Banque PT, France

Session 2013, filière PT

Sciences industrielles A

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : inclinaison de l'habitacle
- Partie II : transmission de la puissance mécanique
- Partie III : contrôle du mouvement de l'habitacle

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2013/si-a

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 24 pages de texte numérotées de 1 à 24.
- 1 cahier réponse de 23 pages, numérotées de 1 à 23, **à rendre à la fin de l'épreuve**.

Gestion du temps :

En admettant une durée de 30 min pour la lecture et l'assimilation du sujet, il est vivement conseillé de consacrer 1h30 aux réponses des questions de la Partie I, 1h30 à celles de la Partie II et 1h30 à celles de la Partie III.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Véhicule à trois roues Clever

Le Clever, présenté sur la **Figure 1**, est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens — dont BMW, l'Institut Français du Pétrole (IFP) et de nombreux équipementiers — grâce au financement de l'Union Européenne. Clever est la contraction de *Compact Low Emission VEhicle for uRban tRansportation* (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100 km, il s'annonce très écologique. Les premiers prototypes ont vu le jour en 2006. Ce type de véhicule pourrait être un des prochains commercialisés par BMW si le prix de vente peut être ramené sous la barre des 10 000 euros.

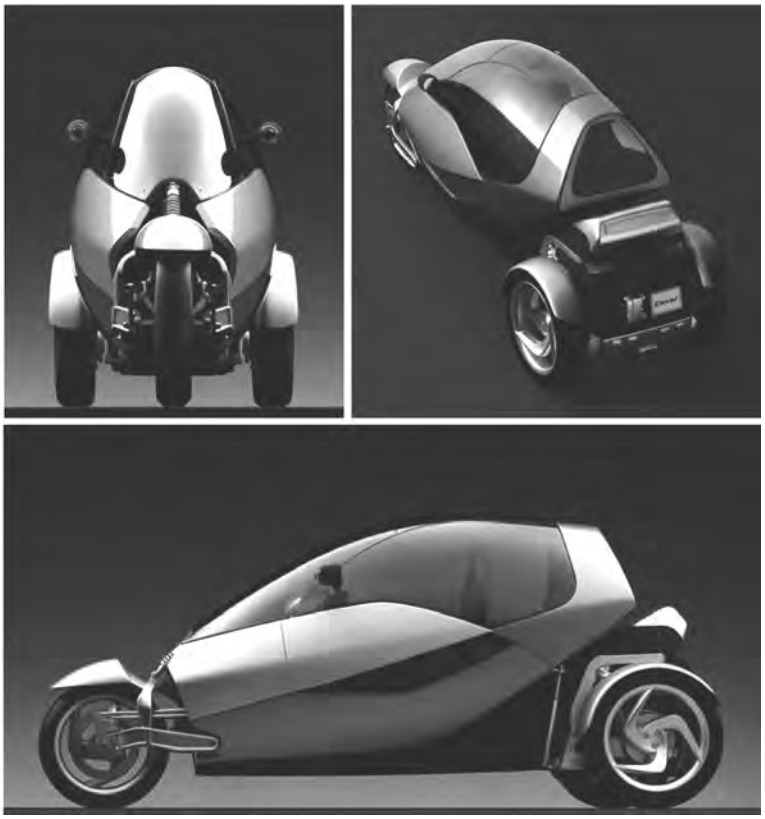


Figure 1 – Véhicule à trois roues Clever

La **Figure 2** présente un diagramme partiel des interacteurs, issu de l'analyse fonctionnelle du besoin dans la phase d'utilisation normale (véhicule Clever utilisé pour se déplacer). Le **Tableau 1** décrit les fonctions de service correspondantes. À l'issue de l'analyse fonctionnelle technique, les solutions qui ont été retenues sont les suivantes : le Clever se présente comme un véhicule à trois roues pouvant embarquer deux personnes assises en tandem. Il adopte une architecture pendulaire, c'est-à-dire qu'il se penche dans les virages (cf. **Figure 3**). Le déplacement du centre de gravité qui en résulte lui confère une grande stabilité malgré une faible largeur du véhicule (légèrement inférieure à 1 m, contre 60 à 75 cm pour une moto, et 1,5 m pour une petite voiture). Cette étroitesse se veut une réponse aux problèmes d'encombrement dans les villes mais permet aussi une surface frontale moins importante que sur une voiture conventionnelle et donc des pertes aérodynamiques réduites. En outre, les sensations de conduite sont semblables à celle d'une moto mais avec un pilotage, à l'aide d'un volant, propre à un véhicule à 4 roues. Le moteur est un monocylindre à gaz naturel qui a été développé par l'IFP et dont les performances permettent d'atteindre une vitesse de pointe de 100 km/h avec une accélération en phase avec les attentes pour un véhicule urbain.

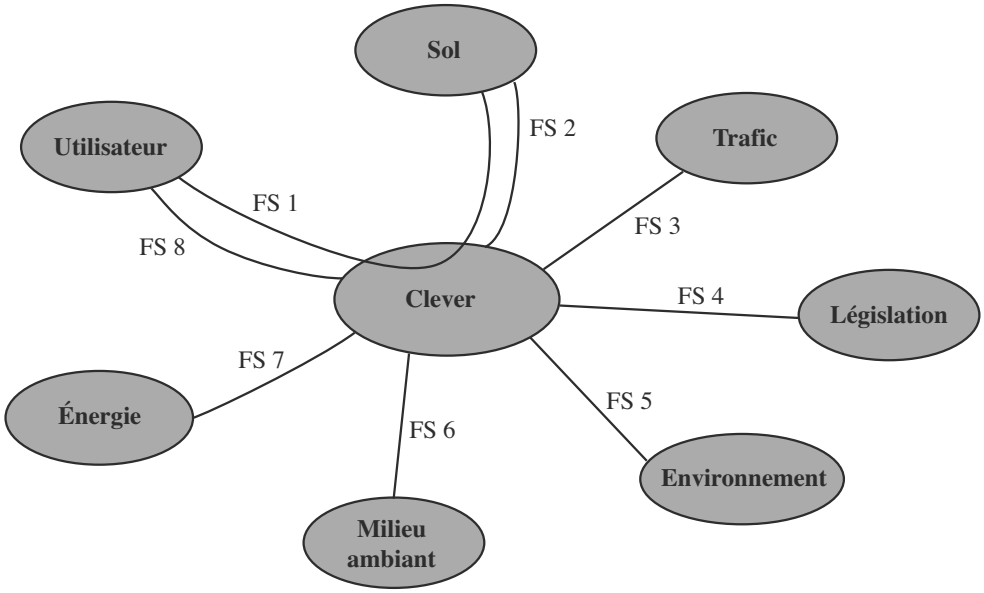


Figure 2 – Diagramme partiel des interacteurs dans la phase d'utilisation normale

N°	Fonction de service
FS 1	Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol
FS 2	Rester insensible aux perturbations de la route
FS 3	S'insérer facilement dans le trafic
FS 4	Respecter la réglementation en vigueur
FS 5	Contribuer au respect de l'environnement
FS 6	Résister au milieu ambiant
FS 7	Utiliser les énergies disponibles et ne pas trop consommer
FS 8	Être confortable

Tableau 1 – Caractérisation partielle des fonctions de service

Du point de vue de l'architecture cinématique (cf. **Figure 3**), le groupe motopropulseur est placé à l'arrière. À l'avant, l'habitacle repose sur une roue de moto et pivote par rapport au bloc arrière autour d'une liaison pilotée angulairement par le biais de deux vérins hydrauliques. L'inclinaison est contrôlée par un ordinateur de bord en fonction de l'angle au volant et de la vitesse. Le **Tableau 2** regroupe les caractéristiques techniques annoncées par l'équipe de développement.

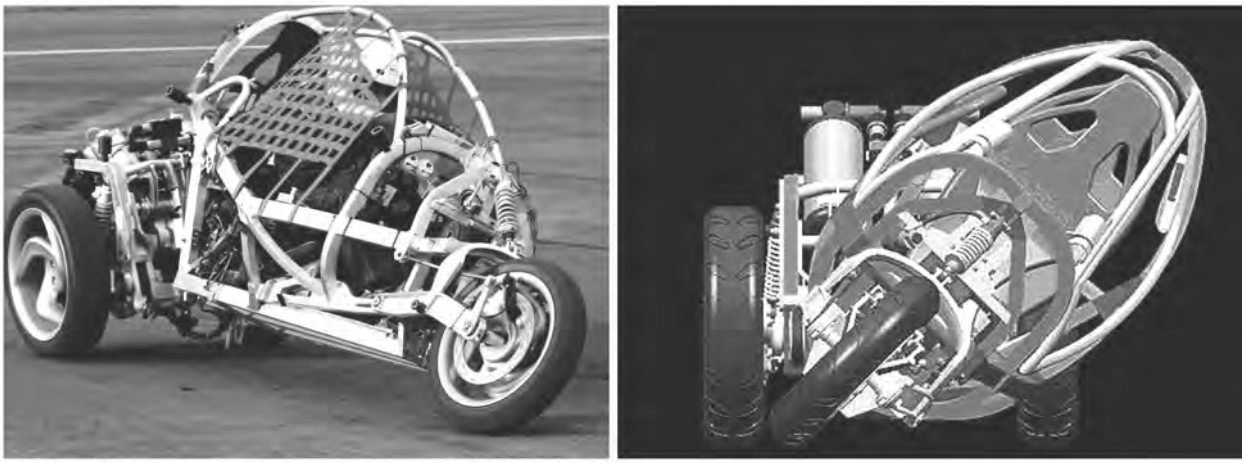


Figure 3 – Vue de la cinématique pendulaire

Type de véhicule	inclinable à 3 roues
Disposition des sièges	en tandem
Longueur hors tout	3 m
Largeur hors tout	1 m
Hauteur hors tout	1,35 m
Poids à vide	395 kg
Châssis	aluminium
Carrosserie	matériau synthétique
Moteur	monocylindre à gaz naturel de 213 cm^3
Puissance maxi	20 Ch DIN (soit 15 kW) à 9000 tr/min
Couple maxi	16 Nm à 6500 tr/min
Vitesse maxi	100 km/h
Accélération	0-60 km/h en un temps inférieur à 7 s
Autonomie	100 km

Tableau 2 – Caractéristiques techniques

Travail demandé

Ce sujet comporte 3 parties indépendantes, elles-mêmes constituées de nombreuses questions qui peuvent être traitées séparément :

- la **Partie I** (durée conseillée 1h30) se concentre sur la validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle » ;
- la **Partie II** (durée conseillée 1h30) aborde la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique » ;
- la **Partie III** (durée conseillée 1h30) concerne la fonction technique « Contrôler le mouvement de l'habitacle ».

Une lecture préalable du sujet complet est vivement conseillée (durée indicative 30 min),

Applications numériques. — Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, **une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques**.

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, le candidat pourra faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final. Par exemple, dans le calcul suivant, qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur $g = 9,81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, on pourra prendre :

$$\frac{\pi^2}{2}\frac{100}{24}(5+3\ 10^{-2})g \approx \frac{10}{2}\times 4\times 5\times 10 = 1000\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

PARTIE I

Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

Objectif. — Dans cette partie, on s'intéresse à la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer les fonctions de service FS1 « Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol » et FS3 « S'insérer facilement dans le trafic » du **Tableau 1** donné en introduction. Ce choix doit en effet permettre de garantir la stabilité du Clever dans les virages tout en permettant une faible largeur du véhicule afin de s'insérer dans la circulation.

On donne ci-dessous deux extraits du cahier des charges relatifs aux fonctions de service FS1 et FS3.

Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS1 Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol	• Renversement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m	• Interdit
	• Glissement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m	• Interdit

Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS3 S'insérer facilement dans la circulation	• Largeur hors tout du véhicule	• < 1 m

Notations. — Pour simplifier les notations dans ce sujet, le référentiel correspondant à un repère $\mathcal{R}_i$ est lui aussi désigné par $\mathcal{R}_i$. Les torseurs cinématique, cinétique et dynamique du mouvement du solide **j** par rapport au solide **i** (ou par rapport au référentiel $\mathcal{R}_i$ lié à celui-ci), exprimés en A, sont notés respectivement :

$$\mathcal{V}(j/i) = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(j/i) \\ \vec{V}(A,j/i) \end{matrix} \right\}_A, \quad \mathcal{C}(j/i) = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_c(j/i) \\ \vec{\sigma}(A,j/i) \end{matrix} \right\}_A \quad \text{et} \quad \mathcal{D}(j/i) = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_d(j/i) \\ \vec{\delta}(A,j/i) \end{matrix} \right\}_A$$

Le torseur des actions mécaniques exercées par le solide **i** sur le solide **j**, exprimé en A, est noté :

$$\mathcal{T}(i \to j) = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}(i \to j) \\ \vec{M}(A, i \to j) \end{matrix} \right\}_A \quad \text{ou, exprimé dans une base orthonormée } (\vec{x},\vec{y},\vec{z}) : \quad \mathcal{T}(i \to j) = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les dérivées première et seconde d'une quantité $x(t)$ par rapport au temps sont notées $\dot{x}(t) = \dfrac{dx}{dt}$ et $\ddot{x}(t) = \dfrac{d^2x}{dt^2}$.

I.1 — Conditions de non renversement et d'adhérence

On se propose maintenant d'étudier l'influence du mécanisme d'inclinaison de l'habitacle du Clever sur la stabilité de celui-ci dans les virages. En particulier, on va montrer que cette technologie pendulaire lui permet d'avoir une largeur faible, comparée à une voiture qui n'est pas équipée de cette technologie, tout en assurant un non renversement à vitesse élevée.

Le mécanisme d'inclinaison peut être décrit globalement par la **Figure I.1**. Le groupe motopropulseur, comportant entre autres le moteur et les roues arrières, reste en permanence perpendiculaire au sol. La partie avant, constituée de l'habitacle et de la roue avant, peut au contraire s'incliner dans les virages grâce à un mécanisme hydraulique qui sera étudié ultérieurement dans le sujet. Les deux parties du Clever sont reliées par une liaison pivot d'axe parallèle au sol, schématisée sur la **Figure I.1**.

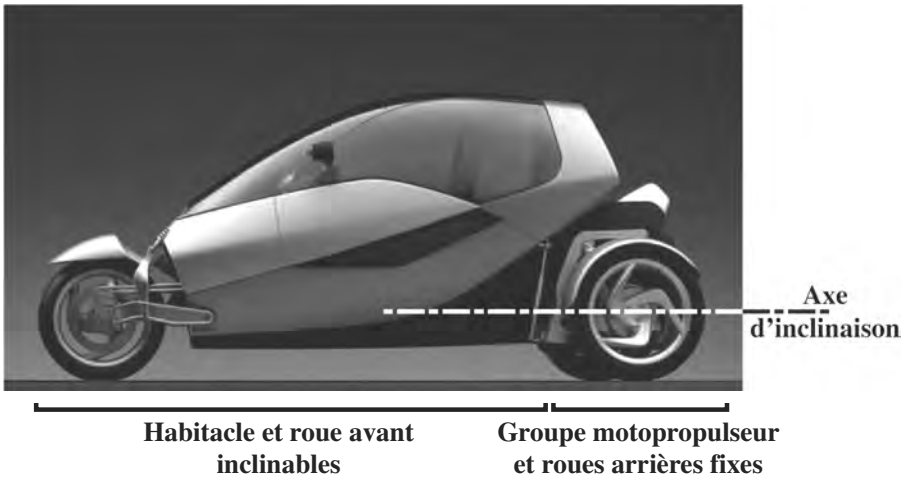


Figure I.1 – Présentation du mécanisme d'inclinaison

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse pas dans un premier temps à la roue avant, ce qui permet de se ramener au système schématisé sur la **Figure I.2**. On donne les caractéristiques géométriques et cinématiques suivantes :

- La route **R** est munie du repère $\mathcal{R}_g = (O, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$. Le référentiel associé est supposé galiléen.
- Le groupe motopropulseur **0** est animé d'un mouvement de rotation par rapport au sol dont le centre instantané de rotation est O. Le rayon de courbure de la trajectoire du point C dans $\mathcal{R}_g$ est R_C. Le repère lié à **0** est $\mathcal{R}_0 = (C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_g$ et on note $\theta = (\vec{x}_g, \vec{x}_0) = (\vec{y}_g, \vec{y}_0)$. On a donc $\overrightarrow{OC} = R_C \vec{x}_0$. On remarquera bien que $\mathcal{R}_0$ est mobile par rapport à $\mathcal{R}_g$.
- L'habitacle **1** est liée au groupe **0** par une liaison pivot d'axe $(C, \vec{y}_0)$. Le repère lié $\mathcal{R}_1 = (C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est tel que $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$. On note $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ l'angle d'inclinaison du système pendulaire. Le centre de gravité de **1** est G tel que $\overrightarrow{CG} = e\vec{z}_1$ et sa masse est m. On note $\mathcal{J}(G, \mathbf{1})$ son opérateur d'inertie en G.
- Les roues arrières **2** et **3** sont liées au groupe **0** par des liaisons pivots d'axe $(C, \vec{x}_0)$.
- Les contacts entre les roues **2** et **3** et la route **R** ont lieu en A et B définis par $\overrightarrow{CA} = \ell/2\,\vec{x}_0 - r\vec{z}_0$ et $\overrightarrow{CB} = -\ell/2\,\vec{x}_0 - r\vec{z}_0$. r désigne le rayon des roues et ℓ la voie arrière du véhicule. Les contacts sont modélisés par des liaisons sphère-plan de centres A et B et de normale $\vec{z}_0$. Le contact dans ces liaisons se fait avec frottement et le coefficient de frottement est noté f (on supposera pour simplifier que les coefficients de frottement et d'adhérence sont identiques). Les actions mécaniques de la route **R** sur les roues **2** et **3** sont modélisées dans le plan $(\vec{x}_0, \vec{z}_0)$ par des glisseurs en A et B de résultantes $\vec{F}(R \to 2) = T_A \vec{x}_0 + N_A \vec{z}_0$ et $\vec{F}(R \to 3) = T_B \vec{x}_0 + N_B \vec{z}_0$.

Dans les questions qui suivent, mises à part la liaison entre **R** et **2** et celle entre **R** et **3**, pour lesquelles le frottement est pris en compte, toutes les liaisons sont considérées parfaites. En outre, on négligera la masse des pièces **0**, **2** et **3** devant celle de l'habitacle **1**. On note $\mathbf{E} = \mathbf{0} \cup \mathbf{1} \cup \mathbf{2} \cup \mathbf{3}$. L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{z}_0$.

On se place dans un cas où le rayon de courbure R_C de la trajectoire du point C, ainsi que la vitesse V de ce point par rapport au référentiel $\mathcal{R}_g$ sont **constants**. L'angle d'inclinaison α du système pendulaire est lui aussi supposé **constant**.

Question 1 Exprimer la vitesse, notée $\vec{V}(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$ en fonction de V, e, R_C et α.

Question 2 Exprimer l'accélération, notée $\vec{a}(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$ en fonction de V, e, R_C et α.

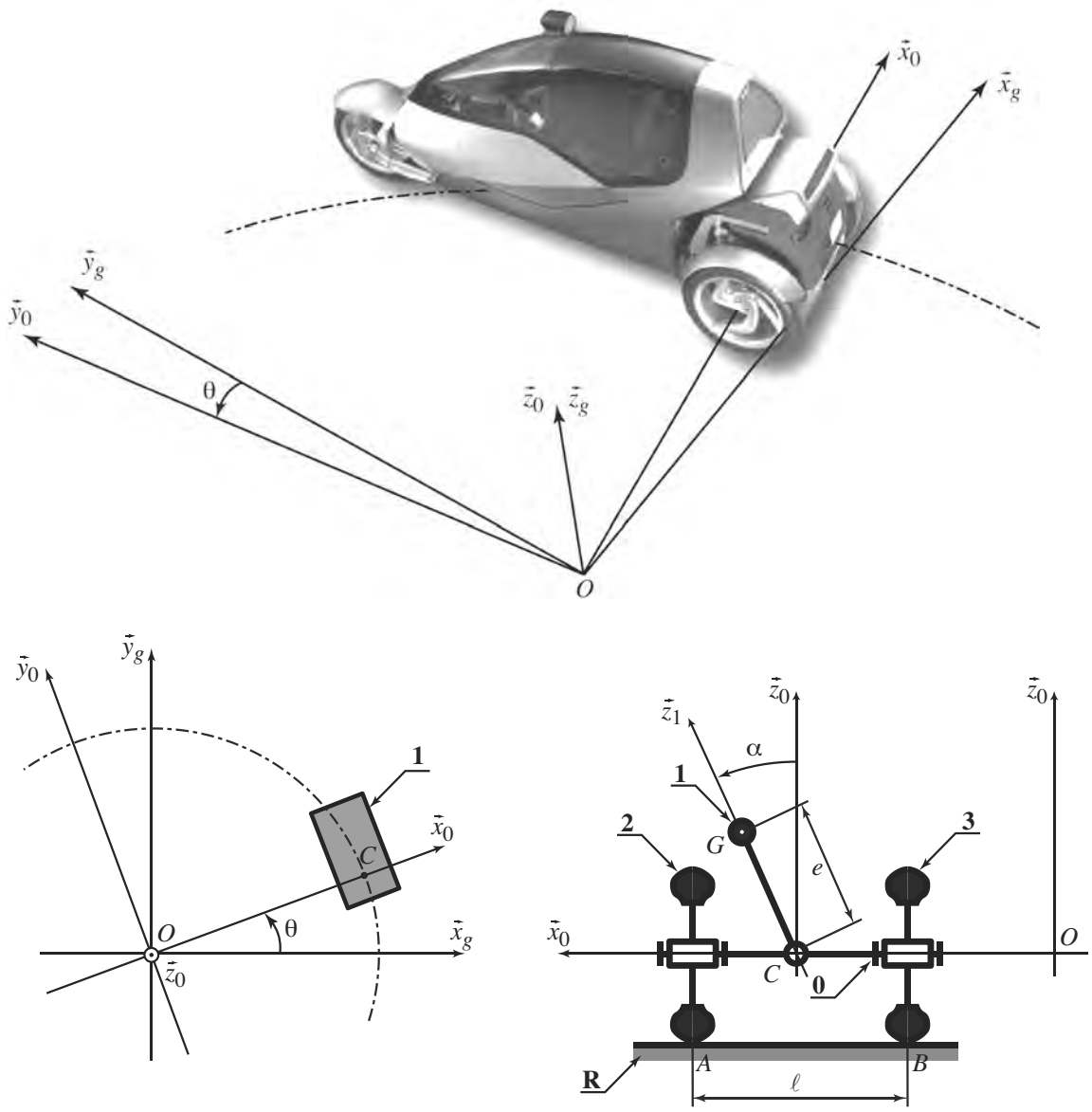


Figure I.2 – Modélisation simplifiée du Clever en position inclinée

Question 3 En rappelant que le rayon R_C, la vitesse V et l'angle α sont supposés constants, calculer le moment dynamique en G, noté $\vec{\delta}(G, \mathbf{E}/\mathcal{R}_g)$, de l'ensemble **E** dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$.

Question 4 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble **E** dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$, écrire les trois équations scalaires qui lient les actions mécaniques de contact entre le sol et les roues T_A, N_A, T_B et N_B aux données du problème.

Question 5 Déduire de ces trois relations l'expression des efforts normaux N_A et N_B en fonction de m, ℓ, r, e, g et R_C, α, V. Tous les autres paramètres étant fixés, une augmentation de la vitesse V risque-t-elle de susciter un décollement de la roue intérieure ou de la roue extérieure au virage ?

Question 6 Déduire de la question précédente la condition de non renversement, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_C aux paramètres ℓ, r, e, g et α, R_C.

Question 7 Exprimer les conditions d'adhérence liant T_A, T_B, N_A, N_B et f. En utilisant les équations qui avaient été montrées précédemment et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, en déduire la condition d'adhérence, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_C aux paramètres e, f, g et α, R_C.

I.2 — Cas d'un véhicule sans architecture pendulaire

Afin de montrer l'intérêt de l'architecture pendulaire comme solution technique à la fonction de service FS3 « S'insérer facilement dans la circulation », on imagine maintenant que le véhicule Clever n'en est pas équipé, ce qui se traduit par la condition $\alpha = 0$.

Question 8 Réécrire les conditions d'adhérence et de non renversement dans ce cas particulier.

On se propose d'étudier la configuration suivante :

rayon d'une roue	$r = 30$ cm	position du centre de gravité	$e = 50$ cm
accélération de la pesanteur	$g = 9,81$ m s^{-2}	coefficient d'adhérence pneu-route	$f = 0,8$

Question 9 Calculer la valeur de la voie arrière du véhicule (largeur ℓ entre les roues arrières) en dessous de laquelle le phénomène limitant la vitesse à laquelle on peut prendre un virage est le risque de renversement et non celui de dérapage. En déduire quel est le phénomène limitant dans le cas d'une voiture traditionnelle (voie de l'ordre de 1,5 m) et dans le cas d'un véhicule étroit comme le Clever (voie égale à 0,9 m) ?

Question 10 Calculer la valeur de la vitesse maximale V à laquelle il est possible de prendre un virage de rayon de courbure $R_C = 20$ m avec un véhicule étroit de voie $\ell = 0,9$ m si celui-ci n'est pas inclinable. On exprimera cette vitesse en km/h. Celle-ci est-elle compatible avec la norme qui prescrit de pouvoir rouler à 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m ?

I.3 — Cas d'un véhicule à architecture pendulaire

On considère maintenant l'architecture pendulaire. L'angle α peut varier dans la plage $[-45°, 45°]$.

Question 11 Commenter le signe de l'angle α pour contribuer au non renversement du Clever dans la configuration de la **Figure I.2** (virage à gauche). Le véhicule doit-il s'incliner vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la trajectoire (comme c'est le cas sur la **Figure I.2** en bas à droite) ?

Le graphique de la **Figure I.3**, page suivante, représente, en fonction de l'angle d'inclinaison α et dans la configuration précédente (même géométrie et rayon de courbure $R_C = 20$ m), l'évolution de vitesse maximale V en dessous de laquelle il n'y a pas renversement.

Question 12 En utilisant la **Figure I.3**, déterminer l'angle d'inclinaison α qu'il faut imposer à l'habitacle pour respecter la norme.

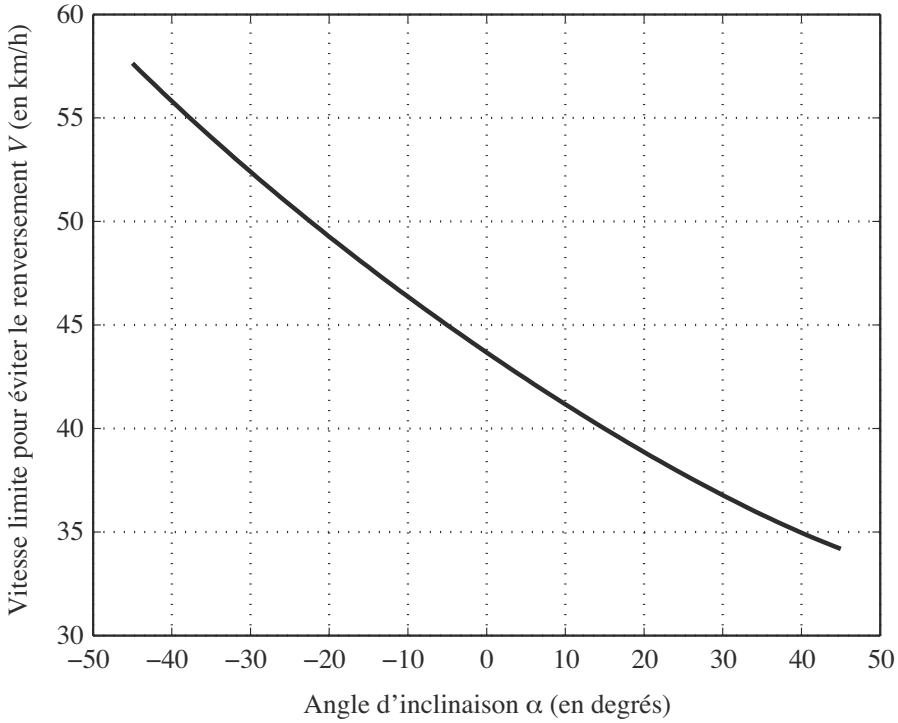


Figure I.3 – Représentation graphique de la condition de non renversement

PARTIE II

Validation des critères principaux de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique »

Objectif. — L'objectif de cette partie est de vérifier l'aptitude de la chaine d'énergie choisie par le constructeur à valider certains critères de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique » qui a été proposée pour assurer la fonction technique FT1 « Modifier l'inclinaison de l'habitacle ». Pour cela, on mettra en place un modèle de comportement suffisamment pertinent pour appréhender les caractéristiques principales du comportement du système réel.

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges relatif aux fonctions techniques FT12 et FT13 (voir FAST du **Cahier Réponses**, question 26).

Fonction technique	Critères d'appréciation	Niveau
FT12 Transmettre la puissance mécanique	• Amplitude de mouvement • Vitesse de rotation	• $-45°$ à $+45°$ • de $-45°$ à $+45°$ en 1,5 s
FT13 Contrôler le mouvement de l'habitacle	• Écart de trainage pour une entrée en rampe unitaire • Écart dynamique • Temps de réponse à 5 % • Marge de phase	• 0° • $< 1°$ • $\leqslant 0{,}1$ s • comprise entre 45° et 50°

II.1 — Conventions d'écriture et hypothèses

En l'absence de précisions complémentaires, le comportement des composants sera supposé en première approximation linéaire, continu et invariant. On se place également dans l'hypothèse des conditions de Heaviside.

On notera, lorsque cela est possible, les fonctions dans le domaine temporel par des lettres minuscules (e.g. $i(t)$) et sa transformée de *Laplace* par une lettre majuscule (soit $I(p)$).

Les données fournies par le capteur sont numériques, tout comme les signaux traités dans la chaîne d'information. La période d'échantillonnage est suffisamment faible pour être négligeable devant la dynamique globale du système. Les différentes variables seront donc toutes considérées comme des fonctions continues du temps.

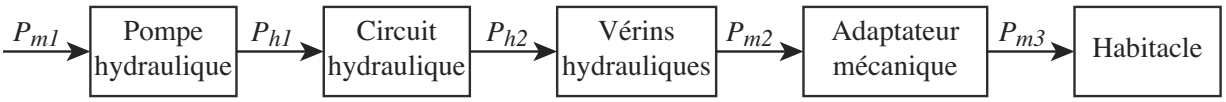
II.2 — Description du système d'inclinaison de l'habitacle

Le système d'inclinaison de l'habitacle est assuré par un système constitué :

– d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation ;
– d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement ;
– d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.

La chaîne de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement est composée (**Figure II.1**) :

– d'une pompe à engrenages actionnée par le moteur à gaz *via* un système de poulies/courroie ;
– d'un circuit hydraulique ;
– de 2 vérins hydrauliques simple effet ;
– d'un système mécanique d'adaptation de mouvement afin de transformer le mouvement de translation des tiges des vérins en rotation de l'habitacle.



P_{mi} : puissance mécanique P_{hi} : puissance hydraulique

Figure II.1 – Chaîne de transmission de puissance

Les deux vérins hydrauliques transforment la puissance hydraulique venant du servo-distributeur afin d'incliner l'habitacle. Ceux-ci sont disposés entre l'habitacle et le châssis du module arrière de propulsion. Le calculateur autorise ou non, l'alimentation en huile de l'un des vérins provoquant la sortie de tige, pendant que l'huile s'évacue de l'autre vérin. Ainsi l'habitacle s'incline du coté opposé au vérin alimenté. Lorsque l'habitacle est en position centrale, les tiges de vérin sont en position médiane.

II.3 — Analyse partielle des éléments de la chaîne de transmission de puissance

II.3.1 — Analyse du circuit hydraulique

Le circuit hydraulique représenté sur la figure du **Cahier Réponses** est composé de 6 modules :

(a) une pompe à engrenages entrainée par le moteur à gaz ;
(b) un clapet anti-retour et une valve de décharge tarée pour s'enclencher à 160 bar et se remettre en position fermée à 100 bar ;
(c) un accumulateur oléopneumatique de volume nominal 1,4 L ;
(d) un limiteur de pression ;
(e) un servo-distributeur à effet proportionnel 4/3 à centre fermé ;
(f) deux vérins simple effet, de diamètre 32 mm pour chaque piston et de 200 mm de course.

Question 13 Sur le **Cahier Réponses**, compléter le câblage du circuit hydraulique à partir du signe « ∗ », ainsi que le schéma du servo-distributeur.

Au démarrage du véhicule, la valve de décharge du module (b) est fermée. Le distributeur à effet proportionnel (e) est en position médiane, les vérins sont donc immobiles. La commande des vérins est initialement bloquée par une temporisation.

Question 14 En considérant les conditions initiales évoquées, expliquer, en commençant à l'instant de démarrage de la pompe, le comportement du circuit hydraulique en précisant clairement les différentes phases de fonctionnement. Quel est l'utilité de la temporisation ? On souhaite remplacer cette temporisation par un capteur. Préciser la grandeur qu'il devra mesurer. Donner un avantage et un inconvénient du remplacement de la temporisation par ce capteur.

II.3.2 — Validation des caractéristiques principales de la pompe et du vérin

Le schéma cinématique du système de transformation de mouvement est précisé sur la **Figure II.2**.

Question 15 Sur la figure du **Cahier Réponses**, déterminer la course des vérins à partir des 2 positions extrêmes (positions angulaires de l'habitacle de $-45°$ et $+45°$). Les vérins conviennent-ils ?

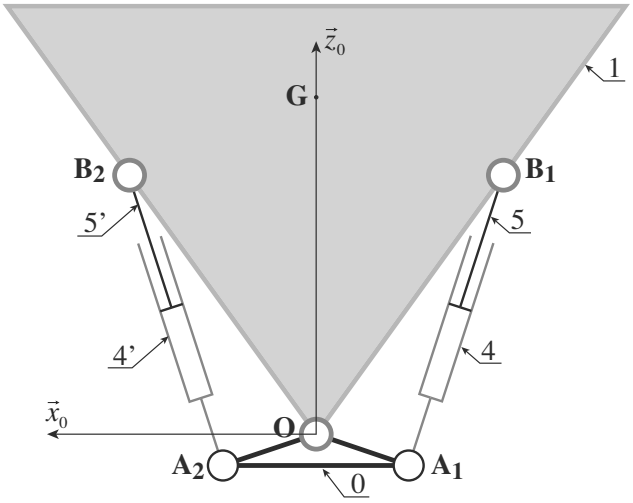


Figure II.2 – Schéma cinématique du modèle mécanique adopté

Le régime du moteur peut varier de 1 700 tr/min à 8 500 tr/min, son régime de croisière étant de 5 500 tr/min.

Question 16 En utilisant les caractéristiques fournies en annexe, proposer une valeur du rapport de réduction du système poulies/courroie reliant le moteur du véhicule à la pompe hydraulique tout en validant l'aptitude de la pompe à fournir le débit moyen permettant le passage d'une position extrême à l'autre en 1,5 s quel que soit le régime moteur du véhicule. Ce critère est-il suffisant pour vérifier l'aptitude de la pompe à fournir le débit nécessaire à chaque instant lors du fonctionnement du système ? Expliquer.

II.3.3 — Montage des vérins

Question 17 Par quelle type de liaison normalisée peut-on modéliser classiquement les contacts entre le corps d'un vérin hydraulique simple effet et l'ensemble {piston-tige} ? Quelle liaison équivalente obtient-on ?

On impose un montage isostatique des vérins.

Question 18 En considérant la liaison équivalente que vous avez déterminée pour les contacts corps du vérin, ensemble {piston-tige}, déterminer le nombre de mobilités m_c du mécanisme modélisé par le schéma cinématique plan de la **Figure II.2**. Déterminer le degré d'hyperstatisme h du modèle. Proposer, en la justifiant, une modélisation des liaisons {vérin-châssis} et {vérin-habitacle} qui rende le montage des vérins isostatique.

II.4 — Détermination du gain statique du servo-distributeur

II.4.1 — Données et hypothèses

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-bloc de la **Figure II.3**.

Le temps de réponse du servo-distributeur est suffisamment faible pour que l'on puisse modéliser son comportement par un gain pur noté K_s. Le comportement du capteur est supposé linéaire dans la gamme d'utilisation qui nous intéresse ici. On pose :

$$H_C(p) = C \qquad \text{avec} \qquad C = 1 \text{ V/rad}$$

Le correcteur est réduit dans un premier temps à un gain pur unitaire.

À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors :

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t)$$

où :

- S représente la section utile du vérin en sortie de tige ;
- q est le débit en entrée de vérin ;
- $\dot{\lambda} = d\lambda/dt$ est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

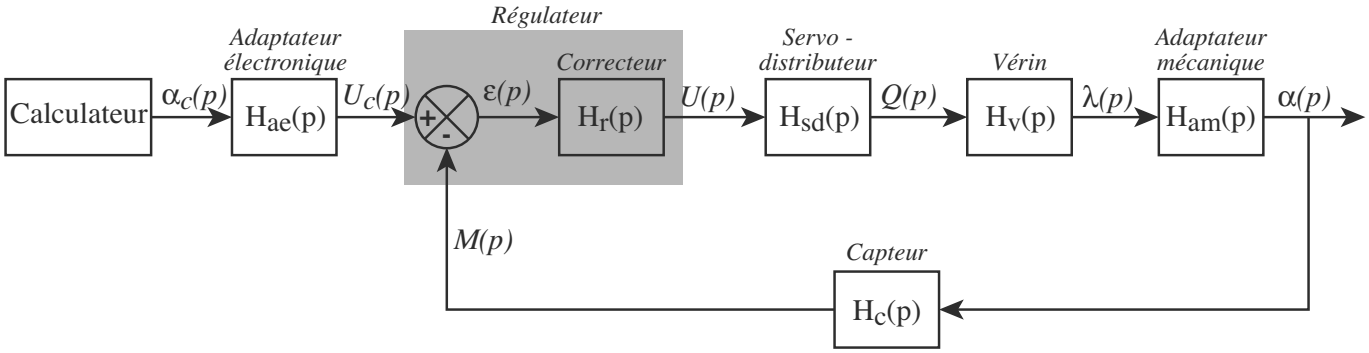
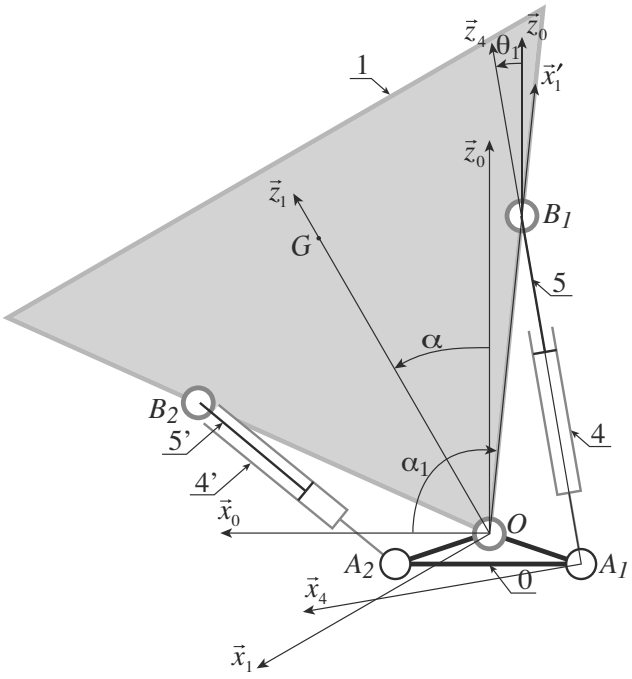


Figure II.3 – Architecture générale du contrôle de l'orientation de l'habitacle

II.4.2 — Détermination de la loi entrée/sortie géométrique de l'adaptateur mécanique

On suppose que le mécanisme étudié admet $(O, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$ comme plan d'étude. Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique de la **Figure II.4**, sur laquelle sont aussi représentées les données géométriques et les paramètres de mouvements qui seront utilisés dans la question suivante afin de simplifier l'étude.



$\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$
$\alpha_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1')$
$\theta_1 = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$
$\overrightarrow{OA_1} = -a\vec{x}_0 - b\vec{z}_0$
$\overrightarrow{A_1B_1} = \lambda_1\vec{z}_4$
$\overrightarrow{OB_1} = L\vec{x}_1'$

Figure II.4 – Paramétrage cinématique adopté pour l'étude analytique

Question 19 Déterminer 2 équations scalaires reliant α_1 (on a $\alpha = \alpha_1 - \alpha_{10}$, avec α_{10} valeur de α_1 pour l'habitacle non-incliné), θ_1 et λ_1 (les directions de projection seront judicieusement choisies). En éliminant le paramètre θ_1, mettre la relation entre α_1 et λ_1 sous la forme :

$$\cos(\alpha_1 + \psi) = \frac{A}{B}$$

en précisant les expressions de ψ, A et B en fonction de a, b, L et λ_1.

Le tracé de cette relation est laborieux sans moyen numérique. Aussi, il vous est proposé de déterminer la position de certains points de la courbe $\alpha(\lambda_1)$ en prenant 2 positions d'inclinaison de l'habitacle entre 0 et 45°. On obtient ainsi 7 points pour la plage de variation de α (de $-45°$ à $+45°$). Pour cela, on adopte le paramétrage de la **Figure II.5** en prenant comme origine des angles la position « habitacle non-incliné ».

Question 20 Représenter sur la figure du **Cahier Réponses** les positions des points B_1 et B_2 pour les 2 positions angulaires choisies. Tracer l'évolution de α en fonction de λ_1 pour α compris entre $-45°$ et $+45°$. Est-il possible de décrire cette courbe par une fonction linéaire en prenant comme origine les valeurs des paramètres pour la position « habitacle non-incliné » (on définit alors le paramètre λ tel que : $\lambda = \lambda_1 - \lambda_{10}$) ? Si oui, donner une valeur approximative de sa pente, paramètre noté R pour la suite.

II.4.3 — Détermination du gain du servo-distributeur

On considère le schéma-bloc du **Cahier Réponses**.

Question 21 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{V1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{V1}(p)\ Q(p)$) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Question 22 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_1$ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p)\ \alpha_C(p)$) du système bouclé. La mettre sous la forme :

$$FTBF_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$$

en précisant les expressions de K_1 et de τ_1. À partir du critère de temps de réponse à 5 % ($t_{r5\%}$) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

II.4.4 — Analyse des caractéristiques prévues par le modèle

On cherche ici à déterminer les caractéristiques de la régulation de la position angulaire de l'habitacle prévu par le modèle construit précédemment.

Question 23 Déterminer l'écart de traînage ε_{tr} prévu par le modèle actuel. Le critère de précision statique est-il satisfait ?

On place un intégrateur dans le régulateur. On a alors :

$$H_r(p) = \frac{1}{p}$$

Question 24 Le critère de précision statique est-il satisfait ?

Question 25 Donner la valeur de la marge de phase. Conclure.

II.4.5 — Synthèse

Question 26 À partir des informations contenues dans le sujet, compléter le diagramme FAST du **Cahier Réponses**.

II.5 — Modélisation du comportement dynamique

L'hypothèse d'incompressibilité formulée dans la partie précédente conduit à un modèle purement cinématique qui ne tient pas compte des effets dynamiques. On choisit d'utiliser un modèle de fluide compressible pour affiner l'analyse du comportement dynamique. L'étude est réalisée en considérant le véhicule Clever à l'arrêt en vue d'effectuer des premiers tests.

II.5.1 — Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) \quad (1) \qquad \text{et} \qquad F_V(t) = S\, p_r(t) \quad (2)$$

où :

- $p_r(t)$: pression utile dans le vérin ;
- V_0 : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites ; $V_0 = 2{,}5\ 10^{-5}$ m^3
- B : coefficient de compressibilité du fluide ; $B = 10^9$ Pa
- $F_V(t)$: effort développé par le vérin en sortie de tige ;
- S : section utile du vérin en sortie de tige.

Question 27 Appliquer la transformation de *Laplace* aux équations précédentes et compléter les parties grisées du schéma-bloc du **Cahier Réponses**.

II.5.2 — Modélisation du comportement dynamique du mécanisme

On cherche à déterminer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin, de l'ensemble habitacle et mécanisme de transformation de mouvement actionnés par le vérin. Pour cela, on adopte les hypothèses suivantes :

- le référentiel associé au châssis **0** du véhicule Clever est supposé galiléen (ceci revient, par rapport à l'étude de la **Partie I**, à supposer le châssis fixe par rapport au référentiel lié à la route durant la phase d'inclinaison) ;
- la puissance dissipée engendrée par l'inclinaison de l'habitacle au niveau du contact roue/sol est négligée ;
- les liaisons sont supposées parfaites.

Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique de la **Figure II.5**, ainsi que les données géométriques et les paramètres de mouvement. On note m la masse de l'habitacle et $J_1 = 175$ kg m^2 son moment d'inertie par rapport à l'axe $(O, \vec{y}_0)$. Les caractéristiques utiles des vérins sont données en annexe.

Question 28 Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides $\{\mathbf{1},\mathbf{4},\mathbf{5}\}$ en fonction des paramètres cinématiques $\dot{\alpha}$, $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\lambda}$.

Pour simplifier la suite de l'étude, on se place autour de la position non-inclinée de l'habitacle. On définit alors le paramètre angulaire θ tel que : $\theta = \theta_1 - \theta_{10}$. La figure du **Cahier Réponses** donne l'évolution du paramètre θ en fonction de λ. On cherche à linéariser cette fonction sous la forme $\theta = T\lambda$.

Question 29 Déterminer une valeur numérique approximative de T.

Les valeurs numériques de R et T étant proches on prendra pour la suite du sujet : $R = T = 7{,}5$ rad m^{-1}.

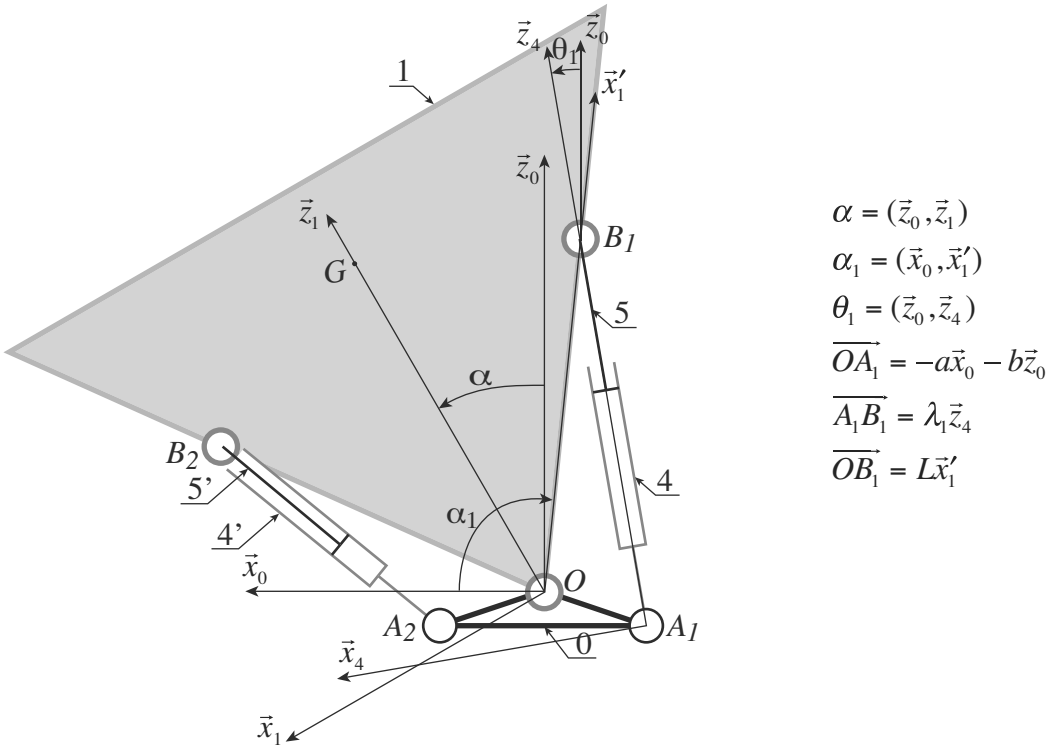


Figure II.5 – Schema cinématique du modèle mécanique adopté

Question 30 Exprimer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin en fonction des caractéristiques cinétiques des pièces et des paramètres géométriques en précisant clairement la méthode utilisée pour définir cette grandeur. À partir des données de l'**Annexe A**, montrer que les termes d'inertie liés aux 2 vérins sont faibles par rapport à celui associé à l'habitacle.

Question 31 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\{1,4,5\}$ en négligeant les termes dus aux puissances des poids de 4 et 5. Écrire le résultat sous la forme :

$$F_V + k_g\lambda = M_{eq}\ddot{\lambda}$$

en donnant l'expression du paramètre k_g. Appliquer la transformation de *Laplace* à l'équation précédente et compléter le schéma-bloc du **Cahier Réponses** dans lequel la variable $V(p)$ correspond à $\mathcal{L}(\dot{\lambda}(t))$.

II.5.3 — Analyse du comportement global

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement décrit par le modèle de fluide compressible. Afin de valider le modèle établi, on se propose d'étudier le comportement en boucle fermée de la chaîne fonctionnelle de commande du vérin.

Question 32 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} (telle que $\lambda(p) = H_{V2}(p)\ Q(p)$) et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique :

$$H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p\left(1 + \dfrac{p^2}{\omega_V^2}\right)}$$

Question 33 Montrer à partir des valeurs numériques des termes de ω_V et de K_V que le terme k_g peut être négligé (on rappelle : $e = 0.5$ m). Ceci revient à enlever le bloc associé à ce paramètre du schéma bloc. **On conservera cette simplification dans toute la suite du sujet**.

Question 34 Déterminer sous forme littérale la fonction de transfert du système asservi et, par application du critère Routh, discuter de la stabilité du système ainsi modélisé. Conclure sur le modèle de comportement du vérin établi dans cette partie.

II.5.4 — Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression du débit est alors :

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta p_r(t) \qquad \text{où } \delta \text{ représente le coefficient de débit de fuite}$$

Question 35 Proposer une modification du schéma-bloc donné sur le **Cahier Réponses** afin de prendre en compte le débit de fuite.
Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} (telle que $\lambda(p) = H_{V3}(p)\ Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante :

$$H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p\left(1 + a_1 p + \dfrac{p^2}{\omega_V^2}\right)}$$

Donner l'expression de a_1 en fonction de M_{eq}, δ et S, et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq}, δ, S, B et V_0.

II.5.5 — Analyse du comportement global et détermination de la valeur limite du coefficient de débit de fuite

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement dynamique prévu par le modèle développé précédemment. Pour cela, on considère le système modélisé par le schéma bloc de la **Figure II.3**.

Question 36 Déterminer la valeur numérique de ω_V.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on prendra les valeurs numériques suivantes :

$C = 1$ V/rad $\qquad K_S = 65\ 10^{-4}$ m^3 s^{-1} V^{-1}
$K_V = 1,25\ 10^3$ m^{-2} s $\qquad R = 7,5$ rad/m

Question 37 Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_1$ du système asservi, avec :

$$M(p) = FTBO_1(p)\ \varepsilon(p)$$

Question 38 Déterminer la valeur limite de ξ_V assurant la stabilité du modèle. À partir de l'expression de ξ_V déterminer la valeur numérique limite du coefficient de débit de fuite δ.

PARTIE III

Validation des critères principaux de la fonction technique « Contrôler le mouvement de l'habitacle »

Objectif. — L'objectif de cette partie est de définir le correcteur et de déterminer les valeurs numériques de ses paramètres caractéristiques, afin d'obtenir un asservissement en poursuite du mouvement de l'habitacle validant les critères de la fonction technique FT13 « Contrôler le mouvement de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer la fonction technique FT1 « Modifier l'inclinaison de l'habitacle ».

III.1 — Synthèse des résultats obtenus précédemment

On considère le schéma-bloc de la **Figure III.1** avec :

$$H_C(p) = C, \qquad H_{sd}(p) = K_S, \qquad H_{am}(p) = R \qquad \text{et} \qquad H_V(p) = \frac{K_V}{p\left(1 + 2\frac{\xi_V}{\omega_V}p + \frac{p^2}{\omega_V^2}\right)}$$

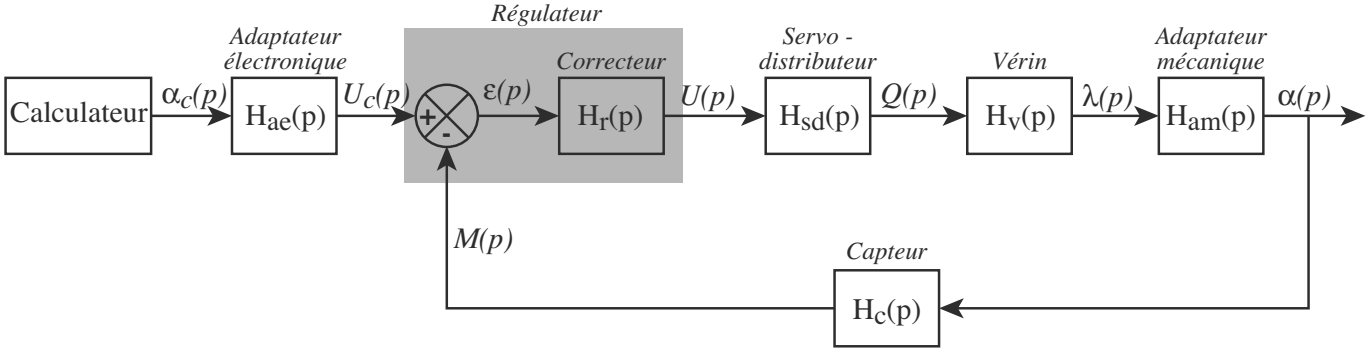


Figure III.1 – Architecture générale du contrôle de l'orientation de l'habitacle

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on prendra les valeurs numériques suivantes :

$$C = 1 \text{ V rad}^{-1} \qquad K_S = 3\ 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1} \qquad K_V = 1{,}25\ 10^3 \text{ s m}^{-2}$$
$$\omega_V = 50 \text{ rad s}^{-1} \qquad \xi_V = 0{,}5 \qquad R = 7{,}5 \text{ rad m}^{-1}$$

Le tableau suivant rappelle les critères et niveaux associés à la fonction technique FT13.

Fonction technique	Critères d'appréciation	Niveau
FT13 Contrôler le mouvement de l'habitacle	• Écart de trainage pour une entrée en rampe unitaire • Écart dynamique • Temps de réponse à 5 % • Marge de phase • Bande passante à -3dB	• 0° • $< 1°$ • $\leqslant 0{,}1$ s • comprise entre 45° et 50° • comprise entre 50 et 70 rad/s

Tournez la page S.V.P.

Le temps de réponse de l'adaptateur électronique est suffisamment faible comparativement aux temps caractéristiques des autres systèmes pour que l'on puisse modéliser son comportement temporel par un gain pur K_{ae}.

Question 39 Donner l'expression de K_{ae} pour que l'écart $\varepsilon(t)$ ait un sens.

III.2 — Première correction

Afin de répondre au critère du cahier des charges concernant la précision statique du système, on choisit de placer un intégrateur comme premier correcteur : $H_r(p) = \dfrac{K_i}{p}$.

Question 40 On donne sur le **Cahier Réponses** le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_2$ du système asservi pour $K_i = 1$ et telle que $M(p) = FTBO_2(p)\,\varepsilon(p)$. Déterminer, en expliquant clairement la méthode employée, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la dynamique souhaitée.

Question 41 Combien de correcteurs à avance de phase réglés pour apporter chacun 50° au maximum faudrait-il incorporer dans le régulateur pour satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges ?

On souhaite réaliser une simulation du comportement temporel du système ainsi corrigé pour un passage de 0 à 45° de l'habitacle en 0,75 s. Le signal de consigne est donné sur la **Figure III.2**. Le logiciel de simulation ne possède pas de bloc de signal d'entrée correspondant à ce type de fonction, mais il est possible d'utiliser des blocs de type « rampe » possédant les critères :

- pente de la rampe ;
- instant de départ de la rampe.

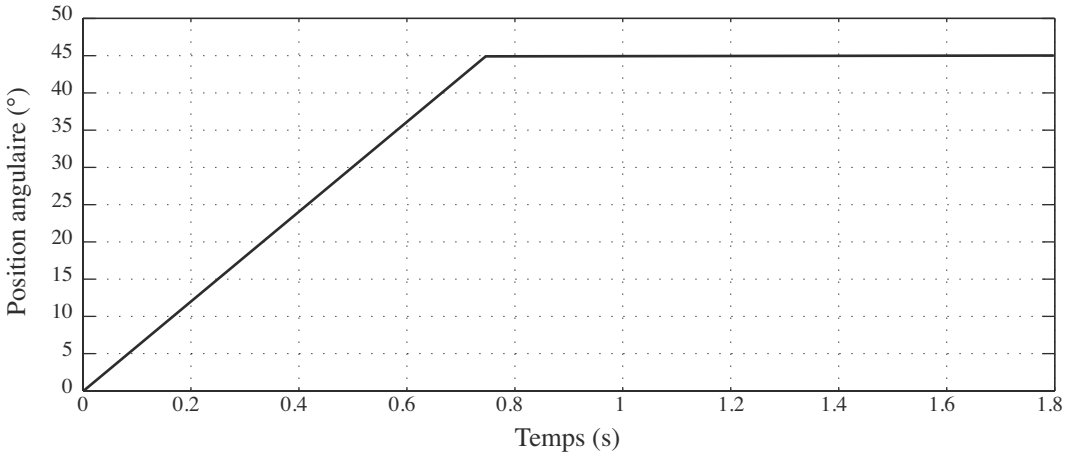


Figure III.2 – Signal de consigne pour une simulation d'une rotation de 0 à 45° en 0,75 s

Question 42 Donner les paramètres à entrer dans les 2 blocs de type « rampes » et préciser l'opération mathématique à effectuer entre les deux blocs afin d'obtenir le signal présenté sur la **Figure III.2**.

La réponse obtenue par la simulation est présentée sur la **Figure III.3**.

Question 43 Quels sont les critères non satisfaits ?

III.3 — Deuxième correction

Plusieurs réglages du correcteur précédent ont été réalisés mais aucun n'a pu apporter satisfaction quant aux différents critères du cahier des charges. Le problème de fond ici est lié au fait que la pulsation de coupure ω_v du mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin est inférieure à la pulsation à 0 dB souhaitée pour garantir

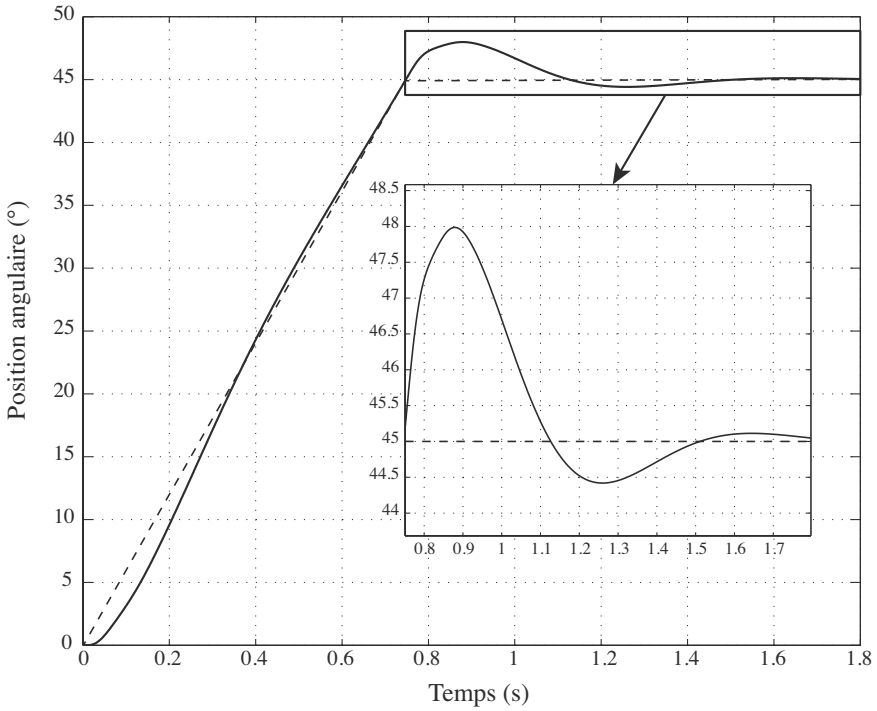


Figure III.3 – Résultat de la simulation du passage de 0 à 45° en 0,75 s

une dynamique suffisante du système bouclé. On souhaite donc augmenter la valeur de la pulsation de coupure ω_v afin de garantir au moins deux décades d'écart avec la pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Question 44 Quelle valeur de diamètre du vérin permet de vérifier la condition précédente. Cette valeur est-elle réaliste ?

On décide alors de remédier à ce problème par un filtre électronique du second ordre de type *Notch* de fonction de transfert :

$$H_N(p) = \frac{1 + \frac{2\xi_n}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\xi_d}{\omega_d}p + \frac{p^2}{\omega_d^2}}$$

Le réglage optimum du correcteur doit compenser parfaitement le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin. Pour cela, on effectue un essai afin d'identifier les caractéristiques de ce mode. Aucun réglage spécifique du débit de fuite n'a été réalisé, la compensation du mode rendant inutile cette étape.

Une tension de consigne $u_e(t) = 0,02u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) est envoyée en entrée du servo-distributeur. Une génératrice tachymétrique, dont le comportement est modélisé par un gain pur $K_{gt} = 2$ V rad^{-1}s, mesure la vitesse de rotation de l'habitacle. Cette tension est notée $m_\omega(t)$. Le résultat de cet essai est donné sur la **Figure de la question 46 du Cahier Réponses**.

Question 45 Compléter sur le **Cahier Réponses** le schéma-bloc représentant cet essai et déterminer la fonction de transfert H_{essai} telle que : $M_\Omega(p) = H_{essai}(p)U_e(p)$.

Question 46 En vous aidant du graphe de la **Figure III.4**, déterminer les valeurs numériques expérimentales de ω_v et ξ_v à partir de la courbe obtenue expérimentalement tracée sur le **Cahier Réponses**.

Question 47 Quels inconvénients sur le comportement réel du système peuvent découler de cette méthode consistant à vouloir compenser le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin par ce type de filtre électronique ?

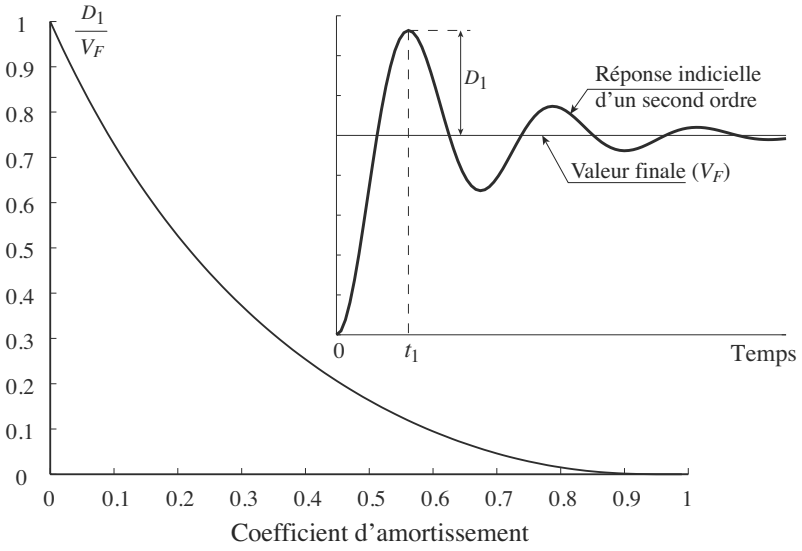


Figure III.4 – Évolution du premier dépassement relatif à la valeur finale en fonction du coefficient d'amortissement (pour une fonction de transfert du second ordre)

On suppose par la suite que le numérateur du filtre Notch compense parfaitement le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin. On adopte les caractéristiques suivantes pour le dénominateur :

- $\omega_d = 1000$ rad s^{-1} ;
- $\xi_d = 1$.

Afin de satisfaire le critère de précision statique du cahier des charges on place un premier correcteur de type intégrateur non unitaire de fonction de transfert :

$$H_{cor2}(p) = \frac{K_{i2}}{p}$$

La valeur de K_{i2} est déterminée afin d'obtenir une pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte de 65 rad s^{-1}. Le diagramme de Bode de cette fonction de transfert est donné sur la **Figure III.5**.

On complète le régulateur par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert :

$$H_{av}(p) = K_{av}\frac{1 + a_{av}\tau_{av}p}{1 + \tau_{av}p} \qquad \text{avec} \qquad a_{av} > 1.$$

Question 48 Déterminer les valeurs approximatives des paramètres a_{av}, τ_{av} et K_{av} qui permettent de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges tout en conservant une pulsation à 0 dB de 65 rad s^{-1}.

Le régulateur étant *a priori* optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0,75 s). La tension délivrée par le capteur angulaire est récupérée par un convertisseur analogique-numérique afin de tracer sur un ordinateur l'évolution temporelle de l'inclinaison de l'habitacle mesurée en degrés. Les deux courbes sont données sur la **Figure III.6**.

Question 49 Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

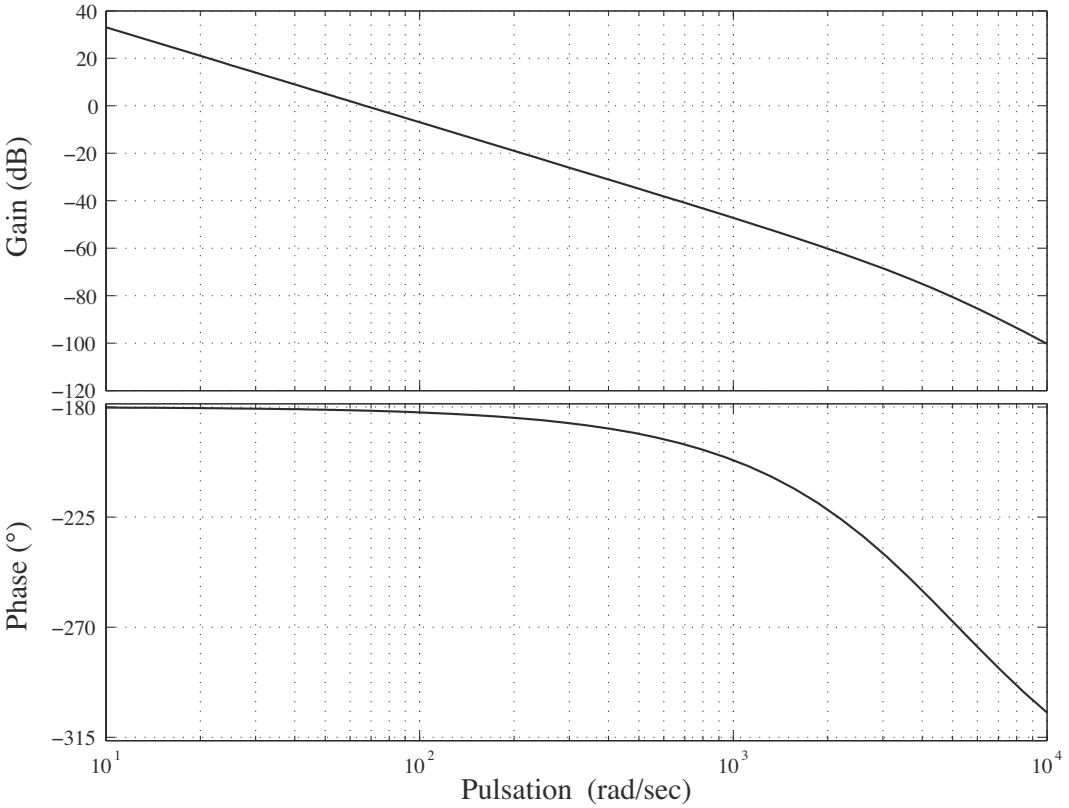


Figure III.5 – Diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte après correction intégrale

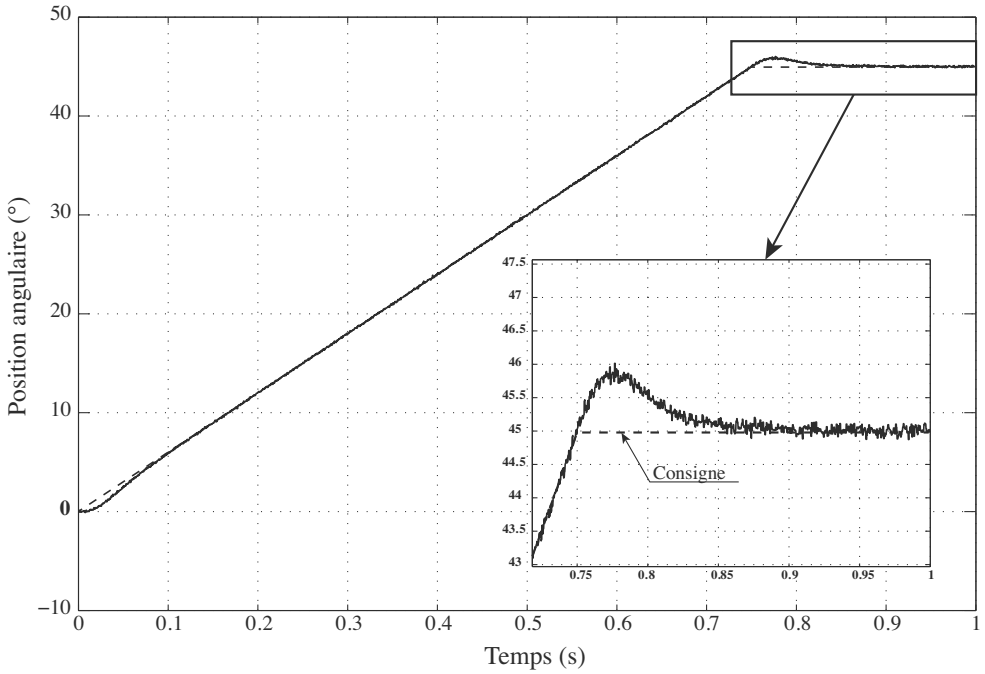


Figure III.6 – Essai de validation : passage de 0 à 45° en 0,75 s

DOCUMENT ANNEXE

Tournez la page S.V.P.

ANNEXE

A Caractéristiques utiles

A.1 — Caractéristiques des vérins

Les deux vérins hydrauliques sont simple effet. Leurs caractéristiques utiles pour l'étude sont :

- diamètre du piston : 32 mm ;
- course : 200 mm ;
- pression maximum d'utilisation : 160 bar ;
- masse de la tige : 300 g ;
- position du centre de gravité de l'ensemble {tige-piston} : G_5 tel que $\overrightarrow{B_1G_5} = -d_5\vec{z}_4$, avec $d_5 = 140$mm
- matrice d'inertie de l'ensemble {tige-piston} donnée au centre de gravité (kg m^2) :

$$\mathcal{I}(G_5,5) : \begin{pmatrix} A_5 & 0 & 0 \\ 0 & A_5 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix}_{(x_4,y_4,z_4)} \text{, avec : } A_5 = 4\ 10^{-3} \text{ et } C_5 = 1,5\ 10^{-5}$$

- masse du corps : 1 kg ;
- matrice d'inertie du corps en fond de vérin (kg m^2) :

$$\mathcal{I}(A_1,4) : \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(x_4,y_4,z_4)} \text{, avec : } A_4 = 2\ 10^{-2} \text{ et } C_4 = 3,5\ 10^{-4}$$

A.2 — Caractéristiques de la pompe

La pompe hydraulique est une pompe à engrenages de caractéristiques principales :

- cylindrée : 11,5 cm^3/tr ;
- pression maximum d'utilisation : 220 bar ;
- plage de vitesse de rotation : de 600 à 4000 tr/min.

A.3 — Caractéristiques fréquentielles d'un correcteur à avance de phase

Sur la **Figure A.1** sont précisés les diagrammes de Bode d'un correcteur à avance de phase de fonction de transfert :

$$H_{av}(p) = K_{av}\frac{1 + a_{av}\tau_{av}p}{1 + \tau_{av}p} \qquad \text{avec} \qquad a_{av} > 1.$$

La phase maximum φ_m est reliée au paramètre a_{av} par la relation suivante :

$$\varphi_m = \arcsin\left(\frac{a_{av} - 1}{a_{av} + 1}\right)$$

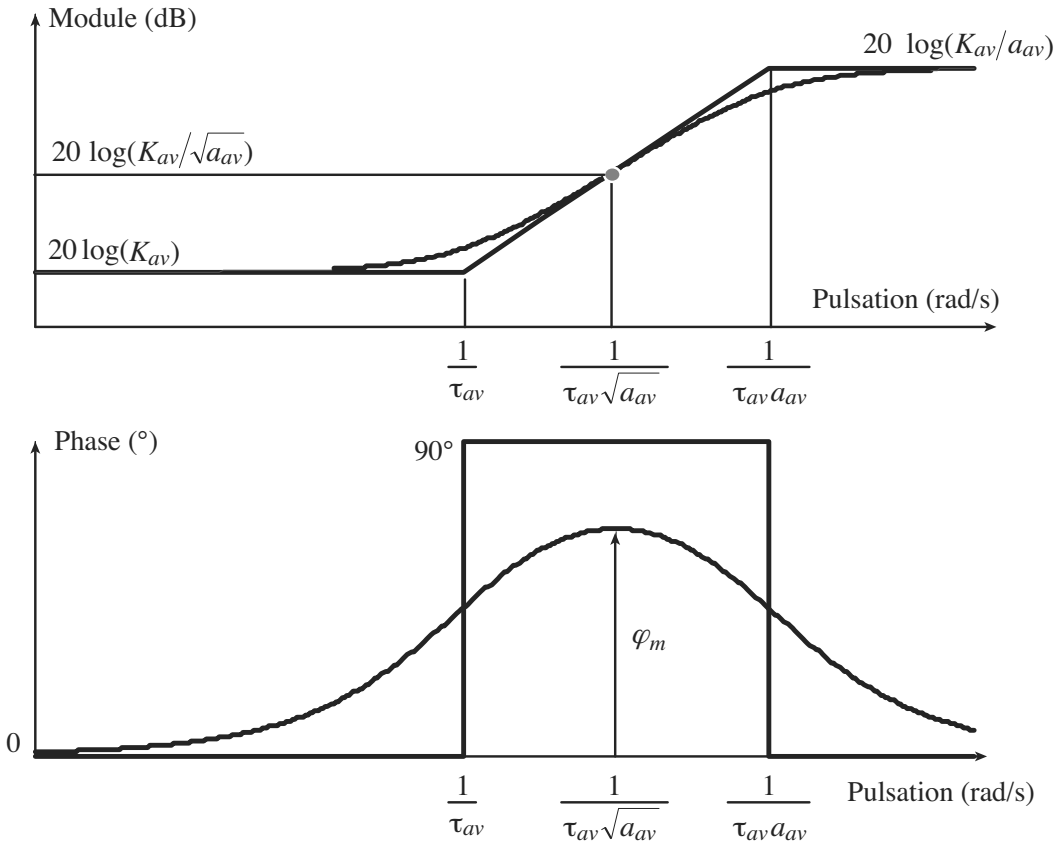


Figure A.1 – Diagrammes de Bode d'un correcteur à avance de phase

L'usage de calculatrices est interdit.

Cahier réponses

Épreuve de Sciences Industrielles A

Banque PT - 2013

B

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

PARTIE

Validation de la fonction technique ≪ Modifier l'inclinaison de l'habitacle ≫

Question 1 Exprimer la vitesse, notée $\vec{V}(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$ en fonction de V, e, R_C et α.

$\vec{V}(G/\mathcal{R}_g) =$

Question 2 Exprimer l'accélération, notée $\vec{a}(G/\mathcal{R}_g)$, du point G dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$ en fonction de V, e, R_C et α.

$\vec{a}(G/\mathcal{R}_g) =$

Question 3 En rappelant que le rayon R_C, la vitesse V et l'angle α sont supposés constants, calculer le moment dynamique en G, noté $\vec{\delta}(G,\mathbf{E}/\mathcal{R}_g)$, de l'ensemble $\mathbf{E}$ dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$.

$\vec{\delta}(G,\mathbf{E}/\mathcal{R}_g) =$

Question 4 Donner les trois équations scalaires liant les actions mécaniques de contact entre le sol et les roues T_A, N_A, T_B et N_B aux données du problème.

Question 5 Exprimer les efforts normaux N_A et N_B en fonction de m, ℓ, r, e, g et R_C, α, V. Tous les autres paramètres étant fixés, une augmentation de la vitesse V risque-t-elle de susciter un décollement de la roue intérieure ou de la roue extérieure au virage ?

Question 6 Déduire de la question précédente la condition de non renversement, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_C aux paramètres ℓ, r, e, g et α, R_C.

$$\frac{V^2}{R_C} <$$

Question 7 Exprimer les conditions d'adhérence liant T_A, T_B, N_A, N_B et f. En déduire la condition d'adhérence, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport V^2/R_C aux paramètres e, f, g et α, R_C.

$$\frac{V^2}{R_C} <$$

Question 8 Réécrire les conditions d'adhérence et de non renversement dans ce cas particulier.

Adhérence si $\frac{V^2}{R_C} <$

Non renversement si $\frac{V^2}{R_C} <$

Question 9 Calculer la valeur de la voie arrière ℓ du véhicule en dessous de laquelle le phénomène limitant la vitesse à laquelle on peut prendre un virage est le risque de renversement et non celui de dérapage. En déduite quel est le phénomène limitant dans le cas d'une voiture traditionnelle (voie de l'ordre de 1,5 m) et dans le cas d'un véhicule étroit comme le Clever (voie égale à 0,9 m) ?

Question 10 Calculer la valeur de la vitesse maximale V à laquelle il est possible de prendre un virage de rayon de courbure $R_C = 20$ m avec un véhicule étroit de voie $\ell = 0,9$ m si celui-ci n'est pas inclinable. On exprimera cette vitesse km/h. Celle-ci est-elle compatible avec la norme qui prescrit de pouvoir rouler à 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m ?

Question 11 Commenter le signe de l'angle α pour contribuer au non renversement du Clever dans la configuration de la **Figure I.2** (virage à gauche). Le véhicule doit-il s'incliner vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la trajectoire (comme c'est le cas sur la figure) ?

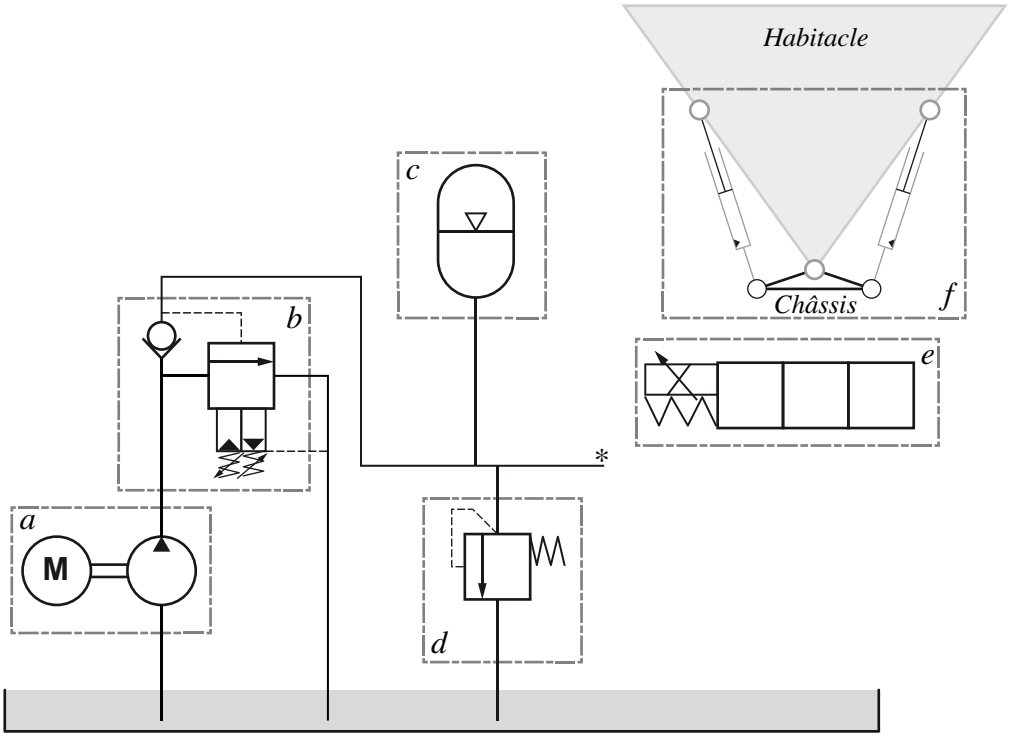
Question 12 Déterminer l'angle d'inclinaison α qu'il faut imposer à l'habitacle pour respecter la norme.

Tournez la page S.V.P.

PARTIE II

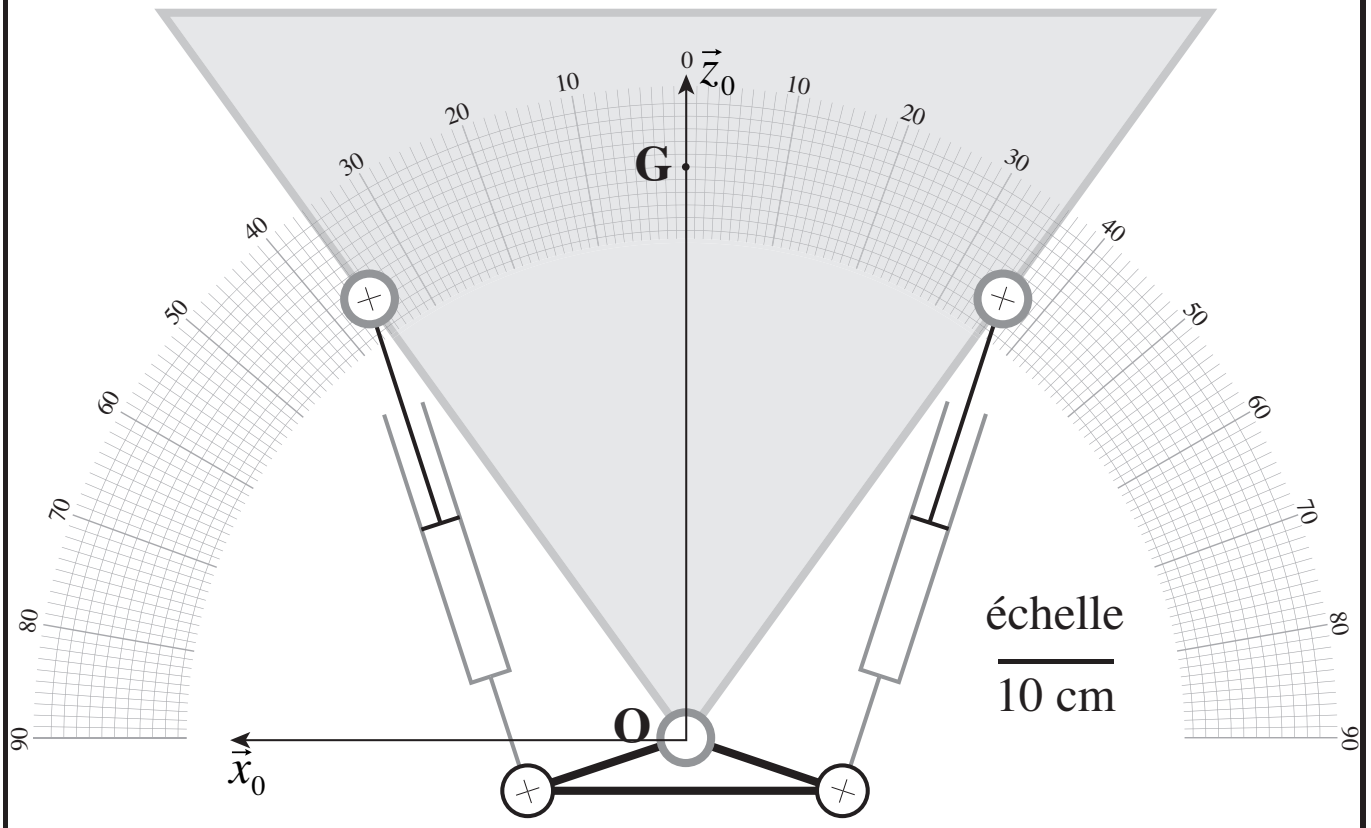
Validation des critères principaux de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique »

Question 13 Compléter le câblage du circuit à partir du signe « ∗ », ainsi que le schéma du servo-distributeur.



Question 14 Expliquer, en commençant à l'instant de démarrage de la pompe, le comportement du circuit hydraulique en précisant clairement les différentes phases de fonctionnement. Quel est l'utilité de la temporisation ? On souhaite remplacer cette temporisation par un capteur. Préciser la grandeur qu'il devra mesurer. Donner un avantage et un inconvénient du remplacement de la temporisation par ce capteur.

Question 15 Déterminer la course du vérin à partir des 2 positions extrêmes (positions angulaires de l'habitacle de $-45°$ et $+45°$). Le vérin convient-il ?



Question 16 Proposer une valeur du rapport de réduction du système *poulies/courroie* reliant le moteur du véhicule à la pompe hydraulique tout en validant l'aptitude de la pompe à fournir le débit moyen permettant le passage d'une position extrême à l'autre en $1,5s$ quel que soit le régime moteur du véhicule. Ce critère est-il suffisant pour vérifier l'aptitude de la pompe à fournir le débit nécessaire à chaque instant lors du fonctionnement du système ? Expliquer.

Question 17 Par quelle type de liaison normalisée peut-on modéliser classiquement les contacts entre le corps d'un vérin hydraulique simple effet et l'ensemble {piston-tige} ? Quelle liaison équivalente obtient-on ?

Question 18 Déterminer le nombre de mobilités m_c du mécanisme modélisé par le schéma cinématique plan. Déterminer le degré d'hyperstatisme h du modèle. Proposer, en la justifiant, une modélisation des liaisons {vérin-châssis} et {vérin-habitacle} qui rende le montage des vérins isostatique.

$m_c =$

$h =$

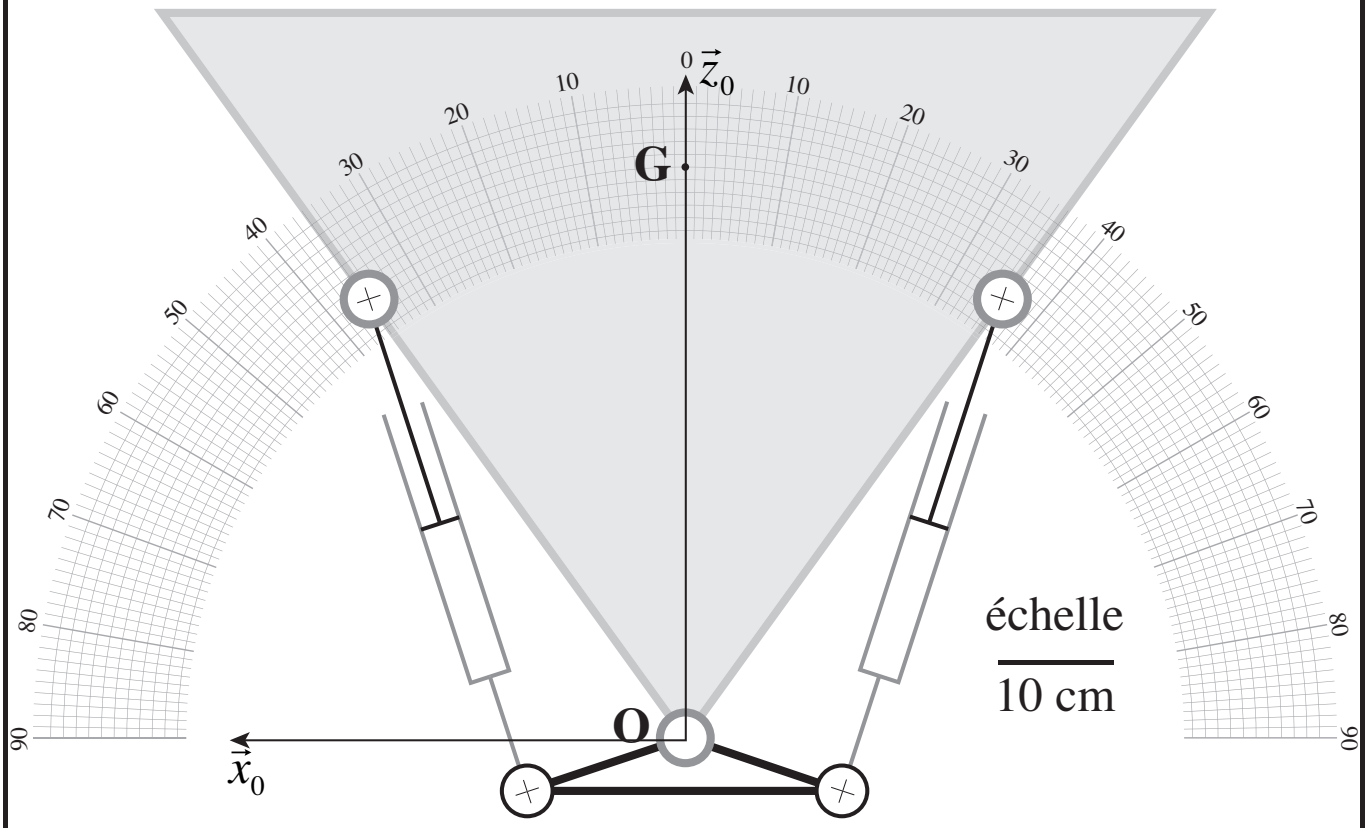
Question 19 Déterminer 2 équations scalaires reliant α_1, θ_1 et λ_1 (les directions de projection seront judicieusement choisies). Eliminer le paramètre θ_1. Préciser les expression de ψ, A et B en fonction de a, b, L et λ.

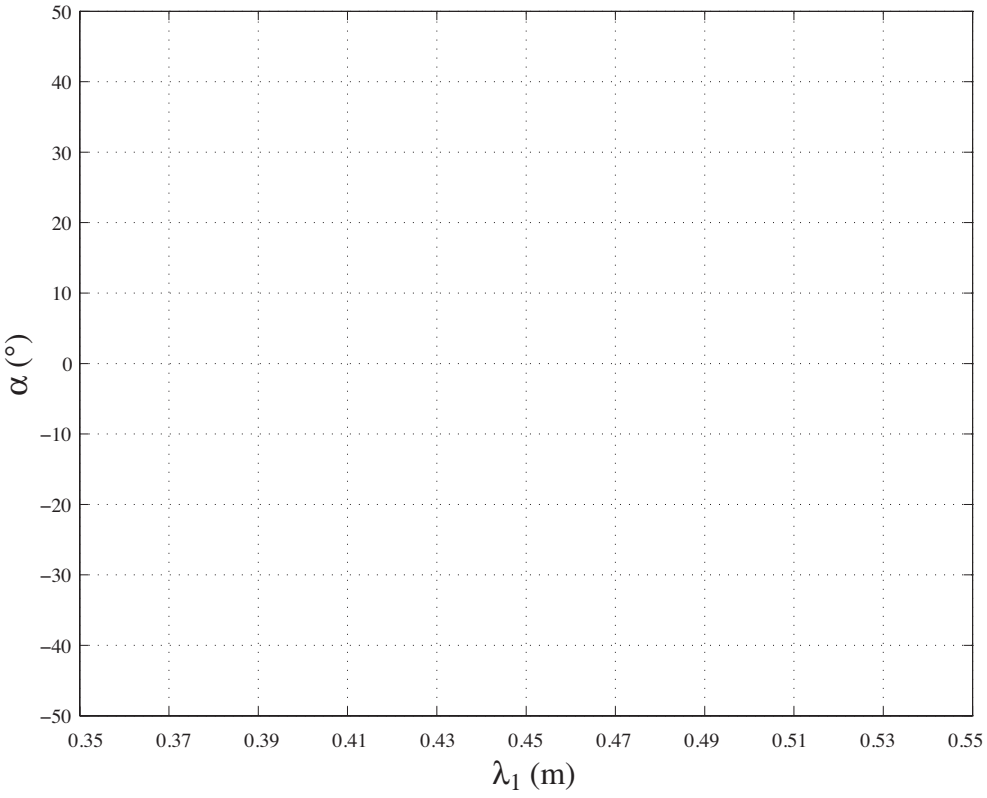
$\psi =$

$A =$

$B =$

Question 20 Représenter les positions des points A et B pour les 2 positions angulaires choisies. Tracer l'évolution de α en fonction de λ_1 pour α compris entre $-45°$ et $+45°$. Est-il possible de décrire cette courbe par une fonction linéaire ? Si oui, donner une valeur approximative de sa pente, paramètre noté R.

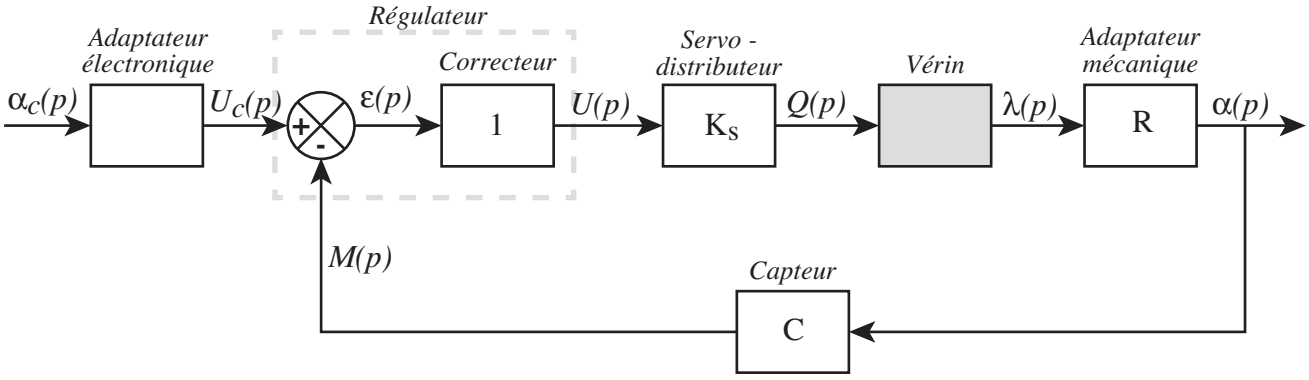




$R =$

Question 21 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{V1}(p)$ et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

$H_{V1}(p) =$



Question 22 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système bouclé $FTBF_1(p)$ en précisant les expressions de K_1 et de τ_1. À partir du critère de temps de réponse à 5 pourcents ($t_{r5\%}$) du système, déterminer la valeur minimale du gain du servo-distributeur.

$FTBF_1(p) =$

$K_1 =$

$\tau_1 =$

$K_s >$

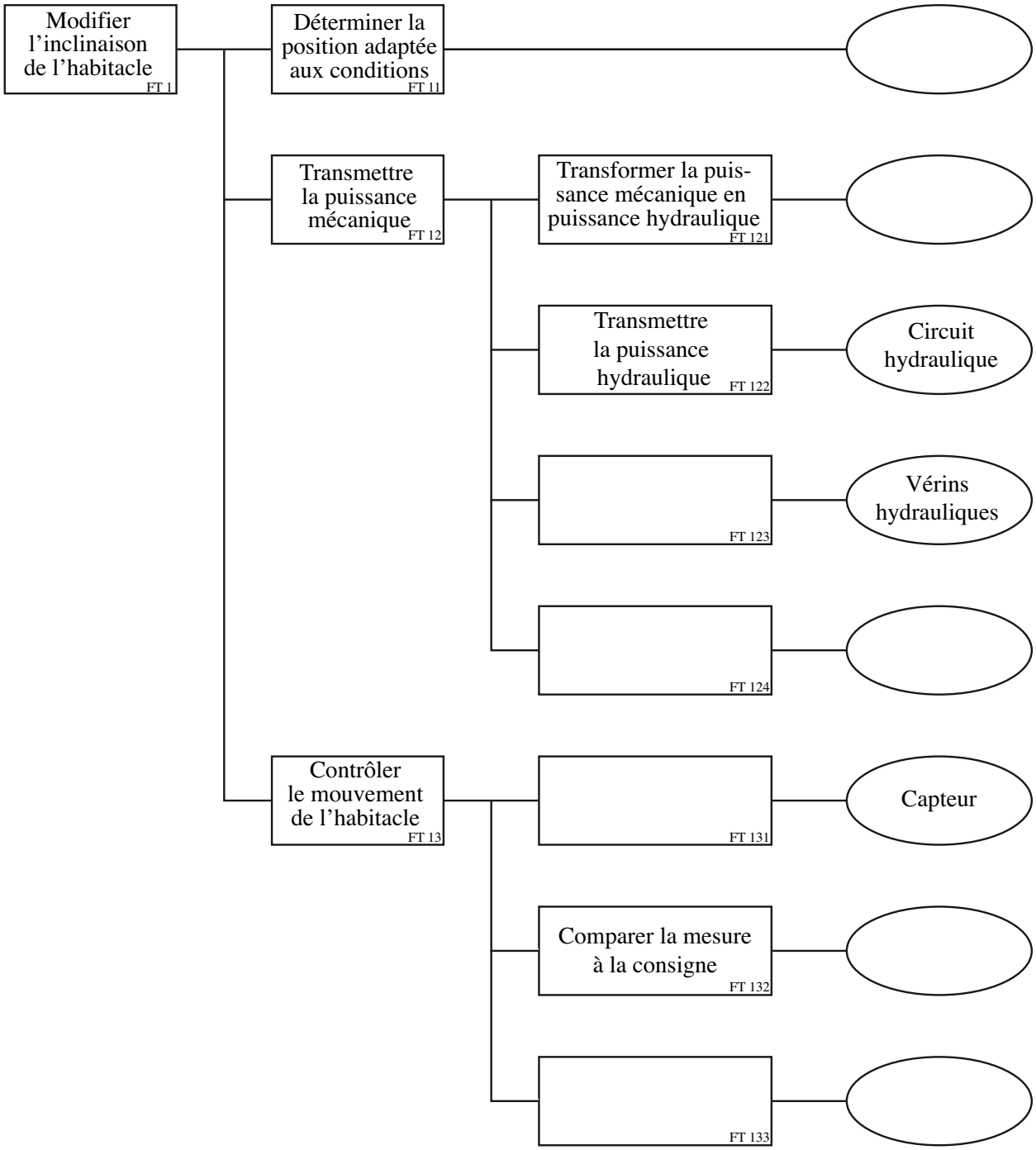
Question 23 Déterminer l'écart de traînage prévu par le modèle actuel. Le critère de précision est-il satisfait ?

$\varepsilon_{tr} =$

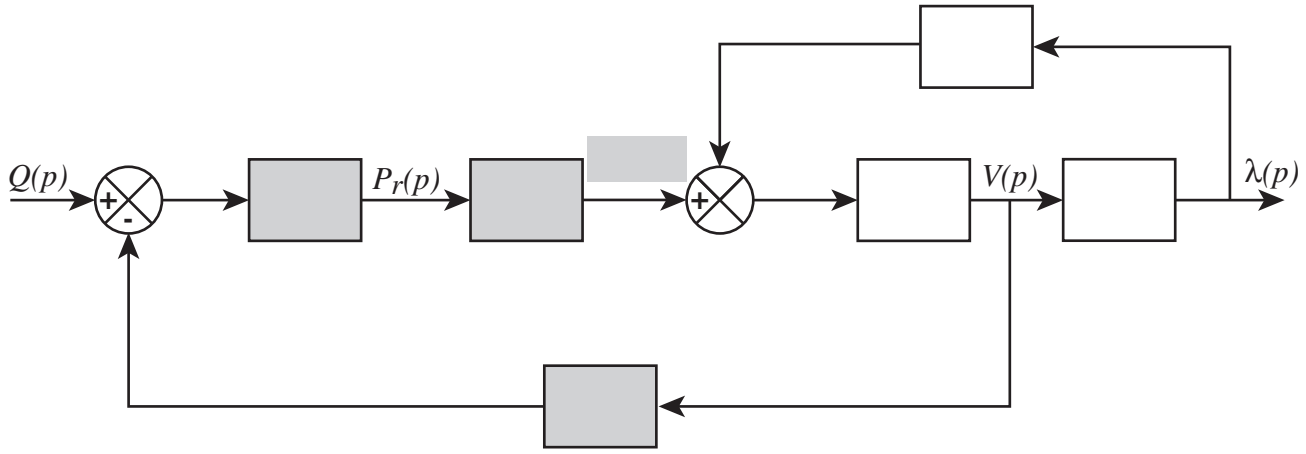
Question 24 Le critère de précision statique est-il satisfait ?

Question 25 Donner la valeur de la marge de phase. Conclure.

Question 26 À partir des informations contenues dans le sujet, compléter le diagramme FAST du *cahier-réponses*.

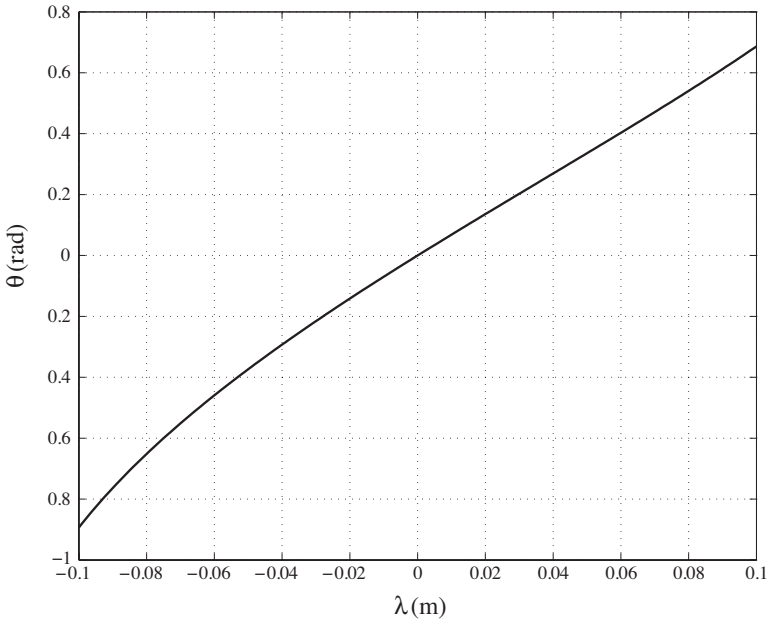


Question 27 Appliquer la transformation de *Laplace* et compléter les parties grisées du schéma-bloc.



Question 28 Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides $\{1,4,5\}$ en fonction des paramètres cinématiques $\dot{\alpha}$, $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\lambda}$.

Question 29 Déterminer une valeur numérique approximative de T.



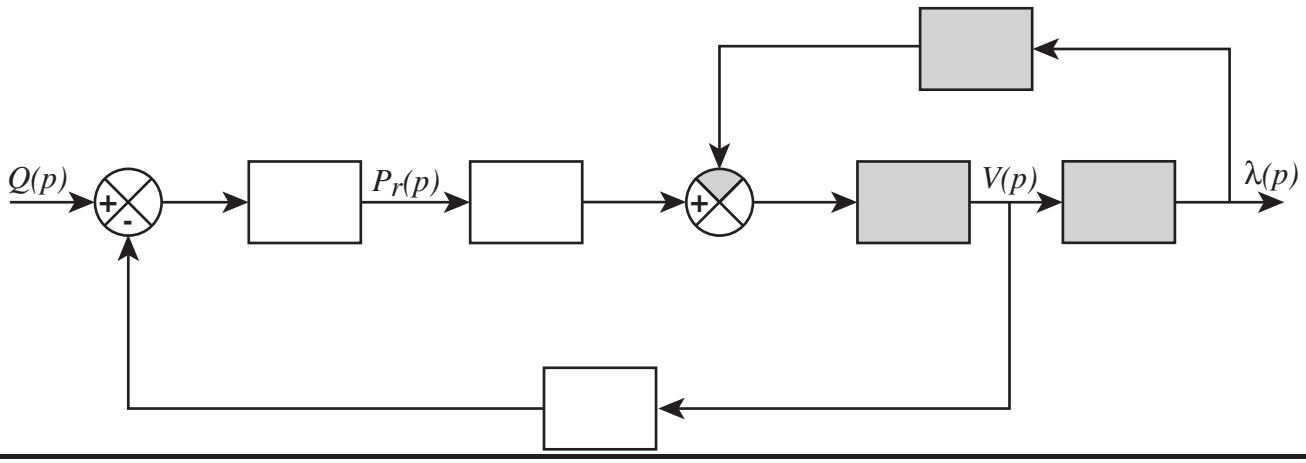
Question 30 Exprimer la masse équivalente M_{eq} ramenée à la tige du vérin en précisant clairement la méthode utilisée pour définir cette grandeur. Montrer que les termes d'inertie liés au vérin sont faibles par rapport à celui associé à l'habitacle.

$M_{eq} =$

Valeurs numériques :

Question 31 Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\{1,4,5\}$ en négligeant les termes dus aux puissances des poids de 4 et 5. Donner l'expression du paramètre k_g. Appliquer la transformation de *Laplace* à l'équation précédente et compléter le schéma-bloc.

$k_g =$



Question 32 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique.

$H_{V2}(p) =$

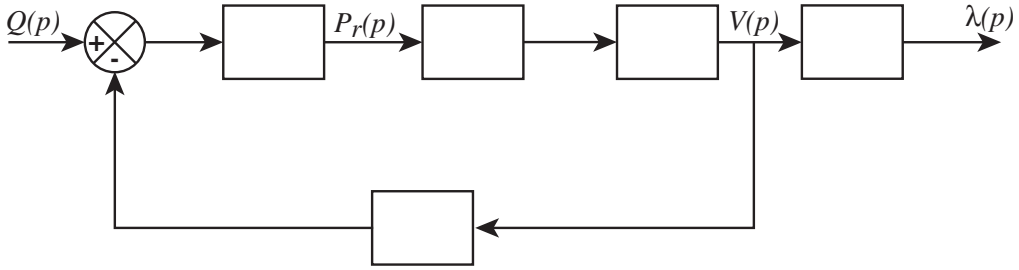
$K_V =$

$\omega_V =$

Question 33 Montrer à partir des valeurs numériques des termes ω_V et K_V que le terme k_g peut être négligé.

Question 34 Déterminer la fonction de transfert du système asservi et, par application du critère Routh, discuter de la stabilité du système ainsi modélisé. Conclure sur le modèle de comportement du vérin.

Question 35 Proposer une modification du schéma-bloc donné sur le cahier réponse afin de prendre en compte le débit de fuite. Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. Donner l'expression de a_1 en fonction de M_{eq}, δ et S, et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq}, δ, S, B et V_0.



$H_{V3}(p) =$

$a_1 =$

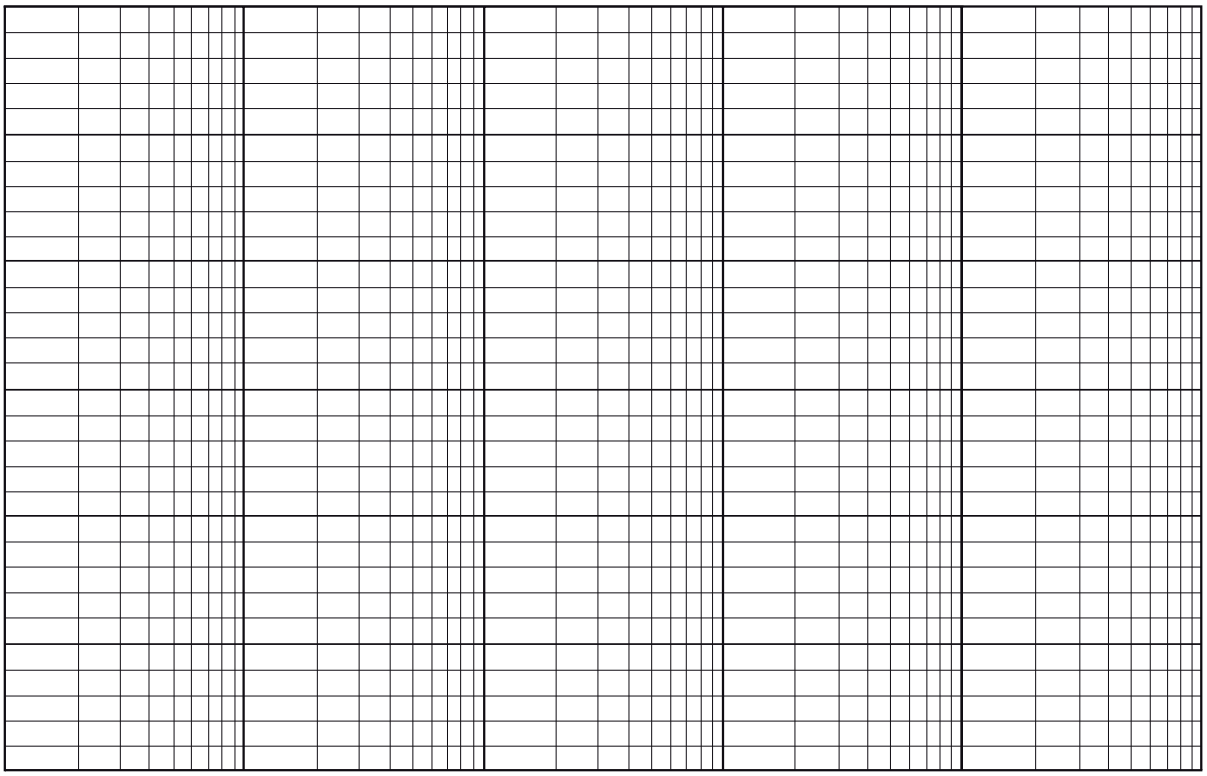
$\xi_V =$

Question 36 Déterminer la valeur numérique de ω_V.

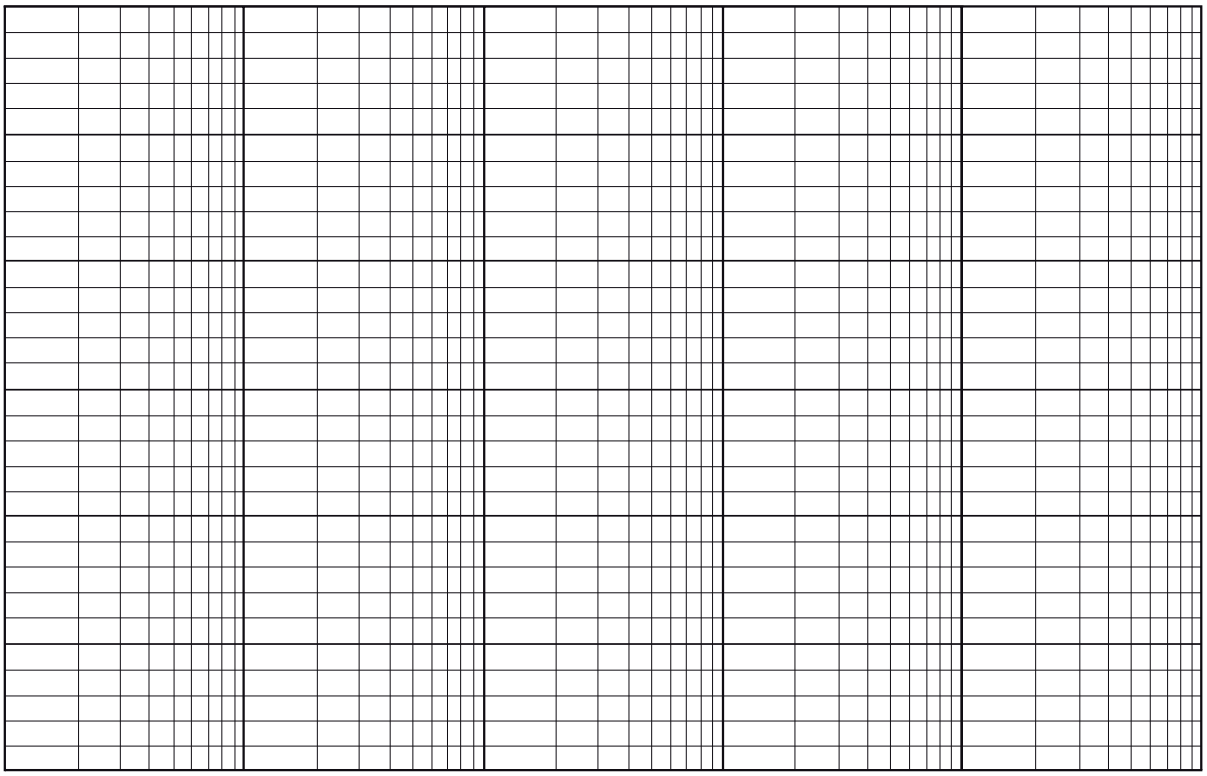
$\omega_V =$

Question 37 Tracer le diagramme asymptotique Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_1$ du système asservi.

Gain (dB)



Phase (°)



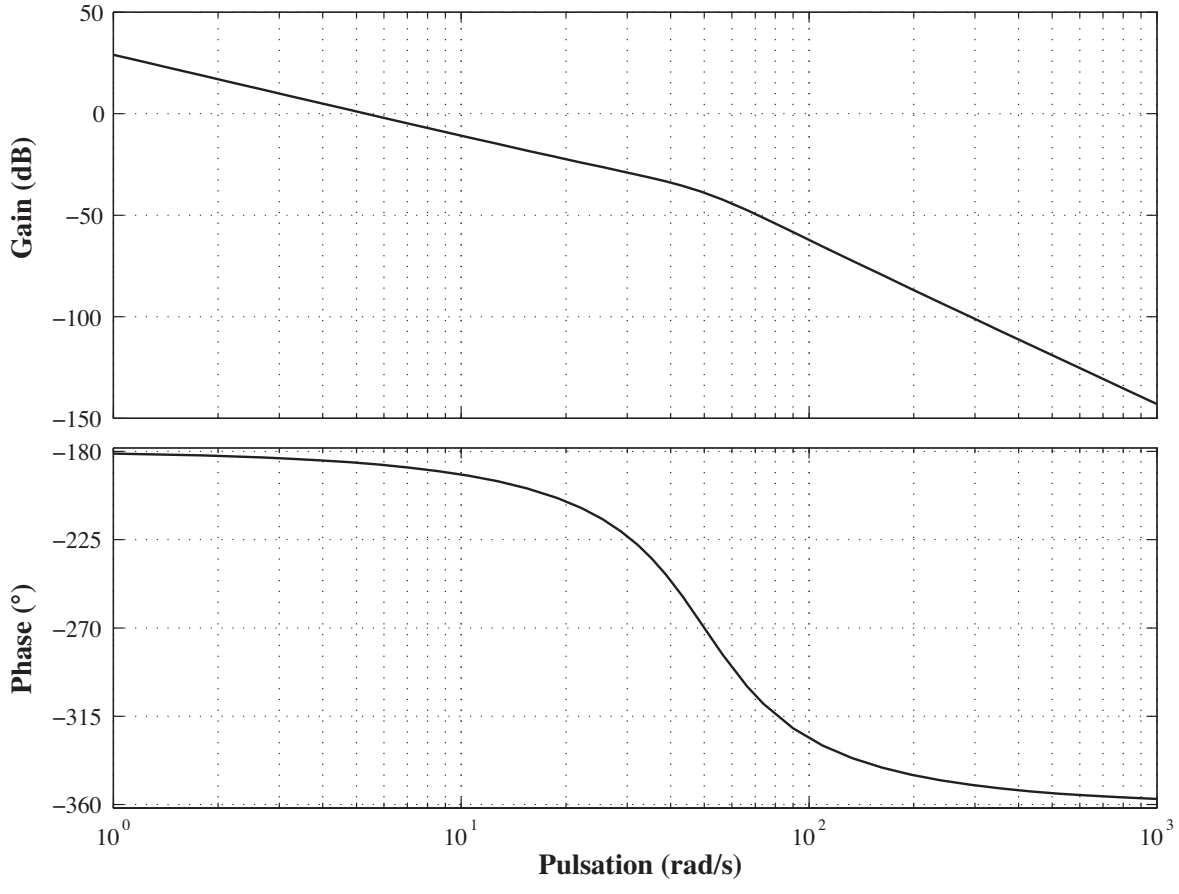
Question 38 Déterminer la valeur limite de ξ_V assurant la stabilité du modèle. À partir de l'expression de ξ_V déterminer la valeur numérique limite du coefficient de débit de fuite δ.

PARTIE III

Validation des critères principaux de la fonction technique ≪ Contrôler le mouvement de l'habitacle ≫

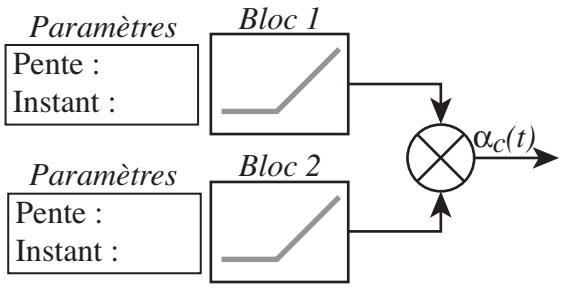
Question 39 Donner l'expression de K_{ae} pour que l'écart $\varepsilon(t)$ ait un sens.

Question 40 Déterminer, en expliquant clairement la méthode employée, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la dynamique souhaitée.



Question 41 Combien de correcteurs à avance de phase réglés pour apporter chacun 50° au maximum faudrait-il incorporer dans le régulateur pour satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges ?

Question 42 Donner les paramètres à entrer dans les 2 blocs de type « rampes » et préciser l'opération mathématique à effectuer entre les deux bloc afin d'obtenir le signal présenté.



Question 43 Quels sont les critères non satisfaits ?

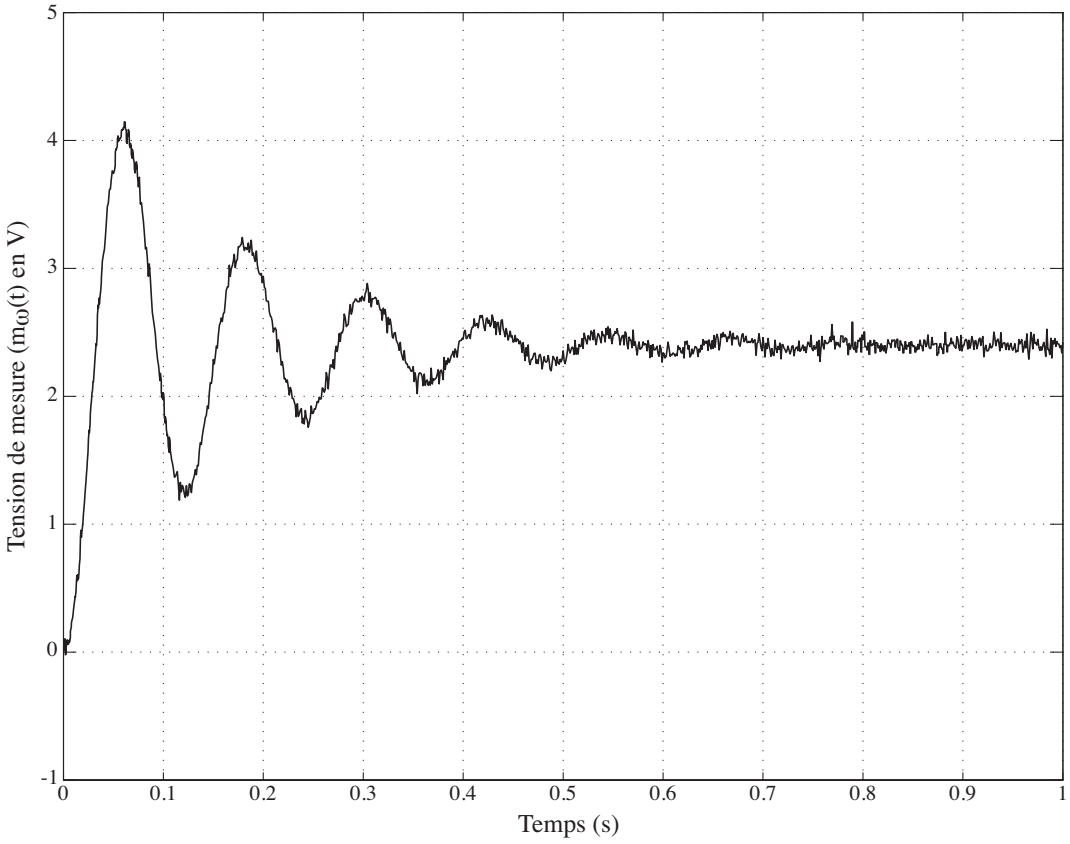
Question 44 Quelle valeur de diamètre du vérin permet de vérifier la condition précédente. Cette valeur est-elle réaliste ?

$\varnothing_V =$

Question 45 Compléter le schéma-bloc représentant cet essai et déterminer la fonction de transfert H_{essai}.



Question 46 Déterminer les valeurs numériques expérimentales de ω_v et ξ_v.



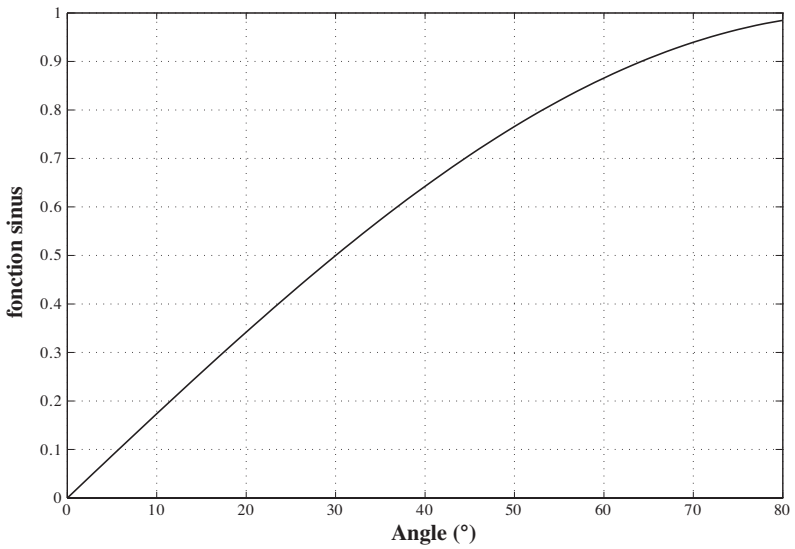
$\omega_v =$

$\xi_v =$

Question 47 Quels inconvénients sur le comportement réel du système peuvent découler de cette méthode consistant à vouloir compenser le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin par ce type de filtre électronique ?

Question 48 Déterminer les valeurs approximatives des paramètres a_{av}, τ_{av} et K_{av} qui permettent de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges tout en conservant une pulsation à 0 dB de 65 rad/s.

$a_{av} =$	$\tau_{av} =$	$K_{av} =$



Question 49 Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt