Banque PT, France

Session 2006, filière PT

Physique B

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Problème A, I et II : principe du radar et étude du détecteur
- Problème A, III : étude générale du guide d'onde
- Problème A, IV : effets de dissipation dans les parois
- Problème B, I : photodiode, conversion de l'éclairement en tension
- Problème B, II : moteur pas à pas
- Problème B, III : interprétation de la courbe d'interférence

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2006/physique-b

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

❋ Banque filière PT ❋

Epreuve de Physique B

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'utilisation des calculatrices est autorisée.

AVERTISSEMENT

L'épreuve comporte deux parties A et B totalement indépendantes, représentant chacune un "poids" de 50% du barème.

Tournez la page S.V.P

PROBLEME A (50%)

Ce problème s'intéresse à certains aspects du principe de fonctionnement d'un radar.
Aucune connaissance préalable de ce dispositif, ni de celui du guide d'onde, n'est requise.

Dans tout le problème Oxyz est un repère orthonormé direct.

Données :

- $\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{A})) = \overrightarrow{grad}(div\vec{A}) - \Delta(\vec{A})$;
- vitesse de la lumière c = 3,00 10^8 ms^{-1} ;
- perméabilité magnétique du vide µo = 4π 10^{-7} H m^{-1} .

Dans tout ce problème A, la fréquence des ondes étudiées vaut f = 3,00 GHz .

I) Principe du radar

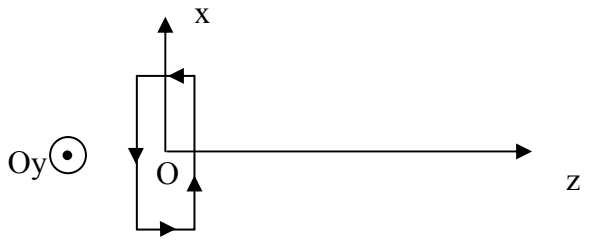
Un radar situé en O émet une onde électromagnétique en direction d'un obstacle métallique situé sur l'axe Oz appelé cible . L'onde sera considérée comme plane et l'obstacle placé orthogonalement à Oz, sera assimilé à un plan conducteur parfait de section S suffisamment grande pour que l'on puisse négliger effets de bord et diffraction. Les ondes se propagent dans l'air qui sera assimilé au vide pour ses propriétés électromagnétiques.

L'amplitude du champ électrique de l'onde incidente est Eo, celle ci est monochromatique de pulsation ω et polarisée rectilignement selon la direction Ox.
L'obstacle est situé en z = L.

1) Ecrire l'expression du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ de l'onde incidente en un point M à un instant t.
2) Que vaut le champ électrique dans le métal de la cible?
3) Montrer qu'il existe nécessairement une onde réfléchie dont on donnera l'expression du champ électrique en un point M à un instant t.
4) Un radar émet une impulsion électromagnétique et reçoit un écho après une durée de 2,60 ms . A quelle distance L se trouve l'obstacle ?

II) Etude du détecteur

L'onde réfléchie est détectée par le radar. Le détecteur est modélisé par un cadre rectangulaire orienté de cotés h = 5,00 mm selon Oz et l = 10,0 cm selon Ox de vecteur normal $\vec{n} = \overrightarrow{e_y}$, de centre z = 0 . Sur ce cadre, supposé centré au point O, sont bobinés N = 1000 tours de fils en série, et reliés à un voltmètre électronique qui présente une grande impédance d'entrée.



1)

1-a) Calculer la longueur d'onde de l'onde réfléchie, et montrer que l'on peut considérer que le champ magnétique de l'onde réfléchie est uniforme sur le détecteur. En utilisant cette modélisation, déterminer l'expression littérale du flux à travers le cadre du champ magnétique de cette onde réfléchie.

1-b) En déduire l'expression de la valeur efficace de la tension instantanée détectée en fonction de Eo, c, ω, h, l et N.

2) La plus petite valeur efficace de la tension détectable est, compte tenu des parasites, Vs_{eff} = 0,01 mV.

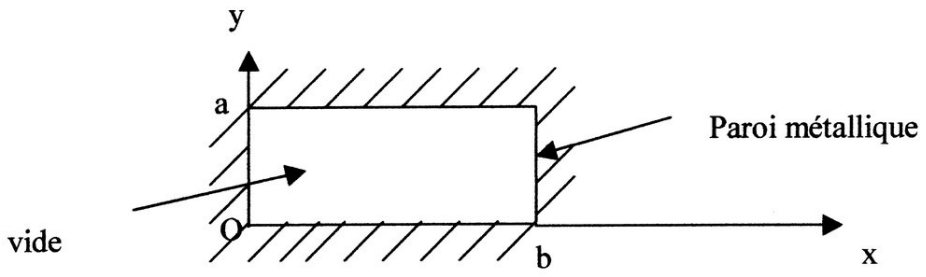
2-a) Quelle est la plus petite valeur efficace de champ électrique réfléchi que l'on puisse détecter ?

2-b) Calculer à quelle puissance moyenne rayonnée par unité de surface la valeur efficace trouvée au 2-a correspond.

III) Etude générale du guide d'onde

Pour être dirigée vers sa cible, l'onde émise est guidée au moyen d'un guide d'onde vers le foyer d'un miroir parabolique. Le guide d'onde se présente sous la forme d'un cylindre de génératrices parallèles à Oz, de section rectangulaire dans le plan Oxy. Les parois du cylindre sont formées d'un métal parfait. On cherche à propager une onde transverse électrique de pulsation ω dans l'espace **vide** situé à l'intérieur du guide, onde dont le champ électrique complexe est de la forme :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = E(x,y)e^{i(\omega t - kz)}\overrightarrow{u_x} \ .$$



Le guide est de **hauteur a selon Oy** et de **longueur b selon Ox** (voir figure ci-dessus).

1) Rappeler les quatre équations de Maxwell dans le vide ($\rho = 0$, $\vec{j} = \vec{0}$) .
2) Montrer que, nécessairement, la fonction E(x,y) ne dépend que de y. On posera ensuite E(x,y)=E(y)
3) Etablir l'équation de propagation (dite de d'Alembert) du champ électrique dans le vide.
4) En déduire l'équation différentielle vérifiée par E(y) ; on posera : $\chi^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$.
5) Rappeler les relations de passage du champ électromagnétique à la traversée d'une surface pouvant être chargée et parcourue par des courants surfaciques.
6)

6-a) Déterminer, en la justifiant soigneusement, la valeur de E(y) en y = 0 et en y = a.

6-b) Résoudre l'équation vérifiée par E(y) en supposant que $\chi^2 > 0$, avec $\chi > 0$; on introduira l'amplitude Eo = Sup$\left(\left|E_0(x)\right|\right)$, supposée non nulle.

Tournez la page S.V.P

En déduire que, nécessairement, $\chi = \frac{n\pi}{a}$, avec n entier strictement positif. Pourrait-il y avoir une solution si χ^2 était négatif ou nul ?

Dans toute la suite, on suppose que $\chi = \frac{n\pi}{a}$ avec n entier strictement positif.

7) Déterminer le champ magnétique sous forme complexe puis sous forme réelle. Quelles conditions limites (relations de continuité) doit-il vérifier ? Est ce le cas ?
8) Calculer le vecteur de Poynting, puis sa moyenne temporelle.
9) Déterminer la puissance moyenne traversant une section droite du guide d'onde.

10) Conséquences :
    10-a) Que se passerait-il si k² était négatif ? En déduire que le guide d'onde est un filtre passe-haut dont on déterminera la pulsation de coupure ωc.
    10-b) a= 10 cm . Calculer la **fréquence de coupure** f_c . Dans quel domaine est-elle située ?
    10-c) La fréquence étant f = 3,00 GHz , quelles sont les valeurs possibles de l'entier positif n ?
    On donne n = 1, a = b , et la puissance moyenne rayonnée par la source vaut P = 1,00 mW. En déduire la valeur de l'amplitude Eo du champ électrique.

IV Effets de dissipation.

En fait les parois du guide sont faites d'un métal réel de conductivité γ. L'objet de cette partie est d'estimer la fraction d'énergie perdue par dissipation dans les parois. Le métal est un bon conducteur ; sa conductivité vaut $\gamma = 10^6$ S m^{-1}.
Pour étudier cet effet, on considère, **pour simplifier les calculs**, que le métal emplit tout le demi-espace y > 0, le demi espace y < 0 étant vide.
On considérera qu'en tout point du métal la densité volumique de charge est nulle.

1) Ecrire les équations de Maxwell dans le métal. Montrer que l'on peut numériquement, à la fréquence considérée, négliger le "courant de déplacement" devant le courant de conduction, dans l'équation de Maxwell-Ampère.

2) En déduire l'équation de propagation du champ électrique dans le métal.

3) On cherche, cette fois, une solution de la forme $\underline{\vec{E}}(M,t) = Eo_t\, e^{i(\omega t - k' y)}\overrightarrow{u_x}$, Eo_t étant un réel positif.
    3-a) Montrer que l'équation de dispersion est k'² = - i μo γ ω , et la résoudre, en posant préalablement $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_o\, \gamma\, \omega}}$.
    3-b) Montrer que la seule solution possible est de la forme :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = Eo_t\, e^{-\frac{y}{\delta}}\, e^{i\left(\omega t - \frac{y}{\delta}\right)}\overrightarrow{u_x} .$$

    δ est nommée "épaisseur de peau" ; commenter physiquement cette dénomination. Calculer la valeur numérique de δ, avec f = 3,00 GHz . Commenter la valeur obtenue.

4) En déduire l'expression de la densité volumique complexe, puis réelle, de courant à tout instant; calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans une portion de métal

de section S dans le plan xOz et d'extension infinie selon Oy (y compris entre O et $+\infty$),en fonction de Eot, notamment.

5) L'épaisseur de peau δ étant petite, on peut ici modéliser la distribution de courant par une distribution surfacique $\vec{j}_s$.

5-a) Justifier que $\vec{j}_s = \int_0^{\infty} \vec{j} dy$; déterminer $\underline{\vec{j}_s}$, densité surfacique complexe, puis $\vec{j}_s$.

5–b) En déduire le lien entre la puissance moyenne dissipée à la question 4, S, δ, γ et la valeur efficace de j_s.

6) Pour <u>estimer</u> l'effet des pertes dans le cas d'un guide d'onde rectangulaire formé d'un métal de conductivité γ élevée on conserve la solution trouvée en III) pour un mode n quelconque en remplaçant l'amplitude Eo introduite au III.6.b par une fonction de z , notée Eo(z) et a priori inconnue.
6-a) En assimilant le métal à un métal parfait, déterminer la densité surfacique de courant sur les parois du guide situées en y = 0 et en y = a.
6-b) Montrer que la puissance moyenne dissipée sur une tranche dz de guide en ne tenant compte que des pertes dues aux parois précédentes est donnée par :

$$dP = \frac{b\, Eo_{(z)}^2\, \chi^2 \delta}{2\mu o\, \omega} dz$$. En déduire une équation différentielle vérifiée par $Eo^2(z)$.

6-c) Déterminer Eo(z) en fonction de z, Eo (valeur en z=0) et une longueur caractéristique ℓo ; comment a-t-on intérêt à choisir le mode, i.e. la valeur de l'entier n ?

6-d) Dans le cas du mode fondamental n = 1, calculer la valeur numérique de ℓo.

Tournez la page S.V.P

PROBLEME B (50%)

ACQUISITION D'UNE FIGURE D'INTERFERENCE

L'objectif de ce problème est d'enregistrer la figure d'interférence obtenue grâce aux fentes de Young. Pour obtenir la courbe de l'éclairement en fonction de la position, il faut utiliser un capteur photo-sensible que l'on déplace dans le champ d'intérference.

La partie I permet de réaliser le capteur qui transforme l'intensité lumineuse en tension. Cette tension est enregistrée par la carte d'acquisition d'un ordinateur.
Dans la partie II, on étudie le principe de fonctionnement d'un moteur pas à pas qui est utilisé pour déplacer avec précision le capteur.
La Partie III permet d'interpréter la courbe d'interférence enregistrée.
Les trois parties sont largement indépendantes.
Les figures sont regroupées en fin de cet énoncé.

Dans tout ce problème, les caractères gras désignent les vecteurs.

I- Photodiode.

La photodiode utilisée est une diode qui est sensible à la lumiére de longueur d'onde comprise entre 600 et 1050 nm. Ainsi, lorsqu'on polarise en inverse la photodiode (voir figure 1 avec Ud>0), l'intensité Id du courant qui circule dépend de l'éclairement noté E.
On obtient le tableau de valeurs ci-dessous, donnant l'intensité Id en fonction de l'éclairement E.

E ($\mu W\ cm^{-2}$)	50	100	200	500	1000
Id (μA)	2,4	4,9	10	25	48

1- Etude de la photodiode.

1-a- Tracer sur la copie la courbe Id = f(E) (échelle: 0,1mW cm^{-2} par cm et 5μA par cm).

1-b- En déduire que l'on a la relation Id =a_i E+ b_i · Préciser les unités légales de a_i et b_i. Quelle est la signification de b_i? Quel est son ordre de grandeur?
Dans la suite on néglige b_i, on a donc Id = a_i E . Calculer a_i en utilisant les unités légales.

1-c- Pour réaliser la figure d'interférence, on utilise un laser hélium-néon , dont la longueur d'onde vaut sensiblement λ = 633 nm . Donner deux arguments en faveur de cette source.

2- Conversion de l'éclairement en tension.
2-a- On réalise le montage de la figure 2 où la photodiode est associée en série avec un conducteur ohmique de résistance R, l'ensemble étant alimenté par une source de tension de force électromotrice e_0, choisie de telle sorte que la photodiode soit bien polarisée en inverse.
Montrer que U est proportionnel à l'éclairement E.

Calculer R pour avoir U = Ur = 2 V si E = Er = 0.2 mW/cm^2 , Ur et Er sont une tension et un éclairement pris comme référence.
En déduire l'expression de U en fonction de E, Er et Ur.

On veut réaliser l'expérience sans faire l'obscurité totale dans la pièce. On note Ea l'éclairement ambiant reçu par la photodiode. Pour corriger cet éclairement parasite, on réalise le montage de la figure 3 où k est un coéfficient numérique compris entre 0 et 1.

2-b- Exprimer k en fonction de Er, Ea, Ur et e_0 pour que U soit nul avec l'éclairement ambiant.
Comment réalise-t-on pratiquement ce dispositif de correction d'éclairement et comment le règle-t-on?

2-c- Lorsque l'éclairement ambiant est corrigé, déterminer l'expression de la tension U en fonction de l'éclairement Ei des interférences.

II- Moteur pas à pas.

NB : Aucune connaissance préalable sur le moteur pas-à-pas n'est requise.

On considère le modèle simplifié du moteur pas à pas (voir les figures 4 et 5) :

- Un petit aimant permanent tourne autour d'un axe de direction **Uz** passant par O ; il est solidaire d'une roue (non représentée sur les figures). On admet que l'aimant est équivalent à un circuit plan indéformable, de moment dipolaire magnétique **M** de norme constante. L'ensemble constitue le rotor.
- Deux paires de spires constituent le stator. Les deux spires d'une paire sont placées symétriquement par rapport à O et elles sont branchées en série. Ox est l'axe commun des deux spires de la paire 1, et Oy est l'axe commun des deux spires de la paire 2.

En alimentant correctement les spires du stator, on peut faire tourner le rotor.

On note I_1 l'intensité du courant circulant dans la paire 1, dont le sens oriente l'axe Ox en utilisant la regle du "tire-bouchon de Maxwell", et I_2 celui du courant circulant dans la paire 2 , dont le sens oriente Oy de la même façon.

On admet l'absence de phénomène d'induction mutuelle entre le circuit de la paire 1 et celui de la paire 2.
On néglige, dans un premier temps, le phénomène d'induction électromagnétique du au mouvement du rotor.

1- Champ magnetique créé par la paire 1.
Les spires sont supposées circulaires de rayon R et on note a la distance de O au centre d'une spire. On note $\mathbf{B_1}$ le champ créé par la paire 1 en O.

1-a- Déterminer la direction de $\mathbf{B_1}$.

1-b- Déterminer le champ magnétique $\mathbf{B^+}$ créé en O par la spire placée en x = +a en fonction de R, a et I_1.

1-c- Déterminer $\mathbf{B_1}$ en utilisant des considérations de symétrie très claires, en ne tenant compte que des deux spires de la première paire.

On suppose, dans les questions II.2 et II.3, que l'intensité I_2 est nulle .

2- Moment magnétique dans le champ magnétique $\mathbf{B_1}$.
Dans cette question II.2, on suppose en outre que l'intensité I_1 est constante.
On étudie le mouvement du moment magnétique soumis au champ magnétique des spires de la paire 1, assimilé, sur l'étendue du petit aimant, à un champ uniforme et égal à $\mathbf{B_1}$. On

Tournez la page S.V.P

note θ l'angle (**Ux**,**M**) et J le moment d'inertie du rotor par rapport à son axe de rotation Oz. On suppose qu'il existe des frottements fluides exercant un couple, de moment par rapport à Oz égal à $\Gamma_f = -\alpha.\dot{\theta}$, où $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du rotor et α est une constante positive.

2-a- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$. En déduire que $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable.

2-b- Linéariser cette équation dans le cadre des petites oscillations et la mettre sous la forme:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\sigma\omega_o \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\,\theta = 0 .$$

Exprimer ω_0 et σ.

2-c- A t=0, on suppose que $\theta = \theta_0$ et $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0$; θ_0 est positif, mais très inférieur à un radian. Sur le même graphique, tracer l'allure de $\theta(t)$ dans les différents cas possibles.

2-d- A valeur donnée de ω_o , préciser, sans calcul, comment on doit choisir la valeur de σ pour que le retour à $\theta = 0$ soit le plus rapide.
Exprimer alors $\theta(t)$ en fonction de θ_0 et ω_0.

3- Courant dans les spires de la paire 1 (voir les Figures 5 et 6)
Le circuit électrique d'une paire du stator est modélisé par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance r et d'une inductance L alimentée par une tension de commande U1 qui peut prendre deux valeurs opposées +Vo et –Vo.
On suppose que U1 = +Vo depuis un long moment et, qu'à t = 0, U1 bascule à – Vo .
On rappelle qu'on néglige le phénomène d'induction électromagnétique du au mouvement du rotor.

3-a- Determiner l'equation différentielle vérifiée par I1(t) pour t > 0 . Exprimer le temps caractéristique τ du phénomène.

3-b- Quelle sont les valeurs de I1 à $t = 0^+$ et en régime permanent?

3-c- Exprimer $I_1(t)$ et tracer son allure en faisant apparaître τ .

4- Tensions de commande du stator.
On suppose que les tensions de commande des deux paires de spire du stator sont U_1 = + Vo et U_2 = + Vo.

4-a- Déterminer, en degrés, l'angle θ de la nouvelle position d'équilibre stable du rotor.

4-b- U_1 bascule à –Vo et U_2 ne change pas. Déterminer l'angle θ de la nouvelle position du rotor.

4-c- Regrouper dans un tableau les valeurs successives de U_1 , U_2 et θ l'angle du rotor permettant de faire un tour complet.
Quel est le nombre de pas par tour?
Quel est le facteur limitant la vitesse de rotation du moteur?

4-d- Dans la réalité, les moteurs pas à pas peuvent faire jusqu'à 200 pas par tour. Citer une utilisation courante des moteurs pas à pas.

5- Prise en compte de l'induction électromagnétique due au mouvement du rotor
Dans toute cette question II.5, l'induction électromagnétique due au mouvement de l'aimant n'est plus négligée.
Le rotor est en rotation de vitesse angulaire instantanée notée $\dot{\theta}$. On étudie le régime libre, donc les tensions de commande U_1 et U_2 sont nulles. **On néglige, dans cette partie l'auto-inductance L des spires, et on suppose que a >> R**.
On suppose que le flux du champ magnétique de l'aimant à travers l'ensemble des deux spires de la paire 1 vaut $\phi = \phi_o \cos\theta$, où ϕ_o est une constante positive, dont la détermination n'est pas demandée.

5-a- Déterminer la force électromotrice induite dans le circuit de la paire 1.
En déduire le courant induit instantané i_1 dans cette paire de spires d'axe Ox.

5-b- Exprimer le champ magnétique créé en O par ce courant i_1.
En déduire le moment (noté $\mathbf{\Gamma_1}$) par rapport à Oz des forces magnétiques exercées sur l'aimant du fait du courant i_1. On exprimera $\mathbf{\Gamma_1}$ en fonction, notamment, de θ et $\dot{\theta}$ **.**

5-c- Exprimer de même le moment (noté $\mathbf{\Gamma_2}$) des forces magnétiques exercées sur l'aimant, et dues à l'induction dans la paire n° 2, d'axe Oy.
En déduire le moment total $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma_1} + \mathbf{\Gamma_2}$.
Quel est, finalement, la conséquence mécanique de l'existence de l'induction électromagnétique due au mouvement du cadre ? Comment modifier simplement le modèle du II-2 pour en tenir compte?

III- Interprétation de la courbe d'interférence.

Le moteur pas à pas entraine une courroie sur laquelle on a fixé le capteur (voir la figure7). Ce capteur se déplace à une distance D=2.0 m des fentes de Young dans le champ d'interférence. A l'aide d'une carte d'acquisition et d'un logiciel, on peut commander le moteur pas à pas et enregistrer la tension à chaque pas. Après étalonnage du déplacement engendré par un pas, on obtient la courbe de la figure 8 qui donne l'éclairement en fonction de l'abscisse. Les fentes sont éclairées par une onde assimilée à une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ = 633 nm, en incidence normale.
On rappelle que l'interfrange i pour les fentes d'Young vérifie $i = \frac{\lambda D}{e}$ où e est l'écartement des fentes et que la largeur angulaire β de la tache centrale de diffraction d'une fente de largeur d vérifie $\beta = \frac{2\lambda}{d}$.

1- Exploitation de la courbe d'interférence.

1-a- Donner, sans calcul, une interprétation claire de cette courbe.

1-b- Déterminer l'écartement e entre les deux fentes et leur largeur d.

1-c- Proposer un autre dispositif permettant d'enregistrer la courbe d'éclairement d'une figure d'interférence.

Tournez la page S.V.P

2- Vérification optique de l'écartement.

Les fentes étant très proches, on ne peut pas mesurer avec précision leur écartement. On va donc faire les mesures sur l'image agrandie des fentes par une lentille mince.
Avec une lentille convergente de distance focale image f' = 10,0 cm , on réalise l'image des fentes de Young sur un écran placé à une distance L =2,00 m des fentes (voir figure 9).
On note A un point objet réel sur l'axe optique dans le plan de front des fentes et A' son image réelle sur l'écran. On a donc $\overline{AA'} = L$ et on note $p = \overline{OA}$ l'abscisse de A, l'origine étant choisie au centre optique O de la lentille.

2-a- Rappeler la formule de conjugaison de Descartes, pour une lentille mince.
Déterminer l'équation vérifiée par $p = \overline{OA}$ pour que l'image se forme sur l'écran.
Montrer que cette équation admet deux racines que l'on exprimera en fonction de L et f'.

2-b- Exprimer, dans celui des deux cas où $|\gamma|$ est supérieure à 1, le grandissement γ en fonction de L et de f' . Faire l'application numérique.

2-c- L'écartement e' des fentes images vaut 10,2 mm. Vérifier que la valeur qu'on peut en déduire pour l'écartement e des fentes est cohérent avec celle obtenue au III-1-b.

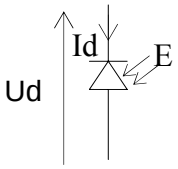


Figure 1

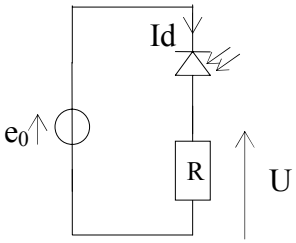


Figure 2

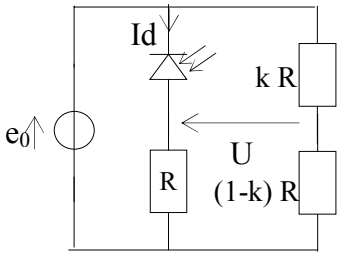


Figure 3

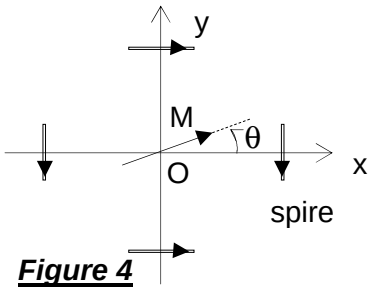


Figure 4

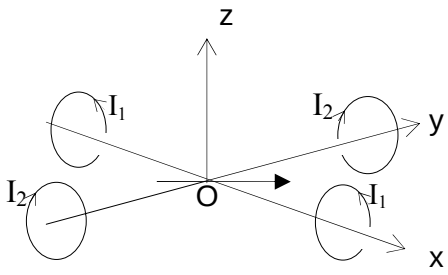


Figure 5

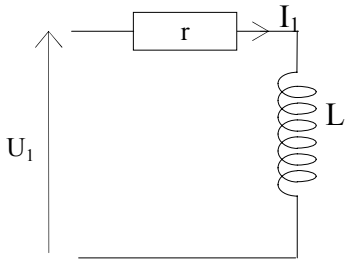


Figure 6

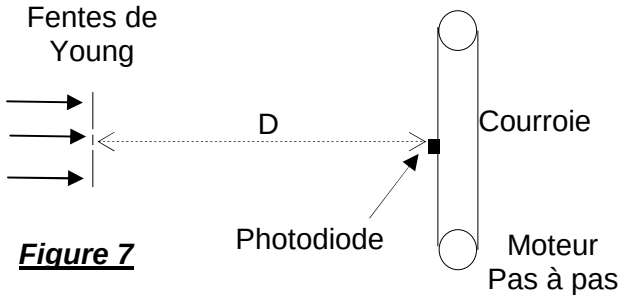


Figure 7

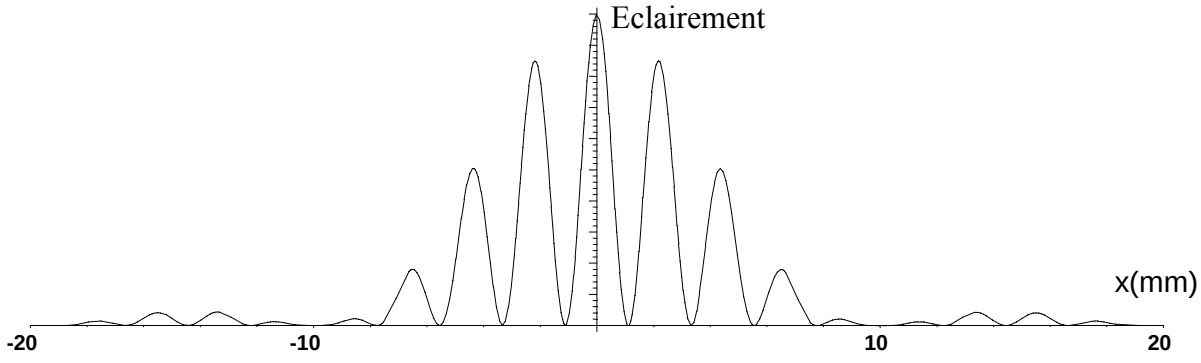


Figure 8

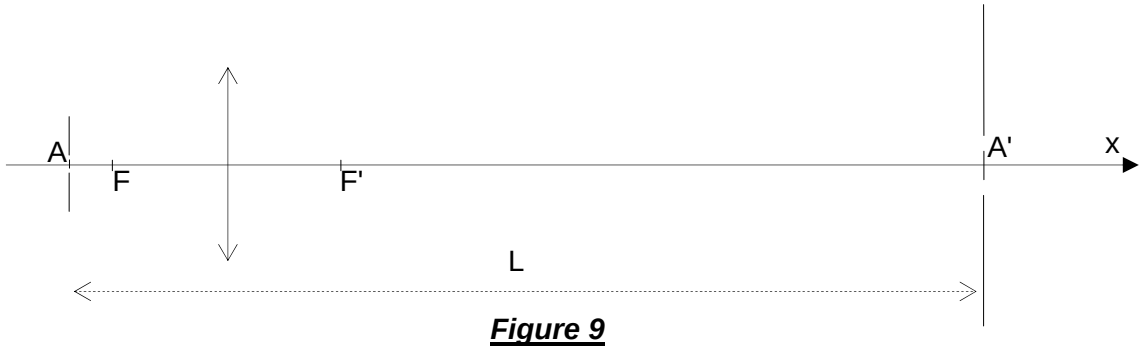


Figure 9

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Magnétostatique : formulation locale
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Conduction électrique et conservation de la charge
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Régimes transitoires
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Optique géométrique et formation des images

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt