérin hydraulique :

- Raideur rr = 53N/mm.
- Frottement visqueux fv = 0,0091 N.s/mm.
- Masse M = 65kg.

L'ensemble vérin hydraulique + servovalve + capteur de position du piston possède les caractéristiques suivantes :

- Effort maximal : 40 kN (8800 lbf).
- Servovalve : débit maximum 684 lpm (litre par minute) (180 gpm).
- Course du piston du vérin : 381 mm (15 inches).
- Section utile du piston du vérin : S=17,95 cm^2 (par hypothèse cette section est identique sur les deux faces du piston du vérin).
- Gain de la servovalve : Kd=0,0114 $m^3/s/v$.
- Le capteur de position est modélisé par un gain pur $kcap$. La course de 381 mm du piston du vérin est convertie en un signal compris entre 0v. et 10v.

Cahier des charges désirée :

- Bande Passante à –3dB désirée > 50Hz.
- Erreur de position en réponse à une rampe nulle.

Toutes les variables utilisées avec le formalisme de LAPLACE seront considérées aux variations.

A.1 Modélisation du vérin avec servovalve

Un schéma simplifié du système asservi du vérin de l'axe vertical est le suivant (cf figure A.1) :

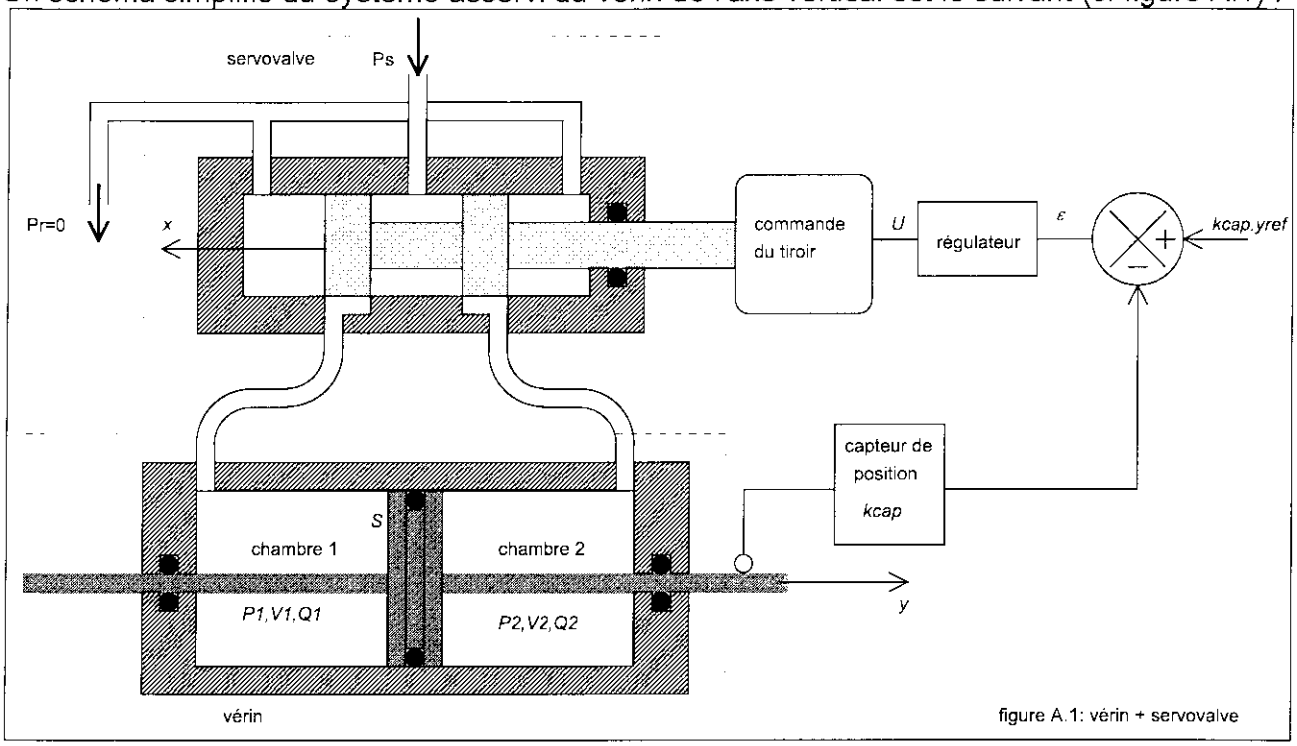


figure A.1: vérin + servovalve

Notation :
Ps : pression de service.
Pr : pression au refoulement (supposée nulle).
P1, P2 : pressions dans les chambres 1 et 2 du vérin.
V1, V2 : volumes des chambres 1 et 2 du vérin.
Q1, Q2 :débits des fluides alimentant les chambres 1 et 2.
S : section utile du piston du vérin (17,95 cm^2).

Hypothèses simplificatrices de travail :
Le distributeur de la servovalve est parfaitement symétrique pour qu'au repos (pour une commande $U = 0$) et en l'absence de charges extérieures, les pressions dans les chambres du vérin soient quasi identiques et valent $\frac{Ps}{2}$.

Pas de pertes en charge.

Le vérin est symétrique.

Les charges seront faibles pour que les pressions dans les chambres s'éloignent peu de $\frac{Ps}{2}$.

Les déplacements seront faibles afin d'éviter l'apparition de non-linéarités, mais pas trop faibles pour limiter l'influence des seuils.

Explication qualitative du fonctionnement :
Par une commande positive *U* on déplace le tiroir d'une distance *x* positive.
La pression *P1* dans la chambre 1 va augmenter et la pression *P2* dans la chambre 2 va diminuer (mise au refoulement).
La différence de pression *P1 – P2* va générer un déplacement positif *y* du piston du vérin vers la droite.
Le déplacement sera stoppé si on repositionne le tiroir de la servovalve en position médiane.

A.1.1 Approche simplifiée

Le débit entrant dans une chambre du vérin est égale au débit sortant de l'autre chambre.

Hypothèse supplémentaire:
Le fluide est incompressible.

A.1.1.1 – Déterminer l'équation différentielle littérale donnant le déplacement du piston *y(t)* en fonction du débit *Q1(t)* fourni à la chambre 1 et de la section utile du vérin *S*.

A.1.1.2 – Déterminer l'équation différentielle littérale donnant le déplacement du piston *y(t)* en fonction du débit *Q2(t)* fourni à la chambre 2 et de la section utile du vérin *S*.

A.1.1.3 – Déterminer la valeur numérique de la vitesse de sortie maximale du vérin.

A.1.1.4 – Déterminer sous forme littérale la fonction de transfert du vérin $Fv(p)=\frac{Y(p)}{Q(p)}$

Nota : pour simplifier l'écriture, dans la suite de la partie A.1.1, on pose *Q1* = Q.

A.1.1.5 – Régulateur proportionnel de position

Le régulateur utilisé est proportionnel : $\frac{U(p)}{\varepsilon(p)}=Kcor$

A.1.1.5.1 – Par analyse du schéma simplifié figure A.1, tracer le schéma-bloc du système bouclé

Variable d'entrée = la référence position *kcap×Yref(p)*.
Variable de sortie = la position *Y(p)*.
La servovalve est modélisée par un gain pur *Kd*.

Indiquer dans chacun des blocs les transmittances sous formes littérales.

A.1.1.5.2 – Déterminer l'erreur statique en réponse à l'échelon unitaire

A.1.1.5.3 – Déterminer sous forme littérale canonique la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{Y(p)}{kcap.Yref(p)}$

A.1.1.5.4 – Déterminer la valeur numérique de *Kcor* afin d'obtenir une bande passante à –3dB du système bouclé de 50 Hz.
Nota: on nomme bande passante à –3dB la pulsation pour laquelle le gain du système bouclé est à –3dB du gain statique.

A.1.2 Amélioration du modèle

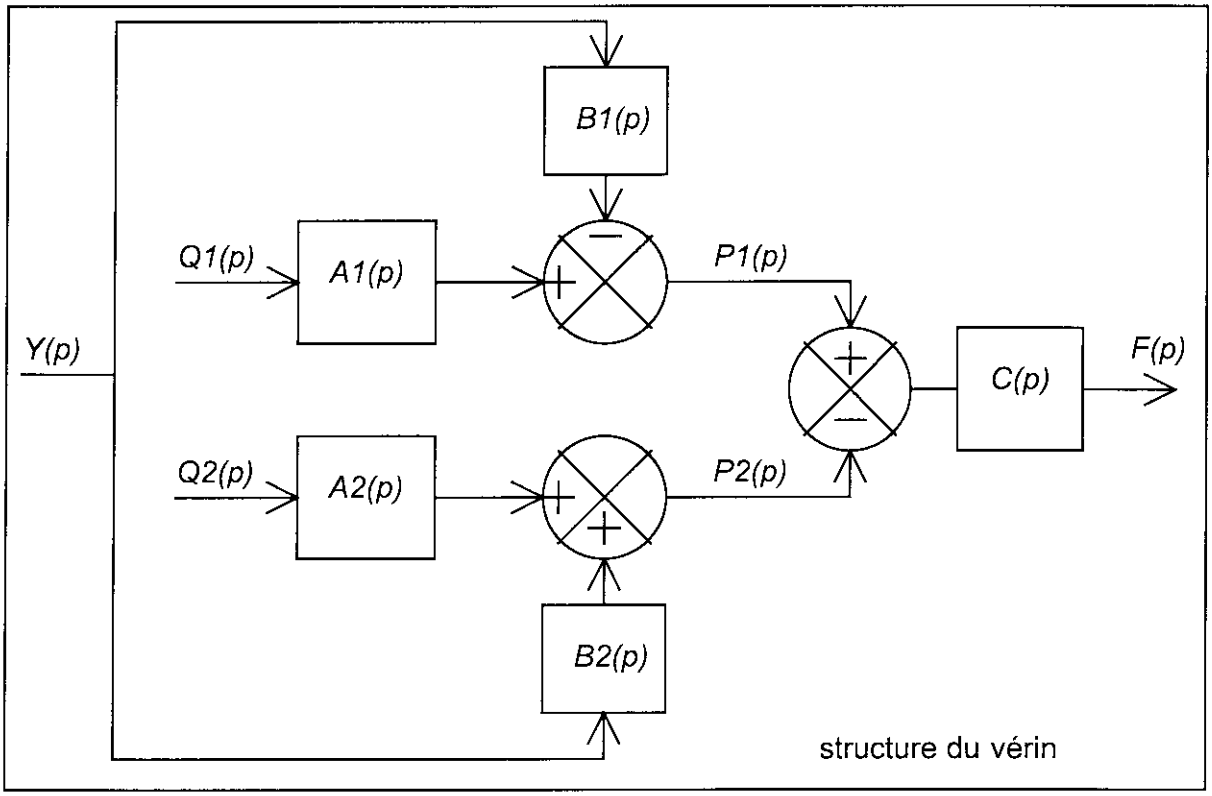
En réalité le fluide n'est pas incompressible.
Soit *B (B = 10000 bars)* le module de compressibilité du fluide. La variation de volume du fluide ΔV en fonction de la variation de pression ΔP dans une chambre de vérin est définie par la relation : $\frac{\Delta V}{V}=-\frac{\Delta P}{B}$

A.1.2.1 – Déterminer l'équation littérale des débits reliant le débit *Q1(t)*, la pression *P1(t)* dans la chambre 1 et le déplacement du piston *y(t)*

A.1.2.2 – Déterminer l'équation littérale des débits reliant le débit *Q2(t)*, la pression *P2(t)* dans la chambre 2 et le déplacement du piston *y(t)*.

A.1.2.3 – Donner l'équation de l'effort de sortie du vérin *F(t)* en fonction des pressions dans les deux chambres *P1(t)* et *P2(t)*.

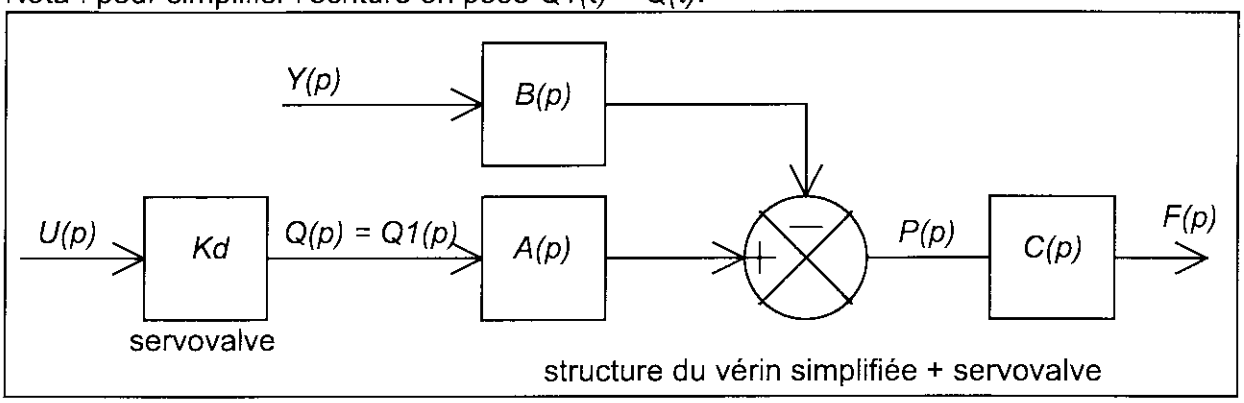
A.1.2.4 – Donner sous forme littérale le contenu des blocs de la structure suivante :



structure du vérin

Hypothèse supplémentaire : Dans cette partie on supposera le vérin au voisinage de sa position médiane : *V1=V2=V*.

A.1.2.5 – Donner le contenu des blocs *A(p)* et *B(p)* de la structure ci-dessous faisant apparaître la différence de pression dans les deux chambres *P(t) = P1(t) – P2(t)*.
Le débit entrant dans une chambre du vérin est égal au débit sortant de l'autre chambre.
Nota : pour simplifier l'écriture on pose *Q1(t) = Q(t)*.



structure du vérin simplifiée + servovalve

A.2 Modélisation de la charge + actionneur (entrée *U*, sortie *F*)

La charge est un combiné ressort-amortisseur de véhicule de tourisme.
L'ensemble ressort-amortisseur sur une roue du train avant possède les caractéristiques suivantes ramenées sur l'axe du piston du vérin hydraulique :

- Raideur *rr* = 53N/mm.
- Frottement visqueux *fv* = 0,0091 N.s/mm.
- Masse *M* = 65kg.

Un déplacement positif du piston augmente le volume de la chambre 1.

Hypothèses simplificatrices de travail :
Le piston du vérin est en position quasi centrale *V1* = *V2* = *V*.

A.2.1 Ecrire la relation donnée par le principe fondamental de la dynamique pour le déplacement du piston du vérin accouplé à la charge suivant *y(t)*.

A.2.2 En déduire l'expression littérale sous forme canonique de la transmittance de la fonction de transfert *Y(p)/F(p)*.

A.2.3 Tracer le schéma-bloc du système bouclé à partir des résultats obtenus aux questions A.1.2.5 et A.2.2, donner l'expression littérale sous forme canonique de la transmittance de LAPLACE d'entrée la commande de servovalve *U(p)* et de sortie la position du piston du vérin *Y(p)*.

Variable d'entrée = la référence position $kcap \times Yref(p)$.
Variable de sortie = la position *Y(p)*.
Equation de bouclage : $\varepsilon(p) = kcap \times Yref(p) - Y(p)$.
Correction d'erreur : $U(p) = COR(p) \times \varepsilon(p)$.

Indiquer dans chacun des blocs les transmittances sous forme littérale.

A.2.4 Donner l'expression littérale sous forme canonique de la transmittance de LAPLACE d'entrée la commande de servovalve *U(p)* et de sortie la position du piston du vérin *Y(p)*.

A.2.5 Mise en évidence de la raideur hydraulique *rh* dans la fonction de transfert *Y(p)/U(p)*.

Hypothèses de travail supplémentaire:
Le distributeur de la servovalve est supposé fermé.
Le fluide étant compressible, le vérin peut être considéré comme un ressort ayant une certaine raideur $rh = -\frac{\Delta Fc(t)}{\Delta y(t)}$ avec $\Delta Fc(t)$ l'effort développé entre le corps du vérin et son piston pour un déplacement du piston de $\Delta y(t)$.

A.2.5.1 – Par analyse du schéma bloc de la question A.1.2.5 donner la forme littérale de la raideur hydraulique *rh* en fonction des paramètres du système.

A.2.5.2 – Réécrire la fonction de transfert *Y(p)/U(p)* (obtenue à la question A.2.4) sous forme canonique et littérale en fonction de la raideur hydraulique *rh*, la raideur de la charge *rr*, le frottement visqueux de la charge *fv*, la masse de la charge *M* et la section utile du piston *S*.

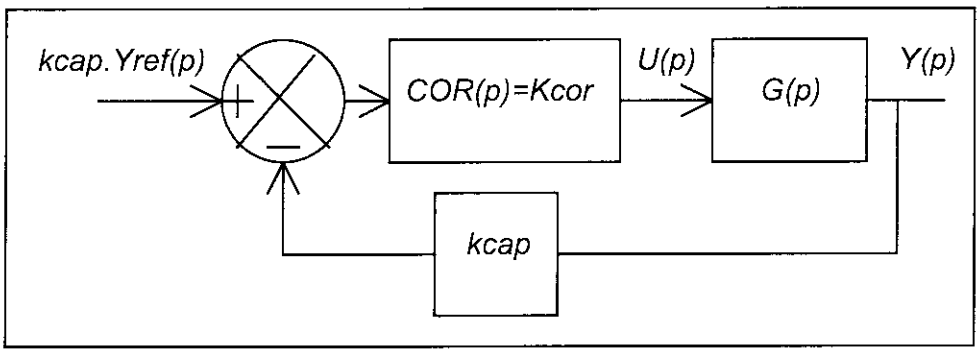
A.2.5.3 – Déterminer l 'application numérique de *rh*. Comparer avec *rr*. Conclure.

A.2.5.4 – En déduire la forme littérale canonique simplifiée de *Y(p)/U(p)*.

A.2.5.5 – Donner l'application numérique de *Y(p)/U(p)*

A.3 Etude de la stabilité

On utilise la forme simplifiée de la question A.2.5.4 *Y(p)/U(p)* dans la suite de l'étude.
La structure schéma bloc du système bouclé est la suivante :



Le correcteur *COR(p)=Kcor* est de type proportionnel

A.3.1 Déterminer la forme littérale canonique de l'équation caractéristique notée *D(p)*.

A.3.2 Etude de la stabilité.

A.3.2.1 - Etudier la stabilité du système bouclée à l'aide du critère de ROUTH sous forme littérale.
En déduire sous forme littérale la plage de valeur admissible pour *Kcor* assurant la stabilité.

A.3.2.2 – Donner sous forme numérique la plage de valeur admissible pour *Kcor*.

A.3.3 Déterminer numériquement la pulsation naturelle notée $\omega 0$ et l'amortissement noté *m* du second ordre de la transmittance *G(p)=Y(p)/U(p)*. Conclure quant à la valeur de l'amortissement *m*.

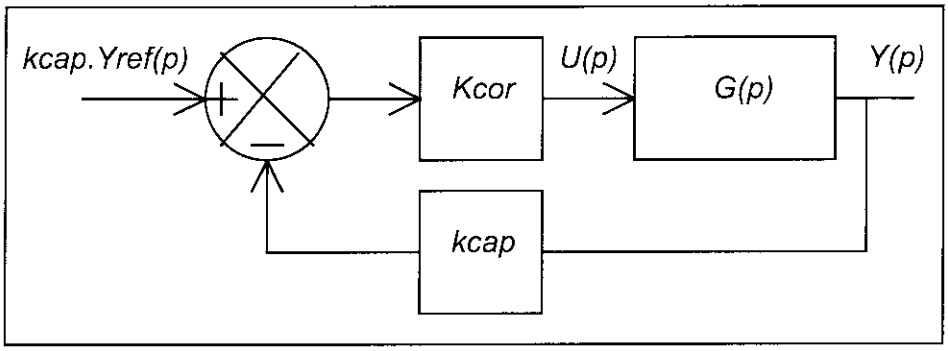
A.3.4 Déterminer numériquement la phase de $G(j.\omega)$ en $\omega=\omega 0$. Conclure.

A.3.5 Utilisation du critère du revers.
Retrouver la valeur numérique de *Kcor* maximale assurant la stabilité par application du critère du revers :$|FTBOC(j.\omega_\pi)|=1$ donne la valeur de *Kcor* maximale. On note ω_π la pulsation pour laquelle la FTBOC possède une phase de –180°.
Nota : FTBOC=Fonction de Transfert Boucle Ouverte Corrigée

A.4 Correction

A.4.1 Correction proportionnelle.

Le schéma bloc du système bouclé est toujours le suivant :



Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la *FTBOC* (Fonction de Transfert en Boucle Ouverte Corrigée) pour *Kcor* = 0,0001 en indiquant les valeurs remarquables sur le document réponse Annexe A1.

A.4.2 Pour *Kcor* = 0,0001 déterminer numériquement la pulsation de coupure à 0dB nommée ω_1 de la *FTBOC*.

A.4.3 En déduire numériquement la marge de phase $M\varphi$.

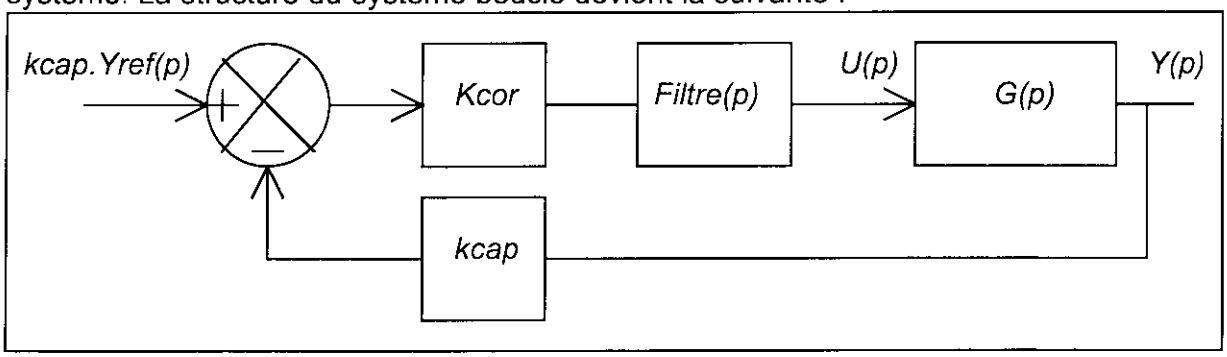
A.4.4 Déterminer numériquement la marge de gain *Mg*.

A.4.5 Pour ce réglage de *Kcor* quelle est la bande passante à –3dB ?
Nota : on nomme bande passante à –3dB la pulsation pour laquelle le gain du système bouclé est à –3dB du gain statique.

A.4.6 Respecte t-on le cahier des charges ?

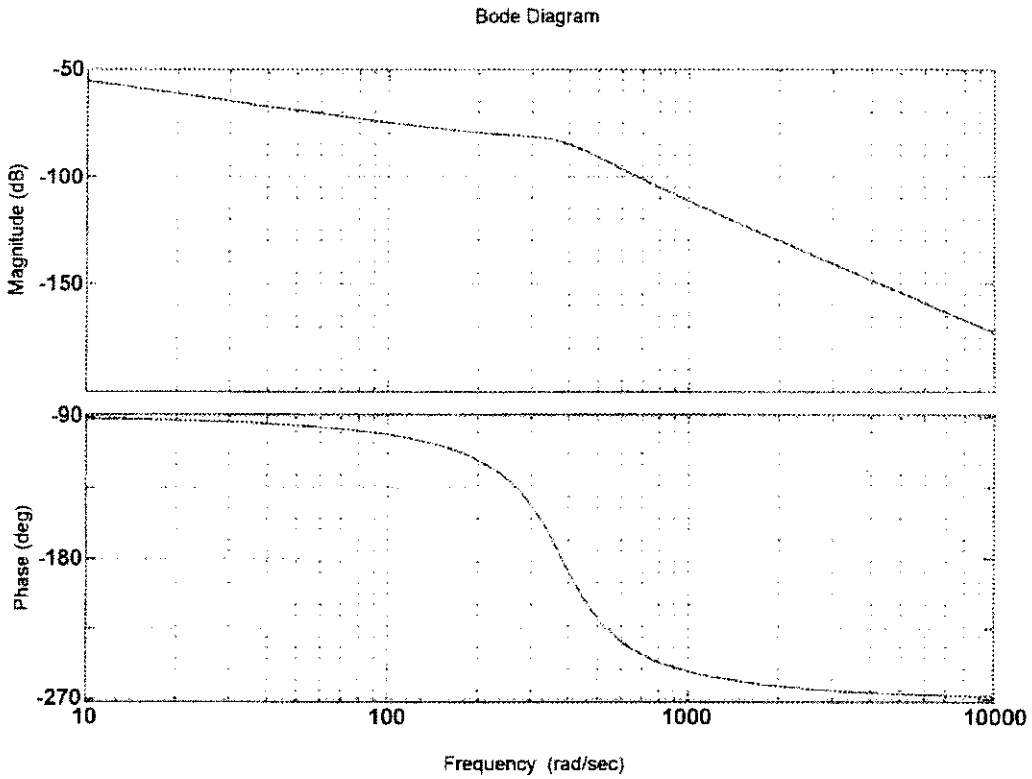
A.4.7 Mise en œuvre d'un filtre.

Afin d'éviter d'exciter le système avec des pulsations proches de $\omega 0$ on filtre la commande *U(p)* du système. La structure du système bouclé devient la suivante :

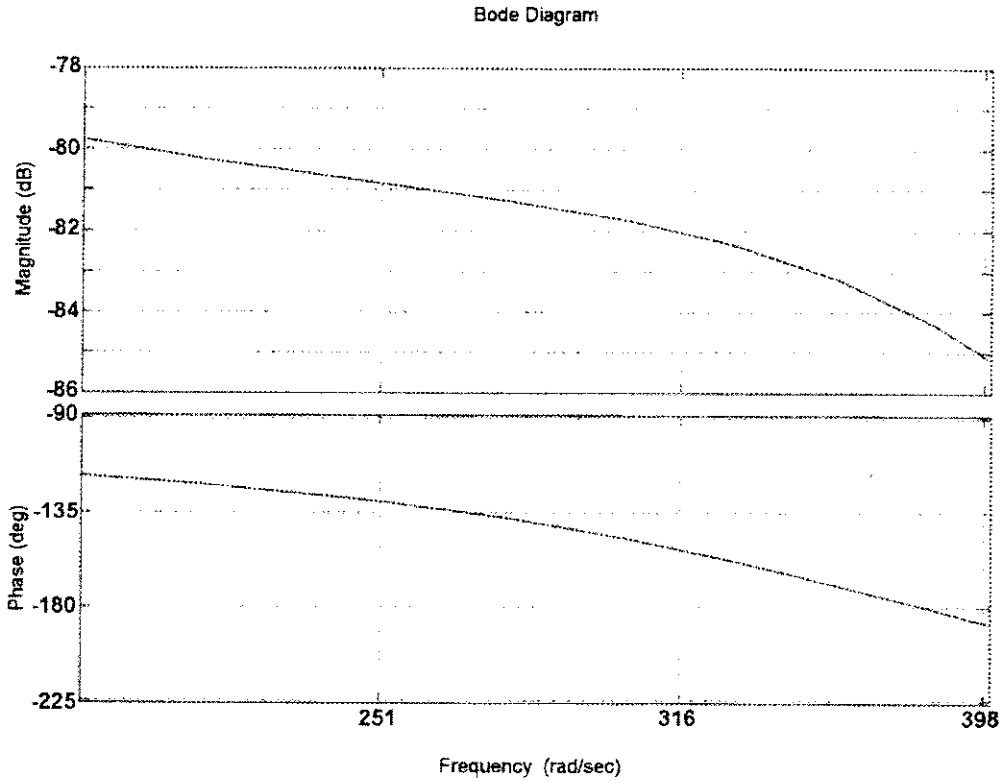


Le filtre possède pour fonction de transfert : $Filtre(p)=\dfrac{3{,}461.10^{-6}.p^2+1}{6{,}923.10^{-6}.p^2+1{,}861.10^{-3}.p+1}$

Le diagramme réel de Bode de la *FTBOC*, pour *Kcor*=0,0001 et le filtre ci-dessus a donné les courbes de gain et de phase suivantes :



zoom du diagramme de Bode précédent :

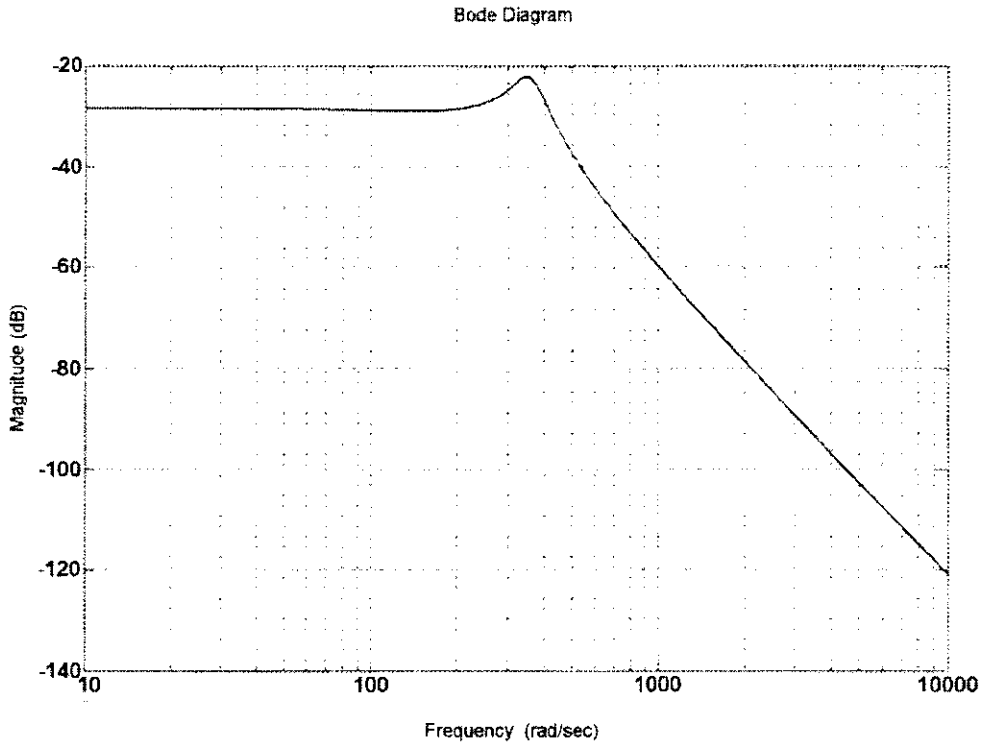


A.4.7.1 - Par relevé graphique donner la valeur de *Kcor* assurant la stabilité tout en ayant une dynamique élevée (marge de phase $M\varphi$=20°).

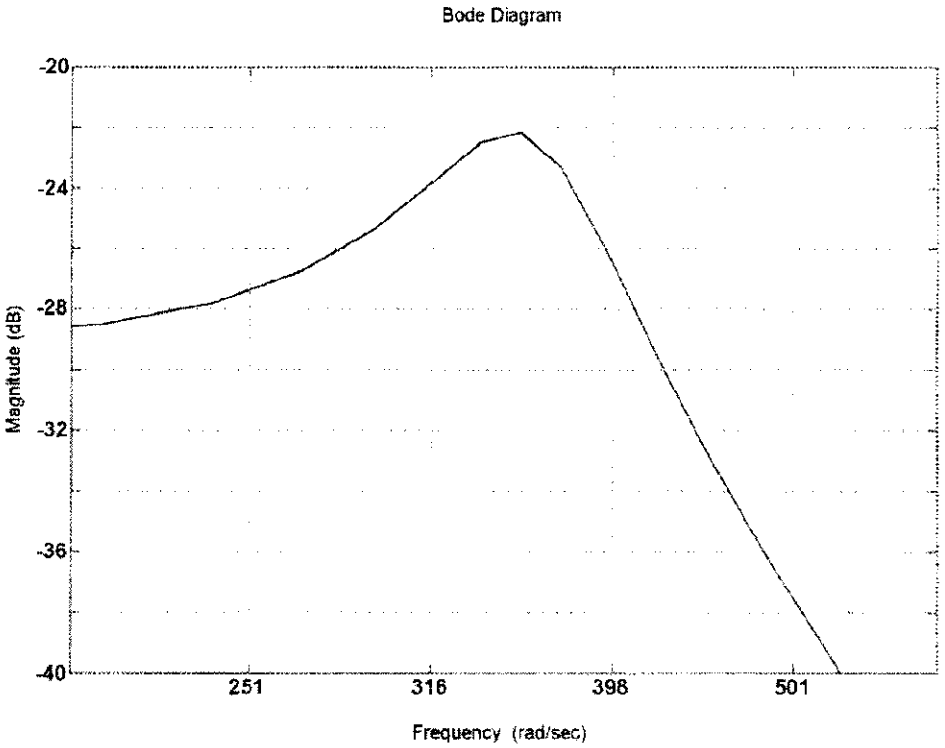
A.4.7.2 – Mesure de la bande passante à –3dB du système en boucle fermé

Nota: on nomme bande passante à –3dB la pulsation pour laquelle le gain du système bouclé est à –3dB du gain statique.

Le tracé du diagramme de Bode en gain en boucle fermé pour *Kcor* = 1 a donné le résultat suivant :



zoom du diagramme de Bode précédent :



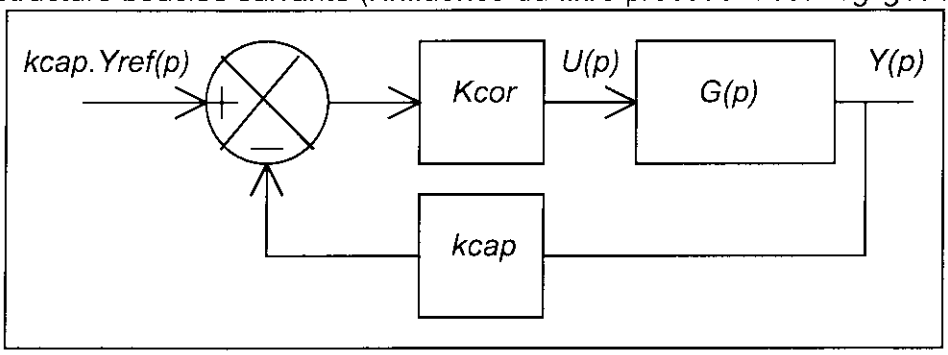
A.4.7.2.1 – Donner la valeur littérale puis numérique en dB du gain statique en boucle fermé.

A.4.7.2.2 – Par relevé graphique donner la valeur de la bande passante à –3dB.

A.4.7.2.3 – Conclure quant au cahier des charges désiré.

A.5 Précision

On utilise la structure bouclée suivante (l'influence du filtre précédent est négligeable) :

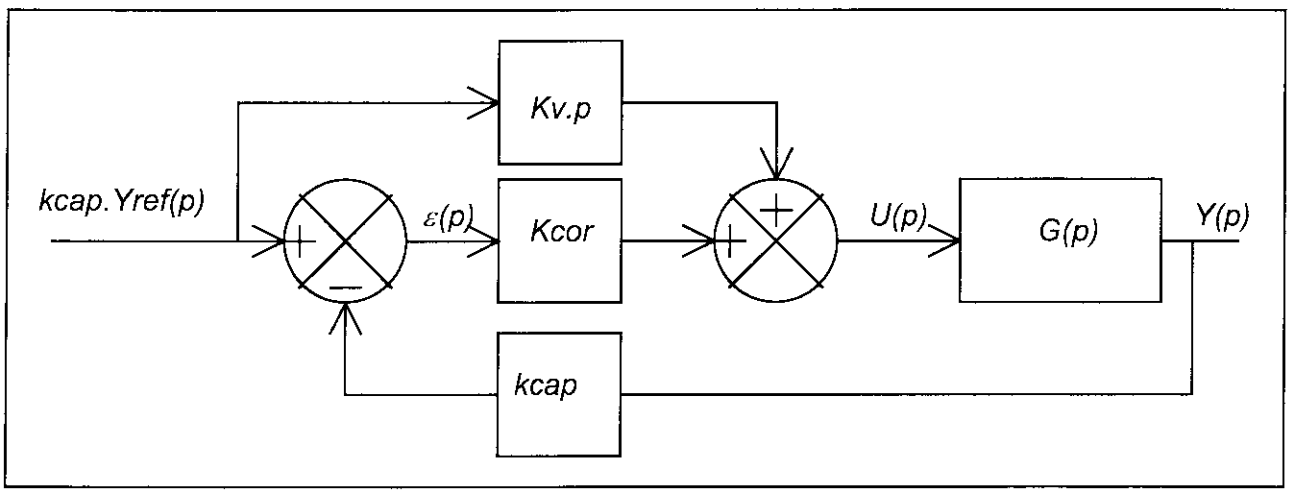


On utilisera pour *G(p)* la transmittance sous forme canonique et littérale de la question A.2.5.4

A.5.1 Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon p(t)$ en régime permanent en réponse à l'échelon unitaire (erreur de position).

A.5.2 Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon v(t)$ en régime permanent en réponse à une rampe de pente unitaire (erreur de vitesse).

A.5.3 On désire une erreur de vitesse nulle. On modifie la structure du système bouclé comme suit :



Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon v(t)$ en régime permanent en réponse à une rampe de pente unitaire (erreur de vitesse).

A.5.4 Déterminer littéralement la valeur à régler pour *Kv* pour obtenir une erreur de vitesse $\varepsilon v(t)$ en régime permanent nulle.

A.5.5 Esquisser une ébauche de solution différente de celle précédemment présenté permettant d'obtenir une erreur statique nulle.

B - CINÉMATIQUE

L'objectif de la machine (plan général, page 21) est de simuler les conditions de roulage au niveau du train roulant d'un véhicule. Dans ce but, différents mouvements peuvent être engendrés par la machine d'essais sur la roue du véhicule testé, à l'aide des vérins V_1, V_2 et V_3. Le moyeu du train roulant est monté fixe dans le support de roue 1 et reste fixe en rotation par rapport au reste du train roulant. Les mouvements sont contenus dans le plan $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$ (schéma cinématique, page 22) du repère fixe $\Re_0$. Chaque vérin est étudié indépendamment des autres. Ces derniers sont alors considérés comme parfaitement rigides, leur tige parfaitement immobile par rapport à leur corps.

B.1 Paramétrage (schéma cinématique page 22)

Le mécanisme étudié dans cette partie est constitué de 9 solides et de 3 vérins :

Bâti 0	Repère $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$	
Support de roue 1	Repère $(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1)$	$(A_1\vec{B}_1)=l.\vec{x}_1$; ***(C_r milieu de A_1B_1)***
Poutre support 2	Repère $(O,\vec{x}_2,\vec{y}_2)$	$(C_4\vec{C}_3)=l_{21}.\vec{y}_2$ et $(C_4\vec{B}_1)=l_{22}.\vec{y}_2$
Poutre support 2'	Repère $(O,\vec{x}_2,\vec{y}_2)$	
Traverse 3	Repère $(O,\vec{x}_3,\vec{y}_3)$	$(B_3\vec{C}_3)=l.\vec{x}_3$; ***(A_3 milieu de B_3C_3)***
Bielle support 4	Repère $(O,\vec{x}_4,\vec{y}_4)$	$(B_4\vec{C}_4)=l.\vec{x}_4$ et $(A_7\vec{A}_4)=l_4.\vec{y}_4$
Bielle 5	Repère $(O,\vec{x}_5,\vec{y}_5)$	$(B_0\vec{A}_5)=l_4.\vec{y}_5$; $\|B_0\vec{B}_5\|=l_5$; $(B_0\vec{B}_5,B_0\vec{A}_5)=\alpha$
Barre 6	Repère $(O,\vec{x}_6,\vec{y}_6)$	$(A_4\vec{A}_5)=l_6.\vec{x}_6$
Bielle 7	Repère $(O,\vec{x}_7,\vec{y}_7)$	$(A_7\vec{B}_0)=l_6.\vec{x}_7$ et $(B_0\vec{B}_7)=l_7.\vec{y}_7$; ***(A_7 milieu de B_4C_4)***
Bielle 8	Repère $(O,\vec{x}_8,\vec{y}_8)$	$(C_0\vec{A}_8)=l_{21}.\vec{y}_8$; $(B_8\vec{C}_0)=a_8.\vec{x}_8-b_8.\vec{y}_8$; $(C_0\vec{A}_8,C_0\vec{B}_8)=\beta$
Barre 9	Repère $(O,\vec{x}_9,\vec{y}_9)$	$(A_3\vec{A}_8)=l_9.\vec{x}_9$ **Il n'y a pas de contact de 9 au point C_3**

La position de la tige dans le vérin est définie de la façon suivante :

Vérin V_1 : glissière d'axe $(D_0\vec{B}_8)$	$(D_0\vec{B}_8)=\lambda_1.\vec{x}_{V1}$
Vérin V_2 : glissière d'axe $(E_0\vec{B}_5)$	$(E_0\vec{B}_5)=\lambda_2.\vec{x}_{V2}$
Vérin V_3 : glissière d'axe $(A_0\vec{B}_7)$	$(A_0\vec{B}_7)=\lambda_3.\vec{x}_{V3}$

Liaison Pivots d'axe $\vec{z}_0$	**Centre**	**Orientation absolue**
Entre V_3 et $\Re_0$	A_0	$\theta_{V3}=(\vec{x}_0,\vec{x}_{V3})$
Entre 5 et $\Re_0$	B_0	$\theta_5=(\vec{x}_0,\vec{x}_5)$
Entre 7 et $\Re_0$	C_0	$\theta_7=(\vec{x}_0,\vec{x}_7)$
Entre 8 et $\Re_0$	D_0	$\theta_8=(\vec{x}_0,\vec{x}_8)$
Entre V_1 et $\Re_0$	E_0	$\theta_{V1}=(\vec{x}_0,\vec{x}_{V1})$
Entre V_2 et $\Re_0$	A_7	$\theta_{V2}=(\vec{x}_0,\vec{x}_{V2})$
Entre V_3 et $\Re_0$	A_0	$\theta_{V3}=(\vec{x}_0,\vec{x}_{V3})$
Entre 4 et 7	B_4	$\theta_4=(\vec{x}_0,\vec{x}_4)$
Entre 2 et 4	C_4	$\theta_2=(\vec{x}_0,\vec{x}_2)$
Entre 3 et 8	A_8	$\theta_3=(\vec{x}_0,\vec{x}_3)$
Entre 1 et 2	B_1	$\theta_1=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)$

B.2 Étude préliminaire

Le but de l'étude est de déterminer les caractéristiques d'un système simple pour pouvoir les appliquer dans l'étude du simulateur de route. Le système simple est un quadrilatère plan formé par 4 barres homogènes en liaison pivot entre elles (figure b1.1). On supposera qu'un des nœuds du quadrilatère (A) est fixe dans le repère fixe $\Re_0$. Une barre indicée i est définie par sa longueur l_i et sa direction $\vec{x}_i$. On définit θ_i comme l'angle orienté entre $\vec{x}_0$ et $\vec{x}_i$.

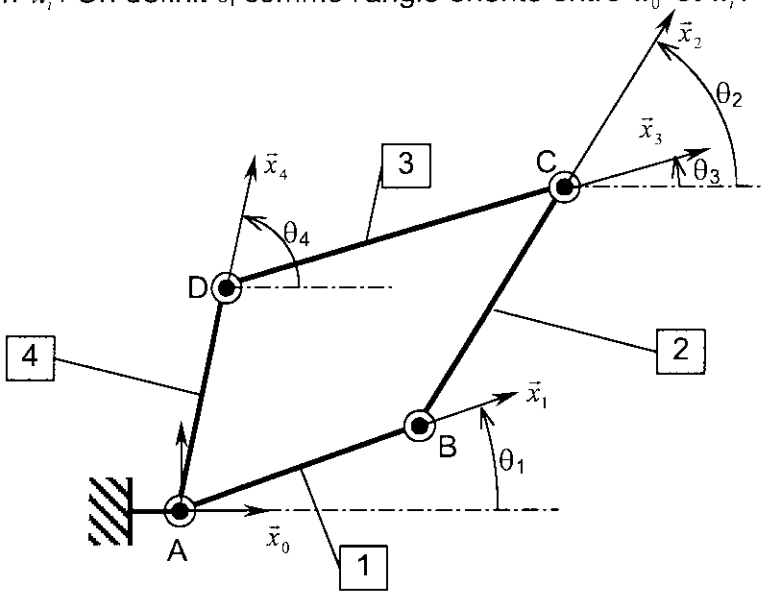


Figure b1.1 : Quadrilatère à 4 barres

B.2.1 Sans résoudre le problème mécanique, montrer par un calcul simple que la mobilité du mécanisme est égale à 2.

On propose alors de paramétrer ce système à l'aide des positions angulaires absolues de la barre 1 (θ_1) et de la barre 2 (θ_2).

B.2.2 Écrire, sans les développer, les deux équations reliant les positions angulaires absolues de la barre 3 (θ_3) et de la barre 4 (θ_4) en fonction de θ_1 et de θ_2 et des longueurs des barres.

B.2.3 En déduire les deux conditions pour que les relations suivantes soient respectées ensembles : $\theta_3 = \theta_1$ et $\theta_4 = \theta_2$, quelles que soient θ_1 ou θ_2.

B.2.4 En se plaçant dans les conditions précédentes et avec θ_1 constant, quel est le mouvement de la barre 3 lorsque θ_2 varie ?

Dans la suite du problème, on utilisera les propriétés de ce système appelé aussi parallélogramme de WATT.

B.3 Étude cinématique liée au mouvement du vérin V_1 seul (sur annexe B1)

Dans cette partie de l'étude, on s'intéressera au mouvement engendré par le vérin V_1 seulement. On cherche à connaître la nature du mouvement de la roue du véhicule et la relation entre la vitesse de la tige du vérin V_1, $\vec{V}_{B_8 \in corps/piston}$, et la vitesse du centre de la roue C_r, $\vec{V}_{C_r \in 1/\Re_0}$.

B.3.1 Dans le mécanisme représenté en *annexe B1*, existe-t-il un (ou plusieurs) parallélogramme(s) de Watt, lié(s) au mouvement du vérin V_1 ? Si oui, décrire les deux principaux par la donnée de leurs sommets. On mettra en évidence ces parallélogrammes en les surlignant en couleur sur l'annexe B1.

B.3.2 Indiquer la nature du mouvement que le vérin V_1 permet d'appliquer à la roue autour de la position représentée sur le schéma cinématique.

B.3.3 À partir de la connaissance de la vitesse $\vec{V}_{B_8 \in corps/piston}$ tracée sur le schéma, déterminer graphiquement les vitesses $\vec{V}_{B_8 \in 8/\Re_0}$, $\vec{V}_{A_8 \in 8/\Re_0}$, $\vec{V}_{C_3 \in 3/\Re_0}$ et $\vec{V}_{B_1 \in 1/\Re_0}$ et donner la valeur de leur norme.
On laissera visible la construction des vitesses et on privilégiera l'utilisation de couleurs.

B.3.4 En déduire le type de comportement simulé par ce genre de mouvement sur le train roulant du véhicule.

B.4 Étude cinématique liée au mouvement du vérin V_2 seul (sur annexe B2)

Dans cette partie de l'étude, on s'intéressera au mouvement engendré par le vérin V_2 seulement. On cherche à connaître la nature du mouvement de la roue et la relation entre la vitesse de la tige du vérin V_2, $\vec{V}_{B_5 \in V_2/\Re_0}$, et la vitesse du centre de la roue C_r, $\vec{V}_{C_r \in 1/\Re_0}$.

B.4.1 Compléter le schéma cinématique de l'*annexe B2*. On précisera notamment les ensembles de pièces rigides en les surlignant chacun d'une même couleur.

B.4.2 Existe-t-il un (ou des) parallélogramme(s) de Watt lié(s) au mouvement du vérin V_2 seul ? Si oui, décrire les deux principaux par la donnée de leurs sommets.

B.4.3 Quelle est la nature du mouvement imposé à la roue par le vérin V_2 ?

B.4.4 En déduire le type de comportement simulé par ce genre de mouvement sur le train roulant du véhicule.

On se place dans la situation du schéma cinématique, soit $\vec{x}_6 = \vec{x}_4 = \vec{x}_0$.

B.4.5 A partir des questions précédentes, déterminer la valeur de la norme de la vitesse $\vec{V}_{C_r \in 1/\Re_0}$ du centre de la roue C_r, appartenant au support de roue 1 par rapport au bâti 0.

B.4.6 Calculer l'expression de la norme de la vitesse $\vec{V}_{B_1 \in 1/\Re_0}$ du point B_1, appartenant au support de roue 1 par rapport au bâti 0, en fonction de la norme de la vitesse $\vec{V}_{B_5 \in V_2/\Re_0}$ et de la géométrie (On se placera dans l'hypothèse où $\vec{x}_{V2}$ est perpendiculaire à $B_0\vec{B}_5$).

B.4.7 Faire l'application numérique et en déduire la valeur de la norme de la vitesse de rotation, $\Omega(1/\Re_0)$, appliquée au support de roue 1 par rapport au repère $\Re_0$.

On donne la norme de la vitesse de sortie de la tige du vérin V_2 par rapport au bâti 0, au point B5 : $\left\|\vec{V}_{B_5 \in V_2/\Re_0}\right\| = 4{,}25 m.s^{-1}$, les longueurs l = 459mm, l_{21} = 578mm, l_{22} = 1010mm, l_4 = 204mm, l_5 = 289mm et les angles α = 23,6° et θ_{v2} = 156,4°.

C - STATIQUE

Le but de l'étude est de déterminer l'état de sollicitation de la bielle 8 et de vérifier la résistance de la barre 6. Les calculs sont faits dans le plan $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$. Comme dans la partie B, chaque vérin est étudié seul. Les autres sont alors considérés comme parfaitement rigides, la tige, parfaitement immobile par rapport au corps du vérin.

C.1 Données de l'étude

Une première conception propose de réaliser la bielle 8 par moulage au sable en fonte à graphite sphéroïdal et la barre 6 à partir d'une barre en acier S185. Les propriétés mécaniques des matériaux sont regroupées dans le tableau ci dessous :

Matériau	Module d'élasticité (MPa)	Limite d'élasticité (MPa)
Fonte à graphite sphéroïdal	179 000	450
Acier S185	210 000	185

Les contraintes sont supposées rester inférieures à la limite d'élasticité du matériau.
Un premier calcul a permis de définir certaines dimensions pour les vérins :

Vérin	Diamètre intérieur du corps D_{int} (mm)	Diamètre de la tige d_t (mm)
Vérin V_1	64	28
Vérin V_2	32	24

C.2 Étude statique liée au mouvement du vérin V_1 seul

On se place dans la configuration du schéma cinématique, soit $\vec{x}_4 = \vec{x}_6 = \vec{x}_8 = \vec{x}_9 = \vec{x}_0$.

C.2.1 Déterminer les expressions littérales de la force maximale en poussée, $F^{(+)}_{(V1\to8)}$, et de la force maximale en traction, $F^{(-)}_{(V1\to8)}$, du vérin V_1 sur la bielle 8 en fonction de la pression. Connaissant la pression maximale d'alimentation hydraulique, égale à 150bar (1bar = 10^5Pa), et les dimensions retenues pour le matériel hydraulique, faire les applications numériques.

C.2.2 Justifier la forme du torseur d'effort appliqué par le vérin V_1 en poussée sur la bielle 8, donné par : $T_{V_1\to8}: \left\{\begin{array}{l}\vec{F}_{B_8}(V_1/8) = F^{(+)}_{(V1\to8)}.\vec{x}_{V1} \\ \vec{0}\end{array}\right.$.

C.2.3 De même, justifier la forme du torseur d'effort appliqué par la barre 9 sur la bielle 8, donné par : $T_{9\to8}: \left\{\begin{array}{l}\vec{F}_{A_8}(9/8) = F_{A_8}.\vec{x}_0 \\ \vec{0}\end{array}\right.$.

C.2.4 Écrire l'équilibre statique de la bielle 8 (vérin en poussée) et déterminer tous les efforts inconnus s'appliquant sur ce solide. On écrira tous les efforts inconnus en projection dans le plan $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$.

On rappelle que $\vec{x}_0 \wedge \vec{x}_i = \sin(\theta_i).\vec{z}_0$ et que $\vec{y}_0 \wedge \vec{x}_i = -\cos(\theta_i).\vec{z}_0$.

C.2.5 Faire les applications numériques.

On donne : θ_{V1} = 21,7°, a_8 = 80mm, b_8 = 423,5mm, ß = 10,7° et l_{21} = 578mm.

C.3 Résistance Des Matériaux (sur annexe C1)

Dans la partie précédente, on a déterminé toutes les actions extérieures sur la bielle 8. Dans le but de vérifier sa résistance statique, on se propose de la modéliser sous la forme d'une poutre. On va donc se placer dans les conditions de la Résistance Des Matériaux puis on étudiera l'état de sollicitation de la poutre modélisée.
Le modèle retenu pour la pièce 8 est celui d'une poutre rectiligne allant de C_0 à A_8. Pour tenir compte de l'excentration du point B_8, on place la projection de ce point sur le segment $[C_0A_8]$ qu'on appelle B'_8 (annexe C1).

C.3.1 Sachant que $\vec{B_8B'_8} = a_8\vec{x}_0$, déplacer le torseur d'effort appliqué par le vérin V_1 sur la bielle 8 du point B_8 à B'_8.

A partir des efforts tracés sur le document réponse (annexe C1) :

C.3.2 Tracer sur l'annexe C1 le diagramme de l'effort normal.

C.3.3 Tracer sur l'annexe C1 le diagramme de l'effort tranchant.

C.3.4 Tracer sur l'annexe C1 le diagramme du moment fléchissant.

C.4 Concentration de contraintes (vérin V_2 seul) (annexes C2 et C3)

La conception initiale de la barre 6 (cylindre plein de 20mm de diamètre) laisse apparaître une fragilité au niveau du raccordement avec les rotules d'extrémité du fait de la brusque variation de section (figure C.4.1 de l'annexe C2). On souhaite quantifier le phénomène. Pour cela, on suppose que la situation la plus défavorable est celle donnée par le schéma cinématique ($\vec{x}_6 = \vec{x}_4 = \vec{x}_0$). On déterminera dans un premier temps la sollicitation dans la barre 6. Puis on travaillera à l'aide des abaques de l'annexe C3.

C.4.1 Connaissant la pression maximale d'alimentation hydraulique, égale à 150bar, et les dimensions retenues pour le matériel hydraulique, déterminer la force maximale en poussée, $F_{(V2\rightarrow5)}$, du vérin V_2 sur la bielle 5 (expression littérale et valeur).

C.4.2 Donner le type de sollicitation simple à laquelle la barre 6 est soumise.

C.4.3 Sur la feuille de l'annexe C2, déterminer graphiquement l'équilibre de la bielle 5.

C.4.4 En déduire la contrainte normale dans la partie centrale de la barre 6. Cette valeur satisfait-elle aux critères de résistance élastique énoncés précédemment pour le matériau ?

Aux extrémités de la barre 6, la brusque augmentation de section, pour permettre le montage de la bielle par vissage, introduit des concentrations de contraintes.

C.4.5 À l'aide des abaques fournis annexe C3 et des dimensions de la barre 6 données sur la figure C.4.1 de l'annexe C2, relever le coefficient de concentration de contrainte K_t.

C.4.6 En déduire la contrainte maximale dans la barre 6. Cette valeur satisfait-elle aux critères de résistance élastique énoncés précédemment pour le matériau ?

C.4.7 Proposer une amélioration simple.

D - DYNAMIQUE

Il s'agit d'étudier le déplacement engendré par le vérin V_3, vérin de l'axe vertical. Cet actionneur permet une translation verticale du centre de la roue, modélisant ainsi les irrégularités du revêtement routier. Le but de l'étude est de déterminer la puissance consommée par le système dimensionné pour un véhicule de type pick-up américain (*ligth truck*). Pour cela, on travaille sur le système seul, sans véhicule.

D.1 Hypothèses

Les mouvements sont contenus dans un plan : $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.

Les solides sont considérés comme indéformables.

Le fluide hydraulique est considéré comme incompressible.

On donne les longueurs : l_6 = 480mm, l_7 = 190mm

On fera attention à respecter les repères liés à chaque pièce.

D.2 Dynamique : Étude du vérin V3 seul

D.2.1 Existe-t-il un ou plusieurs parallélogrammes de Watt ? Si oui, surligner le principal en couleur sur l'annexe D1 et le décrire par la donnée de ses sommets.

D.2.2 Sachant que la vitesse maximale de sortie du vérin V_3 est égale à $\left\|\vec{V}_{B_7 \in V_3 / \Re_0}\right\| = 0{,}635 m.s^{-1}$, déterminer (expression et valeur numérique) la norme de la vitesse du point A_7 $\left\|\vec{V}_{A_7 \in 4 / \Re_0}\right\|$ et de la vitesse du point C_r $\left\|\vec{V}_{C_r \in 1 / \Re_0}\right\|$.

On souhaite animer la roue d'un mouvement vertical $u_{(Cr \in 1/\Re 0)}$, sinusoïdal, de période T et d'amplitude U_0.

D.2.3 Donner l'expression littérale du déplacement du centre de la roue du véhicule en fonction du temps, si à t=0 ce déplacement est nul.

On définit S comme l'ensemble { 1 ; 2 ; 2^{bis} ; 3 ; 4}, supposé rigide. Le centre de gravité de S, G_S, est placé sur la droite (A_7A_3). On note m la masse de S. On note I_7, l'inertie de la pièce 7 en rotation autour de $(B_0, \vec{z}_0)$ et m_7, la masse de la pièce 7. Le centre de gravité de celle-ci, G_7, est tel que $\left(B_0 \vec{G}_7\right) = -x_{G7}.\vec{x}_7 - y_{G7}.\vec{y}_7$. On suppose que les actions mécaniques des pièces 6 et 9 sur S sont négligeables devant les autres actions mécaniques.

D.2.4 Donner l'expression littérale de la projection sur $\vec{y}_0$ des forces d'inertie F_{I_S} de l'ensemble S en son centre de gravité G_S.

D.2.5 Écrire le théorème de la résultante dynamique de l'ensemble S en projection sur $\vec{y}_0$. En déduire l'action mécanique exercée par la bielle 7 sur S.

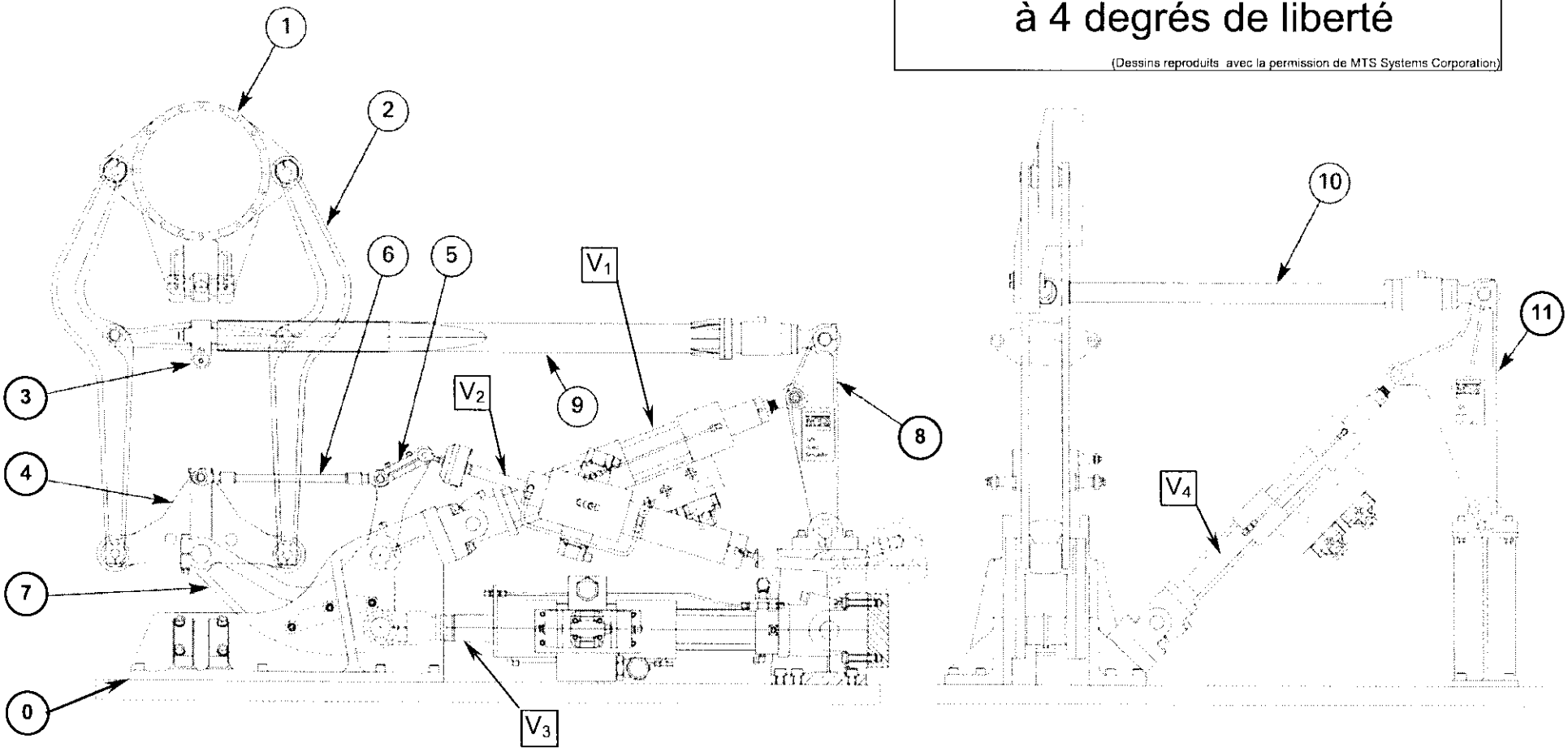
D.2.6 Faire le bilan des actions extérieures sur le solide 7.

D.2.7 Écrire le théorème du moment dynamique de ce solide au point B_0.

D.2.8 En déduire l'expression de l'action mécanique exercée par le vérin V_3 en fonction de T, U_0, g, m, m_7, I_7 du temps t et de la géométrie.

Dessin du simulateur de route à 4 degrés de liberté

(Dessins reproduits avec la permission de MTS Systems Corporation)



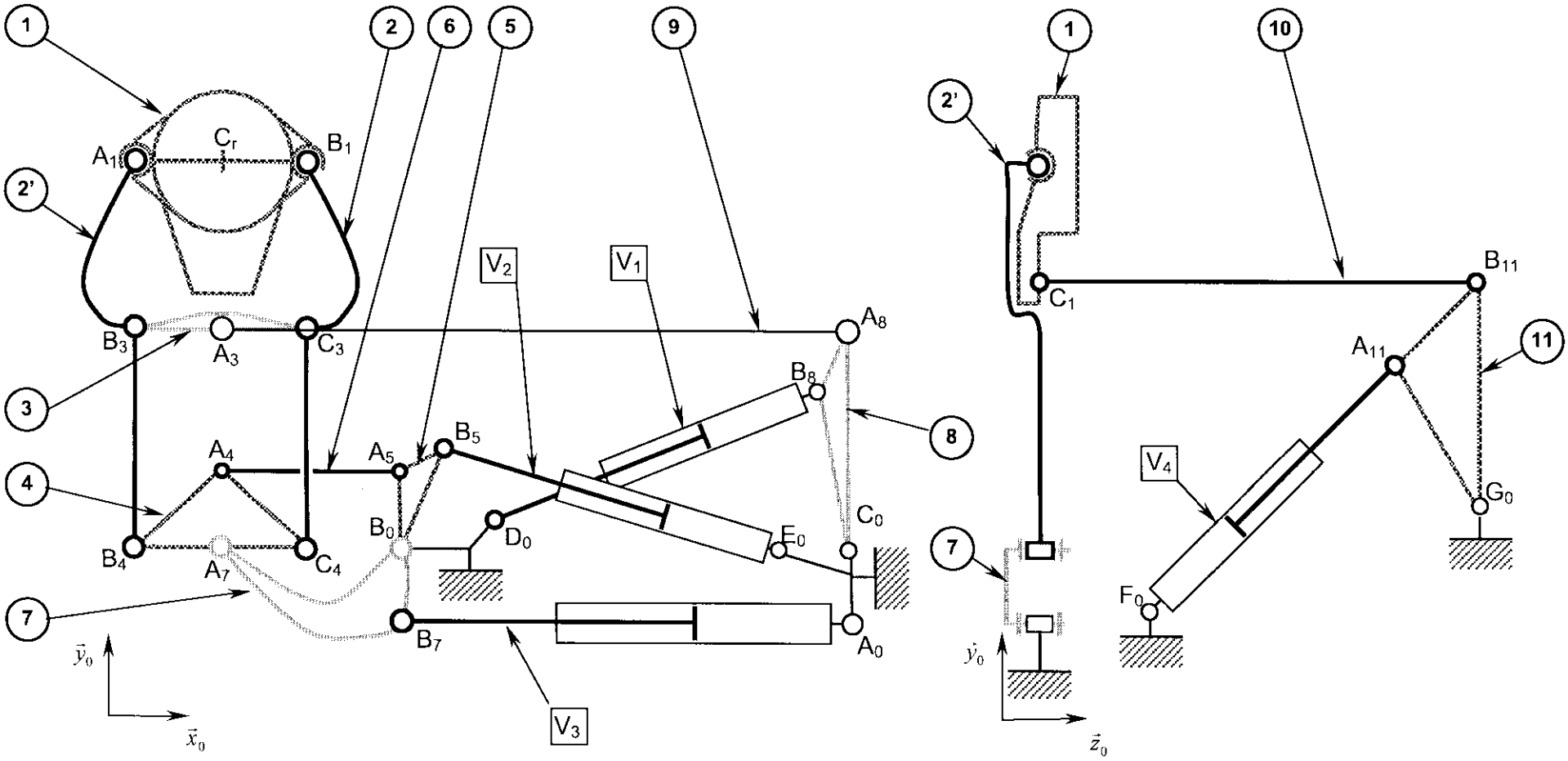
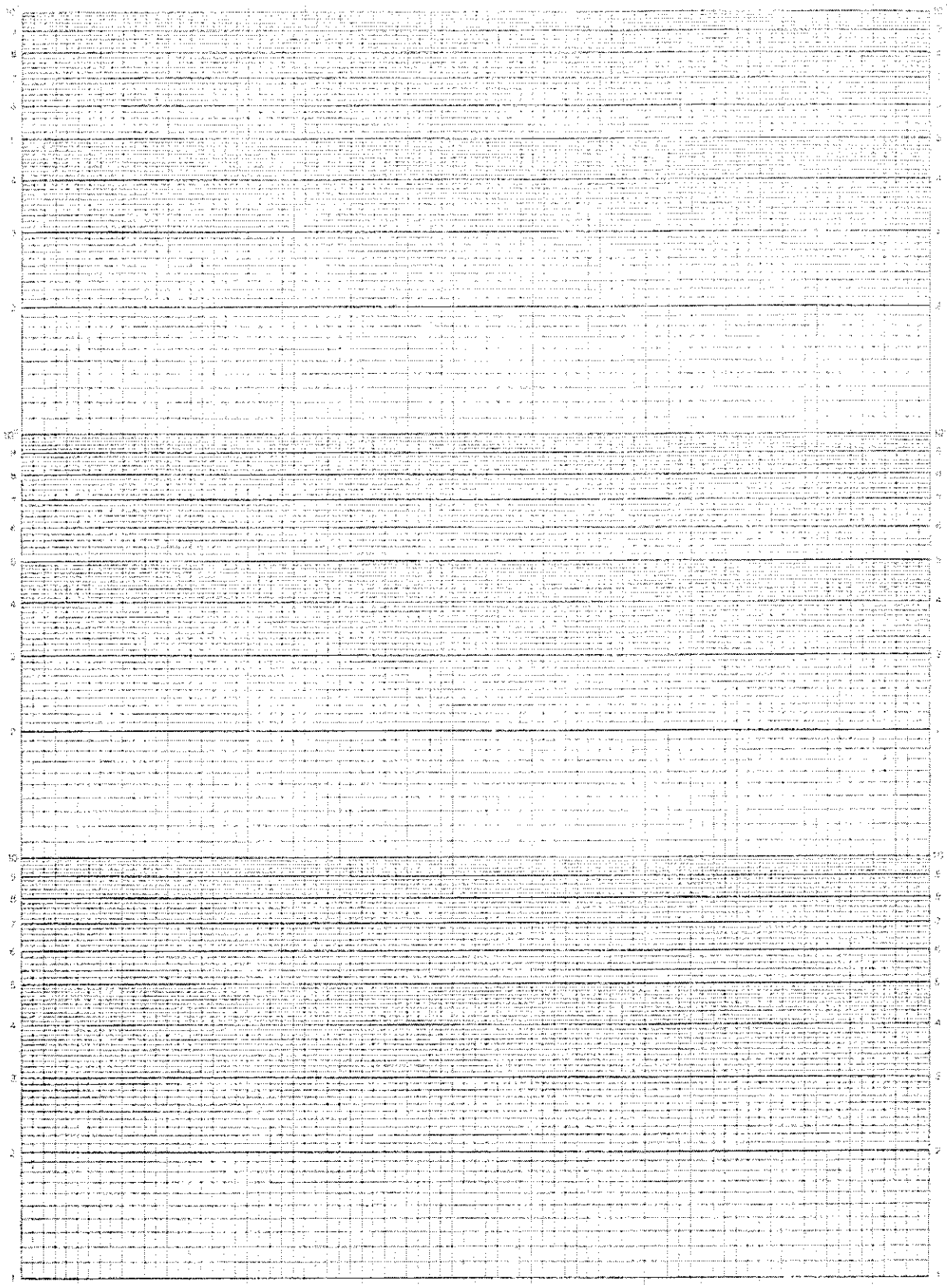


Schéma cinématique
du simulateur de route à 4 degrés de liberté

NE RIEN ÉCRIRE



Annexe A1 : Diagramme de Bode **(à rendre)**

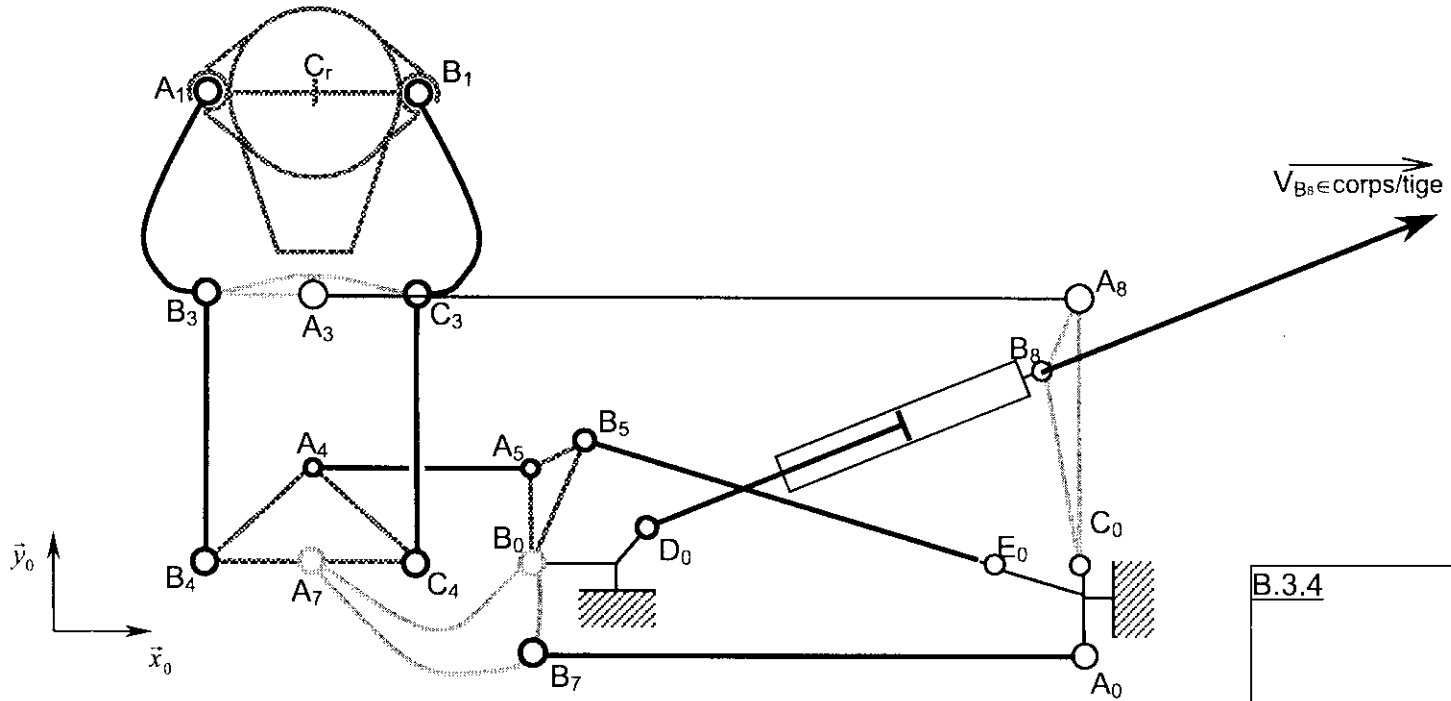
NE RIEN ÉCRIRE

B.3.1

B.3.2

B.3.3

Vitesse	Norme
$\vec{V}_{B_8 \in corps/tige}$	2,95 m.s^{-1}
$\vec{V}_{B_8 \in 8/\Re_0}$	
$\vec{V}_{A_8 \in 8/\Re_0}$	
$\vec{V}_{C_3 \in 3/\Re_0}$	
$\vec{V}_{B_1 \in 1/\Re_0}$	

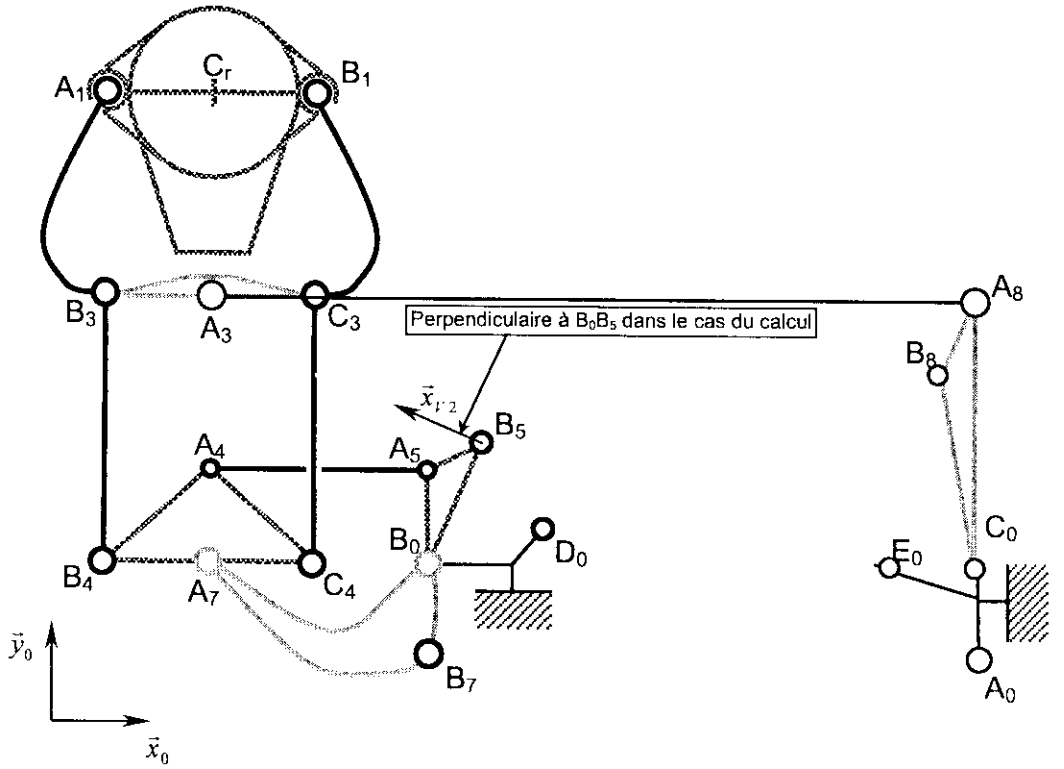


B.3.4

Annexe B1 : Cinématique graphique **(à rendre)**

NE RIEN ÉCRIRE

B.4.1



B.4.2

B.4.3

B.4.4

B.4.5

B.4.6

B.4.7

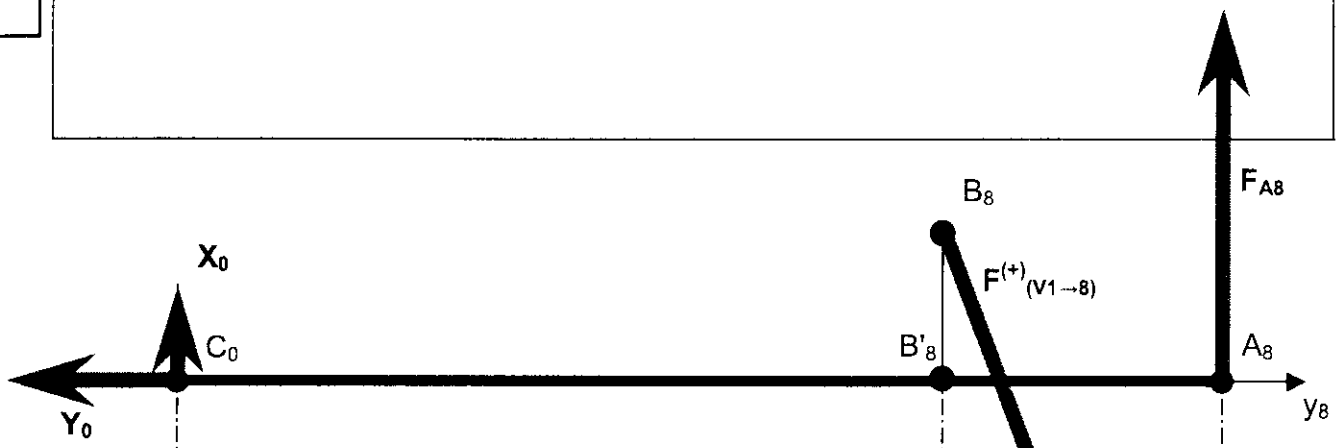
$\left\| \vec{V}_{B_1 \in 1/\Re_0} \right\|$ =

$\Omega(1/\Re_0)$ =

Annexe B2 : Cinématique analytique **(à rendre)**

NE RIEN ÉCRIRE

C.3.1



C.3.2

N

C.3.3

T

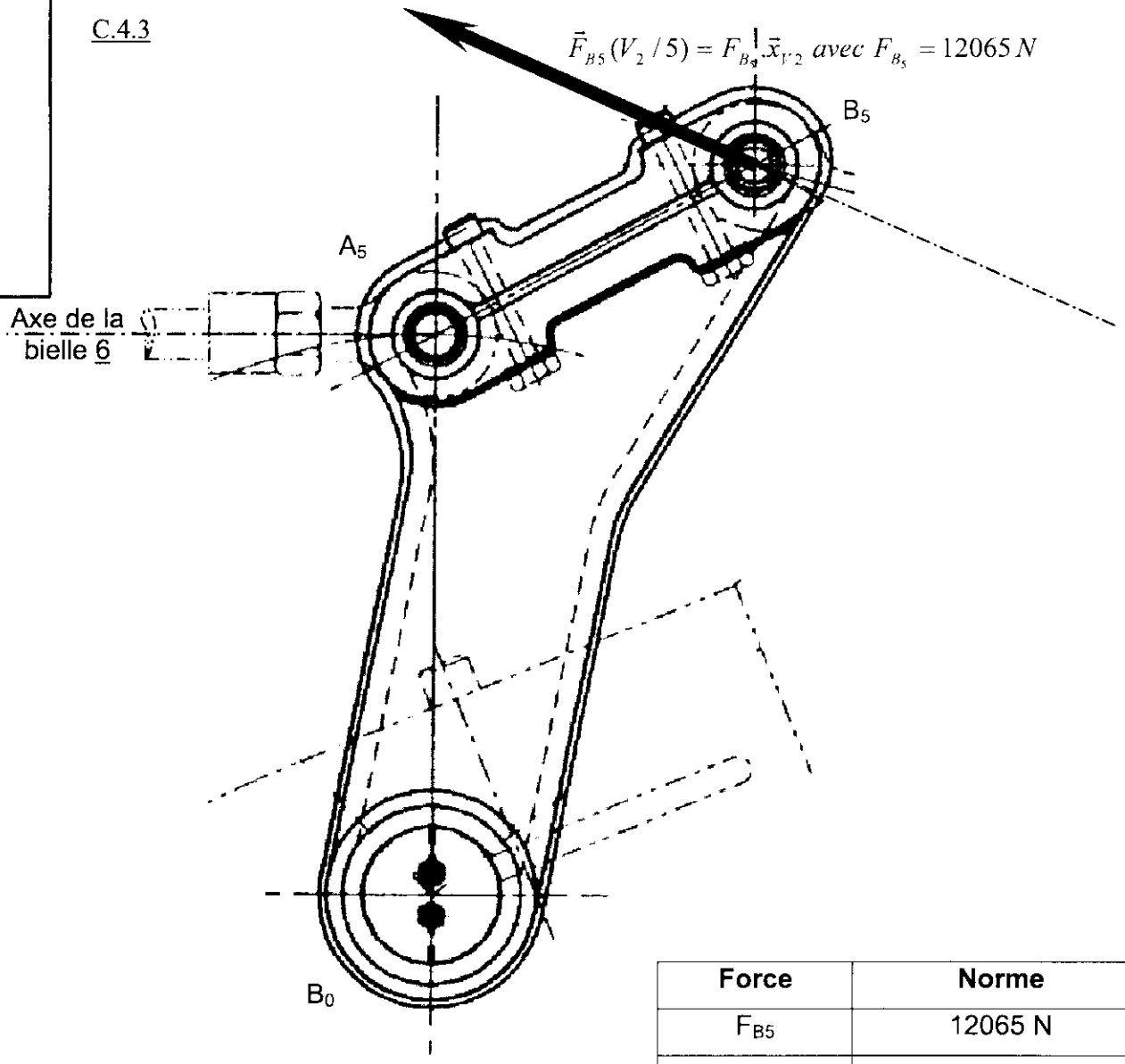
C.3.4

M_f

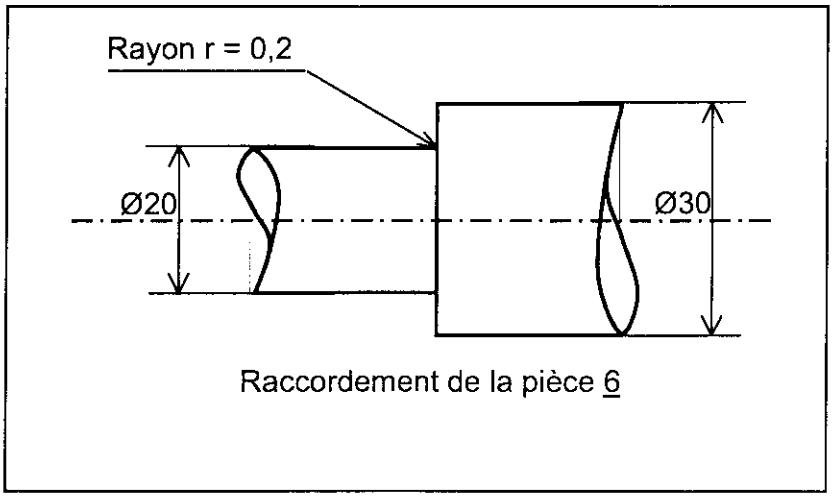
Annexe C1 : Résistance Des Matériaux **(à rendre)**

NE RIEN ÉCRIRE

C.4.3



Force	Norme
F_{B5}	12065 N

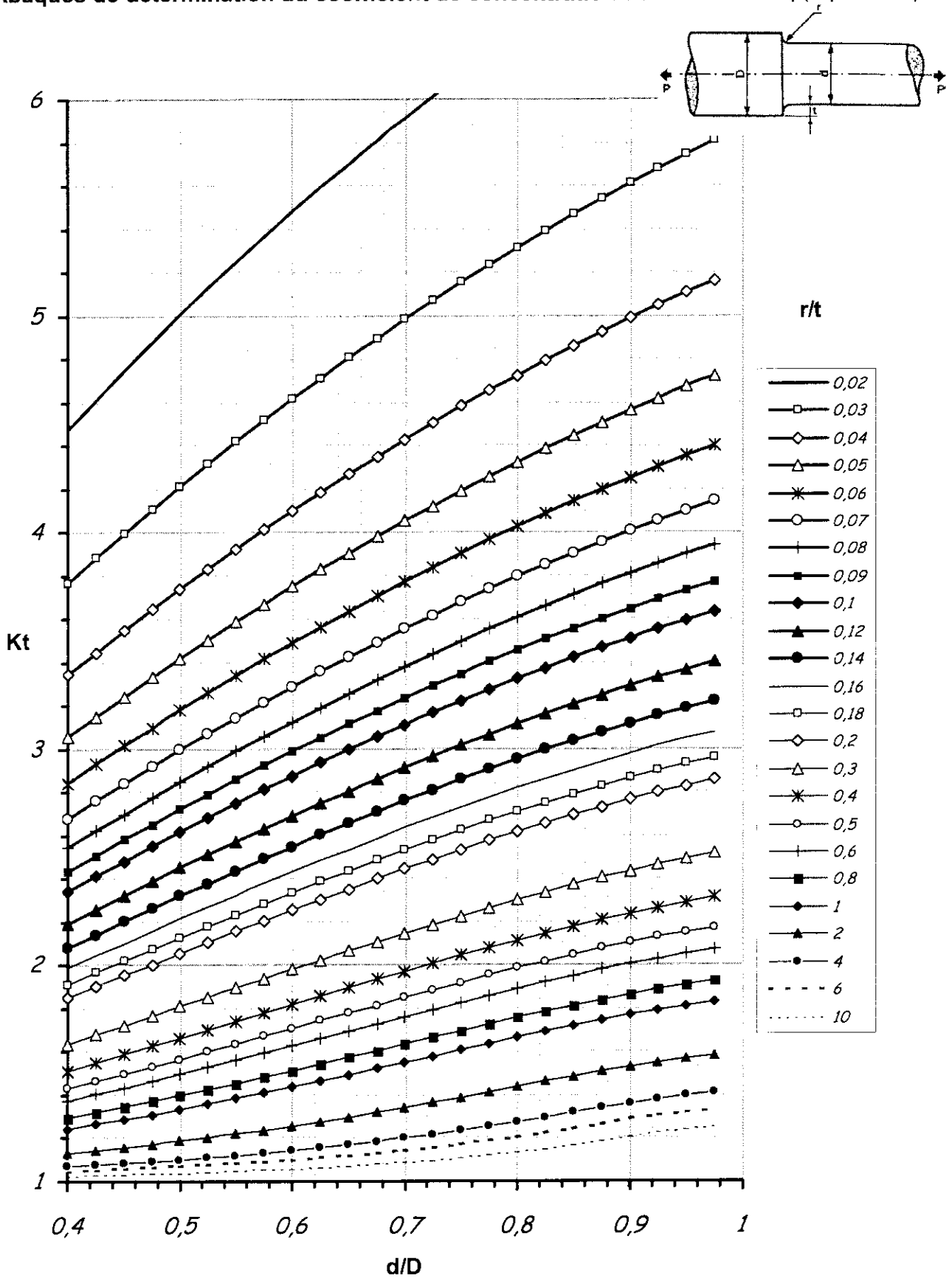


Raccordement de la pièce 6

Figure C.4.1

Annexe C2 : Concentration de contraintes **(à rendre)**

Abaques de détermination du coefficient de concentration de contrainte K_T (d'après CETIM)

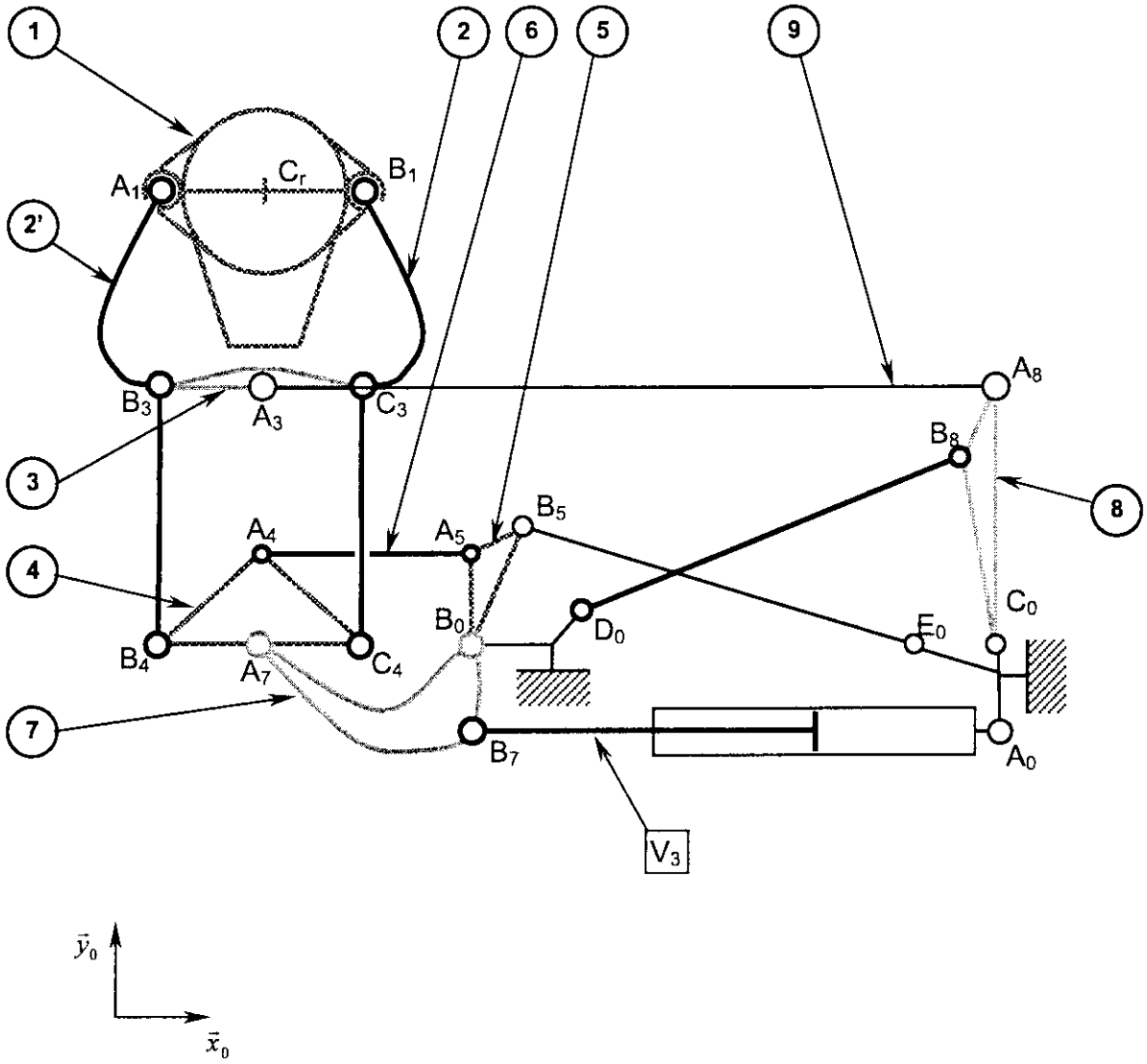


Annexe C3 : Abaques

NE RIEN ÉCRIRE

D.2.1

Sommets du parallélogramme :



Annexe D1 : Dynamique **(à rendre)**

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Simplification d'un modèle : linéarisation, non-linéarités, pôles dominants, validité
- Modèles de comportement et réponse temporelle : premier ordre, second ordre, identification
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt