Banque PT, France

Session 2021, filière PT

Sciences industrielles A

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : étude cinématique d'un bras du robot Baxter
- Partie 2 : étude d'une articulation élastique du Baxter
- Partie 3 : asservissement en couple de la motorisation d'une articulation élastique
- Partie 4 : vérification d'un point de fonctionnement de l'articulation du coude

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2021/si-a

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 26 pages de texte numérotées de **1 à 26**.
- 1 cahier réponses de 24 pages **à rendre à la fin de l'épreuve**.

AVERTISSEMENT

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

L'ensemble des réponses sera rédigé sur cahier réponse dans les espaces libres proposés pour chaque question.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

PRÉSENTATION

ROBOT BAXTER

Contexte du besoin

Un robot collaboratif ou *cobot* est un robot qui peut interagir efficacement avec les travailleurs humains en toute sécurité, tout en effectuant des tâches. La capacité de travailler aux côtés des humains a augmenté l'importance des robots collaboratifs dans l'industrie de l'automatisation.

Cette capacité des cobots à travailler de manière collaborative permet aux entreprises de tirer parti de la capacité humaine à effectuer des tâches complexes, surtout quand elles nécessitent la combinaison de plusieurs techniques sensorielles et la capacité du robot à répéter continuellement la même tâche pour augmenter la productivité et la qualité des produits. Dans le cas des assemblages, l'utilisation d'un robot permet une précision de positionnement associée à des efforts plus important. Cela permet de limiter certains problèmes de santé comme les troubles musculo-squelettiques. Enfin la portabilité et la capacité de travailler dans un format reconfigurable rendent les cobots attractifs pour augmenter l'agilité des entreprises qui ont besoin de changer leurs chaînes de montages en fonction des besoins clients.

Pour pouvoir assurer ces fonctions de travail collaboratif, le cobot doit mettre en œuvre différentes technologies visant à accroître la sécurité :

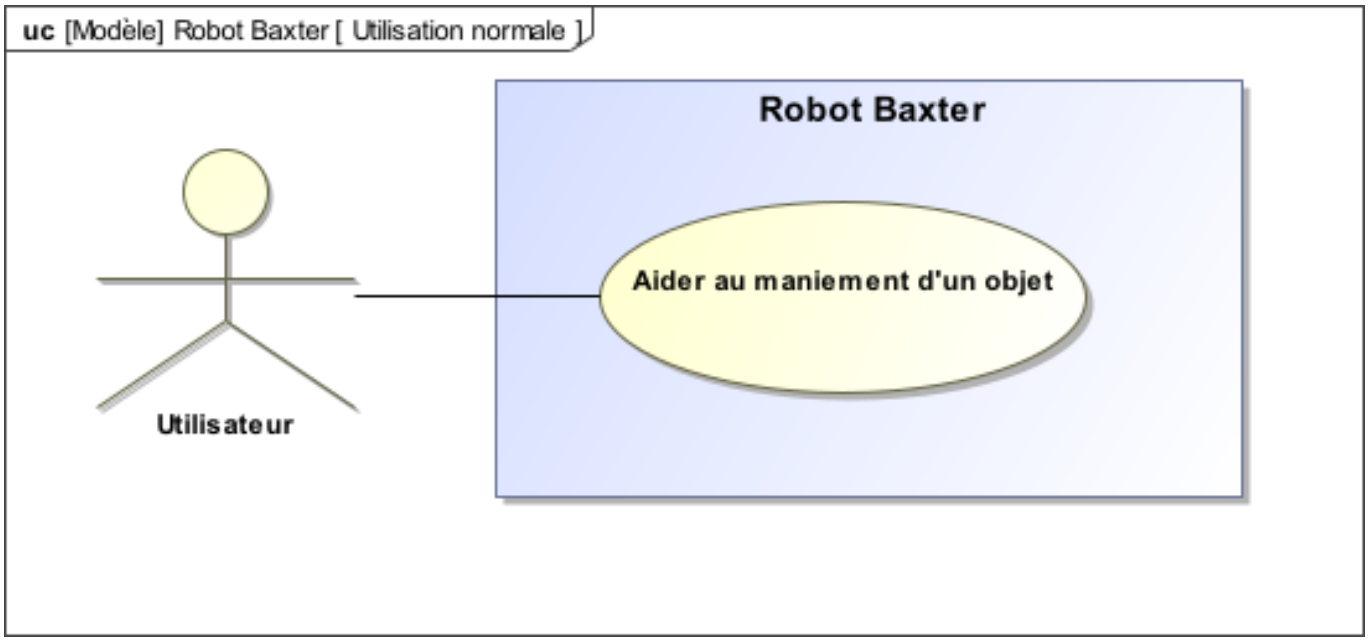
- ne pas présenter de surfaces dangereuses pour l'humain (formes arrondies) ;
- limiter les efforts et les vitesses de déplacement (articulations élastiques) ;
- détecter les collisions.

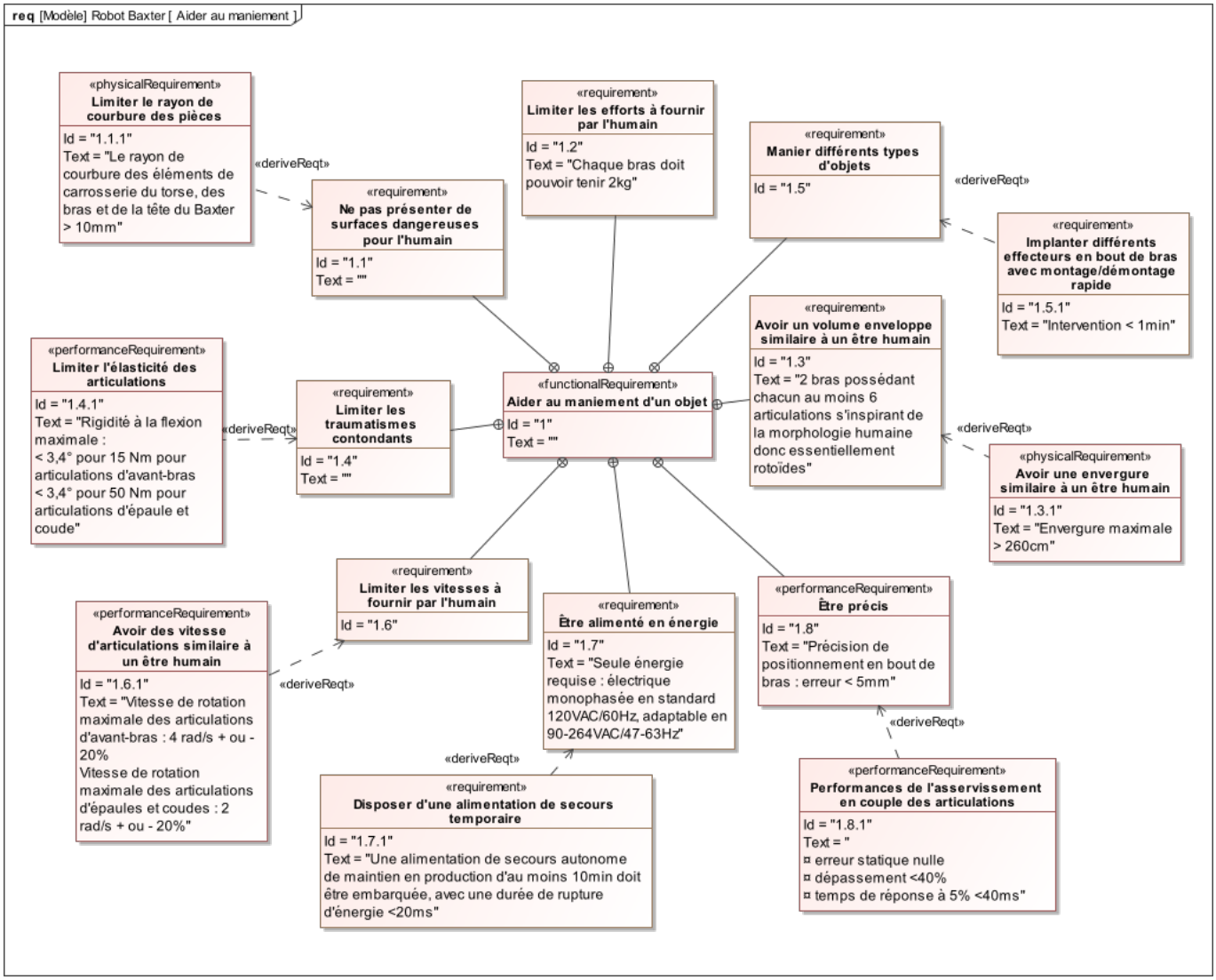
Rethink Robotics a été le pionnier de cette discipline en construisant de nombreux cobots dont le robot Baxter. Celui-ci, en plus des propriétés collaboratives, possède deux bras travaillant ensemble. Chaque bras a sept degrés de liberté. Différents effecteurs peuvent être installés en bout de chaque bras –référencés par les Tool Center Point TCP–. La photographie ci-dessous montre un exemple d'effecteurs : les pinces.



Robot Baxter

Exigences du robot Baxter





Tournez la page S.V.P.

Objectifs de l'étude

Ce sujet propose d'analyser, de modéliser et de valider certaines solutions choisies par l'entreprise vis-à-vis de performances et de comportements désirés.

Après une lecture détaillée du sujet **(durée conseillée 20 min)**, cette étude est l'occasion de traiter quatre parties indépendantes, elles-mêmes constituées de nombreuses questions qui peuvent être traitées séparément :

- la **Partie 1 (durée conseillée 1h30)** propose une étude cinématique d'un bras du robot ;
- la **Partie 2 (durée conseillée 1h20)** développe le modèle d'une articulation élastique du robot et la conception du ressort ;
- la **Partie 3 (durée conseillée 1h10)** aborde le réglage de l'asservissement en position d'une articulation élastique du robot ;
- la **Partie 4 (durée conseillée 0h40**) permet la vérification d'un point de fonctionnement de l'articulation d'un coude du robot ;

APPLICATIONS NUMÉRIQUES ET NOTATIONS

Applications numériques

Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques.

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, le candidat pourra faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final.

Par exemple, dans le calcul suivant, qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur g=9,81ms^{-2}, on pourra prendre :

$$\frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{100}{24} \cdot (5 + 0{,}03) \cdot g \approx \frac{10}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10 = 1000 \text{ ms}^{-2}$$

Notations

Les dérivées première et seconde d'une quantité $x(t)$ par rapport au temps sont notées :

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ et } \ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

Enfin, on notera, lorsque cela est possible, une fonction dans le domaine temporel par une lettre minuscule (e.g. $u(t)$) et sa transformée de Laplace par une lettre majuscule (soit $U(p)$).

Mémo formulaire

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$$
$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$
$$\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$$
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$
$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

Remarque

Les figures, modélisations et valeurs numériques utilisées ne sont pas nécessairement fidèles au système réel et ne sont proposées qu'afin d'analyser et d'étudier de manière plausible les problématiques techniques abordées dans ce sujet.

PARTIE 1

ETUDE CINEMATIQUE D'UN BRAS DU ROBOT BAXTER

Objectif

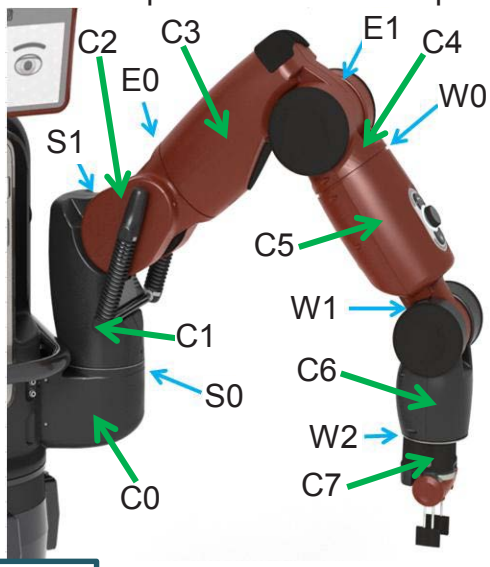
Lors d'interventions du robot Baxter dans une chaîne de montage, la zone de travail est très importante car elle détermine l'efficacité de l'ensemble du processus.

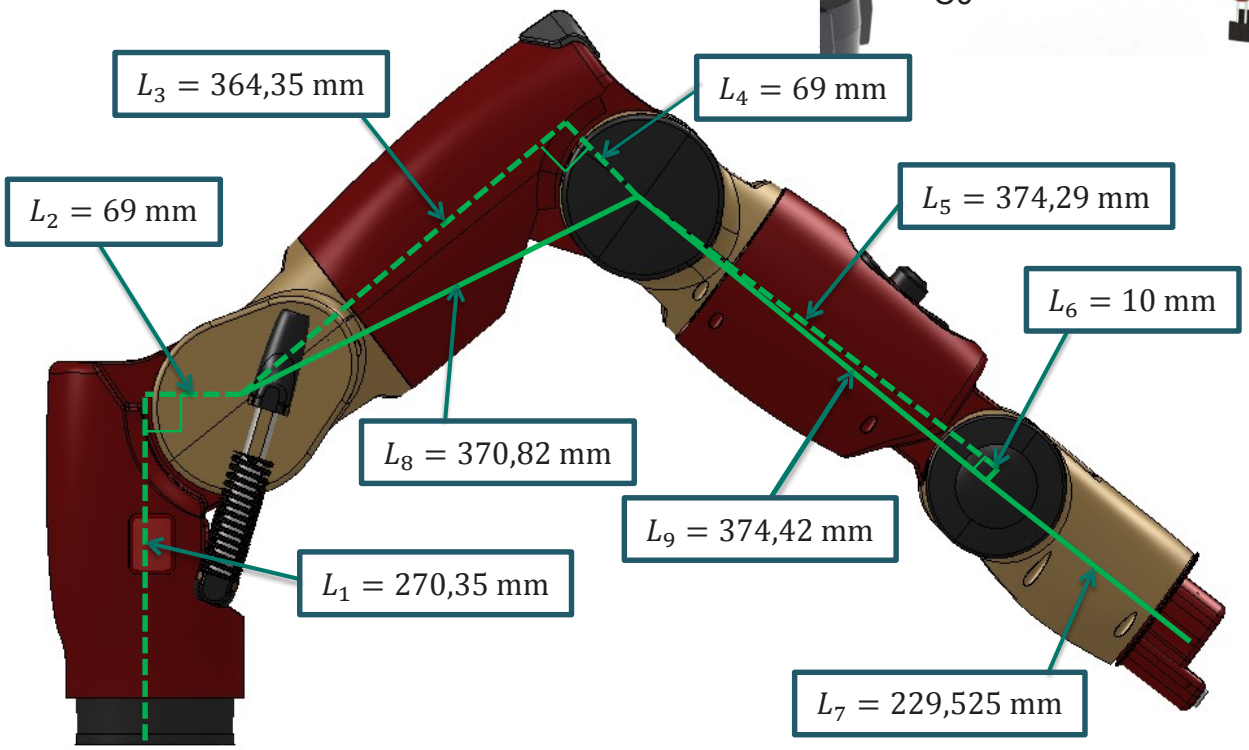
Il y a quatre méthodes principales de génération de la position voulue en bout de bras de l'effecteur final :

- le plus court chemin dans l'espace de configuration (c'est-à-dire minimiser les changements d'angle d'articulation) ;
- des mouvements aériens qui apparaissent fréquemment dans des déplacements de type « pick and place » ;
- le plus court chemin en ligne droite pour l'effecteur final dans l'espace de travail ;
- le chemin « incurvé » de l'effecteur final dans l'espace de travail pour exagérer l'intention.

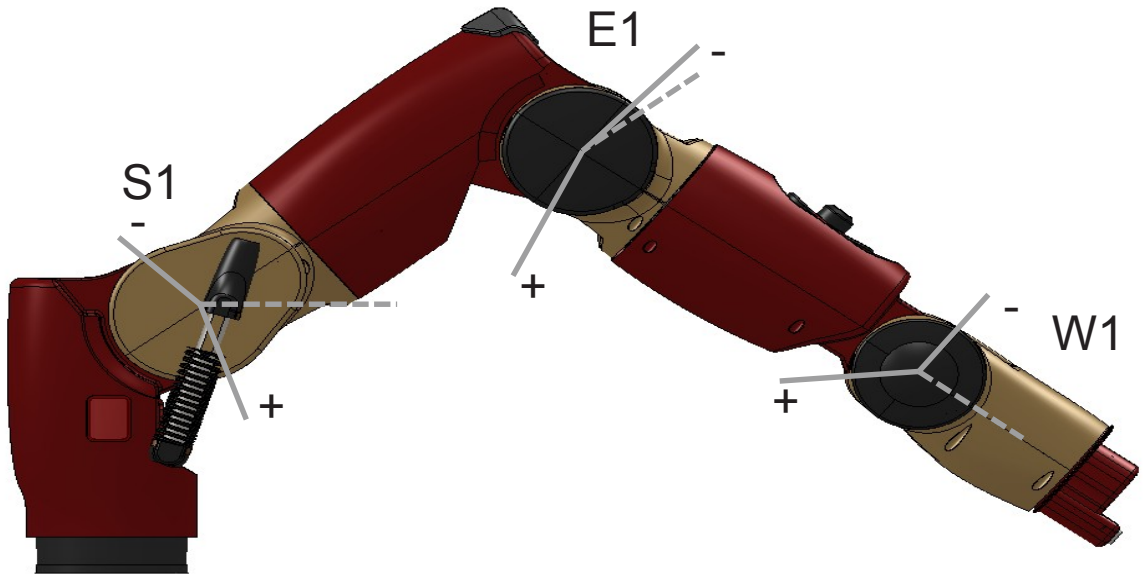
On s'intéresse dans cette partie au bras gauche (les 2 bras étant similaires). Le bras possède 8 corps (C0 à C7) et 7 articulations en série de type liaison pivot :

- S0 et S1 pour l'épaule (shoulder) ;
- E0 et E1 pour le coude (elbow) ;
- W0, W1 et W2 pour le poignet (wrist).

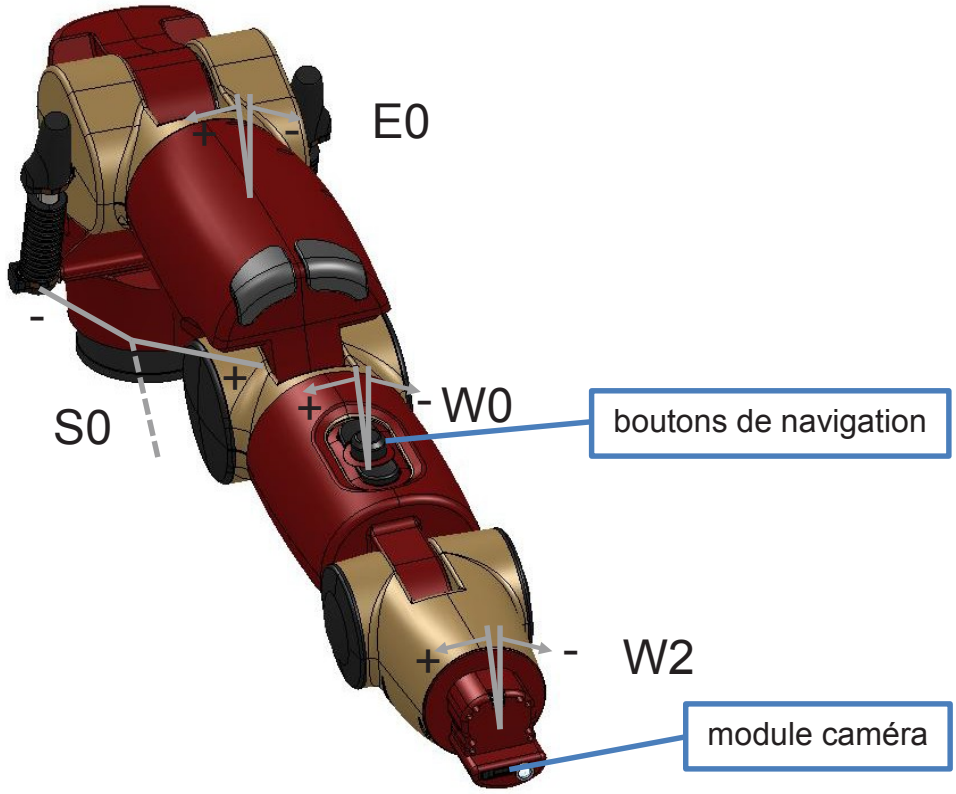




Tournez la page S.V.P.

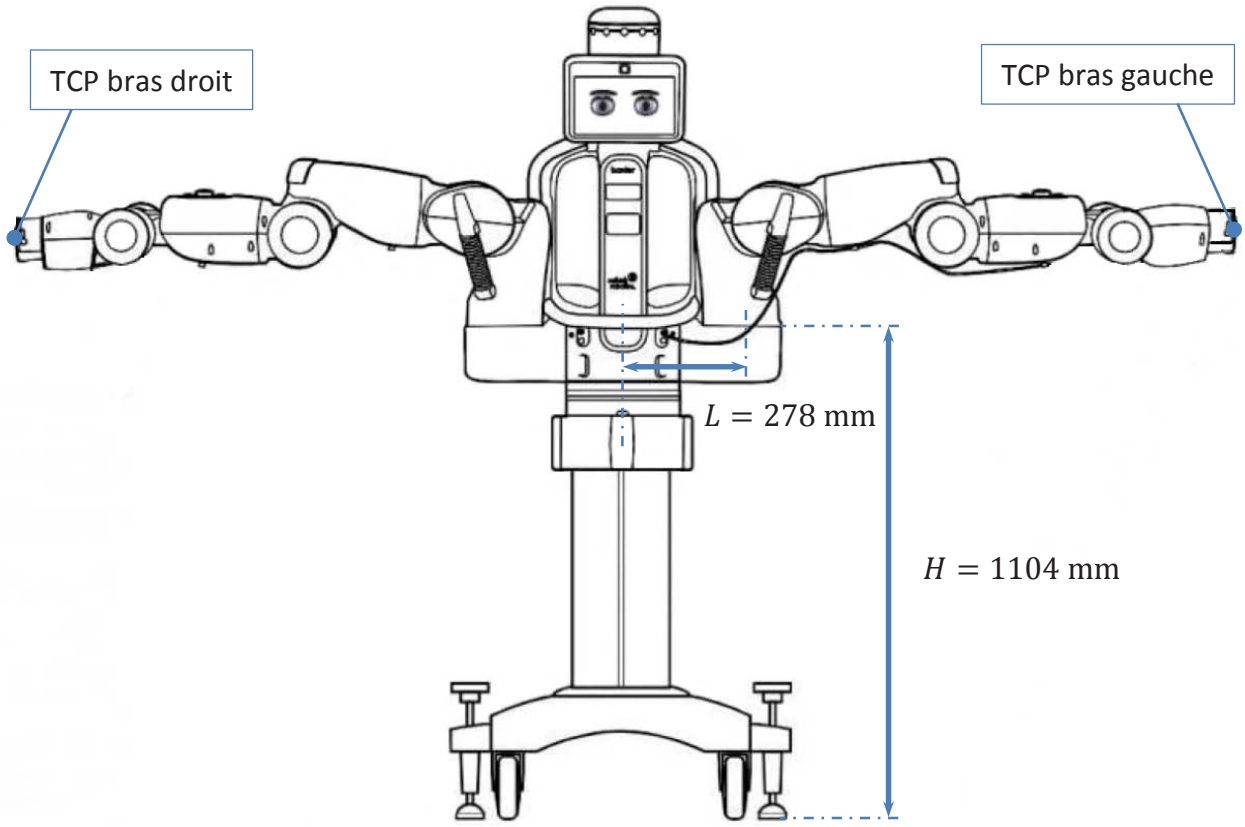


Articulation	Intervalle +/- : Total	
S1	$[+60°/-123°]: 183°$	angle mesuré à partir de l'horizontale
E1	$[+150°/-3°]: 153°$	angle mesuré à partir de l'axe de E0
W1	$[+120°/-90°]: 210°$	angle mesuré à partir de l'axe de W2



Articulation	Vitesse angulaire maximale
S0, S1, E0, E1	$2\ \mathrm{rad/s}$
W0, W1, W2	$4\ \mathrm{rad/s}$

Articulation	Intervalle +/- : Total	
S0	$[+51°/-141°]: 192°$	angle pour le bras droit mesuré à partir de la position à zéro (*pose*)
E0	$[+173{,}5°/-173{,}5°]: 347°$	point neutre quand S1 et E1 sont parallèles
W0	$[+175{,}25°/-175{,}25°]: 350{,}5°$	point neutre quand l'axe des boutons de navigation pointent vers le haut
W2	$[+175{,}25°/-175{,}25°]: 350{,}5°$	point neutre quand le module caméra pointe vers le bas



Robot en position articulaire à zéro (*pose*) et sans effecteurs installés en bout de bras

1.1 Cinématique d'un bras du robot

Question 1 : tracer sur le document réponse le schéma cinématique du bras gauche du robot Baxter.

Dans le monde de la robotique, on utilise des conventions qui permettent de simplifier et rationaliser la modélisation géométrique des robots. Ces conventions permettent de s'accorder entre roboticiens sur la description des robots.
L'une de ces conventions va être utilisée pour la modélisation des chaînes cinématiques. Elle permet de modéliser des robots constitués de corps solides reliés entre eux par des articulations dites rotoïdes (pivots) ou prismatiques (glissières).
Dans la suite :

- une première partie permettra de construire les transformations de base nécessaires ;
- puis une seconde partie permettra d'établir avec méthodes les relations existant dans la modélisation géométrique du robot Baxter ;
- puis une troisième partie permettra de déterminer de manière numérique la position du TCP dans le repère de base du bras gauche du robot Baxter ;
- enfin, une quatrième partie permettra de déterminer les vitesses du TCP du bras gauche du robot Baxter pour un mouvement donné.

1.2 Transformation de repères

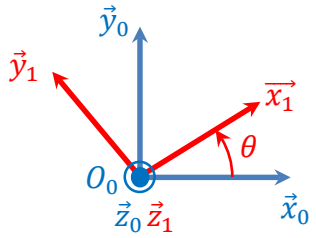
Dans cette première partie on cherche à construire les différentes matrices ou vecteurs permettant de décrire des changements de repères. Les angles et translations décrits seront ceux utiles pour pouvoir définir le positionnement du bout d'un bras du robot Baxter (position du TCP).

On note ${}^{i}P = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$ le vecteur position d'un point P dans le repère $R_i = (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Tournez la page S.V.P.

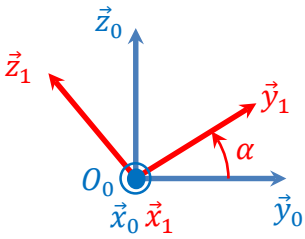
Soit un point P fixe dans un repère R_1 représenté par ${}^1P = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$ dont on désire obtenir les coordonnées ${}^0P = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$ dans un repère R_0.

Soient deux repères orthonormés possédant même origine $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. R_1 est obtenu par rotation d'un angle θ autour de $O_0\vec{z}_0$:



Question 2 : déterminer une matrice de rotation R_{01}^{θ} de changement de repère du vecteur ${}^1P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^0P$ suite à une rotation d'un angle θ autour de $O_0\vec{z}_0$ de telle sorte que ${}^0P = R_{01}^{\theta}\ {}^1P$.

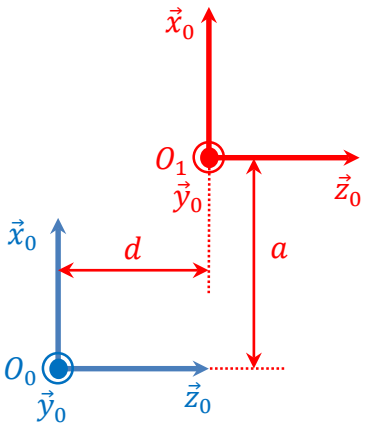
Soient deux repères orthonormés $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. R_1 est obtenu par rotation d'un angle α de R_0 autour de $O_0\vec{x}_0$:



Question 3 : déterminer une matrice de rotation R_{01}^{α} de changement de repère du vecteur ${}^1P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^0P$ suite à une rotation d'un angle α autour de $O_0\vec{x}_0$ de telle sorte que ${}^0P = R_{01}^{\alpha}\ {}^1P$.

Question 4 : en déduire une matrice de rotation R_{01} de changement de repère du vecteur ${}^1P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^0P$ suite aux rotations successives des angles α et θ.

Soient 2 repères orthonormés possédant la même base $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $R_1 = (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. R_1 est obtenu par deux translations de R_0 définies par le vecteur $d\vec{z}_0 + a\vec{x}_0$:



Question 5 : déterminer le vecteur de translation T_{01} à rajouter à celui du vecteur ${}^1P$ dans le repère R_1 pour obtenir les coordonnées du vecteur ${}^0P$ exprimé dans le repère R_0 suite aux translations d et a de telle sorte que ${}^0P = T_{01} + {}^1P$.

1.3 Modélisation géométrique du robot Baxter

Cette seconde partie va permettre d'établir les relations existant dans la modélisation géométrique du robot Baxter.

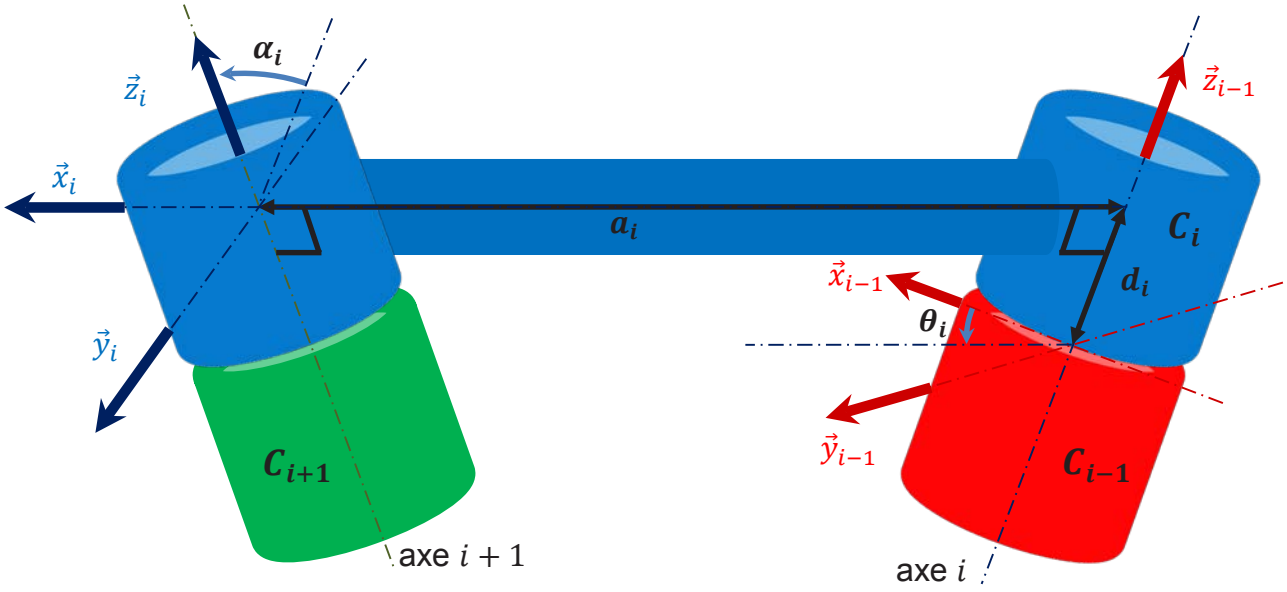
Pour chaque articulation on peut définir l'axe de sa liaison et sa variable articulaire.
À chaque corps C_i de la chaîne est associé un repère orthonormé R_i.
Chaque transformation faisant passer du repère R_{i-1} au repère R_i est le produit de deux rotations et de deux translations rangées dans un certain ordre dont on a montré le calcul ci-avant.
Les rotations sont comptées positives dans le sens direct.
Cette transformation donne l'attitude (terme utilisé en robotique pour désigner le mouvement) d'un repère R_i par rapport au repère R_{i-1}.
Elle est exprimée au moyen de 4 paramètres uniques au prix de certaines restrictions dans le choix des repères.

Les règles restrictives sur le positionnement des axes sont :

- l'axe $\vec{z}_{i-1}$ est porté par l'axe de la liaison reliant le corps C_{i-1} au corps C_i ;
- l'axe $\vec{x}_i$ est porté par la normale commune à $\vec{z}_{i-1}$ et $\vec{z}_i$;
- l'axe $\vec{y}_i$ en découle pour former un repère orthonormé : $\vec{y}_i = \vec{z}_i \wedge \vec{x}_i$.

Les transformations élémentaires entre les corps successifs sont décrites par les quatre paramètres :

- θ_i, l'angle de l'axe $\vec{x}_i$ + l'angle d'offset $\theta_{Oi} = \widehat{\vec{x}_{i-1}, \vec{x}_i}$ (robot Baxter en *pose*) autour de l'axe $\vec{z}_{i-1}$ qui l'oriente. θ_i est la variable articulaire dans le cas d'un pivot d'axe $\vec{z}_{i-1}$;
- d_i, la distance selon l'axe $\vec{z}_{i-1}$ entre les axes $\vec{x}_{i-1}$ et $\vec{x}_i$. d_i est la variable articulaire dans le cas d'une glissière d'axe $\vec{z}_{i-1}$;
- α_i, l'angle de l'axe $\vec{z}_i$ + l'angle d'offset $\alpha_{Oi} = \widehat{\vec{z}_{i-1}, \vec{z}_i}$ (robot Baxter en *pose*) autour de l'axe $\vec{x}_i$ qui l'oriente ;
- a_i, la distance selon l'axe $\vec{x}_i$ entre les axes $\vec{z}_{i-1}$ et $\vec{z}_i$. a_i est la longueur de la normale commune.



Tournez la page S.V.P.

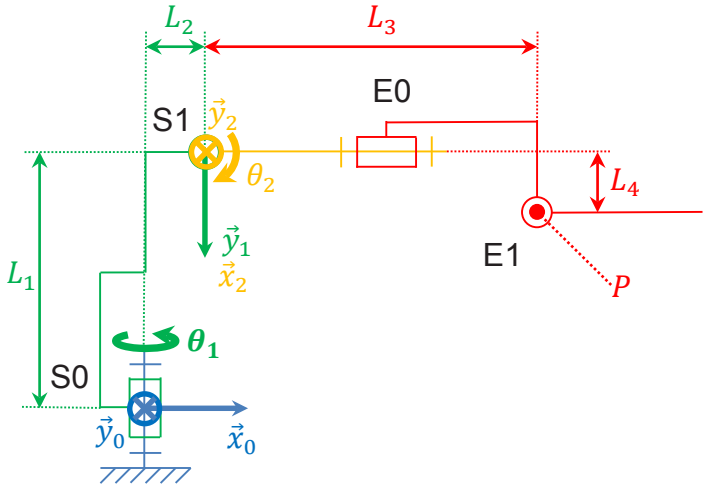
Enfin, une règle d'usage :

- on tâche de positionner les axes et l'origine du repère R_i par rapport aux axes et l'origine du repère R_{i-1} permettant d'obtenir des offsets nuls sur les variables articulaires.

Les transformations élémentaires obtenues précédemment (2 rotations et 2 translations réalisées dans un ordre spécifique et en respectant les contraintes présentées ci-avant) peuvent être implantées dans une seule matrice homogène dite « matrice d'attitude » notée $M_{i-1\,i}$ comportant 4 paramètres $\theta_i, d_i, \alpha_i, a_i$ telle que $\begin{bmatrix} {}^{i-1}P \\ 1 \end{bmatrix} = M_{i-1\,i} \begin{bmatrix} {}^{i}P \\ 1 \end{bmatrix}$ avec ${}^{i}P = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$ et ${}^{i-1}P = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \end{bmatrix}$ soit :

$$\begin{bmatrix} {}^{i-1}P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{i}P \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dans un premier temps, en utilisant la convention développée ci-avant, on se limite à la modélisation géométrique d'une première partie du robot Baxter avec les 2 articulations de l'épaule (shoulder, articulations S0 et S1). Les autres articulations sont bloquées à zéros.



Question 6 : finaliser sur le document réponse, en respectant la convention, le tracé des repères R_0, R_1 et R_2.

Question 7 : en déduire la matrice d'attitude M_{01} en fonction de θ_1, L_1, L_2.

Question 8 : en déduire la matrice d'attitude M_{12} en fonction de θ_2.

Question 9 : déterminer la matrice d'attitude M_{02}.

Question 10 : pour le point P au centre de l'articulation E1, déterminer les coordonnées en fonction de L_1, L_2, L_3 et L_4 de $\begin{bmatrix} {}^{0}P \\ 1 \end{bmatrix}$ exprimées dans le repère R_0 de $\begin{bmatrix} {}^{2}P \\ 1 \end{bmatrix}$ exprimé dans le repère R_2, pour $\theta_1 = 90° + \theta_{O1}$ et $\theta_2 = 0° + \theta_{O2}$. Pour le point P, déterminer les coordonnées de ${}^{0}P$ par une analyse géométrique simple. Comparer les résultats obtenus pour ce point par les 2 méthodes afin de valider ou invalider le modèle.

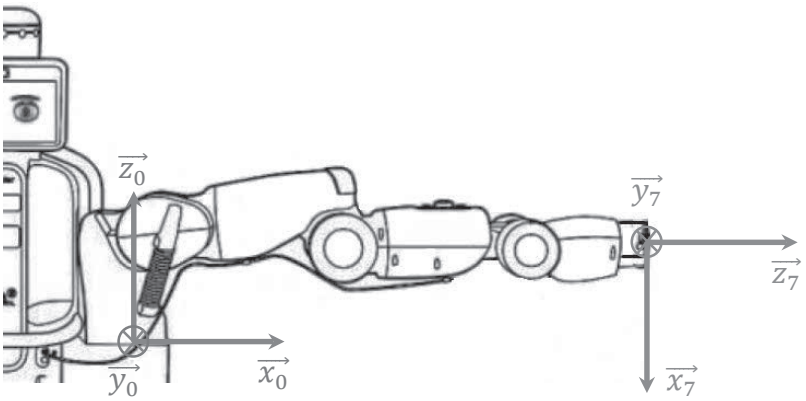
Question 11 : en utilisant les tableaux donnant les intervalles atteignables par les articulations, les coordonnées articulaires proposées sont-elles accessibles par le robot ? Expliquer.

1.4 Détermination de la position du TCP du bras gauche du robot Baxter

La définition de l'espace de travail à l'aide du modèle géométrique direct du robot Baxter met en œuvre la convention proposée sur les 7 axes du bras gauche et du bras droit. La méthodologie est relativement simple mais le calcul est fastidieux. Un support numérique de calcul est préconisé.
Dans le cadre de ce sujet, la méthodologie a été engagée et manuellement on se limite, dans un premier temps, à la recherche des points maximaux atteignables.

Question 12 : déterminer, à l'aide de calculs simples en utilisant les dimensions du robot, si l'exigence client « *la distance maximale entre les 2 TCP (Tool Center Point, point en bout de chacun des bras) atteignable par le robot Baxter doit être au minimum de 260cm* » est vérifiée.

La modélisation géométrique complète du robot Baxter donne le repère de base R_0 et le repère terminal R_7 suivants :



Robot Baxter en position initiale (pose)

La matrice d'attitude M_{07} a été déterminée à l'aide d'un code informatique.
Afin de tester l'implantation numérique du modèle géométrique, on réalise le calcul de la matrice d'attitude M_{07} pour différentes positions simples du robot Baxter.

Pour une position spécifique du bras du robot Baxter on obtient $M_{07} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 148 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1238{,}515 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

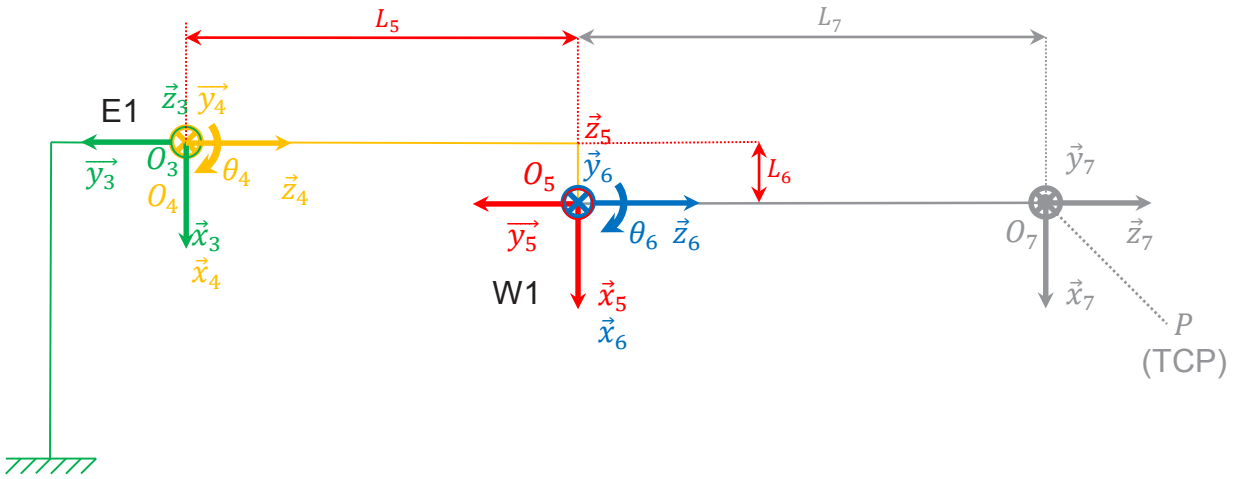
Question 13 : en analysant et explicitant les valeurs fournies par l'outil de calcul numérique de M_{07}, vérifier si la position du bras du robot Baxter est verticale vers le haut.

1.5 Détermination des vitesses du TCP du bras gauche du robot Baxter

Dans cette partie on cherche à déterminer les vitesses atteignables par le TCP du bras gauche. On utilisera la modélisation utilisée dans les parties précédentes. On se limite à l'étude des mouvements générées par l'utilisation des articulations E1 et W1. Les autres articulations (S0, S1, E0, W0 et W2) étant bloquées à des angles nuls –*pose*–. On se limite donc à l'étude reliant les repères R_3 à R_7.

Tournez la page S.V.P.

Le schéma cinématique est le suivant :



Une analyse similaire à celle réalisée dans les parties précédentes fournit la relation avec la « matrice d'attitude » M_{37} ; $\begin{bmatrix} {}^3P \\ 1 \end{bmatrix} = M_{37} \begin{bmatrix} {}^7P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{37} & T_{37} \\ \underline{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^7P \\ 1 \end{bmatrix}$ avec $\underline{0} = [0\ 0\ 0]$

$$\begin{bmatrix} {}^3P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4+\theta_6) & 0 & \sin(\theta_4+\theta_6) & (L_7\sin(\theta_6)+L_6)\cos(\theta_4)+(L_7\cos(\theta_6)+L_5)\sin(\theta_4) \\ \sin(\theta_4+\theta_6) & 0 & -\cos(\theta_4+\theta_6) & (L_7\sin(\theta_6)+L_6)\sin(\theta_4)-(L_7\cos(\theta_6)+L_5)\cos(\theta_4) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^7P \\ 1 \end{bmatrix}$$

On positionne le point P à l'origine O_7 du repère R_7 donc ${}^7P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Le vecteur des vitesses linéaires du point P dans le repère R_3 vaut ${}^3\dot{P} = \dot{R}_{37}\ {}^7P + \dot{T}_{37}$.

Question 14 : déterminer ${}^3\dot{P}$ sous la forme ${}^3\dot{P} = \begin{bmatrix} \big(\dot{\theta}_6(t) - \dot{\theta}_4(t)\big)f_1(t) + \dot{\theta}_4 f_2(t) \\ \big(\dot{\theta}_6(t) + \dot{\theta}_4(t)\big)f_3(t) + \dot{\theta}_4 f_4(t) \\ 0 \end{bmatrix}$ avec $f_1(t), f_2(t), f_3(t)$ et $f_4(t)$ des fonctions de $\theta_4(t), \theta_6(t)$ et des paramètres L_5, L_6, L_7.

Le vecteur des vitesses angulaires ${}^3\Omega$ du point P dans le repère R_3 est défini par la relation $AS\big({}^3\Omega\big)R_{37} = \dot{R}_{37}$. La matrice R_{37} a les propriétés suivantes $R_{73} = {R_{37}}^{-1} = {}^tR_{37}$.

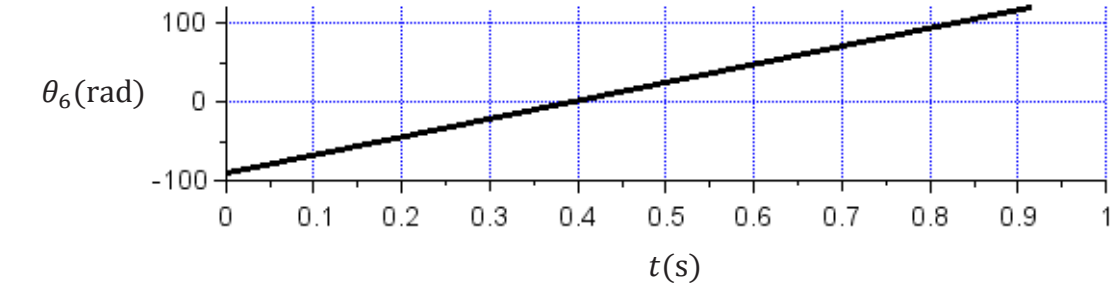
On pose $AS\big({}^3\Omega\big) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$, la matrice anti-symétrique du vecteur des vitesses angulaires ${}^3\Omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$.

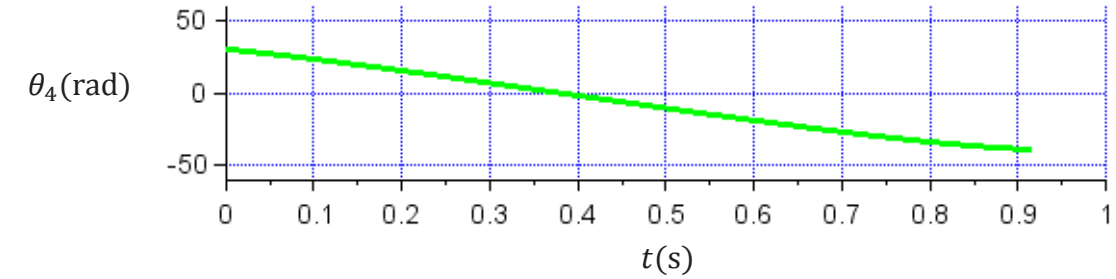
Question 15 : soit un vecteur $K = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$, déterminer $AS\big({}^3\Omega\big)K$ et préciser ce que représente mathématiquement le résultat.

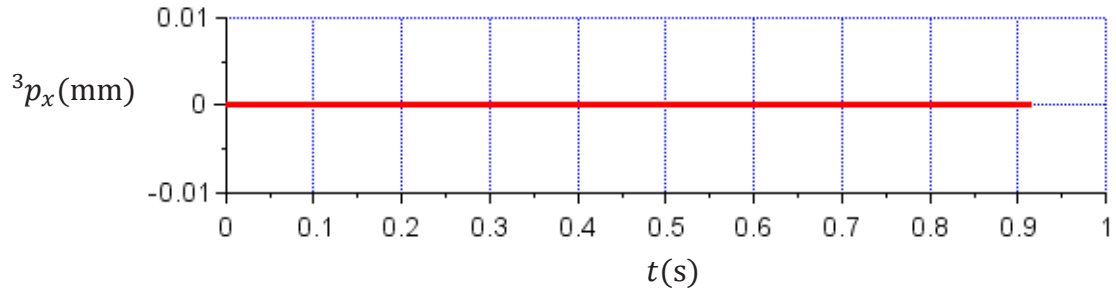
Question 16 : déterminer littéralement le vecteur des vitesses angulaires ${}^3\Omega$.

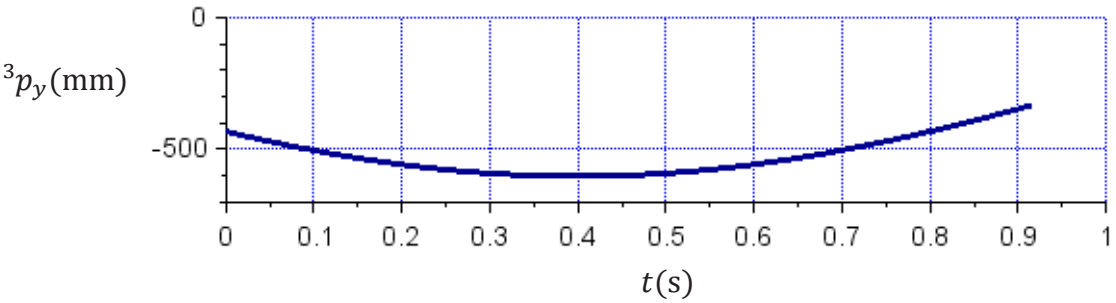
En robotique le torseur cinématique se construit ${}^3C_{37} = \begin{bmatrix} {}^3\dot{P} \\ {}^3\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3\dot{p}_x \\ {}^3\dot{p}_y \\ {}^3\dot{p}_z \\ {}^3\omega_x \\ {}^3\omega_y \\ {}^3\omega_z \end{bmatrix}$.

En utilisant les résultats obtenus on désire vérifier que la vitesse angulaire maximale de l'articulation E1 $\dot{\theta}_4(t)$ est atteignable par le robot sur un mouvement type avec une vitesse angulaire de rotation de l'articulation W1 maximale $\dot{\theta}_6(t) = 4\ \mathrm{rad/s}$.
On rappelle que les articulations d'épaules (S0, S1) et de coudes (E0, E1) ont une vitesse maximale de 2 rad/s et que les articulations du poignet (W0, W1, W2) ont une vitesse maximale de 4 rad/s.
Soient les résultats de simulation du mouvement type :

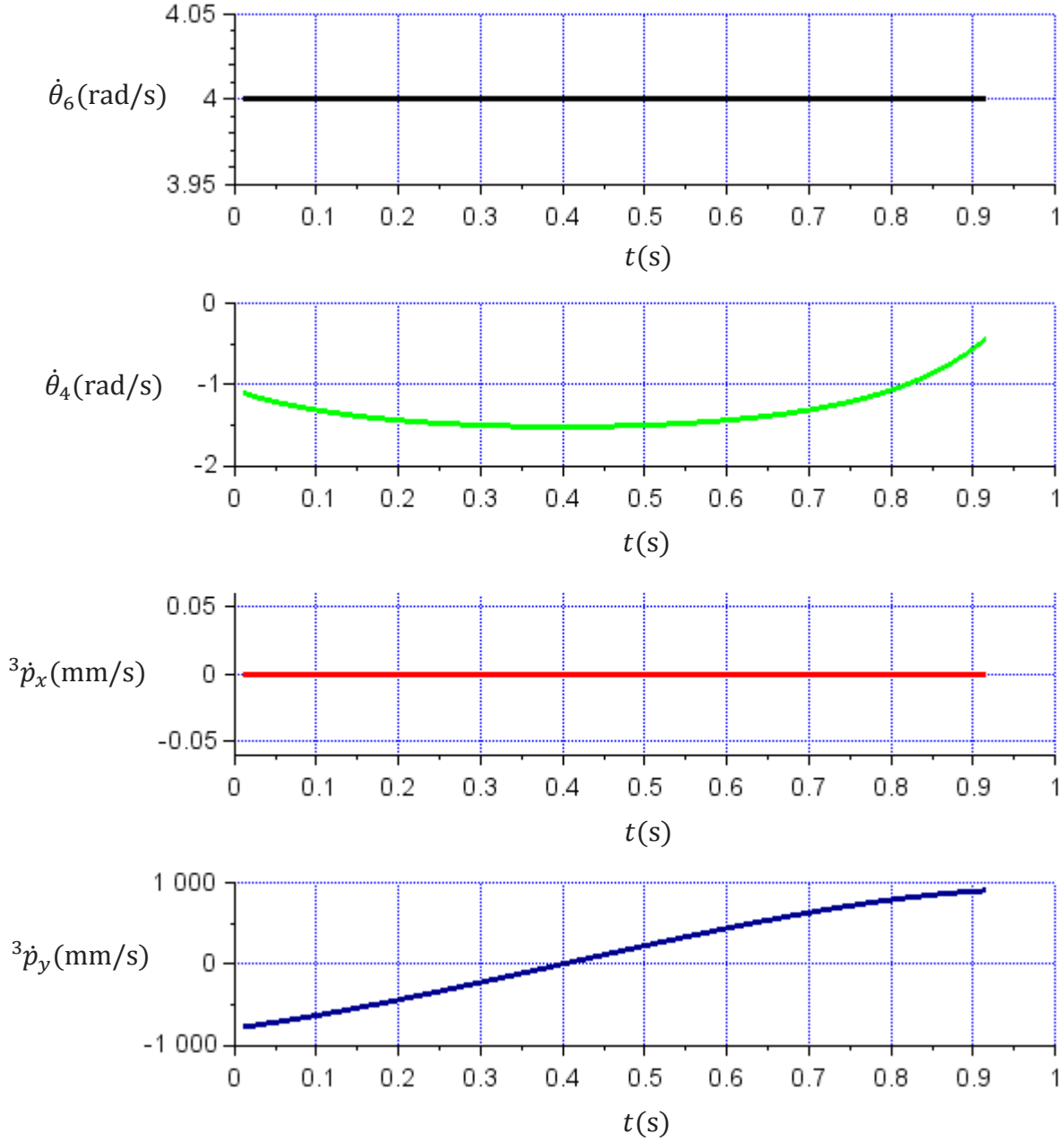








Tournez la page S.V.P.



Question 17 : en analysant les différentes courbes, préciser quel type de déplacement du point P (TCP du bras gauche) on fait réaliser par le robot. En utilisant les tableaux donnant les intervalles et les vitesses atteignables par les articulations, les coordonnées et les vitesses articulaires simulées sont-elles accessibles par le robot ?

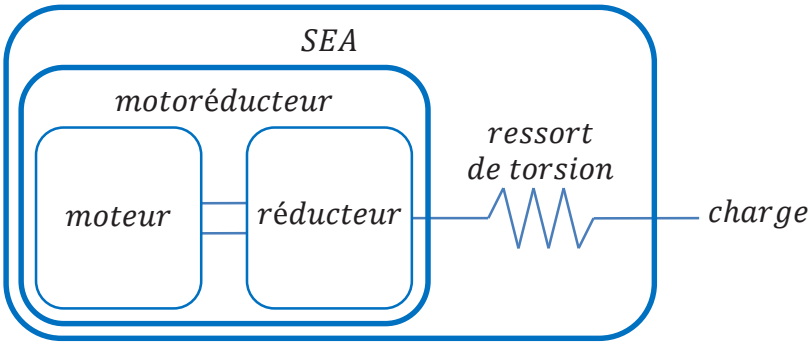
PARTIE 2

ETUDE D'UNE ARTICULATION ELASTIQUE DU BAXTER

Objectif
La partie précédente a défini un modèle géométrique permettant d'obtenir la position de l'effecteur d'un bras du robot Baxter à partir des coordonnées articulaires.

Cette nouvelle partie aborde la conception, le contrôle et l'évaluation de l'actionneur d'une articulation du robot Baxter commandé en effort. Les actionneurs traditionnels commandés en effort sont conçus selon le paradigme suivant : « *Plus grande est la raideur, meilleur est le système* ». Cette approche donne un système à bande passante élevée, sujet aux problèmes d'instabilité de contact et de bruit. L'actionneur qui suit est conçu à partir du paradigme suivant : « *La raideur n'est pas tout* ». L'actionneur, qui intègre un élément élastique en série (nommé SEA, Series Elastic Actuators), permet d'obtenir une largeur de bande réalisable pour des gains de contrôle de la force stable et à faible bruit, ainsi qu'une protection contre les chocs.
Dans cette partie on développera un modèle du SEA, puis une commande en couple de ce SEA sera synthétisée.

L'architecture simplifiée d'un SEA est la suivante :



2.1 Conception des ressorts de torsion des SEA

La structure matérielle d'un SEA est centrée sur l'utilisation d'un ressort. Deux tailles de SEA sont nécessaires pour les articulations du robot :

- SEA pour le poignet (W0, W1 et W2) avec couple en sortie nominal de 15 Nm et raideur du ressort de 250 Nm/rad ;
- SEA pour l'épaule et le coude (S0, S1, E0 et E1) avec couple en sortie nominal de 50 Nm et raideur du ressort de 840 Nm/rad.

Afin de pouvoir valider une première articulation d'un poignet, un prototype a été construit par la société avec la conception d'un ressort de torsion simple à fabriquer.
L'angle de torsion maximal est limité à $\theta_{max} = 3{,}4° = 0{,}06$ rad.
Une première conception se base sur un voile d'acier AISI/SAE d'épaisseur $t = 1{,}5$ mm et de propriétés mécaniques :

Module d'élasticité $E = 220$ GPa
Coefficient de Poisson $\nu = 0{,}3$
Module de cisaillement $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
Contrainte maximale en cisaillement $R_{eg} = 240$ MPa

Tournez la page S.V.P.

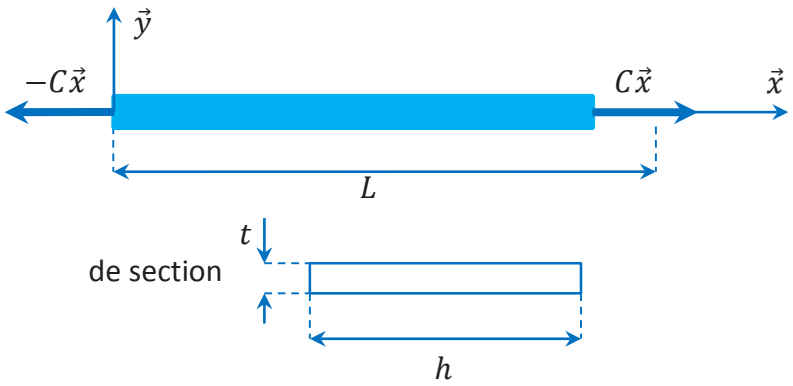
Les formules caractérisant le comportement en torsion d'une plaque pour $\frac{h}{t} \geq 20$ sont :

- contrainte de cisaillement τ en fonction de l'angle de torsion θ,

$$\tau = \frac{tG}{L}\theta$$

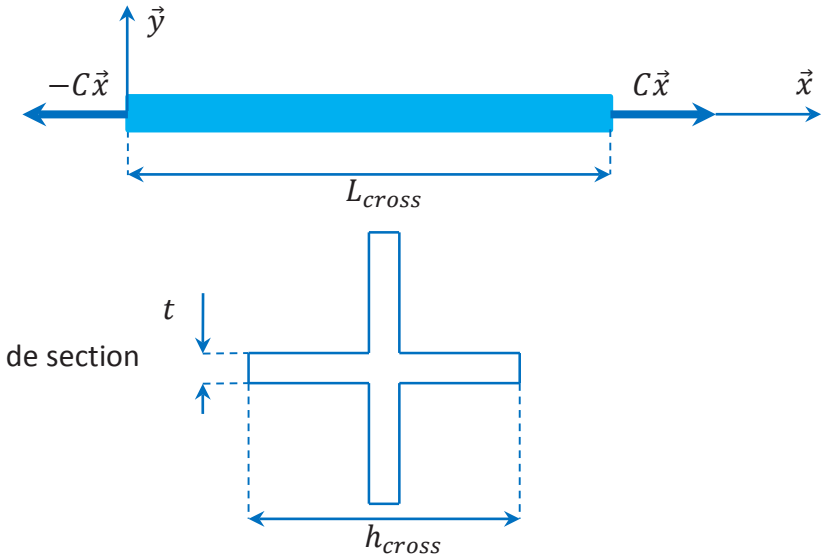
- couple C en fonction de l'angle de torsion θ,

$$C = \frac{ht^3G}{3L}\theta$$



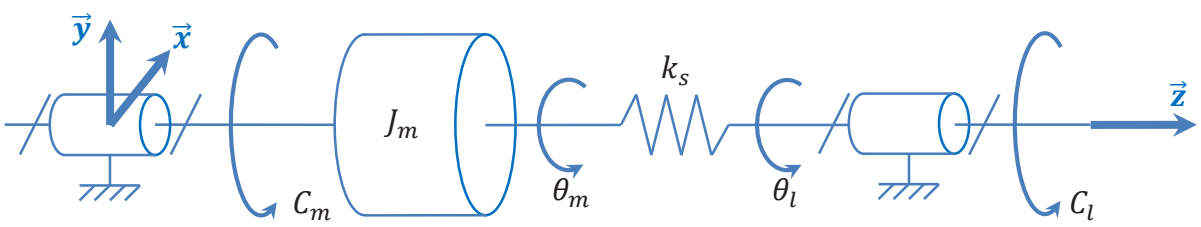
Question 18 : déterminer les valeurs des dimensions L et h minimales avec un coefficient de sécurité de 2 sur la contrainte maximale.

Afin de rendre le prototype plus compact, le concepteur décide de construire à partir du matériau précédent un profilé en croix comme suit :



Question 19 : en émettant une hypothèse simplificatrice, déterminer les nouvelles valeurs des dimensions L_{cross} et h_{cross} avec un coefficient de sécurité de 2 sur la contrainte maximale en fonction de L et h de la question précédente. Conclure sur l'évolution des dimensions.

2.2 Modélisation du SEA



Un modèle simple du SEA est présenté :
avec :

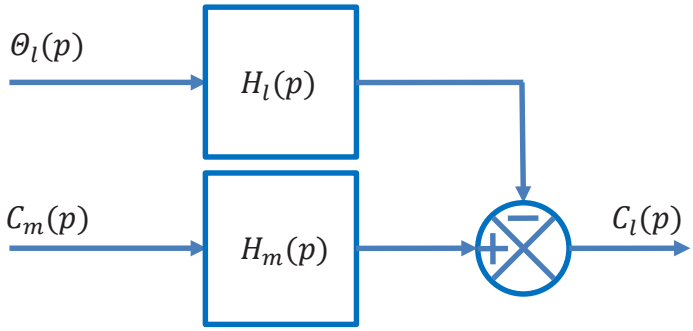
- C_m, le couple exercé en sortie du motoréducteur ;

- C_l, le couple exercé par le ressort de torsion sur l'élément aval de la chaine de transmission de puissance ;
- θ_m, position angulaire de l'arbre du motoréducteur ;
- θ_l, position angulaire de l'arbre de sortie SEA ;
- J_m, l'inertie de l'ensemble moteur + réducteur ramenée en sortie du réducteur ;
- k_s, la raideur du ressort de torsion.

Question 20 : en précisant la démarche utilisée, écrire l'équation différentielle reliant $C_m, \theta_m, \ddot{\theta}_m, \theta_l, k_s$ et J_m.

Question 21 : écrire l'équation reliant C_l, θ_m, θ_l et k_s.

Le SEA peut être représenté par le schéma bloc suivant :



Question 22 : déterminer les transmittances aux variations $H_m(p)$ et $H_l(p)$ sous forme littérale et canonique.

Question 23 : déterminer les pôles p_1 et p_2 de $H_m(p)$ en fonction de k_s et J_m. Dans le cas où la sortie du SAE est clampée (bloquée mécaniquement, $\theta_l(t) = cste$), comment évolue le couple de sortie $C_l(t)$ en réponse à un échelon de couple moteur $C_m(t) = c_{m0}\mathcal{U}(t)$ avec $\mathcal{U}(t)$ l'échelon unitaire ?

2.3 Développement de la commande du SEA

L'asservissement du SEA est nécessaire pour augmenter les performances du système et pour compenser les erreurs dans le modèle. Il est important que le système soit stable, mais peut-être plus important encore, qu'il le soit lorsqu'il est en contact avec tous les environnements (collision du robot Baxter avec un humain par exemple).

2.3.1 Impédance et stabilité

La transmittance $H_l(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)}$ est nommée aussi impédance $Z(p)$ du SEA.

Il est démontré qu'un système sera stable en contact avec son environnement si et seulement si l'impédance $Z(p)$ vérifie les règles suivantes :

- $Z(p)$ n'a pas de pôle à partie réelle strictement positive ;
- la partie imaginaire de $Z(j\omega)$ est négative ou nulle pour toute les pulsations ω.

Question 24 : l'impédance $Z(p)$ est de la forme $Z(p) = H_l(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)} = \frac{ap^2}{1+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$. Au regard des règles précédentes, le système est-il stable ? Le comportement est-il cependant acceptable ?

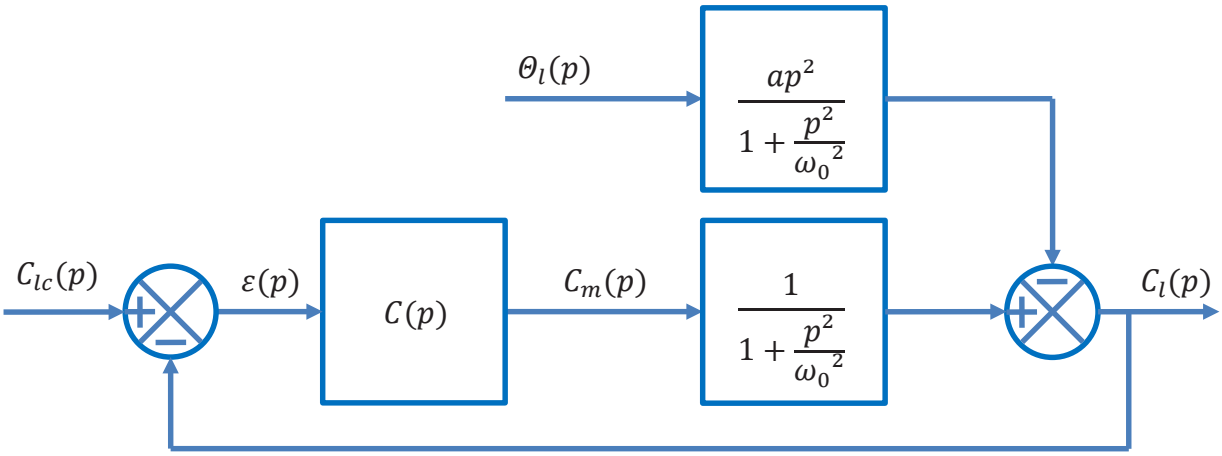
Tournez la page S.V.P.

2.3.2 Structure d'asservissement du couple de la charge C_l

Les exigences clients sur le couple C_l en sortie du SEA sont :

- erreur statique nulle ;
- premier dépassement $\mathrm{D}_{1\%} \leq 40\%$;
- temps de réponse à 5% $\mathrm{tr}_{5\%} \leq 40\ \mathrm{ms}$.

La structure d'asservissement est la suivante :



En première approche, le développeur met en place un correcteur proportionnel dérivé de la forme $C(p) = K_p(1 + K_d p)$.

Question 25 : ce correcteur peut-il permettre de répondre à l'exigence client « erreur statique nulle » ? Précisez pourquoi.

Le développeur choisit de mettre en place un correcteur proportionnel intégral dérivé de la forme $C(p) = K_p(1 + \frac{K_i}{p} + K_d p)$.

Question 26 : déterminer la nouvelle transmittance de l'impédance $Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)}$ sous la forme $Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)} = \frac{bp^3}{cp^3+dp^2+ep+1}$.

K_i et K_d sont des paramètres positifs. Une analyse des pôles de la transmittance $Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)}$ montre que si $K_p > 0$ et $K_p > \frac{K_i}{{\omega_0}^2 K_d} - 1$, alors aucun pôle n'est à partie réelle strictement positive.

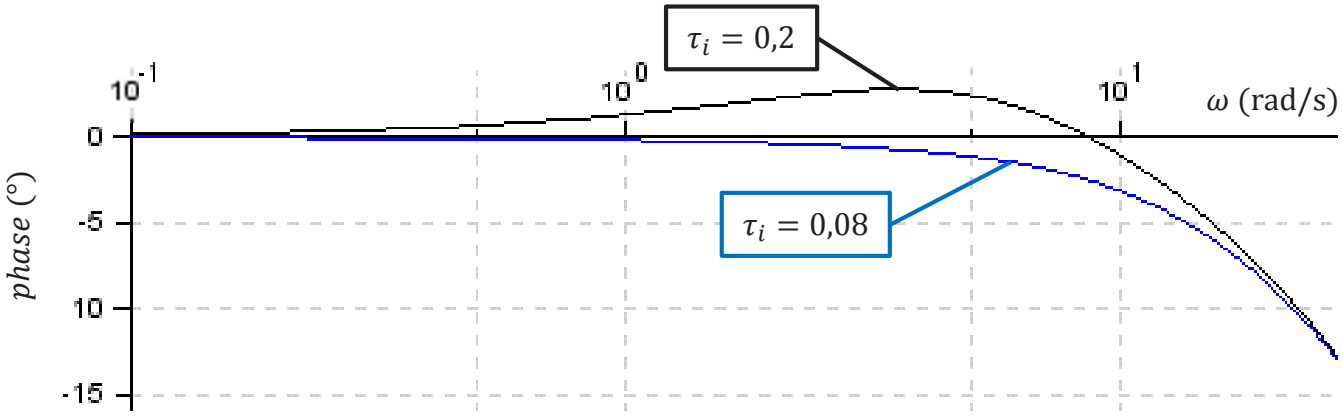
Ces contraintes ne sont pas suffisantes pour s'assurer que le système est stable. Comme précisé précédemment, il faut que la partie imaginaire de $Z(j\omega)$ soit négative pour toutes les pulsations ω.

Question 27 : déterminer l'inégalité donnant $\frac{K_d}{K_i}$ en fonction de ω assurant un système stable.

Question 28 : K_i et K_d étant à valeurs finies, peut-on respecter cette contrainte ? Pourquoi ?

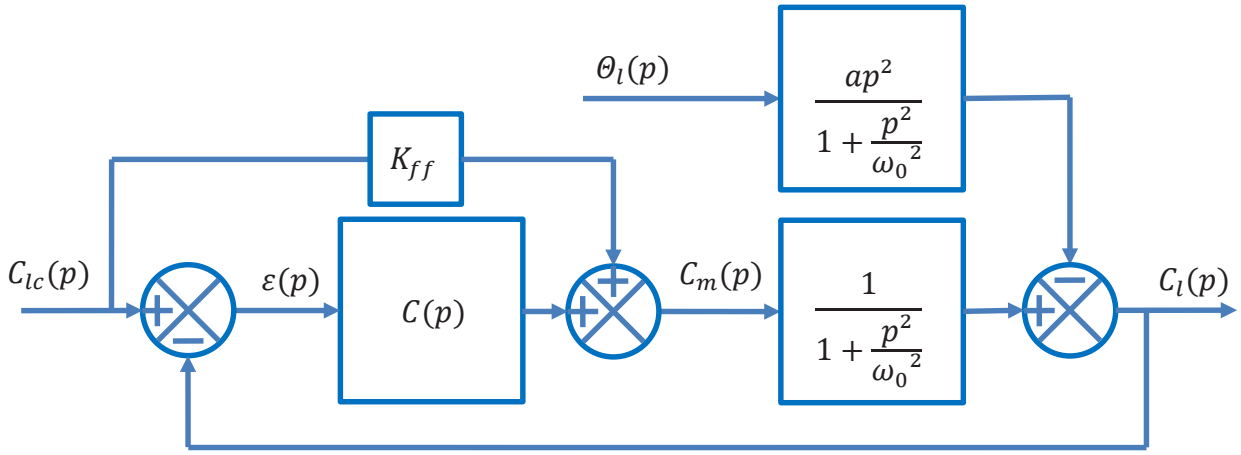
Un moyen de résoudre le problème consiste à modifier le terme intégral, en utilisant un correcteur de la forme $C(p) = K_p(1 + \frac{K_i}{p+\frac{1}{\tau_i}} + K_d p)$.

Le calcul visant à assurer la stabilité des pôles du système en boucle fermée est plus compliqué pour ce correcteur.
Suite à un réglage de K_p, K_i et K_d, une analyse harmonique dans le plan de Bode de la phase de l'impédance Z pour deux valeurs de τ_i a donné les résultats suivants :



Question 29 : en analysant les courbes dans le plan de Bode, préciser pourquoi, pour $\tau_i = 0{,}08$ et $\tau_i = 0{,}2$, on a un cas où le système est stable et un cas où le système est instable.

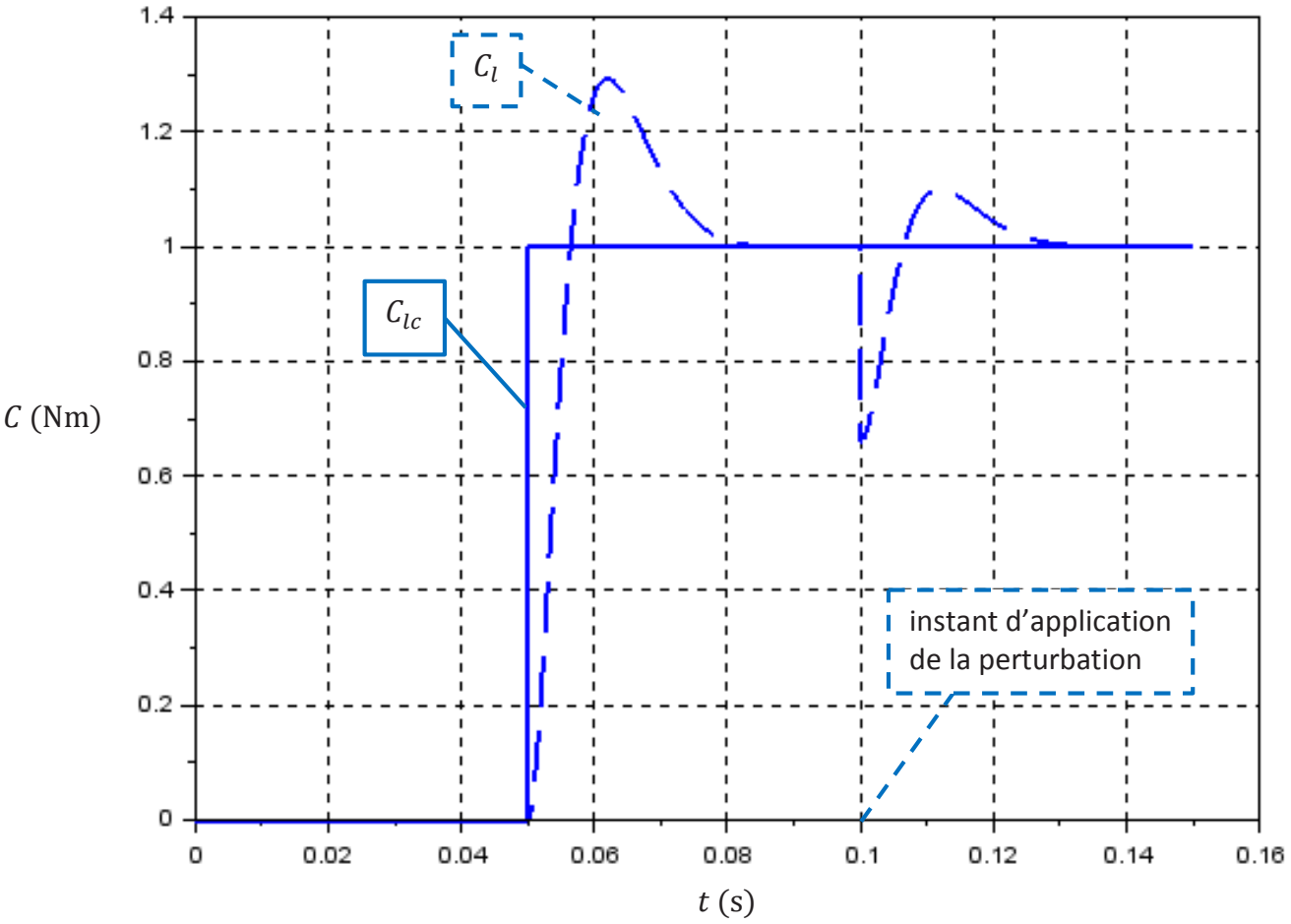
La modification de l'action intégrale en premier ordre pour assurer la stabilité génère une erreur statique. Le concepteur modifie l'architecture comme suit :



Question 30 : déterminer sous forme littérale l'écart statique ε_S en asservissement de couple ($C_{lc}(t) = c_{lc0}\mathcal{U}(t)$ avec $\mathcal{U}(t)$ l'échelon unitaire et $\theta_l(t) = 0$). En déduire une valeur de K_{ff} permettant d'obtenir un écart statique nul.

Suite aux réglages de $C(p)$ et K_{ff} la réponse indicielle en asservissement et régulation du pilotage en couple de sortie du SAE est la suivante :

Tournez la page S.V.P.



Question 31 : les exigences client sur les performances de l'asservissement en couple de cette articulation sont-elles respectées ?

PARTIE 3

ASSERVISSEMENT EN COUPLE DE LA MOTORISATION D'UNE ARTICULATION ELASTIQUE DU BAXTER

Objectif

La partie précédente montre qu'il est nécessaire de piloter le couple du moteur et on a considéré que ce dernier était asservi avec une bande passante infinie.
L'asservissement du couple ne pouvant pas être infiniment rapide, sa dynamique doit cependant être très élevée devant celle du SAE.
Les exigences retenues par le concepteur sont les suivantes :

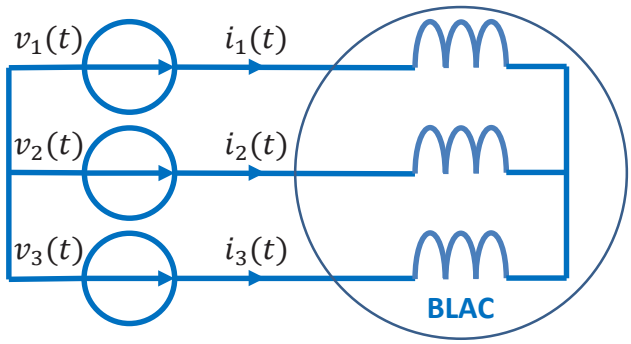
- erreur statique nulle ;
- premier dépassement $\mathrm{D}_{1\%} = 0$;
- temps de réponse à 5% $\mathrm{tr}_{5\%} = 5\ \mathrm{ms} \pm 20\%$.

La motorisation est un BLAC (BrushLess Alternative Current, machine synchrone triphasée alimentée par des courants alternatifs sinusoïdaux en régime permanent) à pôles lisses (l'épaisseur d'entrefer entre stator et rotor est considérée comme constante). On émet l'hypothèse que le BLAC n'est pas saturé.

3.1 Modélisation du BLAC

Afin de simplifier le pilotage en couple du BLAC, on réalise une transformation des grandeurs triphasées en grandeurs diphasées.
Soient les trois tensions statoriques et les trois courants statoriques appliqués au BLAC :

$$\begin{cases} v_1(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega_S t) \\ v_2(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega_S t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = V\sqrt{2}\cos\left(\omega_S t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} i_1(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega_S t - \varphi) \\ i_2(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega_S t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \\ i_3(t) = I\sqrt{2}\cos\left(\omega_S t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \end{cases}$$



avec :

- V la valeur efficace d'une tension statorique ;
- I la valeur efficace d'un courant statorique ;
- ω_S la pulsation des tensions et courant statoriques ;
- φ le déphasage courant /tension statorique ;
- t la variable continue du temps.

Question 32 : déterminer la puissance instantanée $p_{tri}(t)$ fournie au BLAC par ces six composantes.

On opère une transformation triphasée/diphasée :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} = T_{23}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Tournez la page S.V.P.

Question 33 : déterminer les composantes diphasées en tension $\begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \cos(f(t)) \\ \sin(f(t)) \end{bmatrix}$ avec $f(t)$ une fonction de ω_S et t et en courant $\begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} \cos(g(t)) \\ \sin(g(t)) \end{bmatrix}$ avec $g(t)$ une fonction de ω_S, t et φ.

Question 34 : déterminer la puissance instantanée $p_{di}(t)$ fournie à un BLAC diphasé par ces quatre composantes. La transformation utilisée permet-elle de conserver la puissance ?

On opère une rotation d'angle $\theta(t)$, $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & -\sin(\theta(t)) \\ \sin(\theta(t)) & \cos(\theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix}$.

Question 35 : déterminer les composantes diphasées en courant $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \cos(h(t)) \\ \sin(h(t)) \end{bmatrix}$ avec $h(t)$ une fonction de $\theta(t), \omega_S, t$ et φ.

Question 36 : déduire de la question précédente un choix de réglage de l'angle de rotation $\theta(t)$ permettant d'avoir les composantes diphasées $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}$ constantes en fonction du temps.

Ce moteur triphasé peut être modélisé, suite à une transformation triphasé/diphasé et une rotation adaptée, par les équations suivantes dans le repère dq (d=direct et q=quadrature) :

- $v_d(t) = Ri_d(t) + \frac{d\phi_d(t)}{dt} - \omega_s(t)\phi_q(t)$;
- $\phi_d(t) = Li_d(t) + \phi_f$;
- $v_q(t) = Ri_q(t) + \frac{d\phi_q(t)}{dt} + \omega_s(t)\phi_d(t)$;
- $\phi_q(t) = Li_q(t)$;
- $C_m(t) = P\phi_f i_q(t)$.

avec comme variables :

- $v_d(t), v_q(t)$ les composantes des tensions statoriques ;
- $i_d(t), i_q(t)$ les composantes des courants statoriques ;
- $\phi_d(t), \phi_q(t)$ les composantes des flux statoriques ;
- $\omega_s(t)$ la pulsation des variables statoriques ;
- $C_m(t)$ le couple moteur.

et comme paramètres :

- R la résistance d'un enroulement ;
- L l'inductance cyclique statorique ;
- ϕ_f flux d'excitation constant dans le repère dq ;
- P le nombre de paires de pôles.

On pose en outre $\Omega_m(t)$ la vitesse de rotation du BLAC.

Question 37 : donner la relation reliant $\omega_s(t)$ à $\Omega_m(t)$ en fonction de P.

L'alimentation du BLAC est réalisée par un onduleur. On considère que ce dernier a une fréquence de commutation suffisamment élevée pour que son comportement soit négligé (les différentes consignes de références tensions appliquées à la commande rapprochée sont considérées comme instantanément appliquées au BLAC).

Question 38 : à partir des équations précédentes écrire les équations des tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ en fonction de $i_d(t), i_q(t), \omega_s(t)$ et des paramètres R, L, ϕ_f.

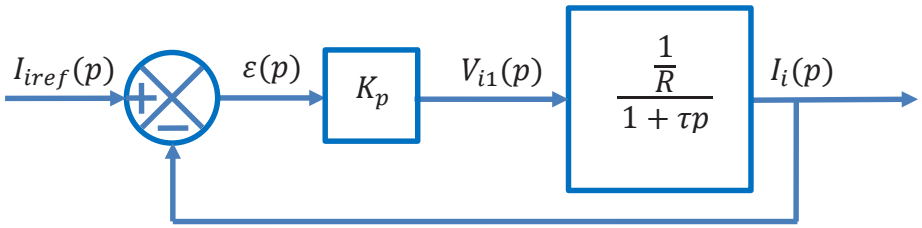
On remarque que les équations des tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ dépendent des courants à la fois sur les axes d et q. On met alors en place un découplage en posant :

- $v_d(t) = v_{d1}(t) - \omega_s(t) L i_q(t)$;
- $v_q(t) = v_{q1}(t) + \omega_s(t) L i_d(t) + \omega_s(t)\phi_f$.

Question 39 : à partir des équations précédentes du BLAC, de celles du découplage, et pour des conditions initiales nulles, déterminer le contenu de chacun des blocs du document réponse du modèle du BLAC avec découplage sous formes littérales et canoniques.

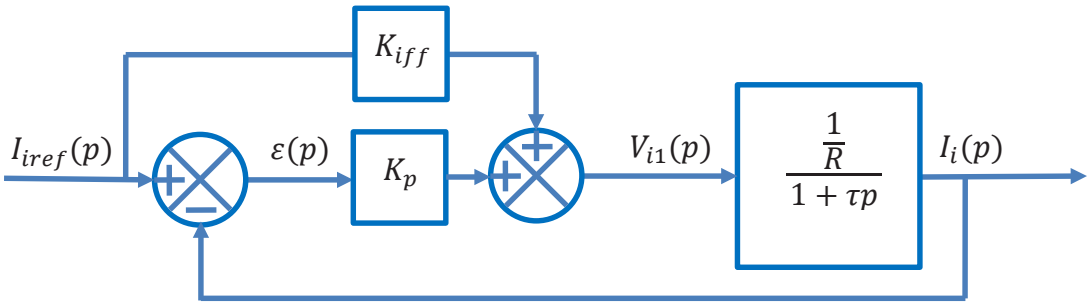
3.2 Développement de la commande du BLAC

La partie précédente a montré que les transmittances $\frac{I_d(p)}{V_{d1}(p)}$ et $\frac{I_q(p)}{V_{q1}(p)}$ sont de la forme $\frac{\frac{1}{R}}{1+\tau p}$.
Le concepteur met en place un correcteur proportionnel pour chacune des boucles de régulation. L'architecture générique est la suivante :



Question 40 : en réponse à un échelon sur la référence courant peut-on respecter l'exigence « erreur statique nulle » ? Pourquoi ?

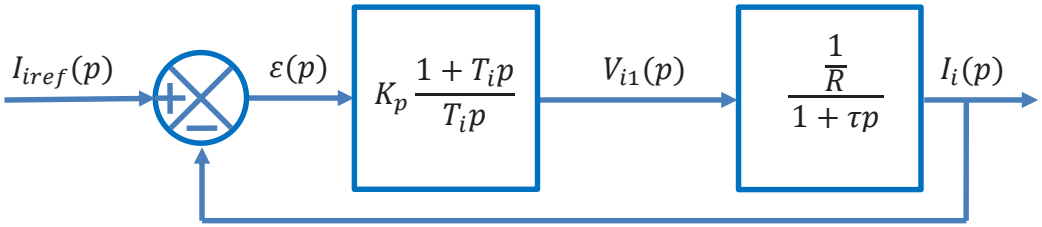
Le concepteur modifie l'architecture comme suit :



Question 41 : déterminer sous forme littérale et canonique la fonction de transfert $\frac{I_i(p)}{I_{iref}(p)}$.
En déduire une valeur de K_{iff} permettant d'annuler l'erreur statique.

Tournez la page S.V.P.

L'anticipation par K_{iff} dépend de la bonne estimation d'un paramètre du système. Ce paramètre évolue entre autres en fonction de la température du BLAC et ne permet pas d'assurer une erreur statique nulle. Une autre solution proposée par le concepteur est la mise en place d'un correcteur proportionnel intégral.

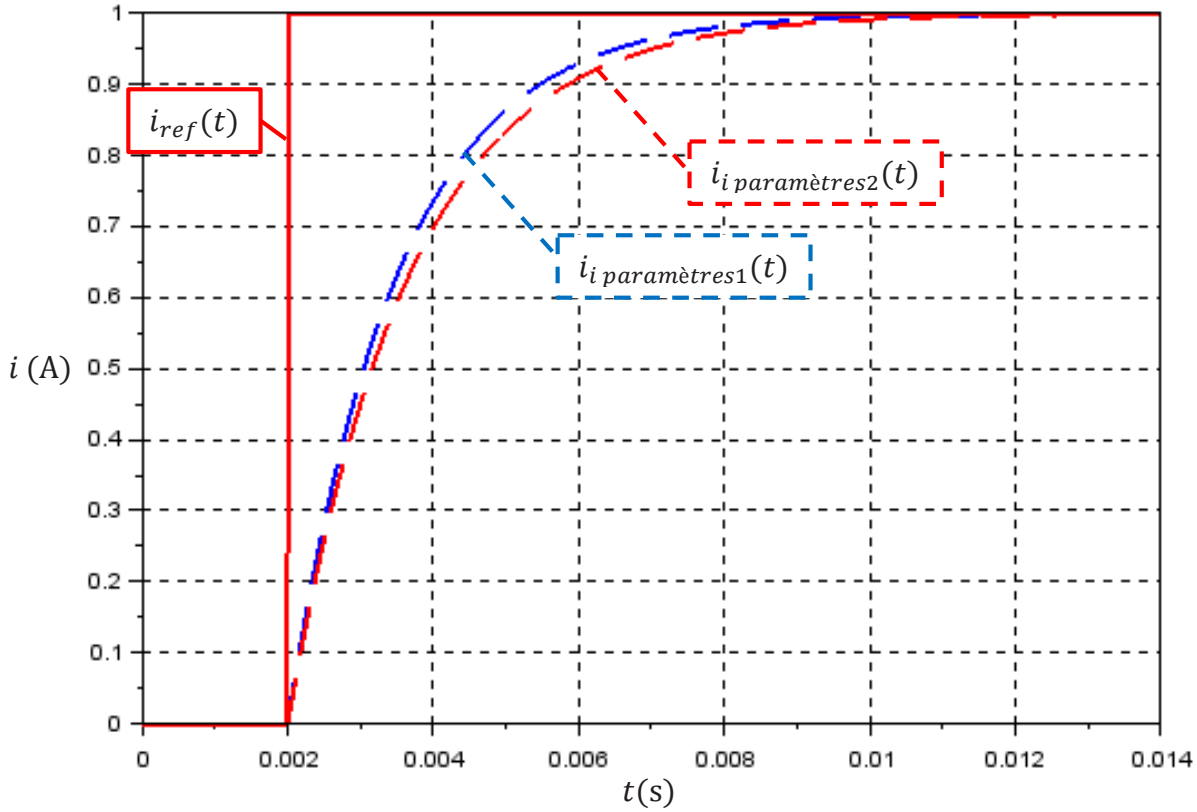


La stratégie de réglage sera une compensation du pôle dominant et un respect des exigences rappelées ci-après :

- erreur statique nulle ;
- premier dépassement $\mathrm{D}_{1\%} = 0$;
- temps de réponse à 5% $\mathrm{tr}_{5\%} = 5\mathrm{ms} \pm 20\%$.

Question 42 : déterminer le réglage sous forme littérale de T_i et K_p.

Deux simulations de la réponse indicielle du courant, avec le réglage précédent prenant en compte les variations paramétriques maximales, ont donné les résultats suivants :



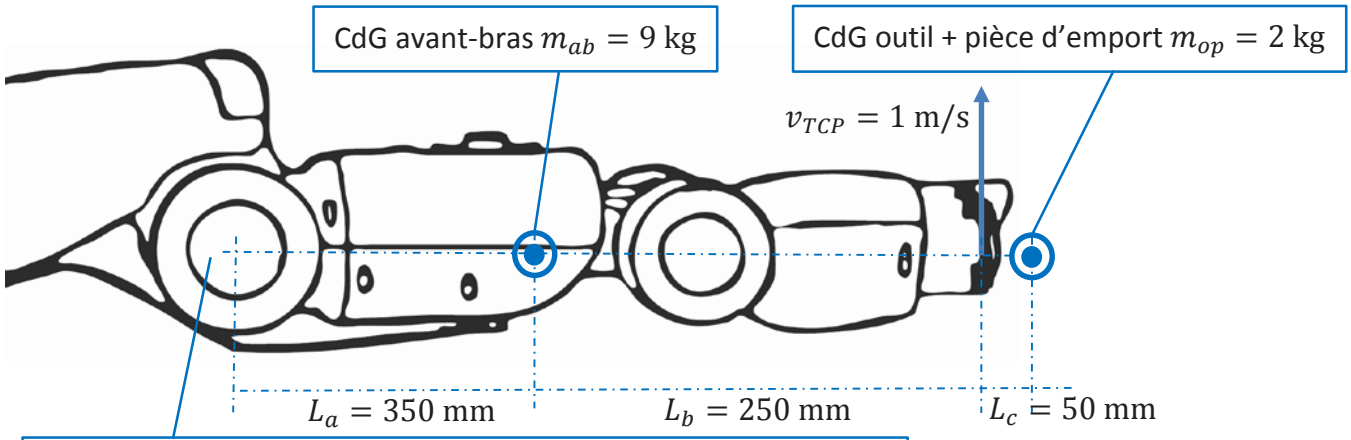
Question 43 : les exigences sont-elles respectées ?

PARTIE 4

VERIFICATION D'UN POINT DE FONCTIONNEMENT DE L'ARTICULATION DU COUDE

Objectif

La partie précédente a permis de développer un modèle des motorisations (BLAC) intégrées dans les articulations. Dans cette partie, on cherche à vérifier pour l'articulation du coude E1 si le BLAC associé à son réducteur permet d'obtenir le point de fonctionnement en régime permanent défini ci-après.
On suppose l'avant-bras gauche à l'horizontal et on réalise une rotation de E1 permettant une vitesse du TCP constante $v_{TCP} = 1\ \mathrm{m/s}$. Les autres articulations sont bloquées.
Sur le dessin suivant on désigne par CdG le Centre de Gravité.



E1 : BLAC + réducteur

- rapport de réduction du réducteur $r = 120$;
- couple de sortie maximal $C_{\max_E1} = 50$ Nm ;
- BLAC : $P = 4$ paires de pôles ;
  résistance statorique $R = 5\ \Omega$;
  inductance cyclique statorique $L = 20$ mH ;
  flux d'excitation $\phi_f = 50$ mWb dans le repère dq.

Le variateur alimentant le BLAC a les caractéristiques suivantes :

Input standard	Monophasé $V_{in\,rms}/f_{in} = 120$ VAC/60 Hz
Output	Triphasé $V_{out\,rms}/f_{out} = 120$ VAC/0 Hz à 200 Hz $I_{out_max\,rms}/f_{out} = 2$ AAC/0 Hz à 200 Hz

Question 44 : déterminer numériquement la valeur du couple C_{E1} à fournir à l'articulation E1 par l'ensemble BLAC + réducteur pour ce point de fonctionnement. L'ensemble BLAC + réducteur est-il en mesure de fournir le couple nécessaire à ce point de fonctionnement ?

Tournez la page S.V.P.

Question 45 : déterminer numériquement la valeur de la pulsation ω_s des tensions et des courants alimentant le stator du BLAC.

On rappelle que la modélisation du BLAC utilisée à la partie précédente en régime permanent a fourni les équations suivantes :

- $V_d = RI_d - \omega_s L I_q$;
- $V_q = RI_q + \omega_s(LI_d + \phi_f)$;
- $C_m = P\phi_f I_q$.

On pose $\underline{V} = V_d + jV_q$ et $\underline{I} = I_d + jI_q$ et $\underline{E} = j\omega_s\phi_f$.

Question 46 : en calculant $\underline{V} = V_d + jV_q$, à l'aide des équations en régime permanent du BLAC fournies ci-avant, déterminer sous forme complexe une équation donnant $\underline{V}$ en fonction de $\underline{I}, R, L, \omega_s$ et $\underline{E}$.

La stratégie de commande du BLAC pour ce point de fonctionnement consiste à avoir $I_d = 0$ et $I_q \neq 0$.
Les valeurs efficaces des tensions simples V et des courants I alimentant le stator du BLAC sont $V = \frac{\|\underline{V}\|}{\sqrt{3}}$ et $I = \frac{\|\underline{I}\|}{\sqrt{3}}$.

Question 47 : tracer l'allure de l'équation de $\underline{V}$ obtenue à la question précédente à l'aide de vecteurs de Fresnel et correspondant à la stratégie de commande du BLAC.

Question 48 : déterminer numériquement la valeur du courant I_q pour le couple C_{E1} obtenu précédemment.

Question 49 : déterminer numériquement, à partir du diagramme de Fresnel de la question précédente, la valeur efficace V de $v_{1,2,3}(t)$.

Question 50 : conclure quant à la capacité en fréquence, en tension et en courant du variateur à alimenter le BLAC pour ce point de fonctionnement.

IMPRIMERIE NATIONALE – 21 1061 – D'après documents fournis

Cahier réponse
Épreuve de Sciences Industrielles A

AVERTISSEMENT

Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques et les téléphones portables…

INSTRUCTIONS

- Remplir sur chaque copie A3 en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- **Une feuille dont l'entête n'a pas été intégralement renseignée, ne sera pas prise en compte.**
- **Vérifiez que votre cahier réponse comporte le nombre de pages indiqué et qu'il est correctement imprimé.**
- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à encre foncé : bleue ou noire. D'autres couleurs peuvent être utilisées uniquement dans les schémas.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.
- **À la fin de l'épreuve, rendre toutes les pages dans l'ordre mêmes celles non renseignées. Toute réclamation ultérieure ne pourra pas être prise en compte.**
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

CONSIGNES

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

ETUDE CINEMATIQUE D'UN BRAS DU ROBOT BAXTER

1.1 Cinématique d'un bras du robot

Question 1 : tracer le schéma cinématique du bras gauche du robot Baxter.

1.2 Transformation de repères

Question 2 : déterminer une matrice de rotation R_{01}^{θ} de changement de repère du vecteur ${}^{1}P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^{0}P$ suite à une rotation d'un angle θ autour de $O_0\vec{z}_0$ de telle sorte que ${}^{0}P = R_{01}^{\theta}\ {}^{1}P$.

$$ {}^{0}\boldsymbol{P} = \left[\quad \right]_{3\times3} {}^{1}\boldsymbol{P} $$

Ba

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Question 3 : déterminer une matrice de rotation R_{01}^{α} de changement de repère du vecteur ${}^{1}P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^{0}P$ suite à une rotation d'un angle α autour de $O_0\vec{x}_0$ de telle sorte que ${}^{0}P = R_{01}^{\alpha}\ {}^{1}P$.

$$\boldsymbol{{}^{0}P} = \left[\quad\right]_{3\times3} \boldsymbol{{}^{1}P}$$

Question 4 : en déduire une matrice de rotation R_{01} de changement de repère du vecteur ${}^{1}P$ dans le repère R_1 exprimé dans le repère R_0 et noté ${}^{0}P$ suite aux rotations successives des angles α et θ.

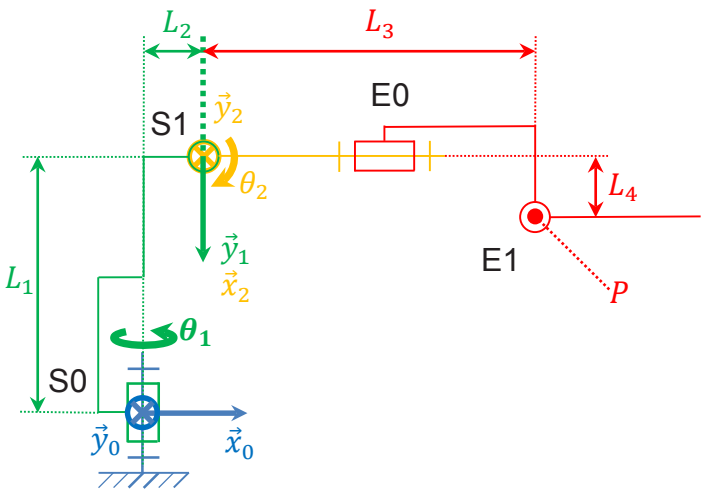
$$\boldsymbol{{}^{0}P} = \left[\quad\right]_{3\times3} \boldsymbol{{}^{1}P}$$

Question 5 : déterminer le vecteur de translation T_{01} à rajouter à celui du vecteur ${}^{1}P$ dans le repère R_1 pour obtenir les coordonnées du vecteur ${}^{0}P$ exprimé dans le repère R_0 suite aux translations d et a de telle sorte que ${}^{0}P = T_{01} + {}^{1}P$.

$$\boldsymbol{{}^{0}P} = \left[\quad\right]_{3\times1} + \boldsymbol{{}^{1}P}$$

1.3 Modélisation géométrique du robot Baxter

Question 6 : finaliser, en respectant la convention, le tracé des repères R_0, R_1 et R_2.



Question 7 : en déduire la matrice d'attitude M_{01} en fonction de θ_1, L_1, L_2.

$$\boldsymbol{M_{01}} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Question 8 : en déduire la matrice d'attitude M_{12} en fonction de θ_2.

$$\boldsymbol{M_{12}} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Question 9 : déterminer la matrice d'attitude M_{02}.

$$\boldsymbol{M_{02}} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Question 10 : pour le point P au centre de l'articulation E1, déterminer les coordonnées en fonction de L_1, L_2, L_3 et L_4 de $\begin{bmatrix} {}^0P \\ 1 \end{bmatrix}$ exprimées dans le repère R_0 de $\begin{bmatrix} {}^2P \\ 1 \end{bmatrix}$ exprimé dans le repère R_2, pour $\theta_1 = 90° + \theta_{O1}$ et $\theta_2 = 0° + \theta_{O2}$. Pour le point P, déterminer les coordonnées de ${}^0P$ par une analyse géométrique simple. Comparer les résultats obtenus pour ce point par les 2 méthodes afin de valider ou invalider le modèle.

$$\begin{bmatrix} {}^0\boldsymbol{P} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

Conclusion :

Question 11 : en utilisant les tableaux donnant les intervalles atteignables par les articulations, les coordonnées articulaires proposées sont-elles accessibles par le robot ? Expliquer.

1.4 Détermination de la position du TCP du bras gauche du robot Baxter

Question 12 : déterminer, à l'aide de calculs simples en utilisant les dimensions du robot, si l'exigence client « *la distance maximale entre les 2 TCP (Tool Center Point, point en bout de chacun des bras) atteignable par le robot Baxter doit être au minimum de 260cm* » est vérifiée.

Question 13 : en analysant et explicitant les valeurs fournies par l'outil de calcul numérique de M_{07}, vérifier si la position du bras du robot Baxter est verticale vers le haut.

1.5 Détermination des vitesses du TCP du bras gauche du robot Baxter

Question 14 : déterminer ${}^3\dot{P}$ sous la forme ${}^3\dot{P} = \begin{bmatrix} (\dot{\theta}_6(t) - \dot{\theta}_4(t))f_1(t) + \dot{\theta}_4 f_2(t) \\ (\dot{\theta}_6(t) + \dot{\theta}_4(t))f_3(t) + \dot{\theta}_4 f_4(t) \\ 0 \end{bmatrix}$ avec $f_1(t), f_2(t), f_3(t)$ et $f_4(t)$ des fonctions de $\theta_4(t), \theta_6(t)$ et des paramètres L_5, L_6, L_7.

$$ {}^3\dot{\boldsymbol{P}} = \begin{bmatrix} (\dot{\boldsymbol{\theta}}_6(t) - \dot{\boldsymbol{\theta}}_4(t)) & + \dot{\boldsymbol{\theta}}_4 \\ (\dot{\boldsymbol{\theta}}_6(t) + \dot{\boldsymbol{\theta}}_4(t)) & + \dot{\boldsymbol{\theta}}_4 \\ \boldsymbol{0} & \end{bmatrix} $$

Question 15 : soit un vecteur $K = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$, déterminer $AS({}^3\Omega)K$ et préciser ce que représente mathématiquement le résultat.

$$ \boldsymbol{AS({}^3\Omega)K} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} $$

Analyse :

Question 16 : déterminer littéralement le vecteur des vitesses angulaires ${}^{3}\Omega$.

$${}^{3}\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Question 17 : en analysant les différentes courbes, préciser quel type de déplacement du point P (TCP du bras gauche) on fait réaliser par le robot. En utilisant les tableaux donnant les intervalles et les vitesses atteignables par les articulations, les coordonnées et les vitesses articulaires simulées sont-elles accessibles par le robot ?

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

CONSIGNES

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

PARTIE 2

ETUDE D'UNE ARTICULATION ELASTIQUE DU BAXTER

2.1 Conception des ressorts de torsion des SEA

Question 18 : déterminer les valeurs des dimensions L et h minimales avec un coefficient de sécurité de 2 sur la contrainte maximale.

$\boldsymbol{L} =$

$\boldsymbol{h} =$

Question 19 : en émettant une hypothèse simplificatrice, déterminer les nouvelles valeurs des dimensions L_{cross} et h_{cross} avec un coefficient de sécurité de 2 sur la contrainte maximale en fonction de L et h de la question précédente. Conclure sur l'évolution des dimensions.

$\boldsymbol{L_{cross}} =$

$\boldsymbol{h_{cross}} =$

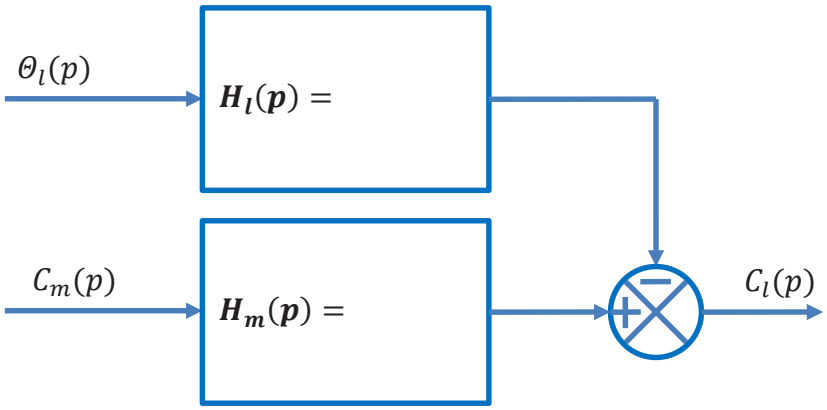
Conclure :

2.2 Modélisation du SEA

Question 20 : en précisant la démarche utilisée, écrire l'équation différentielle reliant $C_m, \theta_m, \ddot{\theta}_m, \theta_l, k_s$ et J_m.

Question 21 : écrire l'équation reliant C_l, θ_m, θ_l et k_s.

Question 22 : déterminer les transmittances aux variations $H_m(p)$ et $H_l(p)$ sous forme littérale et canonique.



Question 23 : déterminer les pôles p_1 et p_2 de $H_m(p)$ en fonction de k_s et J_m. Dans le cas où la sortie du SAE est clampée (bloquée mécaniquement, $\theta_l(t) = cste$), comment évolue le couple de sortie $C_l(t)$ en réponse à un échelon de couple moteur $C_m(t) = c_{m0}\mathcal{U}(t)$ avec $\mathcal{U}(t)$ l'échelon unitaire ?

$\boldsymbol{p_1} =$

$\boldsymbol{p_2} =$

Evolution du couple de sortie :

2.3 Développement de la commande du SEA

2.3.1 Impédance et stabilité

Question 24 : l'impédance $Z(p)$ est de la forme $Z(p) = H_l(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)} = \frac{ap^2}{1+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$. Au regard des règles précédentes, le système est-il stable ? Le comportement est-il cependant acceptable ?

2.3.2 Structure d'asservissement du couple de la charge C_l

Question 25 : ce correcteur peut-il permettre de répondre à l'exigence client « erreur statique nulle » ? Précisez pourquoi.

Question 26 : déterminer la nouvelle transmittance de l'impédance $Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)}$ sous la forme $Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)} = \frac{bp^3}{cp^3+dp^2+ep+1}$.

$$\boldsymbol{Z(p) = \frac{C_l(p)}{\Theta_l(p)} =}$$

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

CONSIGNES

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

Question 27 : déterminer l'inégalité donnant $\frac{K_d}{K_i}$ en fonction de ω assurant un système stable.

$$\frac{K_d}{K_i}$$

Question 28 : K_i et K_d étant à valeurs finies, peut-on respecter cette contrainte ? Pourquoi ?

Bd

Question 29 : en analysant les courbes dans le plan de Bode, préciser pourquoi, pour $\tau_i = 0{,}08$ et $\tau_i = 0{,}2$, on a un cas où le système est stable et un cas où le système est instable.

Question 30 : déterminer sous forme littérale l'écart statique ε_S en asservissement de couple ($C_{lc}(t) = c_{lc0}\mathcal{U}(t)$ avec $\mathcal{U}(t)$ l'échelon unitaire et $\theta_l(t) = 0$). En déduire une valeur de K_{ff} permettant d'obtenir un écart statique nul.

$\boldsymbol{\varepsilon_S} =$

$\boldsymbol{K_{ff}} =$

Question 31 : les exigences client sur les performances de l'asservissement en couple de cette articulation sont-elles respectées ?

PARTIE 3

ASSERVISSEMENT EN COUPLE DE LA MOTORISATION D'UNE ARTICULATION ELASTIQUE DU BAXTER

3.1 Modélisation du BLAC

Question 32 : déterminer la puissance instantanée $p_{tri}(t)$ fournie au BLAC par ces six composantes.

$\boldsymbol{p_{tri}(t)} =$

Question 33 : déterminer les composantes diphasées en tension $\begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \cos(f(t)) \\ \sin(f(t)) \end{bmatrix}$ avec $f(t)$ une fonction de ω_S et t et en courant $\begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} \cos(g(t)) \\ \sin(g(t)) \end{bmatrix}$ avec $g(t)$ une fonction de ω_S, t et φ.

$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v_\alpha(t)} \\ \boldsymbol{v_\beta(t)} \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i_\alpha(t)} \\ \boldsymbol{i_\beta(t)} \end{bmatrix} =$

Question 34 : déterminer la puissance instantanée $p_{di}(t)$ fournie à un BLAC diphasé par ces quatre composantes. La transformation utilisée permet-elle de conserver la puissance ?

$\boldsymbol{p_{di}(t)} =$

Conclusion :

Question 35 : déterminer les composantes diphasées en courant $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}$ sous la forme $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \cos(h(t)) \\ \sin(h(t)) \end{bmatrix}$ avec $h(t)$ une fonction de $\theta(t), \omega_s, t$ et φ.

$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i_d(t)} \\ \boldsymbol{i_q(t)} \end{bmatrix} =$

Question 36 : déduire de la question précédente un choix de réglage de l'angle de rotation $\theta(t)$ pour permettre d'avoir les composantes diphasées $\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}$ constante en fonction du temps.

Question 37 : donner la relation reliant $\omega_s(t)$ à $\Omega_m(t)$ en fonction de P.

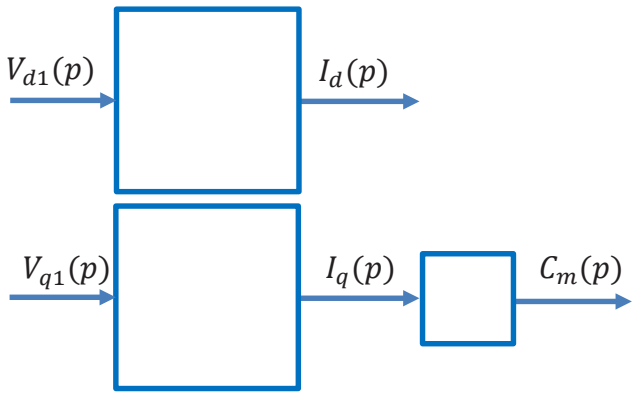
$\boldsymbol{\omega_s(t)} =$

Question 38 : à partir des équations précédentes écrire les équations des tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ en fonction de $i_d(t), i_q(t), \omega_s(t)$ et des paramètres R, L, ϕ_f.

$\boldsymbol{v_d(t)} =$

$\boldsymbol{v_q(t)} =$

Question 39 : à partir des équations précédentes du BLAC, de celles du découplage et pour des conditions initiales nulles, déterminer le contenu de chacun des blocs du modèle du BLAC avec découplage sous formes littérales et canoniques.



3.2 Développement de la commande du BLAC

Question 40 : en réponse à un échelon sur la référence courant peut-on respecter l'exigence « erreur statique nulle » ? Pourquoi ?

Question 41 : déterminer sous forme littérale et canonique la fonction de transfert $\frac{I_i(p)}{I_{iref}(p)}$.

En déduire une valeur de K_{iff} permettant d'annuler l'erreur statique.

$\boldsymbol{\frac{I_i(p)}{I_{iref}(p)} =}$

$\boldsymbol{K_{iff} =}$

Question 42 : déterminer le réglage sous forme littérale de T_i et K_p.

$\boldsymbol{T_i =}$

$\boldsymbol{K_p =}$

Question 43 : les exigences sont-elles respectées ?

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

CONSIGNES

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

PARTIE 4

VERIFICATION D'UN POINT DE FONCTIONNEMENT DE L'ARTICULATION DU COUDE

Question 44 : déterminer numériquement la valeur du couple C_{E1} à fournir à l'articulation E1 par l'ensemble BLAC + réducteur pour ce point de fonctionnement. L'ensemble BLAC + réducteur est-il en mesure de fournir le couple nécessaire à ce point de fonctionnement ?

$C_{E1} \approx$

Capacité du BLAC + réducteur en couple :

Bf

Question 45 : déterminer numériquement la valeur de la pulsation ω_s des tensions et des courants alimentant le stator du BLAC.

$\boldsymbol{\omega_s} =$

Question 46 : en calculant $\underline{V} = V_d + jV_q$, à l'aide des équations en régime permanent du BLAC fournies ci-avant, déterminer sous forme complexe une équation donnant $\underline{V}$ en fonction de $\underline{I}, R, L, \omega_s$ et $\underline{E}$.

$\boldsymbol{\underline{V}} =$

Question 47 : tracer l'allure de l'équation de $\underline{V}$ obtenue à la question précédente à l'aide de vecteurs de Fresnel et correspondant à la stratégie de commande du BLAC.

Question 48 : déterminer numériquement la valeur du courant I_q pour le couple C_{E1} obtenu précédemment

$\boldsymbol{I_q \approx}$

Question 49 : déterminer numériquement, à partir du diagramme de Fresnel de la question précédente, la valeur efficace V de $v_{1,2,3}(t)$.

$\boldsymbol{V} \approx$

Question 50 : conclure quant à la capacité en fréquence, en tension et en courant du variateur à alimenter le BLAC pour ce point de fonctionnement.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt