Banque PT, France

Session 2017, filière PT

Sciences industrielles A

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : analyse et modélisation du système
- Partie B : modélisation et optimisation du comportement de l'unité de pilotage
- Partie C : modélisation du comportement dynamique de l'unité de braquage
- Partie D : validation de la motorisation et synthèse du correcteur de l'unité de braquage

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2017/si-a

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- **1** cahier de 22 pages de texte numérotées de **1 à 22**.
- **8** pages de documents annexes.
- **1** cahier réponses de 28 pages numéroté de **1 à 28**, **à rendre à la fin de l'épreuve**.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

L'ensemble des réponses sera rédigé sur les documents réponses dans les espaces libres proposés pour chaque question.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

PRÉSENTATION

DIRECTION AUTOMOBILE

DÉCOUPLÉE

CONTEXTE D'ÉTUDE DU SYSTÈME

Depuis maintenant de nombreuses années, les commandes de vol d'avions sont passées d'une technologie purement mécanique à la technologie par fil (Fly by Wire). Le secteur automobile suit cette tendance qui présente de nombreux avantages. On trouve ainsi, le Throttle by Wire (accélérateur), le Clutch by Wire (embrayage), le Brake by Wire (freins) et le Steer by Wire (direction).

C'est le système de direction par fil (Steer by Wire), encore nommé direction découplée, qui fait l'objet de l'étude proposée.

Actuellement la législation ne permet pas de mettre totalement en œuvre cette technologie et exige qu'une liaison mécanique reste présente sur le système de direction entre le volant et le boîtier de direction. Elle représente cependant la prochaine étape du développement des systèmes de direction, suite, notamment, à l'essor de la conduite automatisée. Cette technologie offre des fonctionnalités nouvelles, comme :

- de simplifier la conception de l'habitacle et permettre un montage indifférent pour une conduite à droite ou à gauche ;
- de libérer de la place dans le compartiment moteur ;
- de protéger le conducteur de la remontée de la colonne de direction en cas de choc frontal ;
- d'optimiser en temps réel la vivacité et le retour de la direction, ainsi que son rapport de démultiplication ;
- d'éviter la remontée de vibrations dans le volant, quel que soit l'état de la chaussée sur laquelle l'automobile évolue.

En 2013, Infiniti, filiale de Nissan, équipe en série, l'Infiniti Q50 (*figure 1*) d'une direction découplée paramétrable par le conducteur selon quatre modes, mais conserve, pour respecter la législation, une liaison mécanique débrayée en mode normal et embrayée en cas de panne, malgré une forte redondance du système.





Figure 1 – Steer by Wire
Infiniti Q50
© Infiniti

L'actualité met l'accent sur les véhicules autonomes. Chaque constructeur développe des solutions en ce sens. Le groupe PSA proposera dans un avenir proche une technologie de conduite baptisée "Highway Chauffeur" qui permettra de déléguer la conduite du véhicule sur de longs trajets autoroutiers. Le guidage du véhicule dans sa voie sera complètement automatisé sur les voies express à chaussées séparées (*figure 2*). Pour y parvenir, il faut un système qui reconstruit virtuellement, en temps réel, l'environnement physique du véhicule, mais aussi une direction qui intervient en douceur, y compris sur un sol glissant, pour empêcher un dérapage du véhicule lors des changements de voie et des manœuvres de dépassement. Une direction découplée constitue à cet égard une bonne solution.

Tournez la page S.V.P.



Figure 2 – Véhicule autonome
Citroën C4
© PSA

DIRECTION DÉCOUPLÉE

Le principe de la direction découplée est de substituer à la liaison mécanique entre le volant et les roues, une architecture de type télémanipulateur à un degré de liberté qui consiste à coupler un robot maître, manipulé par un opérateur, avec un robot esclave, distant, qui effectue la tâche. Cette structure peut être schématisée par l'organisation qui suit (*figure 3*).

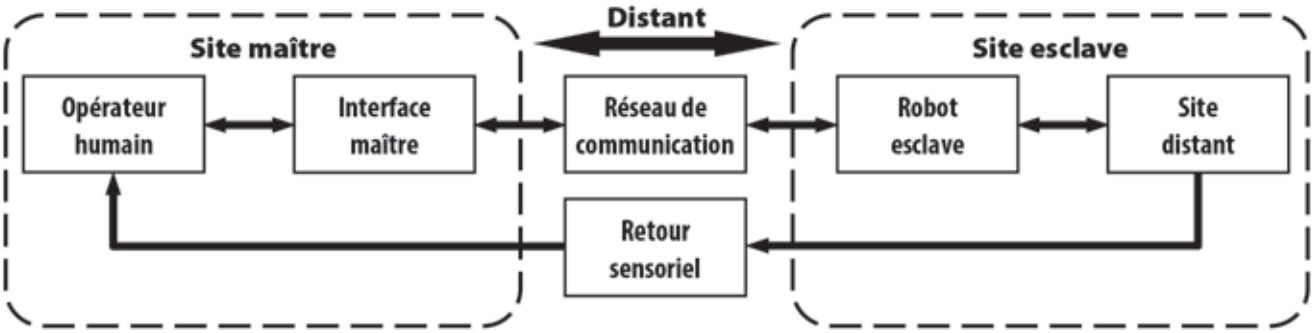


Figure 3 – Architecture maître - esclave

Dans le cas de la direction découplée, le site maître est l'habitacle du véhicule et le site distant le véhicule même. L'interface maître est l'unité de pilotage à retour d'effort, constituée du volant équipé d'un actionneur qui génère le retour d'effort (couple de direction), indispensable à la restitution d'une sensation de conduite usuelle au conducteur. Le robot esclave est l'unité de braquage des roues constituée d'un actionneur électrique monté sur le boîtier de direction commandant la crémaillère qui oriente les roues par l'intermédiaire des biellettes de direction et du train avant. La *figure 4* décrit l'organisation générale sur un véhicule, d'une direction découplée tout électrique.

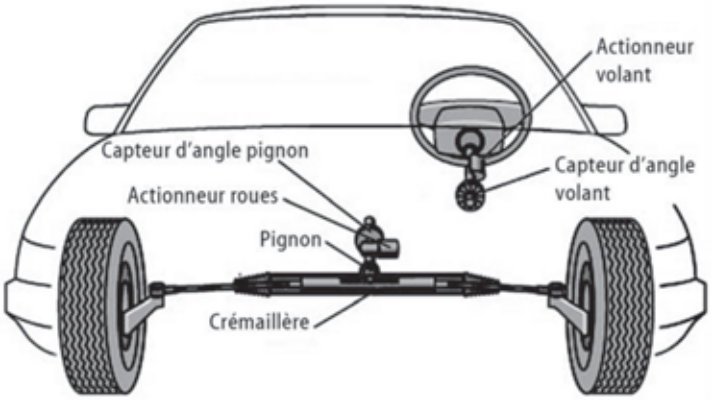


Figure 4 – Principe de la direction découplée
© Wiley Publishing

La sécurité reste dans le domaine automobile une préoccupation majeure et en cas de défaillance de la chaîne d'information ou d'un actionneur, le véhicule doit rester manœuvrable. Deux solutions sont envisageables :

- Système à sûreté intégrée : une liaison mécanique est établie entre le volant et les roues (la seule possible actuellement pour répondre à la législation).
- Système tolérant aux erreurs : les chaînes d'information et d'énergie sont doublées ou triplées. On parle de système redondant, identique aux systèmes connus et utilisés depuis longtemps en aviation.

Les systèmes tolérant les erreurs offrent des avantages supplémentaires comme la sécurité active et passive, la flexibilité de la conception de l'habitacle, permettant d'envisager des architectures automobiles novatrices.

CAHIER DES CHARGES DE LA DIRECTION DÉCOUPLÉE

Une direction automobile découplée doit conserver les qualités d'une direction conventionnelle et apporter les améliorations de comportement attendues par le conducteur, en termes de performances, de confort de conduite et de sécurité. Le diagramme (*annexe 1 Figure A1*) précise les principales exigences.

Le contexte de conception du système est précisé par le diagramme de contexte (*figure 5*).

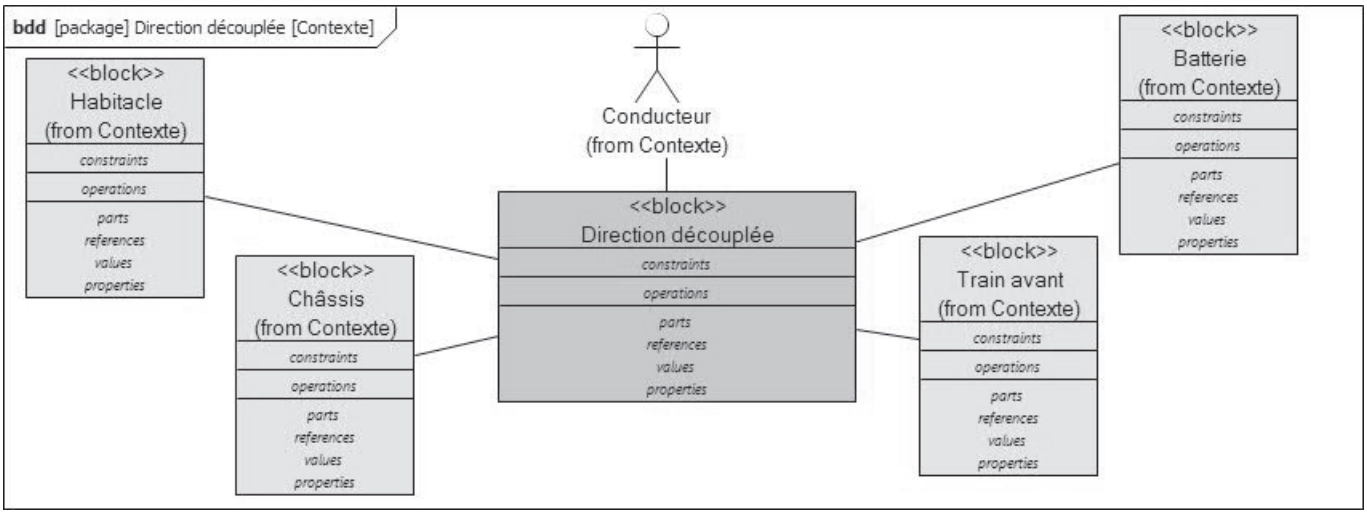


Figure 5 – Diagramme de contexte

PROBLÉMATIQUE

L'étude proposée dans ce sujet, s'inscrit dans une démarche de recherche et développement. L'objectif est de construire un modèle de la direction découplée qui permette de valider la structure générale de la commande-contrôle du système et quelques performances associées à cette structure.

La stratégie de contrôle adoptée consiste à embarquer dans la commande (calculateur) de la direction découplée, ce qui est appelé un générateur de consignes sur la *figure 6*. Son rôle est de générer en continu, les consignes d'angle volant et d'angle de braquage des roues que délivrerait une direction conventionnelle sollicitée par le même couple conducteur que la direction découplée, et non des valeurs de consignes prédéfinies par une cartographie. Les valeurs caractéristiques de ce générateur de consigne pourront par la suite être paramétrées selon le véhicule et le mode de contrôle souhaité par le conducteur.

L'architecture de principe de la commande peut être décrite par la *figure 6*, page suivante. Elle sera détaillée par la suite.

Tournez la page S.V.P.

Les consignes d'angle volant θ_{v_ref} et d'angle de braquage des roues θ_{r_ref} pilotent respectivement l'unité de pilotage et l'unité de braquage via une interface de commande. On appelle C_c le couple conducteur, transmis par le volant et C_{brv}, une estimation du couple sur le volant qu'induirait la dynamique du véhicule au contact pneu-sol sur une direction conventionnelle.

L'unité de pilotage pivote le volant d'un angle θ_v apprécié par le conducteur qui ajuste alors son action sur le volant. De façon similaire, l'unité de braquage des roues sollicitée par la dynamique du véhicule au contact pneu-sol, braque les roues d'un angle θ_r à l'origine du couple C_{br}, induit par le véhicule.

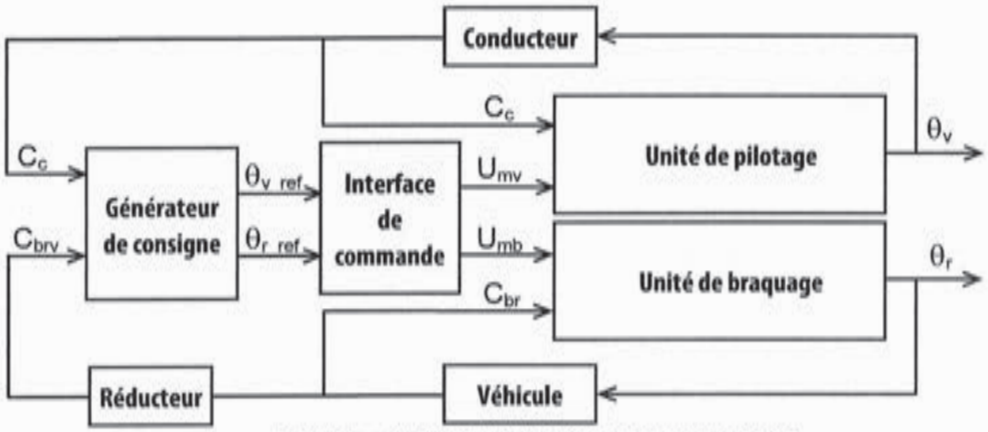


Figure 6 – Architecture de principe de la commande

DESCRIPTION STRUCTURELLE DE LA DIRECTION DÉCOUPLÉE

La structure matérielle de la direction découplée est décrite par le diagramme de définition de blocs (*annexe 2 Figure A2*) et dans laquelle on retrouve l'unité de pilotage et l'unité de braquage des roues (*figure 7*).



Figure 7 – Unité de pilotage (a) et unité de braquage des roues (b)

OBJECTIFS DE L'ÉTUDE PROPOSÉE ET TRAVAIL DEMANDÉ

On se propose dans ce sujet d'analyser, de modéliser et de valider quelques éléments de la solution envisagée par le centre de recherche et développement, vis-à-vis des performances attendues.

Dans cette optique, après une lecture attentive du sujet (environ 20 minutes), il est proposé au candidat une étude articulée autour de quatre parties indépendantes (les durées indiquées correspondent au poids relatif de chacune d'elles) :

Partie A : Analyse et modélisation du système *(30 min)*
Partie B : Modélisation et optimisation du comportement de l'unité de pilotage *(1h30)*
Partie C : Modélisation du comportement dynamique de l'unité de braquage *(2h)*
Partie D : Validation de la motorisation et synthèse du correcteur de l'unité de braquage *(40 min)*

APPLICATIONS NUMÉRIQUES ET NOTATIONS

Applications numériques

Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques.

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, vous pourrez faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final. Par exemple, dans le calcul suivant, qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur g = 9, 81 $m.s^{-2}$, on pourra prendre :

$$\frac{\pi^2}{2}\cdot\frac{100}{24}\cdot\left(5+3.10^{-2}\right).g \approx \frac{10}{2}\cdot 4.5.10 = 1000\ m.s^{-2}$$

Notations

Pour simplifier les notations dans ce sujet, le référentiel correspondant à un repère $\mathbf{R}_i$ est lui aussi désigné par $\mathbf{R}_i$. Les torseurs cinématique, cinétique et dynamique du mouvement du solide j par rapport au solide i (ou par rapport au référentiel $\mathbf{R}_i$ lié à celui-ci), réduits au point A, sont notés respectivement :

$$\mathcal{V}(j/i)=\left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}(j/i)\\ \vec{V}(A,j/i)\end{matrix}\right\}_A \quad , \quad \mathcal{C}(j/i)=\left\{\begin{matrix}\vec{R}_c(j/i)\\ \vec{\sigma}(A,j/i)\end{matrix}\right\}_A \quad \text{et} \quad \mathcal{D}(j/i)=\left\{\begin{matrix}\vec{R}_d(j/i)\\ \vec{\delta}(A,j/i)\end{matrix}\right\}_A$$

Le torseur des actions mécaniques exercées par le solide i sur le solide j, réduit au point A, est noté :

$$\mathcal{F}(i\to j)=\left\{\begin{matrix}\vec{F}(i\to j)\\ \vec{M}(A,i\to j)\end{matrix}\right\}_A$$

Si le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques précédents sont exprimés en projection dans une base orthonormée $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, on utilisera les notations :

$$\mathcal{V}(j/i)=\left\{\begin{matrix}p_{ji} & u_{ji}\\ q_{ji} & v_{ji}\\ r_{ji} & w_{ji}\end{matrix}\right\}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}(i\to j)=\left\{\begin{matrix}X_{ij} & L_{ij}\\ Y_{ij} & M_{ij}\\ Z_{ij} & N_{ij}\end{matrix}\right\}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les dérivées première et seconde d'une quantité x(t) par rapport au temps sont notées :

$$\dot{x}=\frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{x}=\frac{d^2x}{dt^2}$$

Enfin, on notera, lorsque cela est possible, une fonction dans le domaine temporel par une lettre minuscule (e.g. u(t)) et sa transformée de Laplace par une lettre majuscule (soit U(p)).

Remarque

Les figures, modélisations et valeurs numériques utilisées ne sont pas nécessairement fidèles au système réel et ne sont proposées qu'afin d'analyser et étudier de manière plausible les problématiques techniques abordées dans ce sujet.

PARTIE A

ANALYSE ET MODÉLISATION DU SYSTÈME

Objectif — Cette partie a pour objectif d'analyser la structure et d'élaborer une modélisation du système de direction découplée.

Le diagramme de bloc interne (*annexe 3 Figure A3*) précise la structure interne et les flux échangés entre les différents composants de la direction découplée dont l'architecture est fournie par le diagramme de définition de blocs (*annexe 2 Figure A2*).

Question 1

Les unités de pilotage et de braquage comportent une interface de puissance (I.P.). Préciser la fonction et le nom génériques de ce constituant au sein d'une chaîne fonctionnelle.

Question 2

Préciser la nature (énergie ou information) des flux repérés **1**, **2**, **3, 4** et **5** sur le diagramme de bloc interne (*annexe 3 Figure A3*).

On donne dans le cahier réponses un schéma bloc du modèle de la direction découplée.

Question 3

Encadrer et nommer, sur le schéma bloc du cahier réponses, les trois zones correspondant aux unités de commande, de pilotage et de braquage définies sur le diagramme de bloc interne (*annexe 3 Figure A3*).

PARTIE B

MODÉLISATION ET OPTIMISATION DU COMPORTEMENT DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif de modéliser la structure de l'unité de pilotage, de simuler son comportement et de corriger celui-ci afin d'obtenir les performances attendues et décrites dans le cahier des charges.

Cahier des charges — Le cahier des charges de cette unité est caractérisé par les données suivantes :

Exigence	Critères	Niveaux	Flexibilité
Id 1-3.3 – Le système doit fournir au conducteur un retour d'effort qui optimise le confort et la sécurité.	1- Pulsation de coupure à 0dB en boucle ouverte ω_0	30 rad/s (≈ 5 Hz)	mini
	2- Temps de réponse à 5% (boucle fermée)	0,1 s	± 20 ms
	3- Erreur statique en réponse à une consigne d'angle		
	− pour une consigne en échelon	nulle	aucune
	− pour une consigne en rampe de pente Ω_{v0}	≤ 0,5% de Ω_{v0}	± 0,2%
	4- Erreur statique en réponse à une perturbation de couple		
	− pour une perturbation en échelon	nulle	aucune
	− pour une perturbation en rampe de pente C_{c0}	≤ 10% de C_{c0}	± 5%
	5- Stabilité		
	− Marge de phase	45°	mini
	− Marge de gain	20 dB	mini
	6- Amortissement		
	− 1er dépassement en réponse indicielle (boucle fermée)	0%	15% maxi

On considère que l'évolution de référence du couple conducteur est une loi en trapèze donnée *figure 8*.

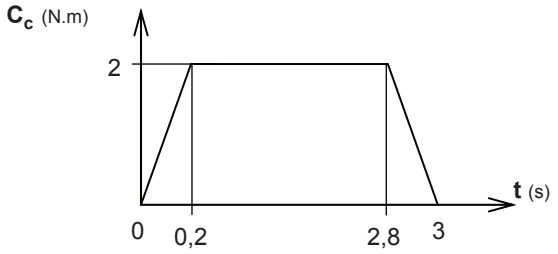


Figure 8 – Loi de référence en trapèze d'évolution du couple conducteur

B1 - MODÉLISATION DE LA STRUCTURE DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

La *figure 9* donne une vue de cette unité sous la forme d'une maquette numérique à laquelle est associé le schéma cinématique qui servira de base à l'étude mécanique.

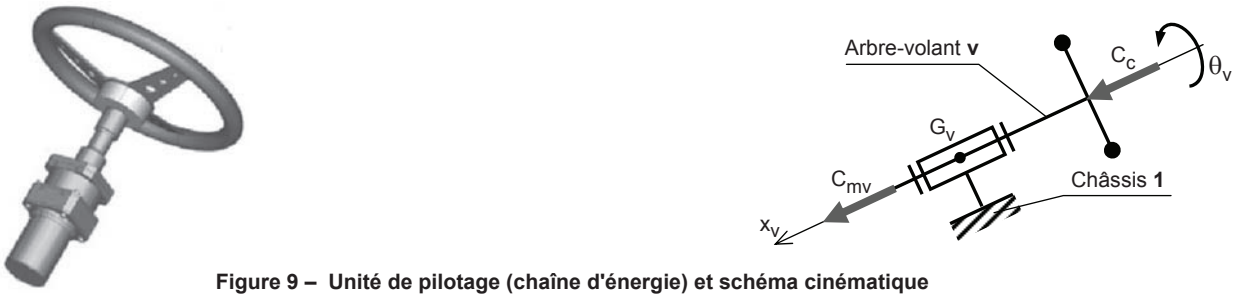


Figure 9 – Unité de pilotage (chaîne d'énergie) et schéma cinématique

L'unité de pilotage est constituée d'une chaîne d'énergie chargée de solliciter le volant par un couple $C_{mv}\,\vec{x}_v$ qui résiste à l'action du conducteur $C_c\,\vec{x}_v$ quand celui-ci cherche à tourner le volant.

En effet, la simple dynamique du système mécanique de l'unité de pilotage ne donnerait pas au conducteur la sensation de manier la direction d'une automobile. La composante C_{mv} est donc élaborée pour que la dynamique du volant en termes d'inertie et de raideur soit équivalente à celle d'une direction conventionnelle optimisée selon le type de conduite visée.

La composante C_{mv} est élaborée à partir de la consigne d'angle du volant θ_{v_ref}, transmise par le générateur de consigne intégré au contrôleur de modèles, et de la composante C_c du couple conducteur.

Le modèle de la structure sous la forme d'un schéma bloc décrivant le comportement asservi de cette unité est donné *figure 10*. On précise que la variable d'entrée est $\theta_{v_ref}(p)$, que la variable de sortie est $\theta_v(p)$ et que la variable $C_c(p)$ est considérée comme une perturbation. Un signal de commande $U_{mv}(p)$ pilote la motorisation.

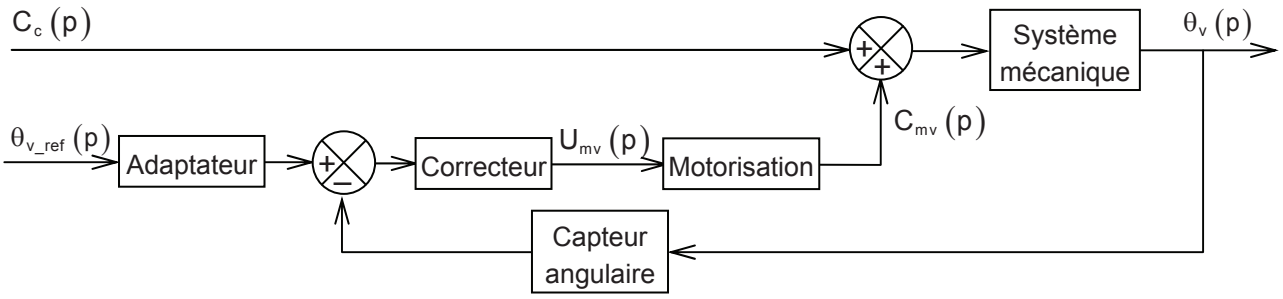


Figure 10 – Schéma bloc de l'unité de pilotage

Un modèle acausal de cette structure dont certains composants ne sont pas reliés aux autres, est donné sur le cahier réponses.

Question 4

Compléter ce modèle en traçant les liens manquants qui donneraient un modèle équivalent au schéma bloc de la *figure 10*.

B2 - MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU SYSTÈME MÉCANIQUE

Le modèle utilisé pour la structure est celui de la *figure 9*.

Notations :

- Arbre-volant **v** : le solide constitué du rotor du moteur, de l'arbre volant et du volant ;
- G_v : centre d'inertie de l'arbre-volant **v** ;
- $I(\mathbf{v},G_v)$: opérateur d'inertie de **v** au point G_v ;
- J_v : le moment d'inertie de **v** autour de l'axe $(G_v,\vec{x}_v)$;
- f_v : le coefficient de frottement visqueux de la liaison pivot ;
- $\theta_v(t)$: l'angle de rotation de l'arbre-volant **v** par rapport au châssis **1** (noté $\theta_v(p)$ dans le domaine de Laplace) ;
- $\omega_v(t)$: la vitesse de rotation de l'arbre-volant **v** par rapport au châssis **1** (noté $\Omega_v(p)$ dans le domaine de Laplace).

Hypothèses :

- Le repère lié au châssis **1** est supposé galiléen ;
- G_v est situé sur l'axe de la liaison pivot ;
- La liaison pivot est supposée parfaite hormis un couple de frottement visqueux $C_f\ \vec{x}_v$;
- Les actions mécaniques du conducteur et du moteur sur l'arbre-volant **v** se réduisent respectivement aux couples $C_c\ \vec{x}_v$ et $C_{mv}\ \vec{x}_v$.

Question 5

Après avoir isolé l'arbre-volant **v** et cité précisément le théorème utilisé, établir l'équation différentielle liant la variable θ_v et ses dérivées à J_v et aux composantes C_{mv} et C_c des couples.

Question 6

En supposant les conditions initiales nulles, donner l'expression de la relation précédente dans le domaine de Laplace. Exprimer alors la fonction de transfert $T_v(p)$ telle que $\Omega_v(p) = T_v(p).\left[C_c(p) + C_{mv}(p)\right]$ sous la forme $T_v(p) = \dfrac{g_v}{1+\tau_v.p}$ dont on donnera l'expression de g_v et τ_v en fonction de f_v et J_v.

B3 - ANALYSE ET OPTIMISATION DU COMPORTEMENT DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

Le schéma bloc dont la structure est donnée *figure 10* devient, pour l'étude du comportement, celui de la *figure 11* où le retour est unitaire. On note $\varepsilon_{\theta v}(t)$ l'écart entre la consigne et l'angle obtenu, et $\varepsilon_{cv}(t)$ le couple résultant des couples C_c et C_{mv}.

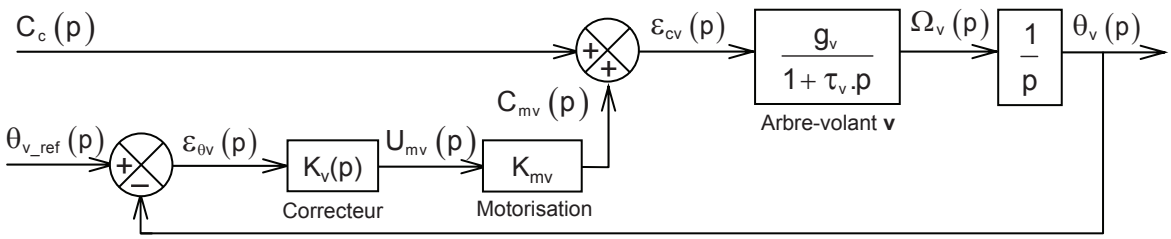


Figure 11 – Schéma bloc de l'unité de pilotage

En considérant que la dynamique électromécanique du moteur seul est négligeable devant celle de l'arbre-volant, on adopte pour la motorisation constituée du moteur à courant continu et de son électronique de commande, comportant notamment une boucle de courant, un modèle sous la forme d'un gain pur. On lui associe le gain K_{mv}.

Pour les applications numériques, on prendra les valeurs suivantes :

$$g_v = 5 \text{ rad.s}^{-1}.\text{N}^{-1}.\text{m}^{-1} \ ; \ \tau_v = 0{,}1 \text{ s} \ \text{ et } K_{mv} = 0{,}4 \text{ N.m.V}^{-1}.$$

B3.1 - CORRECTION PROPORTIONNELLE INTÉGRALE

On choisit un correcteur proportionnel intégral (PI) tel que $K_v(p) = K_i \dfrac{1+\tau_i.p}{\tau_i.p}$ avec $\tau_i = \alpha.\tau_v$.

Question 7

Justifier brièvement pourquoi un correcteur proportionnel tel que $K_v(p) = K$ ne permet pas de satisfaire les critères de précision du cahier des charges, et en quoi le correcteur proportionnel intégral assure ou peut assurer la satisfaction de ces critères. Quelles sont les conséquences de la mise en œuvre d'un tel correcteur pour le système, en termes de stabilité ?

Question 8

Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_{v1}(p)$ du système corrigé, avec le correcteur PI, telle que $\theta_v(p) = FTBO_{v1}(p).\varepsilon_{\theta v}(p)$ sous la forme $FTBO_{v1}(p) = K_{BOv1} \cdot \dfrac{1}{p^2} \cdot H(p)$ pour laquelle on précisera les expressions de K_{BOv1} et de H(p) avec H(p) de gain statique unitaire.

Déduire de cette expression, en le justifiant, si α doit être supérieur ou inférieur à 1 pour que le système puisse être stabilisé.

On commence par choisir τ_i en prenant α = 10 et on cherche à optimiser K_i.

Question 9

Quelle doit être la valeur minimale de K_i pour que les critères de précision soient satisfaits ?

On donne sur le cahier réponses le tracé du lieu de transfert de la $FTBO_{v1}(p)$ dans le plan de Bode, pour $K_i = 0{,}5 \text{ V.rad}^{-1}$.

Question 10

Tracer sur le lieu de transfert de la $FTBO_{v1}(p)$ du cahier réponses, les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode. On justifiera rapidement les valeurs particulières de pentes, de pulsations, de gains et de phases.

Question 11

Donner, par lecture du lieu de transfert de la $FTBO_{v1}(p)$, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la valeur minimale de la marge de phase exigée par le cahier des charges. On donnera cette valeur pour la pulsation la plus haute dont on précisera la valeur.

On note :

- $\varphi(\omega)$ la phase de H(p), soit Arg[H(jω)] ;
- ω_ℓ la plus grande pulsation qui vérifie $\varphi(\omega=\omega_\ell) = 45°$.

On donne (*annexe 5 Figure B1*) l'évolution de cette pulsation ω_ℓ en fonction de α et un abaque qui représente la valeur maximale φ_m de $\varphi(\omega)$ en fonction de α.

Question 12

Peut-on obtenir la valeur minimale de la pulsation de coupure à 0dB en boucle ouverte, ω_0, fixée au cahier des charges en modifiant la valeur de α et/ou K_i ? On pourra s'aider des abaques fournis (*annexe 5 Figure B1*) pour justifier la réponse.

On donne (*annexe 5 Figure B2*), en réponse à un échelon en boucle fermée, les abaques du temps de réponse à 5% et du 1er dépassement en % de la valeur finale, en fonction de K_i et pour α = 10.

Question 13

Conclure sur les capacités de cette correction à satisfaire les critères de l'exigence Id 1-3.3 en reprenant chaque critère. On rappelle que l'on a choisit α = 10.

B3.2 - CORRECTION PROPORTIONNELLE INTÉGRALE ET RETOUR TACHYMÉTRIQUE

On ajoute à la correction précédente, une correction par retour tachymétrique tel que le décrit le schéma bloc de la *figure 12*. On note K_{rt} le gain statique du retour tachymétrique.

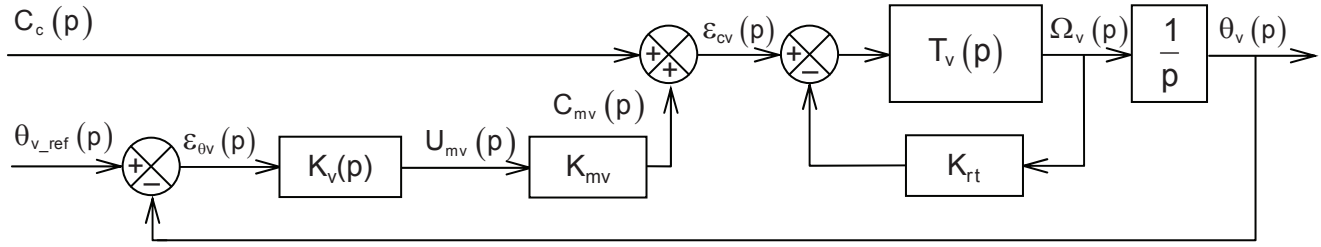


Figure 12 – Schéma bloc de l'unité de pilotage avec retour tachymétrique

Question 14

Au vu des conclusions de la question précédente, donner deux arguments qui précisent l'objectif poursuivi par la mise en œuvre d'une telle correction.

Question 15

Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $T_{vrt}(p)$ définie par $\Omega_v(p) = T_{vrt}(p).\varepsilon_{cv}(p)$, en fonction de $T_v(p)$ et K_{rt}. Mettre alors $T_{vrt}(p)$ sous la forme $T_{vrt}(p) = T_v(p).\beta \cdot \dfrac{1+\tau_v.p}{1+\beta.\tau_v.p}$, pour laquelle, on précisera l'expression de β en fonction de K_{rt} et du gain statique g_v défini à la *question 6*.

Question 16

Montrer que la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_{v2}(p)$, telle que $\theta_v(p) = FTBO_{v2}(p).\varepsilon_{\theta v}(p)$, peut ainsi se mettre sous la forme $FTBO_{v2}(p) = K_{BOv2} \cdot \dfrac{1}{p^2} \cdot \dfrac{1+\alpha.\tau_v.p}{1+\beta.\tau_v.p}$, pour laquelle on donnera l'expression de K_{BOv2} en fonction de K_{mv}, g_v, τ_v, K_i, α et β.

On donne sur le cahier réponses le tracé du lieu de transfert de la $FTBO_{v2}(p)$ dans le plan de Bode, pour K_i = 1,2 V.rad^{-1} (valeur évitant des calculs trop longs), réglé avec $\beta = 1/6$ (non justifié) et pour α = 10 (valeur choisie précédemment).

Question 17

Justifier que β doit être inférieur à 1 pour que la correction par retour tachymétrique soit efficace vis-à-vis du critère de pulsation de coupure à 0dB.

On donne (*annexe 6 Figure B3*), pour le système en boucle fermée et non perturbé (couple conducteur nul), les abaques du temps de réponse à 5% et du premier dépassement en réponse à un échelon d'angle θ_{v_ref}, en fonction de la marge de phase du système, réglé avec $\beta = 1/6$.

Question 18

Donner par lecture des abaques (*annexe 6 Figure B3*), la valeur de la marge de phase la plus grande, permettant de satisfaire les deux critères de temps de réponse et de dépassement.

Question 19

Déterminer par lecture du lieu de transfert dans le plan de Bode de $FTBO_{v2}(p)$, tracé dans les conditions de la question 17, la valeur de K_i permettant d'obtenir la marge de phase trouvée à la question précédente.

Question 20

Faire une synthèse argumentée de la démarche proposée dans cette partie, pour optimiser le comportement de l'unité de pilotage.
Conclure, en reprenant chaque critère de l'exigence Id 1-3.3, sur la satisfaction du cahier des charges.

Question 21

Avec le réglage établi par le modèle, quel phénomène pourrait endommager certains composants du système réel ?
Quelle disposition technologique permettrait d'éviter ce phénomène ? Quelles en seraient les conséquences sur les performances du système ?

PARTIE C

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif d'élaborer un modèle simple du comportement de l'unité de braquage des roues.

Modélisation architecturale de l'unité de braquage

L'architecture générale peut se présenter comme sur la *figure 13*. En effet, l'unité de braquage s'inscrit dans un ensemble comprenant l'unité de braquage proprement dite, mais aussi le mécanisme de direction. Celui-ci comprend les roues avant et leurs liaisons avec le châssis du véhicule à laquelle il faudrait ajouter la liaison avec la transmission moteur (non représentée).

La chaîne d'énergie de l'unité de braquage des roues est composée d'un actionneur électrique accouplé à un réducteur entraînant le pignon qui engrène avec la crémaillère. Le schéma cinématique de cette chaîne est donné (*annexe 7 Figure C1*). La crémaillère entraîne les bielles de direction, en liaison rotule avec la crémaillère aux points A_1 et A_2, qui provoquent la rotation des roues. L'arbre **2** est constitué de l'arbre d'entrée du réducteur et du rotor du moteur, et de même l'arbre **3** est constitué de l'arbre de sortie du réducteur et du pignon **pc**.

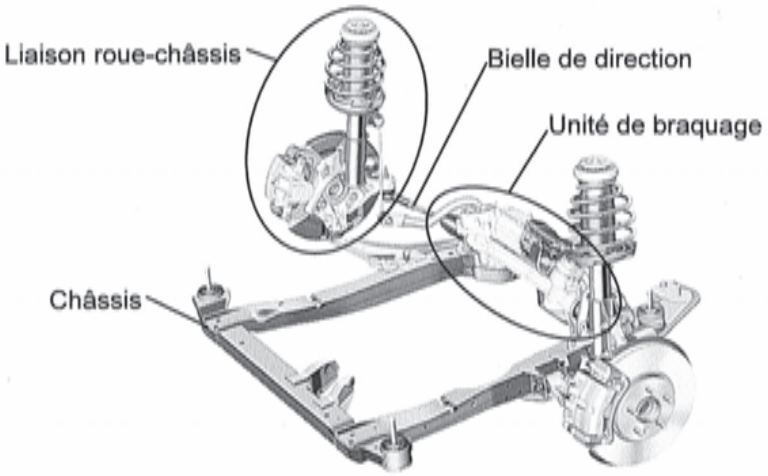


Figure 13 – Architecture générale du braquage des roues avant du véhicule

Le **paramétrage** et les **données** sont les suivants :

- $C_{mb}\,\vec{x}_1$: couple moteur exercé par le moteur sur l'arbre **2** ;
- θ_m : angle de rotation de l'arbre **2** par rapport au châssis **1** compté positivement sur $\vec{x}_1$;
- G_m : centre d'inertie de l'arbre **2** situé sur l'axe de sa liaison pivot avec le châssis **1** ;
- J_2 : moment d'inertie par rapport à l'axe $(G_m, \vec{x}_1)$ de l'arbre **2** ;
- τ_2 : rapport de réduction du réducteur avec l'entrée sur l'arbre **2** ($\tau_2 < 1$) ;
- R_{pc} : rayon primitif du pignon **pc** ;
- θ_3 : angle de rotation de l'arbre **3** par rapport au châssis **1** compté positivement sur $\vec{x}_1$;
- G_r : centre d'inertie de l'arbre **3** situé sur l'axe de sa liaison pivot avec le châssis **1** ;
- J_3 : moment d'inertie par rapport à l'axe $(G_r, \vec{x}_1)$ de l'arbre **3** ;
- M_c : masse de la crémaillère **4** ;
- $y_c\,\vec{y}_1$: déplacement de la crémaillère **4** par rapport au châssis **1** ;
- $v_c\,\vec{y}_1$: vitesse de la crémaillère **4** par rapport au châssis **1** ;
- $\mathcal{T}(pc \to 4) = \left\{ \begin{matrix} -F_{mc}\,\vec{y}_1 \\ -R_{pc}.F_{mc}\,\vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_{G_r}$: torseur des actions mécaniques du pignon **pc** sur la crémaillère **4** ;
- $\mathcal{T}(8 \to 4) = \left\{ \begin{matrix} F_{rc}\,\vec{y}_1 \\ R_{pc}.F_{rc}\,\vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_{G_r}$: torseur des actions mécaniques des bielles de direction **8** (*annexe 7 Figure C2*) sur la crémaillère **4**.

Modélisation architecturale du mécanisme de direction

Le mécanisme de direction assure la liaison roue-châssis. Une représentation sans la bielle de direction est donnée *figure 14*. La liaison permet le pivotement des roues avant mais aussi la suspension du véhicule qui participe à ce que l'on appelle la liaison au sol du véhicule.

Un schéma cinématique (*annexe 7 Figure C2*) du mécanisme de direction, précise le modèle adopté pour les différentes liaisons et comprend la bielle de direction ainsi que la crémaillère mais pas la roue afin de ne pas surcharger la figure. Ce schéma est exécuté pour une marche en ligne droite, et le plan de la roue est supposé parallèle au plan de symétrie longitudinal du véhicule. Deux vues complémentaires précisent la disposition générale et notamment la position des points I et Q.

Le paramétrage associé à ce schéma cinématique (*annexe 7 Figure C2*), est le suivant :

$\overrightarrow{OE} = x_E\,\vec{x}_1$; $\overrightarrow{OC} = y_C\,\vec{y}_1$; $\overrightarrow{CD} = x_D\,\vec{x}_1 + y_D\,\vec{y}_1 + z_D\,\vec{z}_1$; $\overrightarrow{CP} = z_P\,\vec{z}_1$; $\overrightarrow{CB} = x_B\,\vec{x}_1 + z_B\,\vec{z}_1$ et $\overrightarrow{A_1B} = a\,\vec{y}_1$ (on néglige l'angle des bielles de direction **8** avec l'axe $\vec{y}_1$).

On suppose la roue circulaire d'axe $(P, \vec{y}_1)$ et de rayon R, en contact ponctuel au point I avec le sol. L'équation du plan matérialisant le sol est $z = -h$.

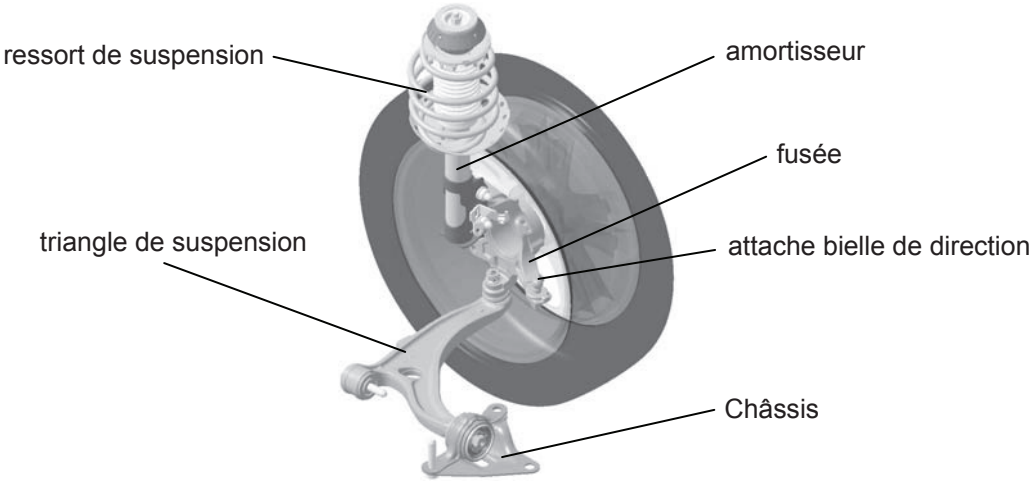


Figure 14 – Architecture du mécanisme de direction

Les valeurs numériques sont :

x_E = 200 mm ; y_C = 350 mm ; x_D = – 60 mm ; y_D = – 150 mm ; z_D = 600 mm ; z_P = 100 mm ;
x_B = 200 mm ; z_B = 70 mm ; R = 300 mm et h = 200 mm.

C1 - ESTIMATION DE L'ACTION SUR LA CRÉMAILLÈRE EN FONCTION DE L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

L'estimation de l'action sur la crémaillère en fonction de l'action du sol sur les roues avant permettra de compléter le modèle de la *figure 16* en précisant l'entrée de perturbation $F_{rc}(p)$ mais aussi le retour d'information $C_{brv}(p)$ destiné au conducteur (voir modèle complet *annexe 4 Figure A4*).

En effet, dans le cas d'une direction découplée, le conducteur actionne un volant qui n'a pas de lien direct avec l'unité de braquage des roues. Il s'en suit que les actions mécaniques sol-roues ne seraient pas transmises au conducteur sans ce retour. Or, celui-ci joue un rôle majeur dans la sécurité, car il informe le conducteur sur les conditions de maintien de la trajectoire du véhicule dans un virage.

C1.1 - ANALYSE DE LA STRUCTURE DU MÉCANISME DE DIRECTION

Objectif — Cette partie a pour objectif de déterminer la position de l'axe de pivotement de la roue.

On cherche, dans un premier temps, à valider ce mécanisme sur sa capacité à assurer simultanément les fonctions de pivotement et de débattement de la roue par rapport au châssis. On utilise, pour cela, le modèle proposé (*annexe 7 Figure C2*).

Question 22

En limitant l'analyse aux solides **1**, **5**, **6** et **7**, donner, en précisant avec rigueur votre analyse, le degré de mobilité et le degré d'hyperstatisme du mécanisme de direction.
On distinguera degré de mobilité utile et degré de mobilité interne puis on précisera leur nature et comment sont pilotées la ou les mobilité(s) utile(s).

On cherche ensuite à déterminer la position de l'axe de pivotement. On note Q, le point d'intersection de l'axe de pivotement avec le sol. Si I est le point de contact de la roue sur le sol, on suppose que la géométrie du mécanisme de direction impose $\overrightarrow{IQ} = d\,\vec{x}_1$, où d est appelé le déport. La détermination du déport d permet de caractériser la position de l'axe de pivotement, situé dans le plan $(C, \vec{y}_1, \vec{z}_7)$, par rapport au point I.

Question 23

Déterminer les équations de la droite de pivotement, de direction $\overrightarrow{CD}$, en écrivant qu'un point courant M de la droite, tel que $\overrightarrow{CM} = x\,\vec{x}_1 + y\,\vec{y}_1 + z\,\vec{z}_1$, vérifie la relation $\overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{CD} = \vec{0}$. On donnera le résultat en fonction de x_D, y_D et z_D. Combien d'équations sont indépendantes ?

Question 24

Déterminer l'expression du déport d en fonction de x_D, z_D et h. Faire l'application numérique.

C1.2 - RELATION ENTRE L'ACTION SUR LA CRÉMAILLÈRE ET L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

Objectif — Cette partie a pour objectif de déterminer l'action mécanique nécessaire sur la crémaillère, exercée par les bielles de direction, pour vaincre l'action mécanique du sol sur les roues avant (*annexe 7 Figure C2*).

Hypothèses :

- le sol sollicite chaque roue avant par des actions mécaniques identiques ;
- le torseur des actions mécaniques du sol sur **une** roue avant est simplifié sous la forme :
  $\mathcal{T}(\text{sol} \to \text{roue}) = \left\{ \begin{matrix} F_{t1}\,\vec{y}_1 + F_{n1}\,\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I$;
- les liaisons sont supposées parfaites ;
- l'angle des bielles de direction **8** avec l'axe $\vec{y}_1$ est négligeable ;
- le poids des solides **6**, **7**, **8** et la roue, est négligeable devant les actions mécaniques développées ;
- l'ensemble Σ constitué des solides **6**, **7**, **8** et la roue, est supposé indéformable dans les conditions de l'étude ;
- le mouvement de l'ensemble Σ est suffisamment lent pour réduire l'étude à une étude statique.

Question 25

Déterminer la projection M_{rp} du moment $\vec{M}(C, \text{sol} \to \text{roue})$ sur la direction $\overrightarrow{CD}$ de l'axe de pivotement en fonction de x_D, y_D, z_D, F_{t1} et F_{n1}.

On suppose que $x_D^2 \ll z_D^2$, $y_D^2 \ll z_D^2$ et $F_{n1} \ll F_{t1}$.

Question 26

Donner l'expression simplifiée du moment M_{rp}, avec ces hypothèses, en fonction du déport d et F_{t1}.

Question 27

En isolant la bielle de direction **8**, montrer que l'action de la crémaillère **4** sur la bielle de direction **8** est sensiblement de la forme $\mathcal{T}(4 \to 8) = \left\{ \begin{matrix} Y_{48}\,\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{A_1}$.

On pose $F_{rc} = -2.Y_{48}$.

Question 28

En isolant l'ensemble Σ constitué des solides **6**, **7**, **8** et la roue, exprimer F_{rc} sous la forme $F_{rc} = d.K_{G1}.F_{t1}$. Donner l'expression de K_{G1} en fonction de x_B, z_B, x_D et z_D en utilisant les hypothèses données avant la question 26. Faire l'application numérique.

C1.3 - ÉVALUATION DE L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

Objectif — Cette partie a pour objectif de déterminer la composante F_{Y1} de l'action mécanique du sol sur les roues avant en fonction de l'angle de braquage θ_r.

La composante F_{Y1} correspond à la somme des composantes F_{t1} sur chacune des roues avant. Cette composante F_{Y1} de l'action mécanique du sol sur les roues avant se développe quand le véhicule est soumis à une poussée latérale, notamment en virage mais aussi dans d'autres circonstances comme un vent latéral. Elle permet au véhicule de maintenir une trajectoire imposée par le conducteur avec le volant.

Pour calculer la composante F_{Y1}, on utilise un modèle simplifié.

Principe de modélisation

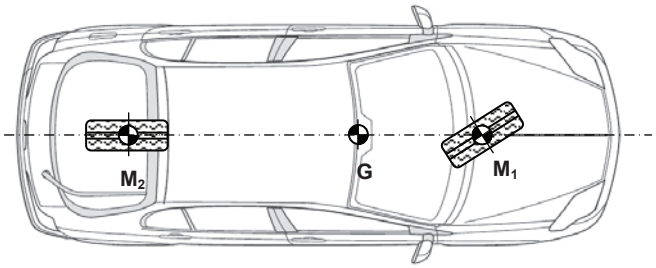


Figure 15 – Principe du modèle bicyclette

La dynamique du véhicule en virage est simplifiée grâce à un modèle dit "bicyclette" où chaque paire de roues avant et arrière est remplacée par un seule roue "moyenne" située dans le plan de symétrie, supposé vertical, de chaque paire de roues du véhicule. La roue moyenne supporte le double des actions mécaniques que supporteraient chacune des deux roues.

Ce modèle ne prend pas en compte le roulis et le tangage du véhicule, seul le lacet (rotation du véhicule autour de l'axe vertical) est pris en compte et permet une étude simplifiée du comportement en virage.

Le terme « bicyclette » ne reflète que la caractéristique d'un véhicule à deux roues, car il ne s'incline pas dans le virage et reste vertical. La *figure 15* présente le principe d'un tel modèle où M_1 et M_2 sont les centres des roues et G le centre d'inertie du véhicule.

Ce modèle suppose de plus, que le pivotement de la roue avant, permettant le braquage, s'effectue selon un axe vertical situé en M_1. Cette hypothèse néglige l'inclinaison, par rapport à la verticale, de l'axe de pivotement de la roue et donc du déport (voir définition en partie C1.1)

Modèle

On donne (*annexe 8 Figure C3*) le modèle paramétré utilisé pour la détermination du comportement simplifié du véhicule en virage. La figure est donnée en vue de dessus complétée par deux vues partielles de chaque roue (la roue avant et la roue arrière).

L'ensemble du véhicule constitue le solide **1**, la roue avant le solide $\mathbf{R_1}$ et la roue arrière le solide $\mathbf{R_2}$. La roue $\mathbf{R_2}$ est en liaison pivot avec le solide **1**, d'axe $(M_2, \vec{y}_1)$. La roue $\mathbf{R_1}$ est en liaison avec le solide **1** par l'intermédiaire d'une pièce (non représentée) assurant une liaison pivot d'axe $(M_1, \vec{z}_1)$ et une liaison pivot d'axe $(M_1, \vec{v})$. Les roues $\mathbf{R_1}$ et $\mathbf{R_2}$ sont en liaison ponctuelle avec le sol, respectivement aux points I_1 et I_2, de normale $\vec{z}_1$.

Données

- Le repère $R_0\ (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est supposé galiléen et $(O, \vec{z}_0)$ est un axe vertical ascendant ;
- Le repère $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au véhicule avec $(G, \vec{x}_1)$ dirigé vers l'avant du véhicule et $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$;
- G est le centre d'inertie du véhicule ;
- Les positions des points M_1 et M_2 sont données par $\overrightarrow{GM_1} = \ell_1 \vec{x}_1$ et $\overrightarrow{GM_2} = -\ell_2 \vec{x}_1$;
- La masse du véhicule est notée M et son moment d'inertie autour de l'axe $(G, \vec{z}_1)$: J_{zz} ;
- L'orientation du véhicule est définie par l'angle de lacet $\psi(t)$, fonction du temps, tel que $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;

Tournez la page S.V.P.

- L'angle de braquage (ou pivotement) des roues avant (roue $\mathbf{R_1}$ sur le modèle de l'*annexe 8 Figure C3*) : $\theta_r(t) = (\vec{x}_1, \vec{u}) = (\vec{y}_1, \vec{v})$;
- Le mouvement du véhicule dans le virage est donné par le torseur cinématique :
  $\mathcal{V}(1/0) = \left\{ \begin{matrix} \dot{\psi}(t)\,\vec{z}_1 \\ V.\cos\alpha(t)\,\vec{x}_1 + V.\sin\alpha(t)\,\vec{y}_1 \end{matrix} \right\}_G$ où V est un scalaire et $\alpha(t)$ l'angle fonction du temps repérant la direction de $\vec{V}(G,1/0)$ par rapport à $\vec{x}_1$;
- Les torseurs d'actions mécaniques du sol sur les roues sont donnés sous la forme :
  $\mathcal{T}(0 \to R_1) = \left\{ \begin{matrix} F_{Y1}\,\vec{v} + F_{Z1}\,\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{I_1}$ pour la roue avant $\mathbf{R_1}$, et
  $\mathcal{T}(0 \to R_2) = \left\{ \begin{matrix} F_{Y2}\,\vec{y}_1 + F_{Z2}\,\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{I_2}$ pour la roue arrière $\mathbf{R_2}$.
- Le phénomène dit de dérive des pneumatiques, que l'on ne développera pas ici, engendre un léger mouvement latéral des pneumatiques, qui incline les vecteurs vitesses des points M_1 et M_2 par rapport à R_0. On introduit donc les vecteurs $\vec{d}_1$ et $\vec{d}_2$ tels que les vecteurs vitesses des points M_1 et M_2 par rapport à R_0 soient respectivement colinéaires à $\vec{d}_1$ et $\vec{d}_2$. Les angles d'inclinaison, fonction du temps, restent faibles. Ils sont notés respectivement $\delta_1(t)$ et $\delta_2(t)$. Les repères $(M_1, \vec{d}_1, \vec{g}_1, \vec{z}_1)$ et $(M_2, \vec{d}_2, \vec{g}_2, \vec{z}_1)$ sont tels que : $\delta_1(t) = (\vec{u}, \vec{d}_1) = (\vec{v}, \vec{g}_1)$ et $\delta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{d}_2) = (\vec{y}_1, \vec{g}_2)$.

Hypothèses

- On néglige la masse des roues devant celle du véhicule ;
- On se place dans le cas d'un braquage constant [$\theta_r(t) = C^{te}$] à vitesse constante [$V = C^{te}$] ;
- On néglige la rotation des roues autour de leurs axes, respectivement $(M_1, \vec{v})$ et $(M_2, \vec{y}_1)$, conduisant ainsi à considérer que les roues $\mathbf{R_1}$ et $\mathbf{R_2}$ font partie du solide **1** ;
- On suppose que les angles α, θ_r, δ_1 et δ_2 restent faibles ;
- Le comportement de dérive des pneumatiques est supposé linéaire et caractérisé par les relations : $F_{Y1} = -D.\delta_1$ et $F_{Y2} = -D.\delta_2$ où D est un coefficient connu.

C1.3.1 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU VÉHICULE EN VIRAGE

On cherche à déterminer le système d'équations régissant le comportement du véhicule afin d'obtenir une relation entre les composantes d'actions mécaniques latérales F_{Y1} et F_{Y2} de maintien de la trajectoire avec l'angle de braquage θ_r des roues lors d'un virage.

C1.3.1.1 - RELATIONS DE COMPATIBILITÉ CINÉMATIQUE

Les différents paramètres définis ne sont pas tous indépendants car ils sont liés par la propriété caractéristique du champ des vecteurs vitesses d'un solide indéformable. Le solide **1** tel que défini avec les hypothèses précédentes, est supposé indéformable.

Question 29

Exprimer, à partir de $\vec{V}(G,1/0)$, les vecteurs vitesses $\vec{V}(I_1,1/0)$ et $\vec{V}(I_2,1/0)$ en fonction de V, α, ℓ_1, ℓ_2 et $\dot{\psi}$.

Question 30

Après avoir exprimé les vecteurs $\vec{g}_1$ et $\vec{g}_2$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ et en remarquant que $\vec{V}(I_1,1/0).\vec{g}_1 = 0$ et $\vec{V}(I_2,1/0).\vec{g}_2 = 0$, écrire les deux relations liant les paramètres.

Question 31

Déduire des deux relations précédentes les expressions de $\tan(\theta_r + \delta_1)$ et $\tan\delta_2$, en fonction de V, α, ℓ_1, ℓ_2 et $\dot{\psi}$.

Question 32

Montrer qu'après linéarisation, on obtient $\delta_1 = -\theta_r + \alpha + \ell_1 \cdot \frac{\dot{\psi}}{V}$ et $\delta_2 = \alpha - \ell_2 \cdot \frac{\dot{\psi}}{V}$.

C1.3.1.2 - EXPRESSION DU TORSEUR DYNAMIQUE DU VÉHICULE

Question 33

Exprimer l'accélération $\vec{a}(G,1/0)$ du point G du solide **1** dans son mouvement par rapport au repère galiléen et en déduire l'expression de la résultante dynamique $\vec{R}_d(1/0)$ en fonction de M, V, α, $\dot{\alpha}$ et $\dot{\psi}$.

Question 34

Exprimer le moment dynamique au point G du solide **1** dans son mouvement par rapport au repère galiléen en projection sur $\vec{z}_0$ noté $\vec{\delta}(G,1/0).\vec{z}_0$ en fonction de J_{zz} et $\ddot{\psi}$.

C1.3.1.3 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU VÉHICULE

Question 35

Après avoir isolé le solide **1** (avec les roues supposées solidaires de **1**), traduire le principe fondamental de la dynamique sous la forme du théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{y}_1$, et du théorème du moment dynamique au centre d'inertie en projection sur $\vec{z}_0$.

Question 36

Linéariser ces deux équations avec l'hypothèse d'angles petits, puis remplacer F_{Y1} et F_{Y2} avec l'hypothèse $F_{Y1} = -D.\delta_1$ et $F_{Y2} = -D.\delta_2$ et les résultats donnés à la question 32.

Monter que l'on obtient un système de deux équations sous la forme :

$$\begin{cases} A.\dot{\psi} = B_1.\dot{\alpha} + B_2.\alpha + \theta_r \\ C.\ddot{\psi} + E.\dot{\psi} = F.\alpha + \theta_r \end{cases}$$

pour lequel, on donnera les expressions des constantes A, B_1, B_2, C, E et F en fonction de J_{zz}, M, V, D, ℓ_1 et ℓ_2.

Ce système d'équations permet de déterminer ψ et α en fonction θ_r, et d'aboutir à l'expression de la composante F_{Y1} en fonction de θ_r dans le domaine de Laplace. Soit une fonction de transfert sous la forme : $DV(p) = \frac{F_{Y1}(p)}{\theta_r(p)} = \frac{a_0 + a_1.p + a_2.p^2}{b_0 + b_1.p + b_2.p^2}$. On admettra pour la suite du sujet que cette fonction de transfert peut se réduire à son gain statique noté K_{DV}.

C2 - MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif de déterminer la fonction de transfert $T_b(p)$ (voir *figure 16*).

Modélisation comportementale de l'unité de braquage

Le schéma bloc de la *figure 16* décrit l'organisation de l'unité de braquage avec sa commande asservie à retour unitaire.

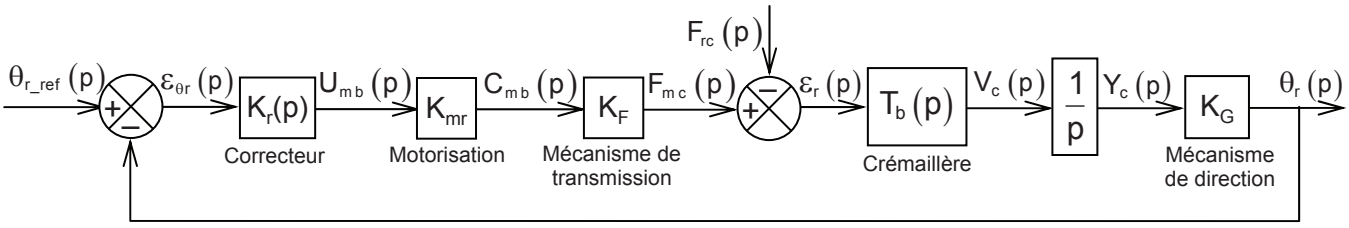


Figure 16 – Schéma bloc de l'unité de braquage des roues

On appelle mécanisme de transmission l'ensemble constitué de l'arbre **2**, du réducteur, de l'arbre **3** avec le pignon **pc**. L'ensemble de motorisation est commandé par le signal $u_{mb}(t)$.

En considérant que la dynamique électromécanique du moteur seul est négligeable devant celle de l'ensemble mécanique actionné, on adopte pour la motorisation, constituée du moteur à courant continu et de son électronique de commande, comportant notamment une boucle de courant, un modèle sous la forme d'un gain pur. On lui associe le gain K_{mr}.

$\varepsilon_{\theta r}(t)$ et $\varepsilon_r(t)$ sont respectivement les écarts élaborés par le premier et le deuxième comparateur (voir *figure 16*).

Le schéma bloc de la *figure 16*, montre qu'il a été choisi de rapporter toute la dynamique de l'unité de braquage à la crémaillère. La fonction de transfert $T_b(p)$ représente cette dynamique.

Notations

- E : ensemble des solides **2**, **3** et **4** (*annexe 7 Figure C1*) ;
- le solide **3** est formé de l'arbre **3** et du pignon **pc** qui lui est solidaire ;
- f_{eq} : coefficient de frottement visqueux équivalent, pour l'ensemble E, rapporté à la crémaillère **4** dans son mouvement par rapport à **1** ;
- M_{eq} : masse équivalente à l'ensemble E, rapportée à la crémaillère **4** dans son mouvement par rapport à **1** ;
- $K_F = \frac{\dot{\theta}_m}{\dot{y}_c} = \frac{F_{mc}}{C_{mb}}$: rapport de transmission.

Hypothèses

- les liaisons sont supposées parfaites hormis le frottement visqueux f_{eq} défini juste avant ;
- le réducteur est supposé sans pertes énergétiques ;
- le repère lié au solide **1** sera considéré comme galiléen dans la situation d'étude de cette partie.

Question 37

Déterminer l'expression de K_F en fonction de τ_2 et R_{pc} (*annexe 7 Figure C1*).

Question 38

Déterminer l'expression de la masse équivalente M_{eq} en fonction de J_2, J_3, M_c, τ_2 et R_{pc} (les notations sont définies par les données de la page 12).

Question 39

Appliquer le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble E et donner l'équation différentielle reliant y_c et ses dérivées, en fonction de M_{eq}, f_{eq}, K_F, C_{mb} et F_{rc} (*annexe 7 Figure C1*).

Question 40

Déduire de l'équation précédente, en supposant les conditions initiales nulles, l'expression de la fonction de transfert $T_b(p)$ telle que $V_c(p) = T_b(p).\left[F_{mc}(p) - F_{rc}(p)\right]$, sous la forme $T_b(p) = \frac{g_b}{1+\tau_b.p}$.

On donnera les expressions de g_b et τ_b en fonction de M_{eq} et f_{eq}.

En supposant que θ_r reste faible, la relation géométrique liant θ_r et y_c peut être linéarisée.

On pose ainsi $\theta_r = K_G.y_c$ où K_G est une grandeur connue.

PARTIE D

VALIDATION DE LA MOTORISATION ET SYNTHÈSE DU CORRECTEUR DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif de valider la motorisation et d'optimiser les performances de l'unité de braquage, puis d'analyser la faisabilité du système avec la modélisation développée.

D1 - VALIDATION DE LA MOTORISATION DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif de valider la motorisation électrique par machine à courant continu (MCC) et son variateur.

La situation la plus exigeante pour la motorisation de l'unité de braquage est celle de la réalisation d'un créneau par le conducteur pour se mettre en position de stationnement. En effet le braquage des roues à l'arrêt induit des valeurs d'actions mécaniques du sol sur les roues plus importantes que pour les autres situations de conduite.

Cahier des charges — Le cahier des charges de la motorisation est caractérisé par les critères suivants :

Exigence	Critères	Niveaux	Flexibilité
Id 1-1.3 – Le système doit disposer d'une puissance suffisante d'actionnement du train avant d'un véhicule donné, en toutes circonstances.	1- Effort F_{mc} maximal fourni par la crémaillère 2- Vitesse moyenne v_{c_avg} de déplacement de la crémaillère 3- Amplitude de l'ondulation de l'effort fourni par la crémaillère	2500 N 0,24 $m.s^{-1}$ 25 N	mini / maxi

Données pour la motorisation

- **Machine à courant continu**
  - tension nominale V_n = 12 VDC
  - courant nominal I_n = 150 A
  - inductance d'induit L = 500 μH
  - résistance d'induit R_{induit} = 15 mΩ
  - constante de couplage électromécanique k_t = 0,01 $N.m.A^{-1}$ ou k_t = 0,01 $V.s.rad^{-1}$
- **Variateur**
  - calibre variateur I_v = 150 A
  - tension d'alimentation V_{vmax} = 20 VDC
  - résistance drain/source à l'état passant des MOSFET R_{DSON} = 7,5 mΩ (à l'état passant le MOSFET se comporte comme une résistance)
  - tension à l'état passant des diodes V_D = 0,7 V
  - fréquence de découpage f = 10 kHz
- **Batterie**
  - 12 VDC / 600 A (tension à vide/courant de court-circuit)
  - 70 Ah
  - résistance interne R_{bat_int} = 20 mΩ

Données pour la chaîne cinématique

Voir la *figure 19* et les données associées

Tournez la page S.V.P.

D1.1 - VALIDATION DU POINT DE FONCTIONNEMENT EN VALEUR MOYENNE

Les critères 1 et 2 du cahier des charges conduisent la machine à courant continu à devoir fournir, pendant le braquage, les valeurs numériques suivantes :

- couple moyen C_{mb_avg} = 1,25 N.m ;
- vitesse de rotation moyenne ω_{MCC_avg} = 480 rad.s^{-1}.

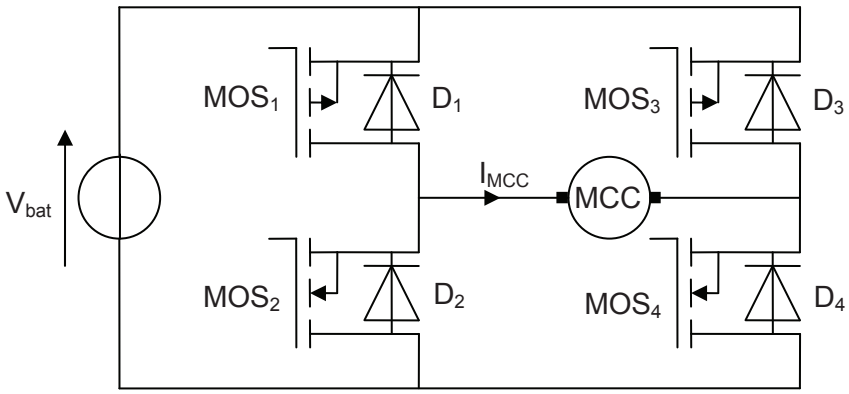
Le point de fonctionnement en valeur moyenne est défini par (V_{MCC_avg}, I_{MCC_avg}).

Question 41

Exprimer la valeur moyenne du courant du moteur à courant continu I_{MCC_avg} puis donner sa valeur numérique correspondant à F_{mc} = 2500 N.

Le variateur est construit à partir d'un pont en H à base d'interrupteurs à technologie MOSFET selon la *figure 17*.

Figure 17 – Variateur



La stratégie de commande est la suivante sur une période de découpage T, avec le rapport cyclique $\alpha_c \in [0,1]$:

- MOS_1 et MOS_4 commandé sur [0, α_cT[;
- MOS_2 et MOS_3 commandé sur [α_cT, T[.

Question 42

Déterminer la valeur numérique de α_c qui permet à la structure de faire circuler dans la MCC, la valeur maximale du courant I_{MCC_max}. Calculer numériquement la valeur de I_{MCC_max}, pour cette valeur de α_c et pour la vitesse de rotation moyenne ω_{MCC_avg} = 480 rad.s^{-1}.

En déduire si l'équipement constitué de la batterie, du variateur et de la MCC est compatible avec les critères 1 et 2 du cahier des charges.

D1.2 - VALIDATION DE L'EXIGENCE D'ONDULATION DE COUPLE

Dans cette partie, afin de simplifier l'analyse, on néglige les différentes résistances (R_{bat_int}, R_{DSON} et R_{induit}) intervenant dans le montage. Le modèle de la machine à courant continu se réduit à une fem E_{MCC} et une inductance d'induit L. Le montage se simplifie selon la *figure 18*.

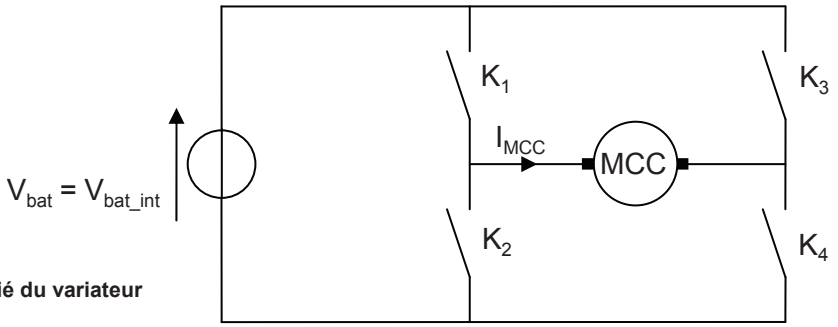


Figure 18 – Modèle simplifié du variateur

La stratégie de commande des 4 interrupteurs K_1, K_2, K_3 et K_4 considérés comme parfaits est la suivante sur une période de découpage T, avec le rapport cyclique $\alpha_c \in [0,1]$:

- K_1 et K_4 passant sur $[0, \alpha_c T[$;
- K_2 et K_3 passant sur $[\alpha_c T, T[$;

Sur l'intervalle de temps $[0,\alpha_c T[$, les variables i_{MCC}, V_{bat}, E_{MCC} et le paramètre L sont liées par la relation $V_{bat} = E_{MCC} + L \cdot \frac{di_{MCC}}{dt}$. D'autre part, on pose $i_{MCC}(0) = I_{mini}$ et $i_{MCC}(\alpha_c T) = I_{max}$. L'ondulation de courant ΔI_{MCC} est alors donnée par $\Delta I_{MCC} = I_{max} - I_{mini}$.

On suppose que la variation de vitesse de la MCC est nulle et que l'on peut poser $E_{MCC} = V_{MCC_avg}$.

Question 43

Donner la valeur moyenne de la tension V_{MCC_avg} aux bornes de la MCC en fonction de V_{bat} et α_c. Écrire ensuite la relation littérale donnant l'amplitude de l'ondulation de courant ΔI_{MCC} en fonction de V_{bat}, α_c, L et f. En déduire la valeur de α_c générant l'ondulation maximale du courant i_{MCC}.

Question 44

Exprimer l'amplitude de l'oscillation d'effort ΔF_{mc} sur la crémaillère puis déterminer numériquement son maximum ΔF_{mc_max}. Les caractéristiques du moteur à courant continu et du variateur choisis permettent-elles de valider le critère 3 du cahier des charges ?

D2 - SYNTHÈSE DU CORRECTEUR ET VALIDATION DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Objectif — Cette partie a pour objectif de déterminer les performances atteintes par l'unité de braquage avec une correction proportionnelle, intégrale et dérivée.

Modélisation de l'unité de braquage

La partie C a permis de mettre en place le modèle, sous la forme du schéma bloc de la *figure 19*.

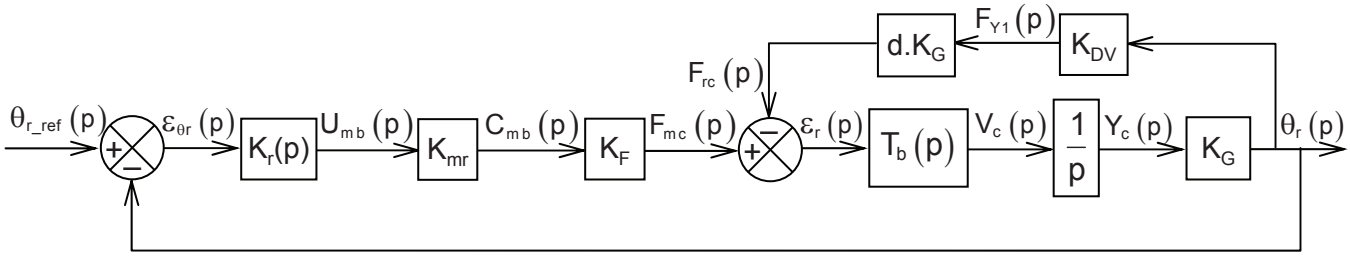


Figure 19 – Schéma bloc de l'unité de braquage des roues

Données

- $T_b(p)$ est de la forme $T_b(p) = \frac{g_b}{1 + \tau_b.p}$;
- $K_r(p)$ est un correcteur PID de la forme $K_r(p) = KP + \frac{KI}{p} + \frac{KD.p}{1 + \tau_f.p}$;
- Les valeurs numériques sont :
  $K_{mr} = 0,4$ N.m.V^{-1}, $K_F = 2.10^3$ m^{-1}, $g_b = 10^{-3}$ N^{-1}.m.s^{-1}, $\tau_b = 0,5$ s, $K_G = 5$ m^{-1}, $K_{DV} = 10^5$ N.rad^{-1} et $d = 2.10^{-2}$ m.

Cahier des charges — Le cahier des charges de cette unité est caractérisé par les critères suivants :

Tournez la page S.V.P.

Exigence	Critères	Niveaux	Flexibilité
Id 1-1.1 – Le système doit présenter des performances comparables à celles d'une direction conventionnelle, en suivi de trajectoire.	1- Pulsation de coupure à 0dB en boucle ouverte ω_0 2- Temps de réponse à 5% (boucle fermée) 3- Retard de traînage 4- Erreur statique en réponse à une consigne d'angle en échelon 5- Stabilité – Marge de phase – Marge de gain 6- Amortissement – 1er dépassement en réponse indicielle (boucle fermée)	30 rad/s (≈ 5 Hz) 100 ms 100 ms nulle 45° 20 dB 0%	mini ± 20 ms maxi aucune mini mini 5% maxi

Question 45

Déterminer l'expression du correcteur sous la forme $K_r(p) = KI.\left[\frac{1 + c_1.p + c_2.p^2}{p.(1+\tau_f.p)}\right]$ pour laquelle on précisera l'expression de c_1 et c_2 en fonction de KD, KI, τ_f et $\tau_i = \frac{KP}{KI}$.

La fonction de transfert en boucle ouverte du système $FTBO_b(p)$ telle que $\theta_r(p) = FTBO_b(p).\varepsilon_{\theta r}(p)$ peut se mettre sous la forme suivante : $FTBO_b(p) = K_r(p) \cdot \frac{K}{1 + \frac{2.\xi_0}{\omega_{n0}}p + \frac{1}{{\omega_{n0}}^2}p^2}$.

Avec la stratégie de placement adoptée pour le correcteur, on choisit $\tau_f = 0{,}01\,s$ et on cherche à compenser le terme $\frac{1}{1 + \frac{2.\xi_0}{\omega_{n0}}p + \frac{1}{{\omega_{n0}}^2}p^2}$ de la $FTBO_b(p)$.

Question 46

Déterminer τ_i et KD en fonction de KI, τ_f, ξ_0 et ω_{n0} qui mettent en œuvre la stratégie adoptée.

Exprimer alors la fonction de transfert en boucle ouverte du système $FTBO_b(p)$ en fonction de K,KI et τ_f.

Question 47

Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_b(p)$, sous forme canonique, en fonction de K, KI et τ_f. En déduire la valeur de KI qui permet d'obtenir le meilleur temps de réponse à 5% en réponse à un échelon. Calculer ce temps de réponse et le retard de poursuite en réponse à une rampe.

Le temps de réponse sera évalué par la relation $3/\omega_n$ et le retard de poursuite par $2.\xi/\omega_n$ où ω_n est la pulsation propre et ξ le facteur d'amortissement en boucle fermée.

On donne K = 10^{-1} rad.V^{-1}, $\xi_0 = 10^{-1}$ et $\omega_{n0} = 10\,rad.s^{-1}$.

Question 48

Conclure, en reprenant chaque critère de l'exigence Id 1-1.1, sur la satisfaction du cahier des charges. On donne à toute fin utile que $\log_{10}(2) = 0{,}3$.

On donne (*annexe 8 Figure C4*) un tracé de l'évolution temporelle de θ_{r_ref} et θ_r suite à la sollicitation de référence de couple du conducteur (*figure 8*) pour un véhicule donné et une vitesse de 80 km/h.

Question 49

Conclure sur la faisabilité d'une direction découplée au regard de la modélisation effectuée et des performances simulées obtenues.

FIN DU SUJET

Description du système

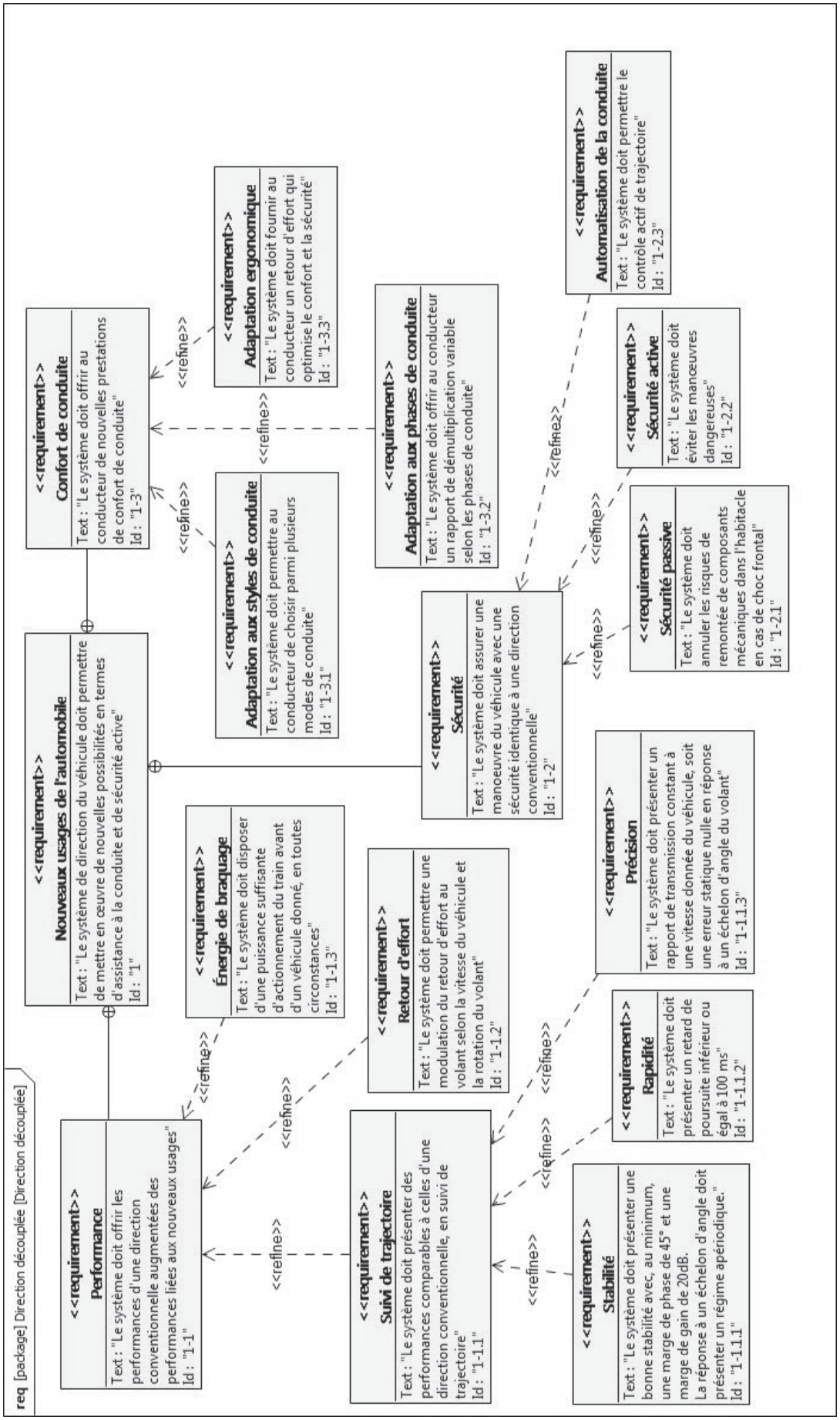


Figure A1 – Diagramme d'exigence partiel de la direction découplée

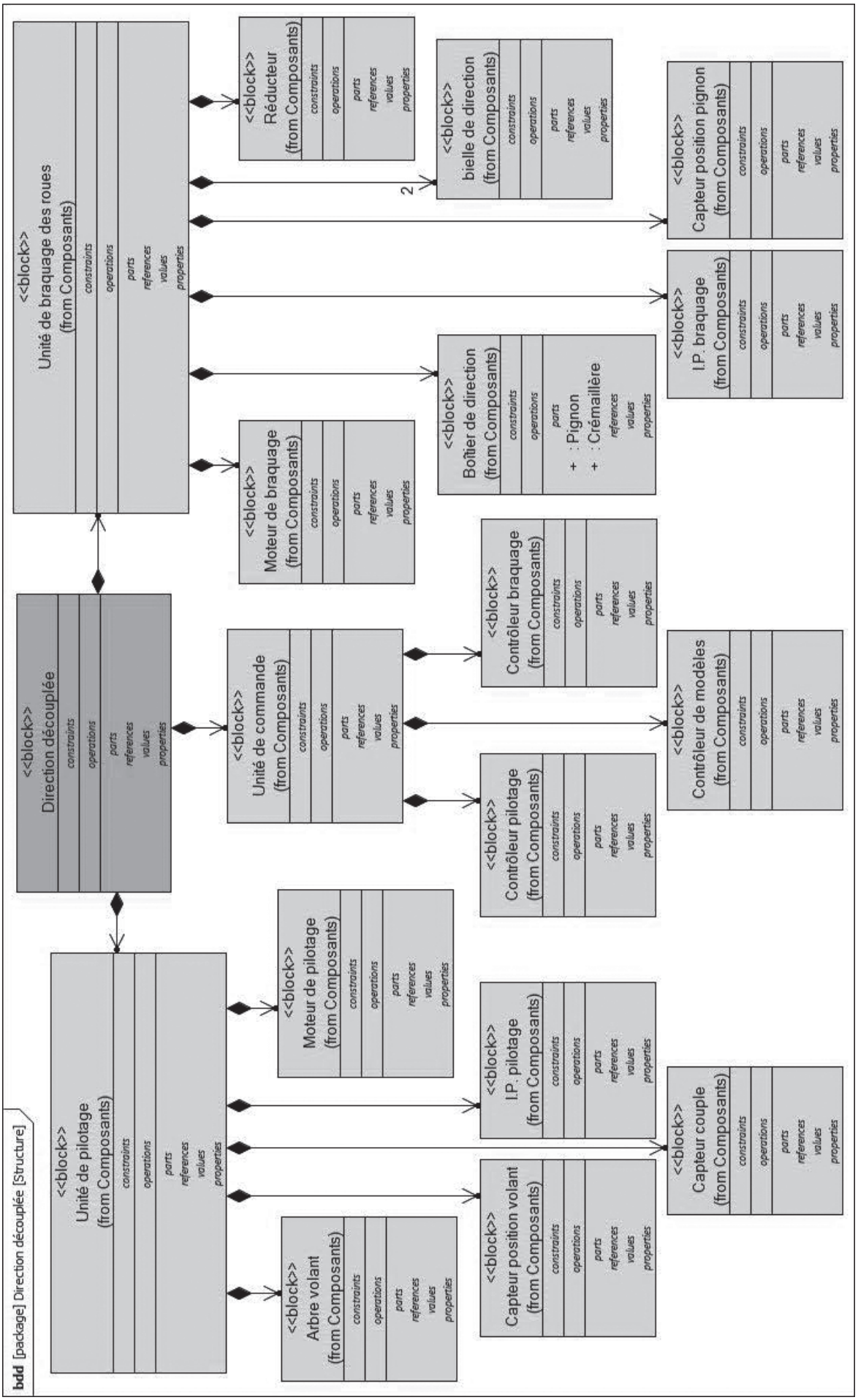


Figure A2 – Structure de la direction découplée

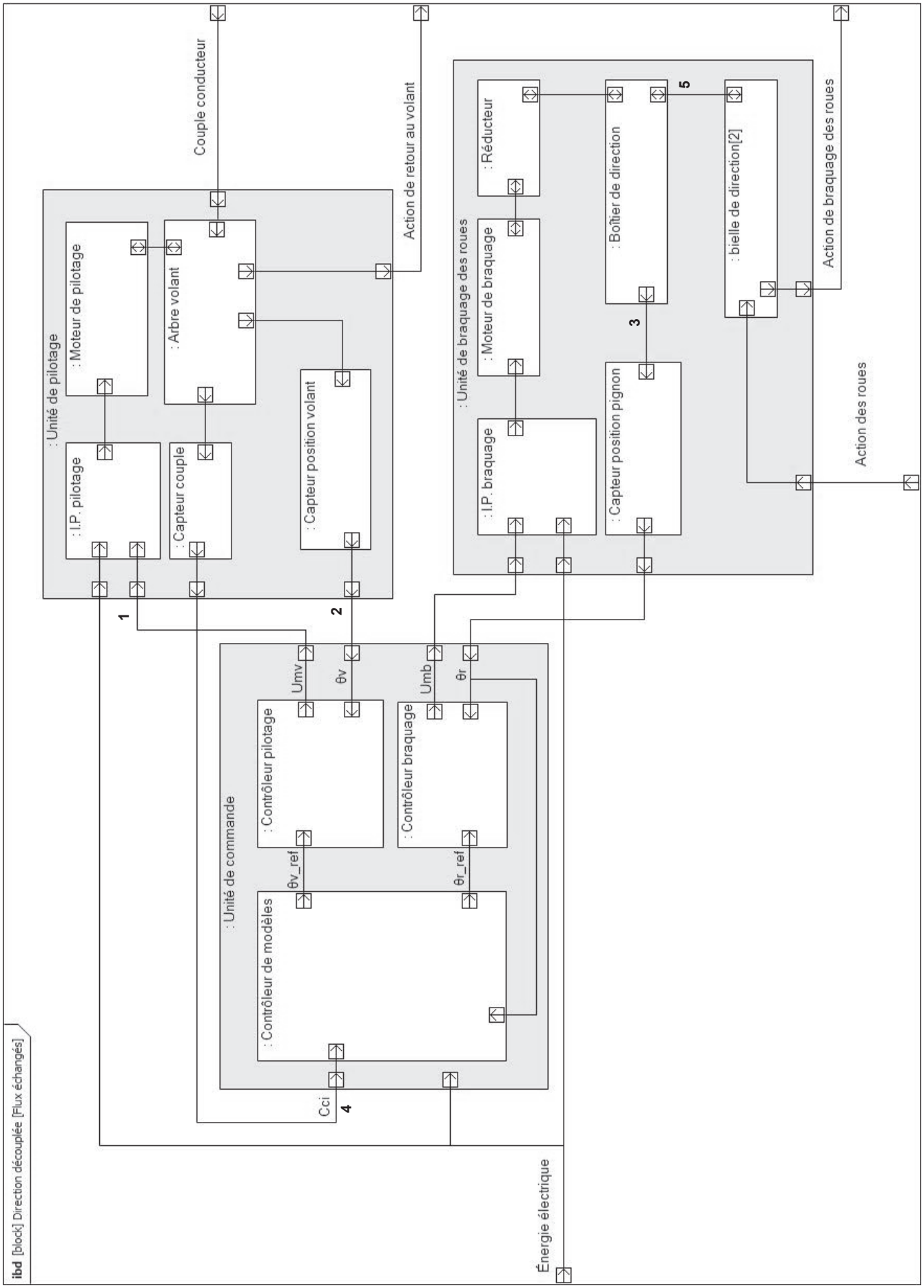


Figure A3 – Structure interne de la direction découplée

Tournez la page S.V.P.

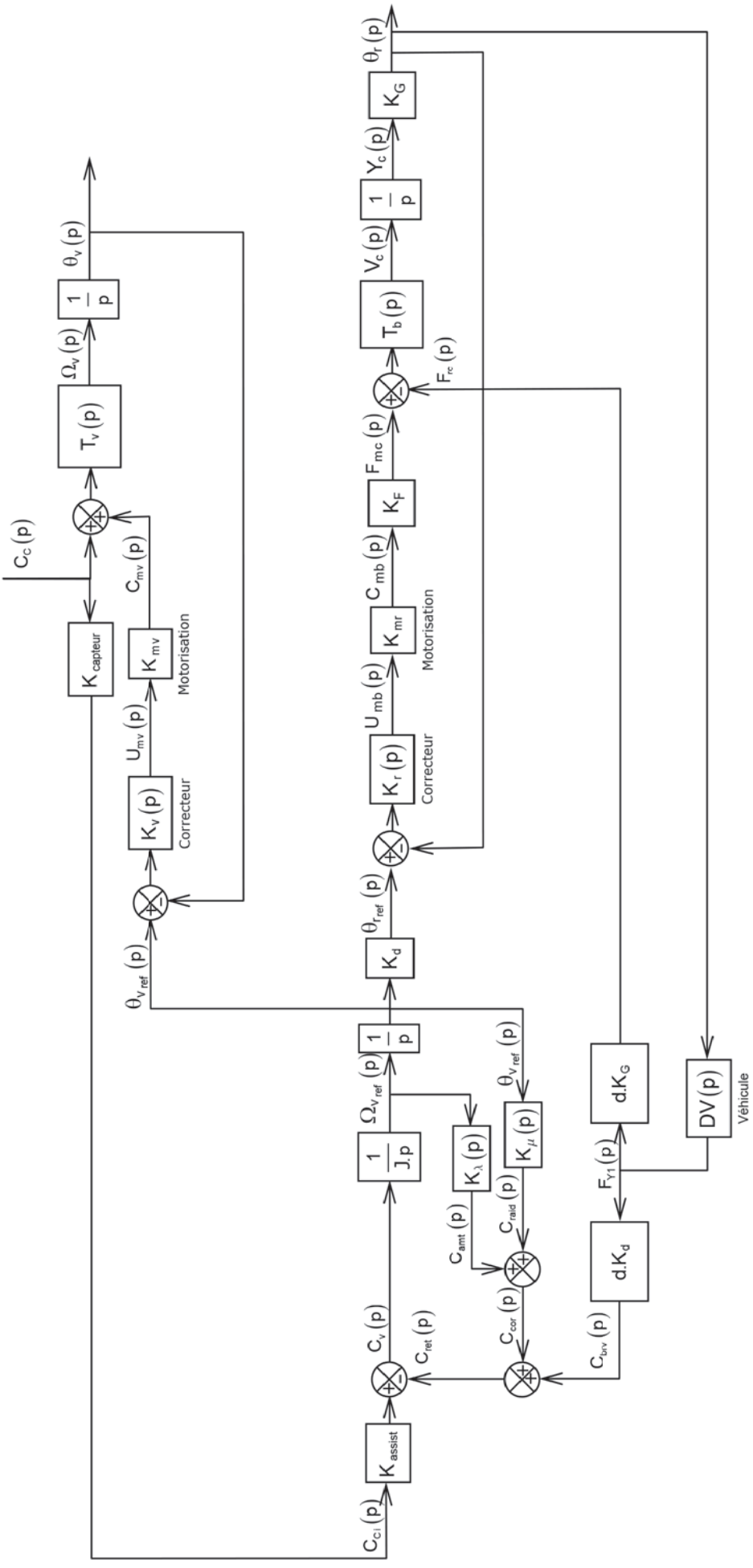


Figure A4 – Schéma bloc de la direction découplée

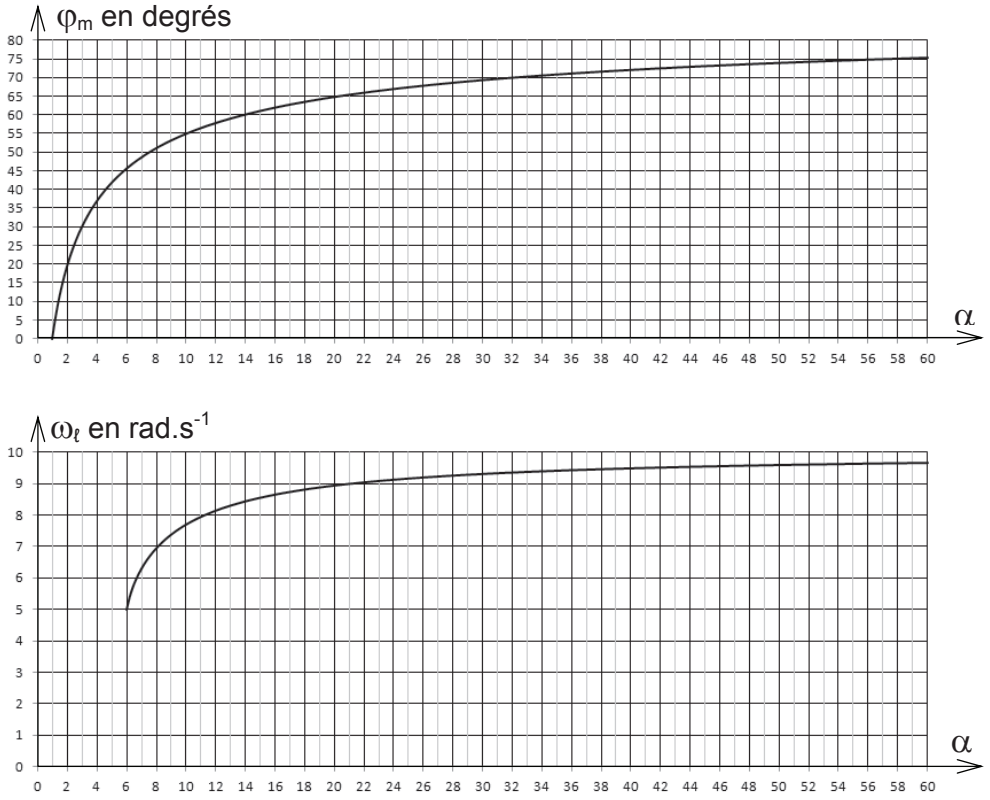


Figure B1 – Abaques de réglage de H(p) en fréquentiel

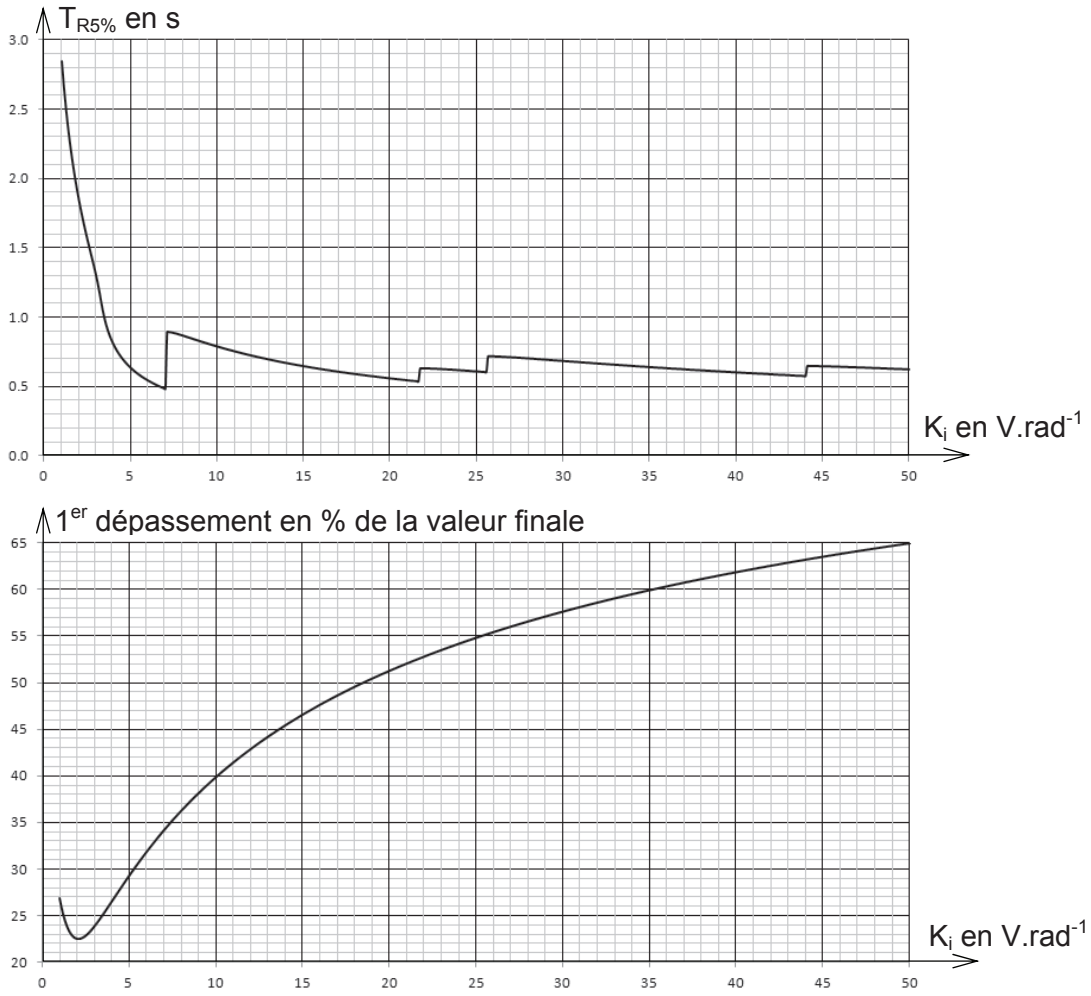
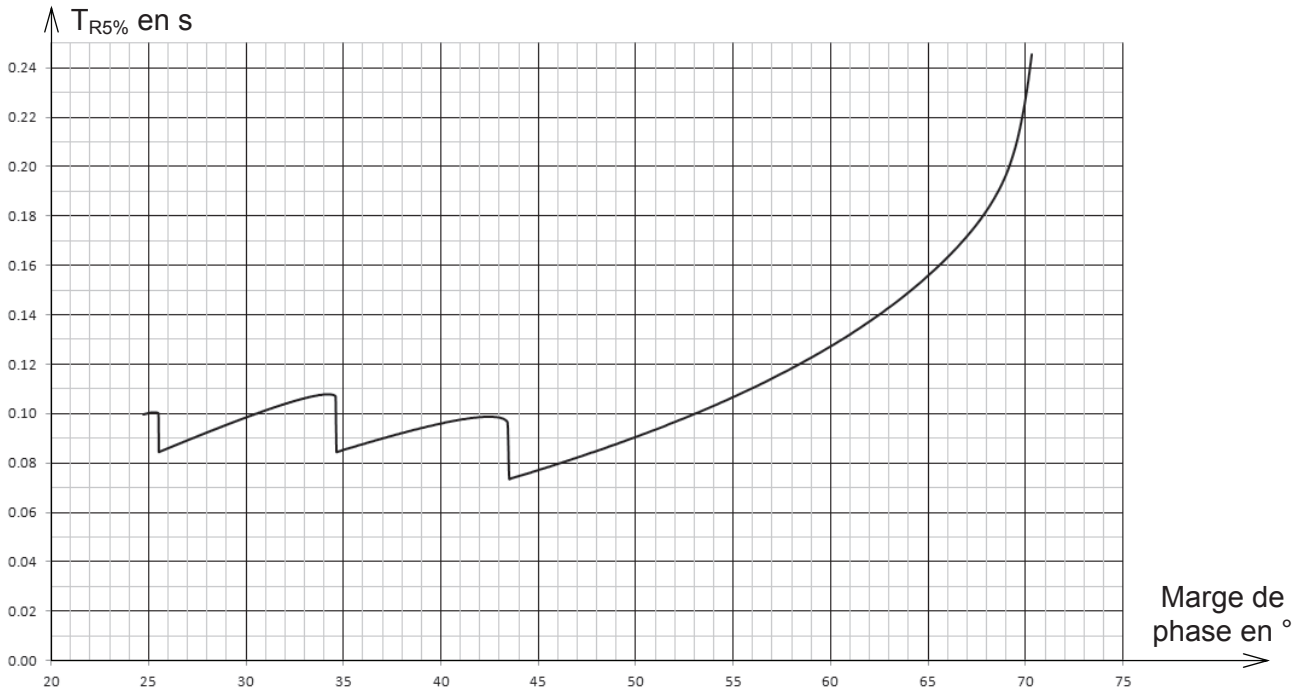


Figure B2 – Abaques de réglage en temporel de l'unité de pilotage corrigée



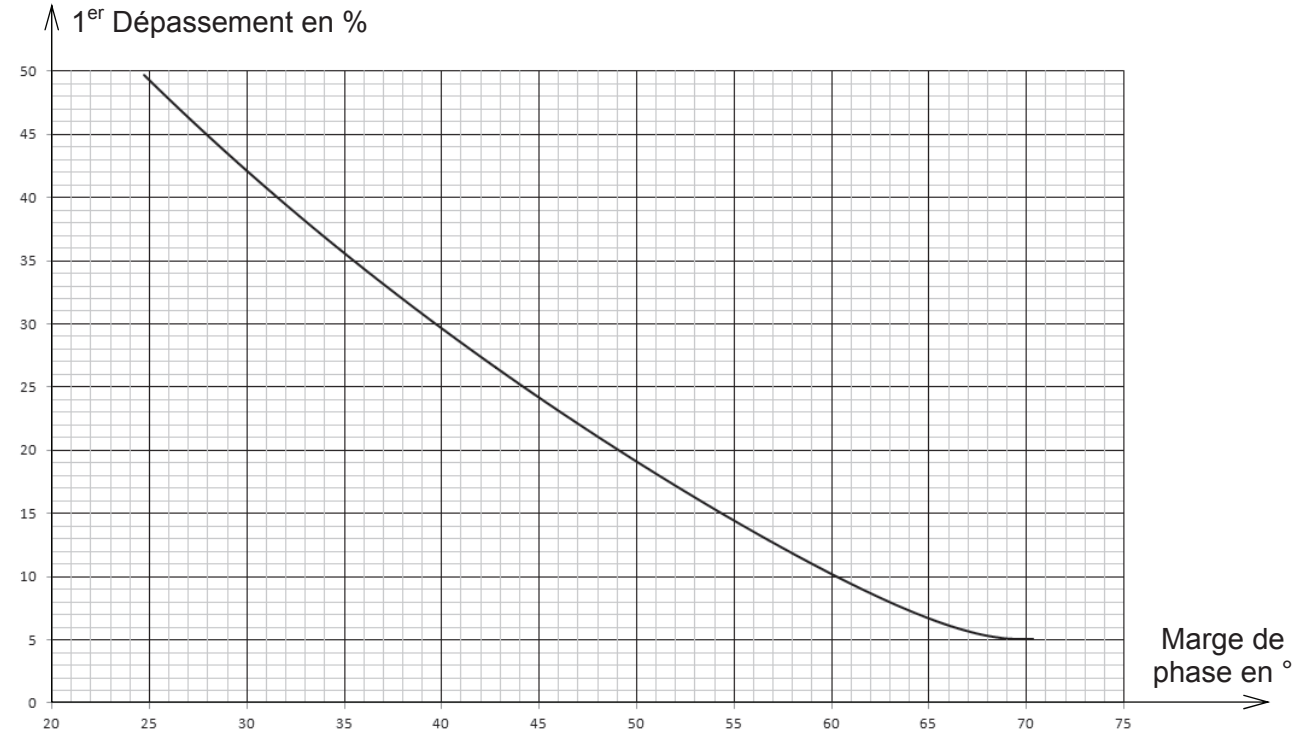


Figure B3 – Abaques de réglage en temporel de l'unité de pilotage corrigée avec retour tachymétrique

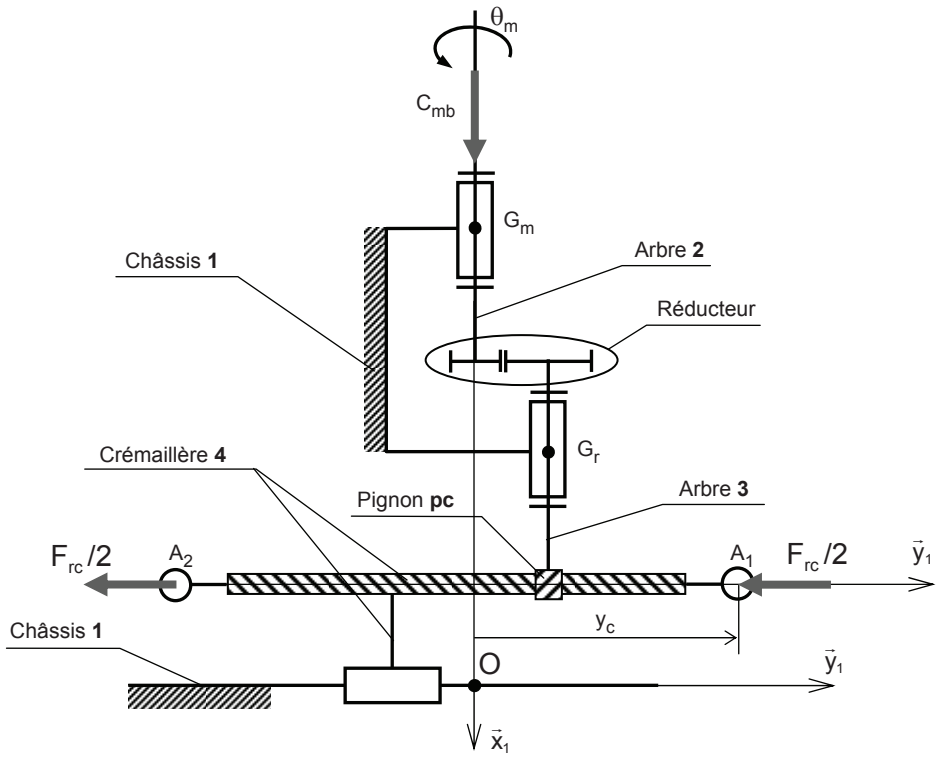
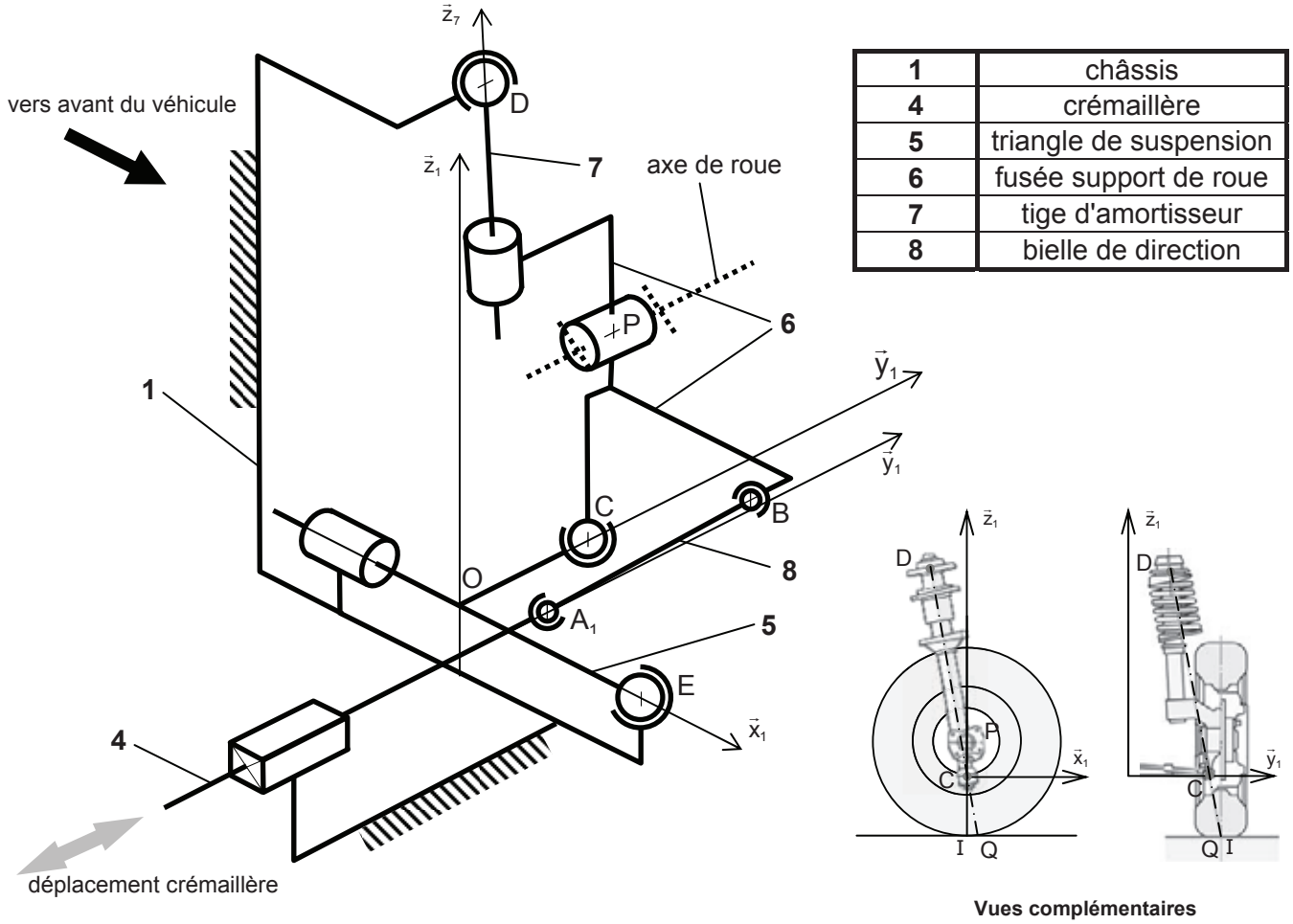


Figure C1 – Schéma cinématique de l'unité de braquage



1	châssis
4	crémaillère
5	triangle de suspension
6	fusée support de roue
7	tige d'amortisseur
8	bielle de direction

Figure C2 – Schéma cinématique de la liaison roue-châssis

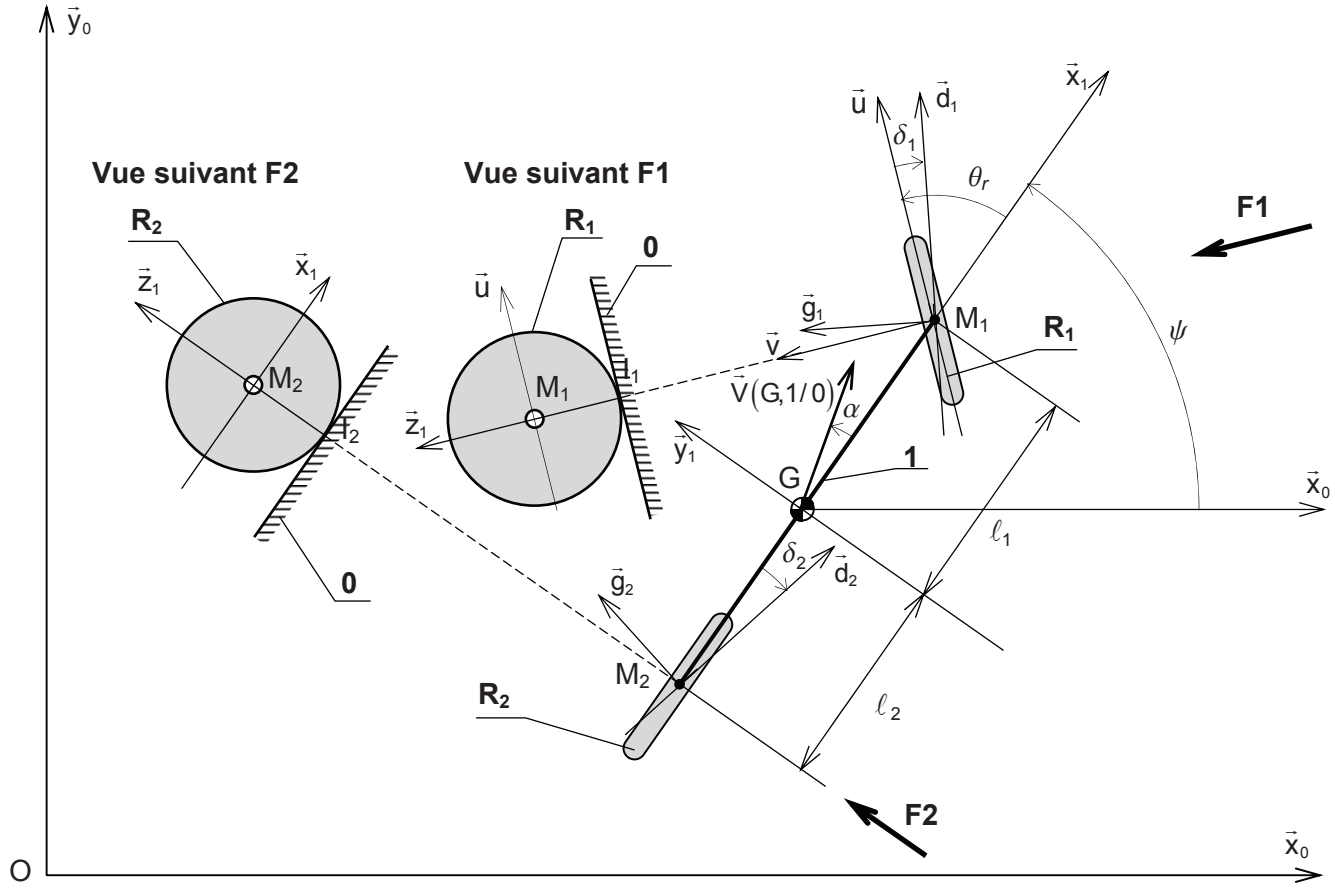


Figure C3 – Modèle bicyclette paramétré

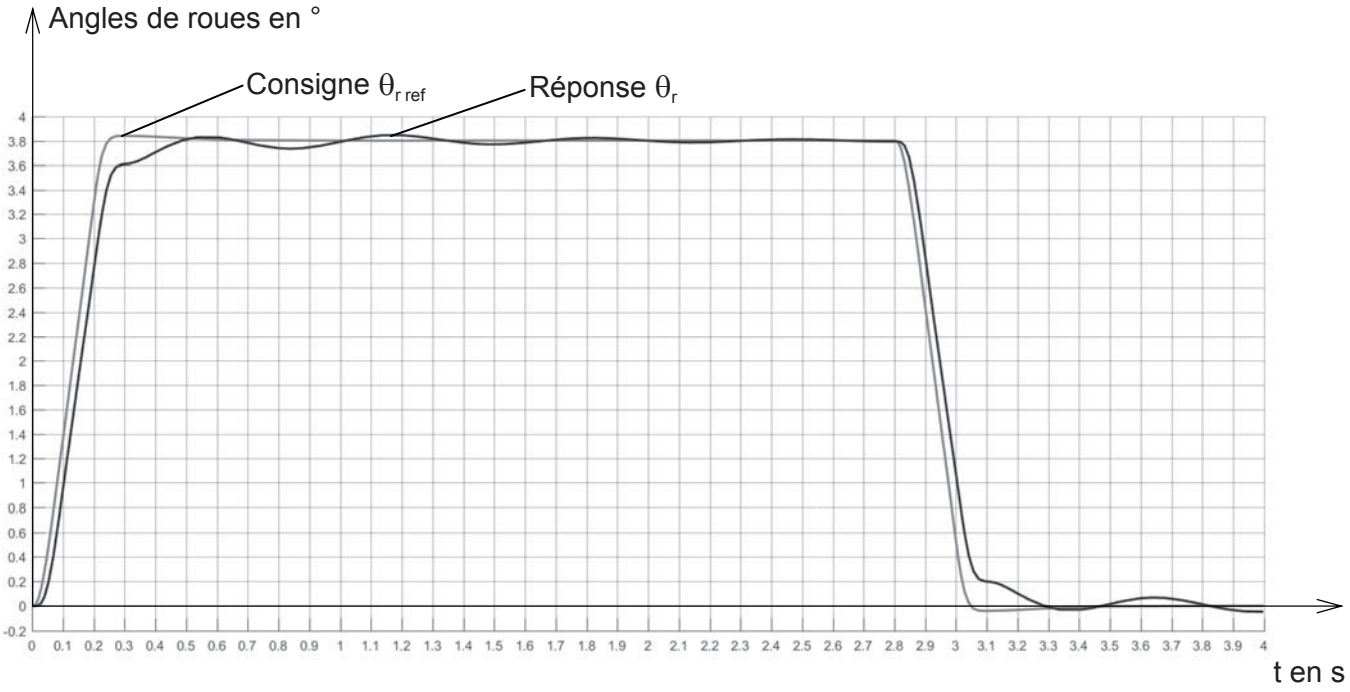


Figure C4 – Comportement temporel de l'unité de braquage au sein du système complet avec un réglage optimisé

Académie : Session : Modèle EN.

Examen ou Concours : Série* :

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

Né(e) le

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques et les téléphones portables.

Cahier réponses

Épreuve de Sciences Industrielles A

Banque PT - 2017

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

PARTIE A

ANALYSE ET MODÉLISATION DU SYSTÈME

Question 1 – Fonction et nom de l'interface de puissance (I.P.)

Fonction :

Nom :

Question 2 – Nature des flux

Flux 1 :

Flux 2 :

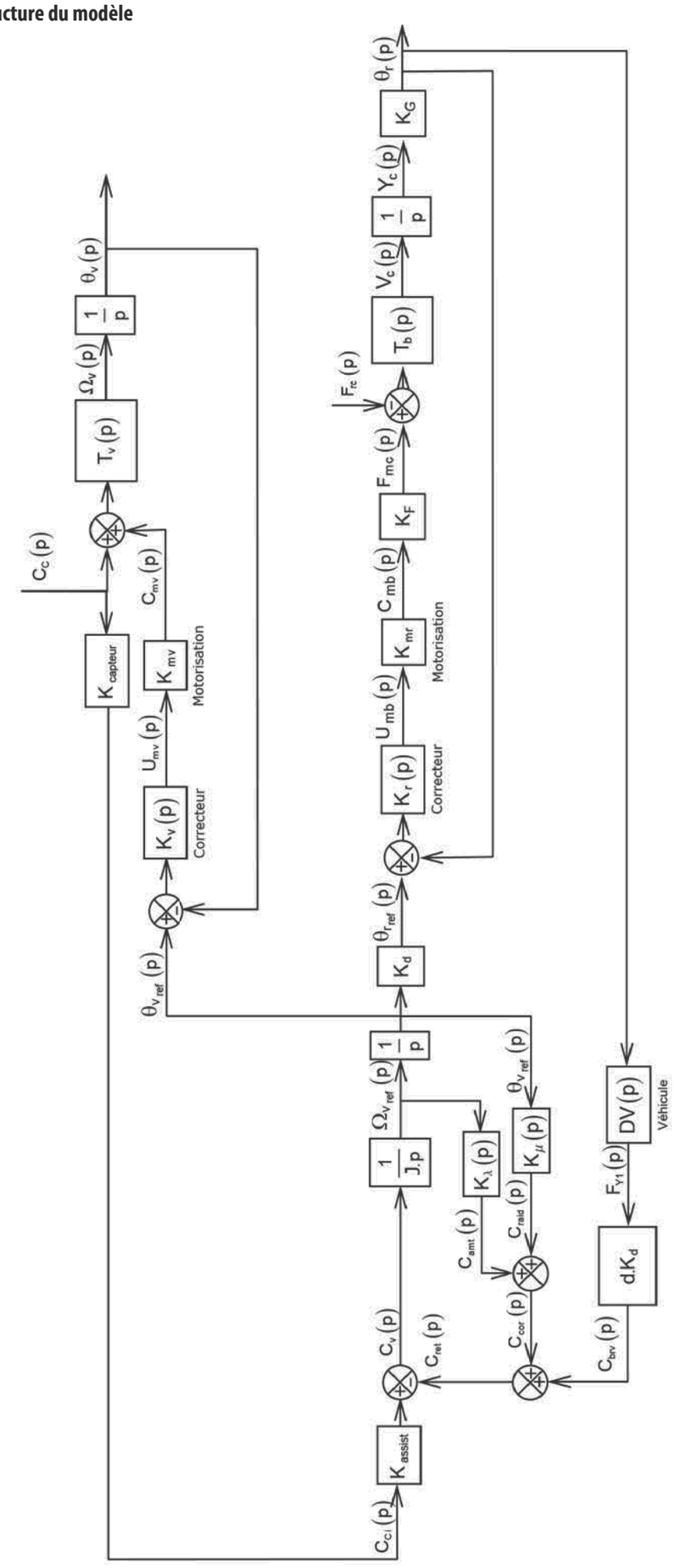
Flux 3 :

Flux 4 :

Flux 5 :

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 3 – Structure du modèle



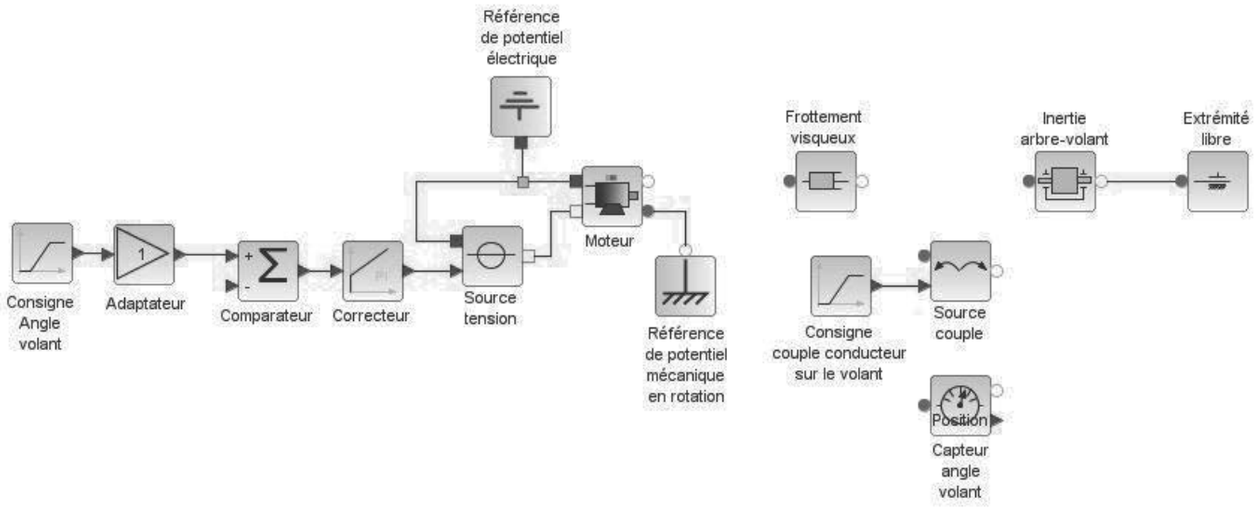
NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

PARTIE B

MODÉLISATION ET OPTIMISATION DU COMPORTEMENT DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

B1 - MODÉLISATION DE LA STRUCTURE DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

Question 4 – Compléter le modèle acausal



B2 - MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU SYSTÈME MÉCANIQUE

Question 5 – Dynamique de l'arbre-volant

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 6 – Fonction de transfert $T_v(p)$

$g_v =$

$\tau_v =$

B3 - ANALYSE ET OPTIMISATION DU COMPORTEMENT DE L'UNITÉ DE PILOTAGE

B3.1 - CORRECTION PROPORTIONNELLE INTÉGRALE

Question 7 – Correction proportionnelle intégrale

Justification pour les consignes angulaires :

Justification pour les perturbations de couple :

Conséquences :

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

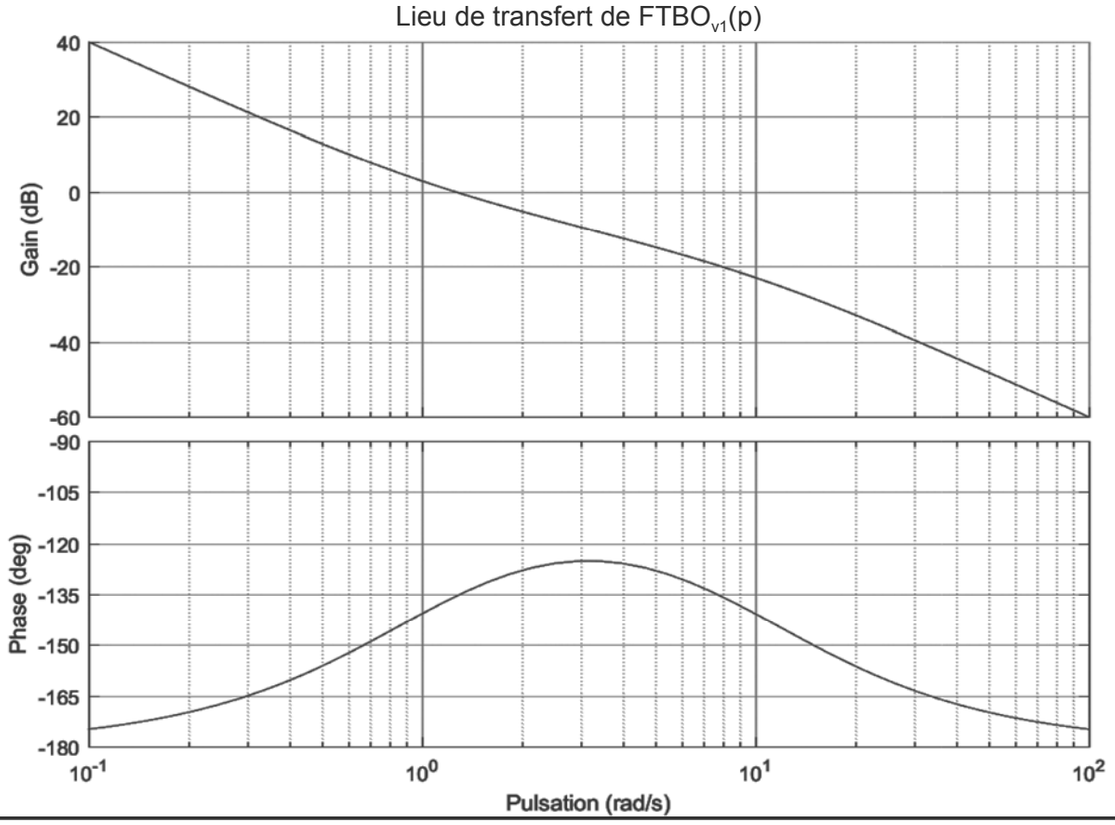
Question 8 – Expression $FTBO_{v1}(p)$ et condition de stabilité

Question 9 – Valeur minimale de K_i pour satisfaire aux critères de précision

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 10 – Diagrammes asymptotiques

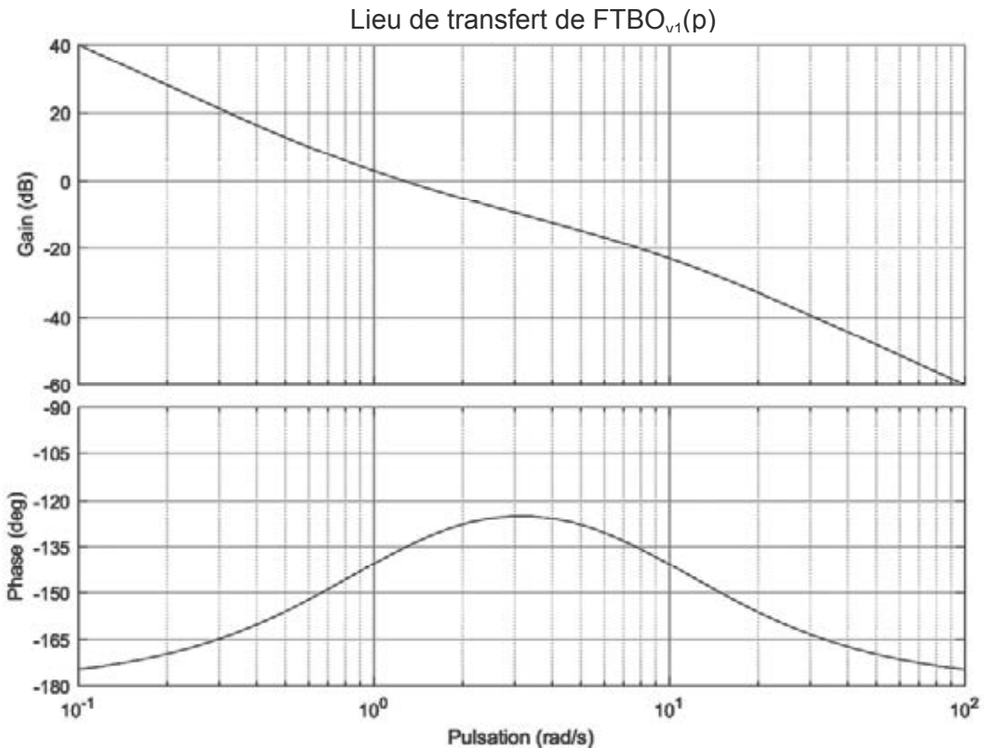
Lieu de transfert de $FTBO_{v1}(p)$



Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 11 – Valeur de K_i pour la marge de phase et possibilités de réglage



Question 12 – Analyse de la satisfaction du critère de pulsation de coupure à 0dB

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 13 – Satisfaction de l'exigence Id 1-3.3

Critères de l'exigence Id 1-3.3	Validation

B3.2 - CORRECTION PROPORTIONNELLE INTÉGRALE ET RETOUR TACHYMÉTRIQUE

Question 14 – Objectif de l'ajout d'une correction tachymétrique

Tournez la page S.V.P.

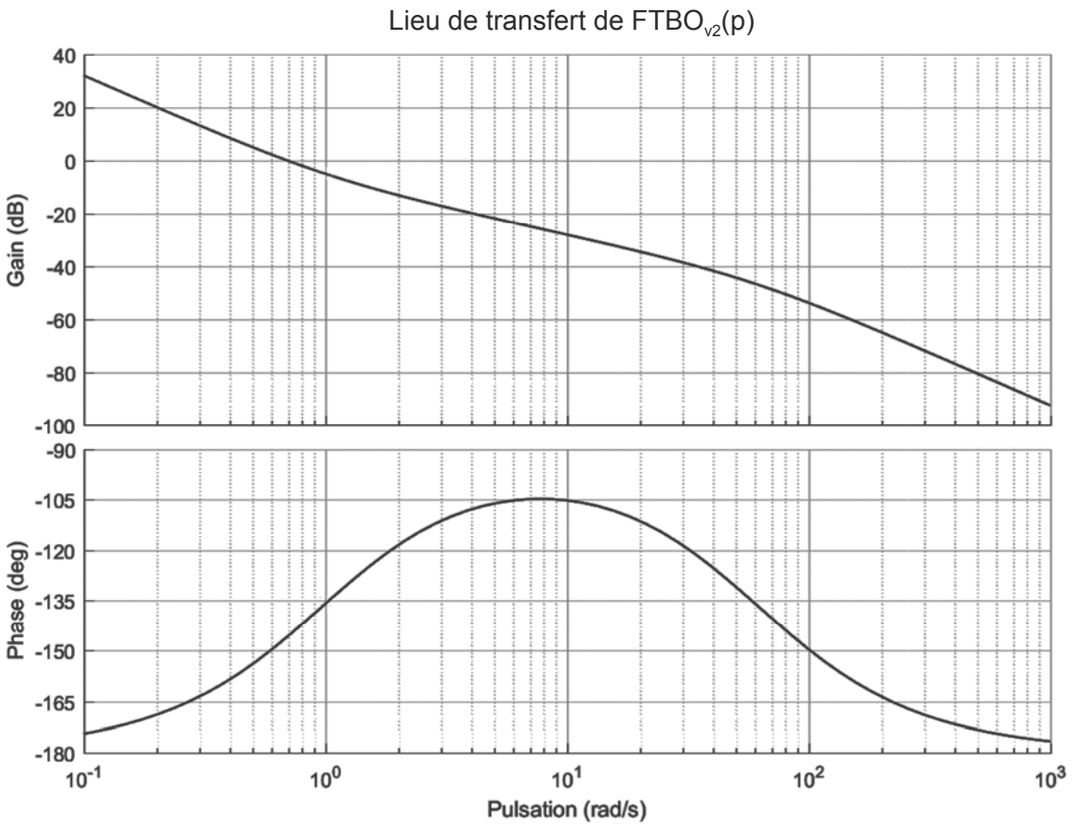
NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 15 – Expression du transfert avec retour tachymétrique

Question 16 – Expression de la $FTBO_{v2}(p)$

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

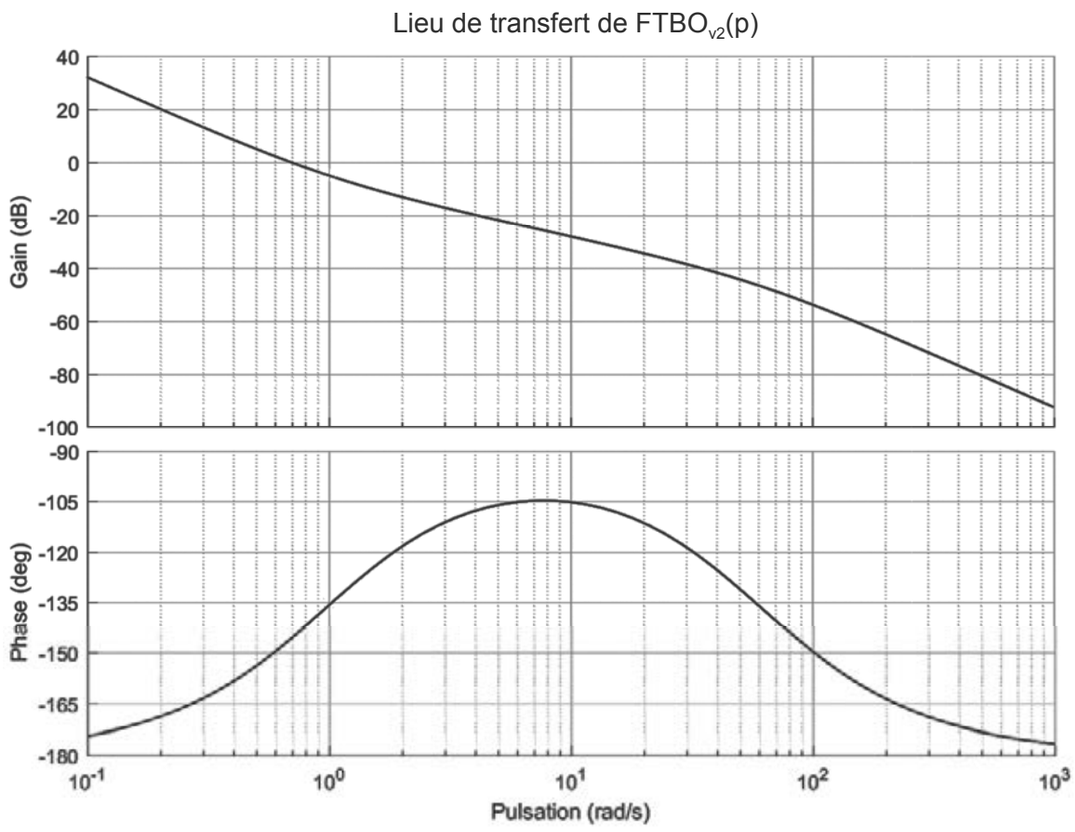
Question 17 – Justification β<1



Question 18 – Valeur de la marge de phase la plus grande satisfaisant les critères de temps de réponse et de dépassement

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 19 – Valeur de Ki permettant d'obtenir la marge de phase précédente



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 20 – Synthèse

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

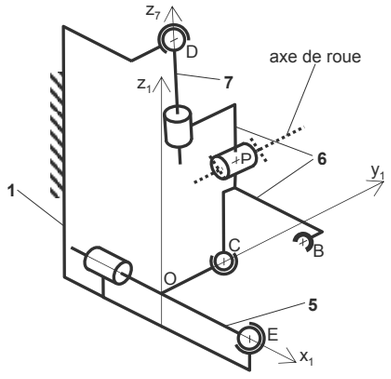
Question 21 – Phénomène pouvant dégrader les performances

PARTIE C

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

C1 - ESTIMATION DE L'ACTION SUR LA CRÉMAILLÈRE EN FONCTION DE L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

Question 22 – Degrés de mobilité et d'hyperstatisme



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 23 – Équations de la droite de pivotement

Question 24 – Expression du déport

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C1.2 - RELATION ENTRE L'ACTION SUR LA CRÉMAILLÈRE ET L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

Question 25 – Moment par rapport à l'axe de pivotement

Question 26 – Moment simplifié par rapport à l'axe de pivotement

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 27 – Forme de $\mathcal{F}(4 \to 8)$

Question 28 – Expression de F_{rc}

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C1.3 - ÉVALUATION DE L'ACTION DU SOL SUR LES ROUES AVANT

C1.3.1 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU VÉHICULE EN VIRAGE

C1.3.1.1 - RELATIONS DE COMPATIBILITÉ CINÉMATIQUE

Question 29 – Expression des vitesses $\vec{V}(I_1,1/0)$ et $\vec{V}(I_2,1/0)$

Question 30 – Relations liant les paramètres

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 31 – Expressions de $\tan\left(\theta_r + \delta_1\right)$ **et** $\tan\delta_2$

Question 32 – Expressions linéarisées

C1.3.1.2 - EXPRESSION DU TORSEUR DYNAMIQUE DU VÉHICULE

Question 33 – Résultante dynamique de 1/0

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 34 – Moment dynamique de 1/0 au centre d'inertie

C1.3.1.3 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU VÉHICULE

Question 35 – Principe fondamental de la dynamique appliqué au solide 1

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 35 suite – Principe fondamental de la dynamique appliqué au solide 1

Question 36 – Système d'équations linéarisées

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C2 - MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Question 37 – Expression de K_F

Question 38 – Masse équivalente

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 39 – Équation de mouvement de la crémaillère

Question 40 – Fonction de transfert $T_b(p)$

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

PARTIE D

VALIDATION DE LA MOTORISATION ET SYNTHÈSE DU CORRECTEUR DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

D1 - VALIDATION DE LA MOTORISATION DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Question 41 – Valeur moyenne du courant du moteur à courant continu I_{MCC_avg}

Question 42 – Validation de l'équipement : batterie + variateur + MCC

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 43 – Valeur de α_c générant l'ondulation maximale du courant i_{MCC}

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 44 – Validation du variateur et de la MCC

D2 - SYNTHÈSE DU CORRECTEUR ET VALIDATION DE L'UNITÉ DE BRAQUAGE

Question 45 – Expression de la fonction de transfert du correcteur

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 46 – Placement du correcteur

Question 47 – Optimisation de la rapidité

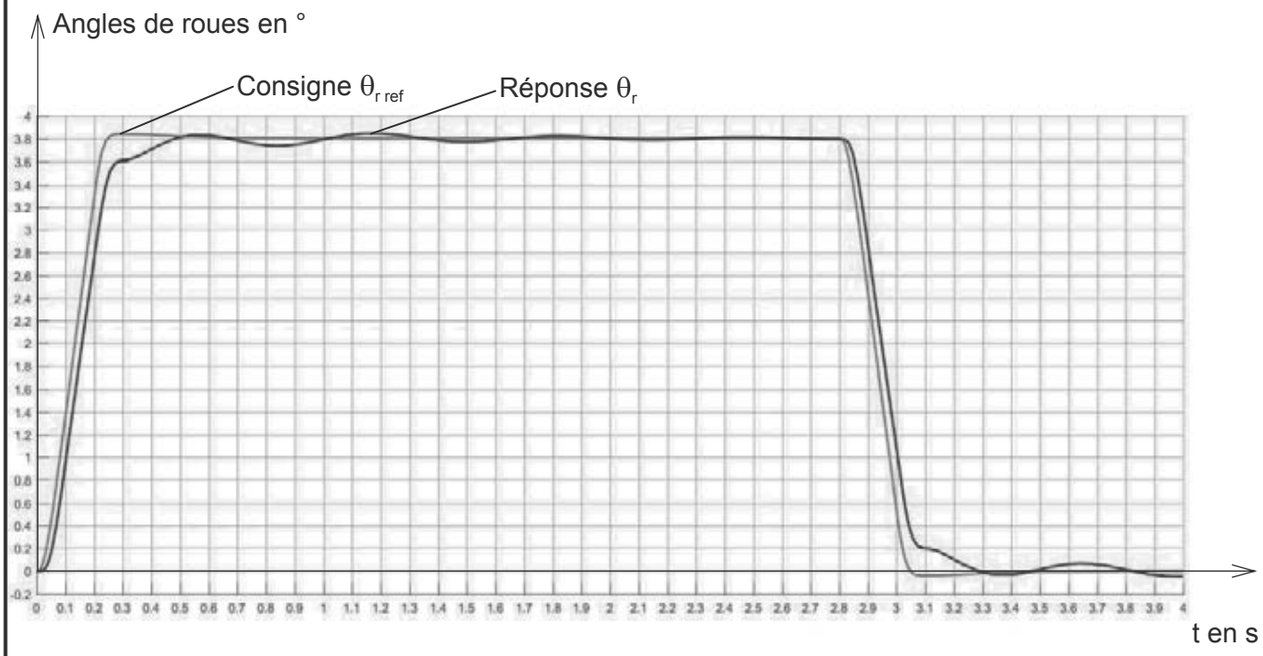
Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 48 – Validation du cahier des charges

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Question 49 – Conclusions sur le comportement global



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt