Banque PT, France

# Session 2023, filière PT

## Sciences industrielles A

Durée : 5 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie A : analyse du fonctionnement du Robot Delta
- Partie B : étude de l'architecture mécanique du Robot Delta
- Partie C : étude de l'asservissement en position du Robot Delta

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2023/si-a

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

# Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

**Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.**

---

## L'usage de calculatrices est interdit.

## Aucun document n'est autorisé

**<u>Composition du sujet</u> :**

- 1 cahier de 17 pages de texte numérotées de **1** à **17** ;
- Documents annexes de 8 pages.
- 1 cahier réponses de 32 pages **à rendre à la fin de l'épreuve**.

## <u>AVERTISSEMENT</u>

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

**L'ensemble des réponses sera rédigé sur le cahier réponse dans les espaces libres proposés pour chaque question.**

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

**Tournez la page S.V.P**

**Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.**

# Concept Machine 4.0 : Axelle

## Contexte d'étude du système

L'industrie subit sa quatrième révolution industrielle, révolution tournée vers la transformation digitale, nommée « Industrie 4.0 ». Axelle est un démonstrateur technologique ou plutôt un « *concept machine* » (**Figure 1**). Elle donne un exemple concret de ce que pourraient être les moyens de production dans l'industrie du futur.




**Figure 1 –** Axelle, « *concept machine* » pour l'industrie 4.0

Axelle a été conçue par l'entreprise bourguignonne « ATS Ingénierie » et elle intègre l'ensemble des produits et solutions des différents membres du Collectif Continuité Numérique. Initialement experte dans la conception et la réalisation d'outils de production, ATS s'est spécialisée aujourd'hui dans le domaine de la transformation digitale.

Le Collectif Continuité Numérique, qui a vu le jour en 2018, rassemble 8 sociétés[1], parfois concurrentes, spécialisées dans la fabrication ou le développement de solutions technologiques dans différents domaines de l'OT (Operational Technology) ou de l'IT (Information Technology). Ce rapprochement a pour objectif de développer des solutions pré-intégrées d'échange et de partage de données qui vont équiper les chaînes de production. Toutes ces informations vont permettre d'enrichir une base de données sous forme de « jumeau numérique » qui sera mise à disposition des travailleurs connectés. Ce jumeau numérique permettra, par exemple, de réaliser plus facilement des opérations de maintenance préventive ou prédictive.

## Présentation du système

Le démonstrateur Axelle (**Figure 2**) est composé d'un convoyeur, d'un poste robotisé d'assemblage et d'un chariot convoyeur autoguidé (AGV). Dans ce sujet, l'étude ne porte que sur la partie Robot Delta 2D du démonstrateur.

1. Festo, SAP, Inetum, Ifm Electronic, Phoenix Contact, SICK, SEW USOCOME et Stäubli

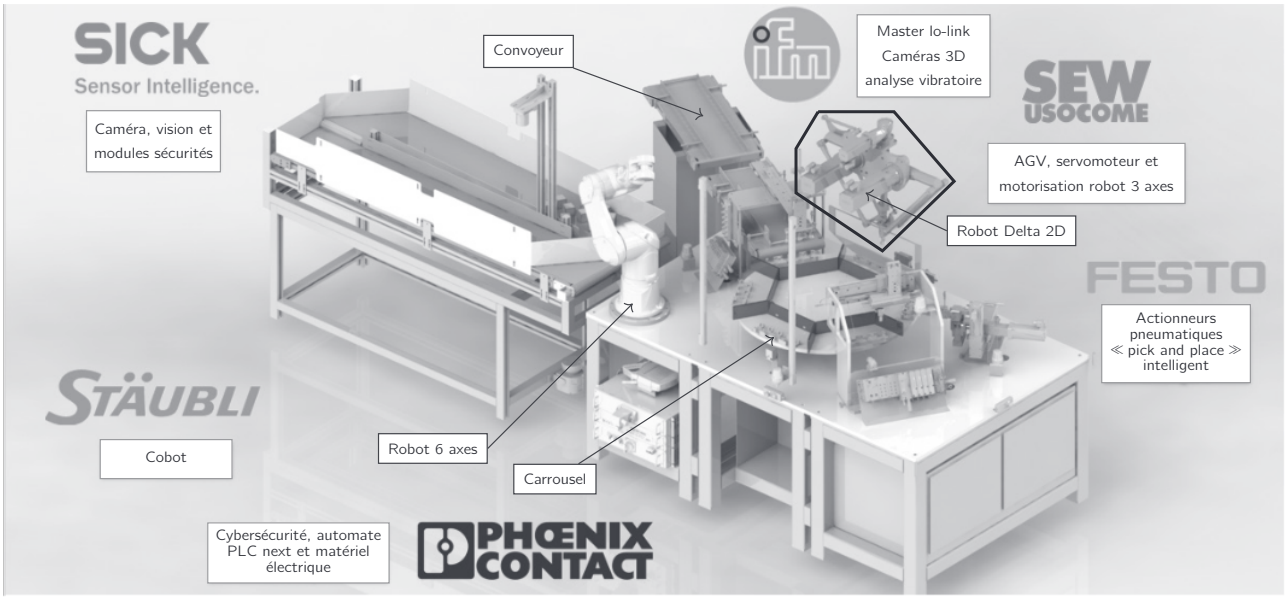



**Figure 2 –** Structure du démonstrateur

Une vue en perspective du Robot Delta est donnée **Figure 15** en **Annexe A.1**. Elle met en évidence la motorisation des bras principaux 1 et 2 permettant de déplacer, dans un plan de normale $\vec{z}_0$, le plateau 5. Un troisième moteur permet d'orienter l'objet déplacé suivant l'axe vertical.

## Structure du sujet

L'étude se structure en 3 parties indépendantes. La première permet d'appréhender le Robot Delta dans son fonctionnement global. La partie suivante porte sur l'étude du mécanisme tandis que la dernière partie se consacre à l'étude de la régulation en position des bras principaux.

## Travail demandé

Après une lecture attentive du sujet (environ 20 min), il est proposé une étude articulée autour de trois parties indépendantes (les durées indiquées correspondent au poids relatif de chacune d'elles) :

- Partie A : Analyse du fonctionnement du Robot Delta (40 min)
- Partie B : Étude de l'architecture mécanique du Robot Delta (2h)
  - B-1 : Étude mécanique de la structure 3D (30 min)
  - B-2 : Étude cinématique de la structure 2D (45 min)
  - B-3 : Étude dynamique de la structure 2D (45 min)
- Partie C : Étude de l'asservissement en position du Robot Delta (2h)
  - C-1 : Modélisation de la chaîne d'énergie (1h15)
  - C-2 : Modélisation du comportement de la commande (45 min)

# Applications numériques et notations

## Applications numériques

Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, **une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques**.

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, vous pourrez faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final. Par exemple, dans le calcul suivant, qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m·s$^{-2}$, on pourra prendre :

$$\frac{\pi^2}{2} \times \frac{100}{24} \times (5 + 3\ 10^{-2}) \times g \approx \frac{10}{2} \times 4 \times 5 \times 10 = 1000 \text{ m·s}^{-2}$$

## Notations

Pour simplifier les notations dans ce sujet, le référentiel correspondant à un repère $\mathcal{R}_i$ est lui aussi désigné par $\mathcal{R}_i$. Les torseurs cinématique, cinétique et dynamique du mouvement du solide **j** par rapport au solide **i** (ou par rapport au référentiel $\mathcal{R}_i$ lié à celui-ci), exprimés en $A$, sont notés respectivement :

$$\mathcal{V}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(j/i)} \\ \vec{V}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A \quad , \quad \mathcal{C}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{p}_{(j/i)} \\ \vec{\sigma}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\gamma}_{(j/i)} \\ \vec{\delta}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A$$

Le torseur des actions mécaniques exercées par le solide **i** sur le solide **j**, exprimé en $A$, est noté :

$$\mathcal{F}_{i\to j} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i\to j} \\ \vec{M}_{(A,\, i\to j)} \end{array} \right\}_A$$

Si le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques précédents sont exprimés en projection dans une base orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, on utilisera les notations :

$$\mathcal{V}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{cc} p_{ji} & u_{ji} \\ q_{ji} & v_{ji} \\ r_{ji} & w_{ji} \end{array} \right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{j\to i} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{array} \right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les dérivées première et seconde d'une quantité $x(t)$ par rapport au temps pourront être notées indifféremment :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Enfin, on notera, lorsque cela est possible, une fonction dans le domaine temporel par une lettre minuscule (e.g. $i(t)$) et sa transformée de Laplace par une lettre majuscule (soit $I(p)$).

# PARTIE A — Analyse du fonctionnement du Robot Delta

**Objectif :** analyser le fonctionnement du Robot Delta lors d'opérations de pick & place.

Un diagramme de blocs internes (**ibd**) donné dans le cahier réponses à la **Q1** définit la structure fonctionnelle du Robot Delta.

La vue en perspective du Robot Delta donnée **Figure 15** en **Annexe A.1** décrit un système à trois degrés de liberté (translations dans un plan de normale $\vec{z}_0$ et rotation autour d'un axe vertical de direction $\vec{y}_0$) permettant de déplacer et de mettre en position des cubes. Chaque cube est saisi par un préhenseur à ventouse lié en rotation à une plate-forme (voir **Annexe B**). Le déplacement de la plate-forme dans le plan est le résultat de la combinaison des mouvements de rotation de deux motoréducteurs, droit et gauche, qui agissent sur deux mécanismes. La rotation du préhenseur autour de l'axe vertical est réalisée par un troisième motoréducteur et un mécanisme à cardans.

Une caméra située derrière la structure Delta (**Figure 15**) permet d'identifier le type de cube pris par le préhenseur à ventouse. L'orientation de l'objectif est matérialisée sur la figure de la **Q4** du cahier réponse. Le tableau de la **Figure 21** en **Annexe C.2** donne les trois possibilités d'identification.

**Q1-** Repérer sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) les flux d'énergie avec la lettre **E** et les flux d'informations avec la lettre **I**.

**Q2-** Donner, en termes de chaînes fonctionnelles, le nom générique et la fonction des éléments listés dans le cahier réponses.

**Q3-** Compléter le schéma pneumatique du document réponse, lié au préhenseur à ventouse.

Ce robot est piloté de manière à effectuer un cycle de démonstration. Le cycle de démonstration est défini par le diagramme d'états (**stm**) **Figure 22**, **Annexe C**. Il consiste à déplacer des cubes marqués A ou B (voir **Figure 21**) sur différents emplacements (voir **Figure 3**). Initialement deux cubes A **ou** B sont aux emplacements 1 et 2 (voir **Figure 4**). Une caméra permet de reconnaître le type de cube en filmant la face du cube se trouvant dans le champ de vision de l'objectif.

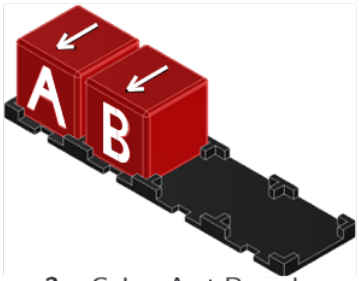



**Figure 3 –** Cubes A et B sur le support

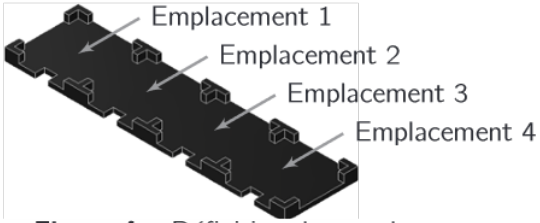



**Figure 4 –** Définition des emplacements

**Q4-** Après avoir consulté l'**Annexe C.1** et avec l'aide du diagramme d'états (**stm**) du cycle aller **Figure 23**, repérer dans le tableau du cahier réponse la position (emplacement 1, 2, 3 et/ou 4) et l'orientation de chaque cube en fin de cycle, **sans** apparition d'arrêt d'urgence, pour chacun des cas où la colonne de gauche donne la condition de départ.

**Exemple :** s'il doit y avoir un cube A à l'emplacement 1 avec sa face gravée vers l'avant (comme sur le premier état initial représenté), on entourera sur la ligne correspondant à l'emplacement 1, A et ↙ ; s'il n'y a pas de cube à l'emplacement 2, on entourera sur la ligne correspondant à l'emplacement 2, uniquement ∅.

**PARTIE B**

# Étude de l'architecture mécanique du Robot Delta

## B.1 Étude mécanique de la structure 3D

### B.1.1 — Description structurelle du Robot Delta

**Objectif :** valider la structure 3D du Robot Delta.

La rotation verticale de l'objet transporté n'étant pas étudiée ici, le Robot Delta s'apparente à un système à deux degrés de liberté permettant de mettre en position un préhenseur au niveau du plateau 5 (voir **Figure 15** et **Figure 16** en **Annexe A**).

Deux moto-réducteurs permettent d'actionner de façon indépendante les bras principaux 1 et 2 en liaison pivot avec le bâti 0 d'axes respectifs $(A_1, \vec{z}_0)$ et $(A_2, \vec{z}_0)$. Un ensemble de deux bras (3a et 3b) permet de relier le bras moteur 1 au plateau 5 via deux liaisons pivot d'axe $(B_1, \vec{z}_0)$ avec le bras principal 1 et deux liaisons pivot d'axe $(C_1, \vec{z}_0)$ avec le plateau 5. De même, un ensemble de deux bras (4a et 4b) sont en liaison pivot d'axe $(B_2, \vec{z}_0)$ avec le bras principal 2 et d'axe $(C_2, \vec{z}_0)$ avec le plateau 5.

Le système de mise en position du plateau 5 est complété par le triangle 7, en liaison pivot d'axe $(B_1, \vec{z}_0)$ avec le bras principal 1 et en liaison rotule de centre $F$ avec la bielle 6 d'une part et en liaison rotule de centre $G$ avec la bielle 8 d'autre part.

Les bielles 6 et 8 sont respectivement en liaison rotule de centre $E$ avec le plateau 5 et de centre $H$ avec la bâti 0. Cette description du mécanisme de mise en position du plateau 5 est décrite par le graphe des liaisons **Figure 6**, conformément à la vue 3D **Figure 15**.

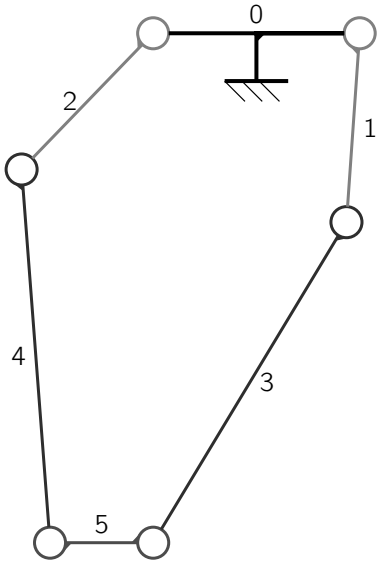



**Figure 5 –** Schéma cinématique partiel du Robot Delta

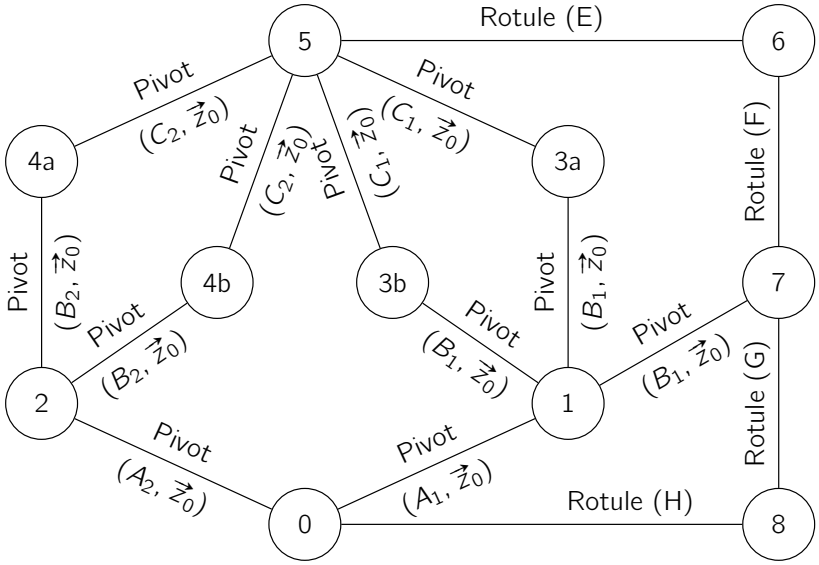



**Figure 6 –** Graphe des liaisons du mécanisme de mise en position du plateau 5

### B.1.2 — Analyse d'une première partie du mécanisme

**Objectif :** appréhender le mécanisme dans une version simplifiée.

On considère le schéma cinématique **Figure 5** représentant la base de la structure du Robot Delta se limitant au bâti 0, aux deux bras principaux 1 et 2, à deux bras secondaires 3 et 4 et au plateau 5.

**Q5-** Donner le nombre de degrés de liberté entre le plateau 5 et le bâti 0 (**Figure 5**). Sans calcul, donner le nom de la liaison équivalente entre le plateau 5 et le bâti 0. Cela correspond-il à la cinématique globale recherchée pour le plateau 5 ?

**Q6-** Déterminer le degré d'hyperstatisme de la structure du mécanisme partiel (**Figure 5**).

**Remarque :** une étude en 3D est attendue (pas de simplification liée à la modélisation plane).

### B.1.3 — Analyse de la structure complète

**Objectif :** analyser le mécanisme global. Réduire le nombre de contraintes de montage.

Pour rappel, la **Figure 15** donne une vue en perspective de la structure réelle du Robot Delta. Le graphe des liaisons correspondant est donné **Figure 6**.

**Q7-** Sans calcul, donner le nombre de degrés de liberté entre le plateau 5 et la bâti 0. Caractériser le mouvement du plateau 5 par rapport au bâti 0.

**Q8-** Déterminer le degré d'hyperstatisme de cette nouvelle structure.

**Q9-** Proposer un jeu de liaisons entre les solides 2, 4a, 4b et 5 permettant de réduire le degré d'hyperstatisme tout en conservant la même cinématique globale (mêmes degrés de mobilités utiles **et** internes). Indiquer la réduction du degré d'hyperstatisme.

## B.2 Étude cinématique plane de la structure 2D

### B.2.1 — Modélisation plane

L'étude conduite partie **Partie B.1** permet de simplifier l'étude du déplacement du Robot Delta dans un plan de normale $\vec{z}_0$. Les bras secondaires 3a et 3b sont remplacés par un unique bras 3 et il en est de même pour les bras 4a et 4b, remplacés par un unique bras 4.

La **Figure 16** présente le schéma cinématique plan du Robot Delta et donne son paramétrage.

### B.2.2 — Coordonnées articulaires et coordonnées cartésiennes

**Objectif :** obtenir le modèle inverse - coordonnées articulaires en fonction des coordonnées cartésiennes.

Pour placer le Robot Delta dans la position désirée par l'utilisateur sous la forme des coordonnées cartésiennes $(x(t), y(t))$, il convient de positionner les bras principaux 1 et 2 avec les angles $\theta_{10}(t)$ et $\theta_{20}(t)$ idoines. Le couple $(\theta_{10}(t), \theta_{20}(t))$ correspond alors aux coordonnées articulaires.

**Q10-** A partir de la **Figure 16**, donner les expressions de $x(t)$ et $y(t)$ en fonction de $\theta_{10}(t)$, $\theta_{30}(t)$ et de paramètres géométriques constants.

Une étude géométrique permet d'obtenir la position la plus basse du Robot Delta pour $x = 0$ et $\theta_{10} = \theta_{30} = \theta_{ref} = -\pi - \theta_{20} = -\pi - \theta_{40}$ ($-\pi < \theta_{ref} < 0$). On appelle cette position, position de référence du Robot Delta et pour cette position $y = -h_0$.

**Q11-** A partir des expressions de $x(t)$ et $y(t)$ obtenues à la **Q10**, déterminer l'expression de $\theta_{ref}$ en fonction de $a$, $b$, $c$ et $d$ puis l'expression de $h_0$ en fonction de $a$, $b$, $c$ et $d$.

**Q12-** A partir des expressions de $x(t)$ et $y(t)$ obtenues à la **Q10**, déterminer une relation liant uniquement $x(t)$, $y(t)$, $\theta_{10}(t)$ et des paramètres géométriques constants.

Une démarche similaire a permis de déterminer une relation entre $x(t)$, $y(t)$ et $\theta_{20}(t)$ (B.1) :

$$(x(t) + a - d - b.\cos(\theta_{20}(t)))^2 + (y(t) - b.\sin(\theta_{20}(t)))^2 - c^2 = 0 \quad \text{(B.1)}$$

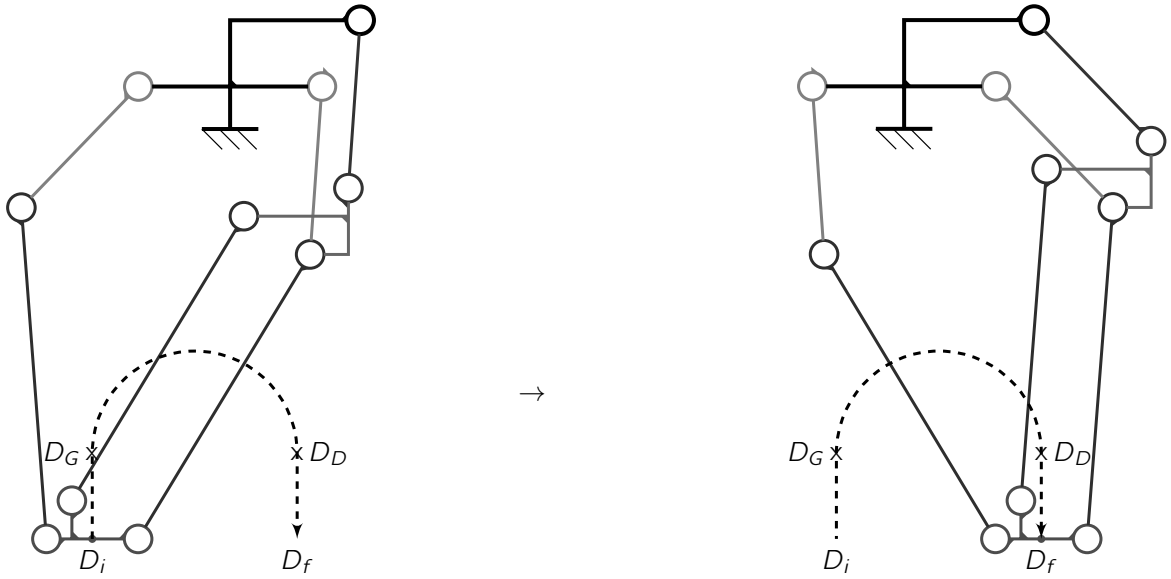



**Figure 7 –** Déplacement pick-and-place en arc de cercle de $D_i$ vers $D_f$

Lors d'un mouvement de pick-and-place (prise et placement), le point $D$, qui sert de référence pour le positionnement de la charge, se déplace :

- verticalement d'une amplitude $\Delta_y$, du point $D_i$ de coordonnées $(-r_p, -h_0 + e)$ vers le point $D_G$ de coordonnées $(-r_p, -h_0 + e + \Delta_y)$
- en arc de cercle de centre de coordonnées $(0, -h_0+e+\Delta_y)$, du point $D_G$ vers le point $D_D$ de coordonnées $(r_p, -h_0 + e + \Delta_y)$ en passant par le point de coordonnées $(0, -h_0 + e + \Delta_y + r_p)$
- verticalement d'une amplitude $-\Delta_y$, du point $D_D$ au point $D_f$ de coordonnées $(r_p, -h_0 + e)$

Pour obtenir les coordonnées articulaires ($\theta_{10}$ et $\theta_{20}$) à partir des coordonnées cartésiennes ($x$ et $y$), on utilise une méthode numérique avec un programme rédigé en langage **Python**. On décompose alors le mouvement de pick-and-place en $3.n + 1$ positions avec :

- **phase 1 :** $n + 1$ positions de $D_i$ à $D_G$
- **phase 2 :** $n + 1$ positions de $D_G$ à $D_D$
- **phase 3 :** $n + 1$ positions de $D_D$ à $D_f$

On suppose que le programme contient déjà les lignes permettant de définir les variables `n`, `h_0`, `e`, `r_p`, `theta_ref` et `Delta_y` respectivement représentatives des grandeurs $n$, $h_0$, $e$, $r_p$, $\theta_{ref}$ et $\Delta_y$. Pour chaque phase, on souhaite une répartition linéaire des points (voir **Figure 24** en **Annexe D**).

Dans le mouvement du point $D$ de $D_i$ vers $D_f$, on note $x_k$ et $y_k$ l'abscisse et l'ordonnée de la k$^{\text{ème}}$ position du point $D$.

**Q13-** Déterminer les expressions de $x_k$ et $y_k$ en fonction de $k$, $n$, $r_p$, $h_0$, $e$ et $\Delta_y$, dans le mouvement du point $D$ de $D_i$ à $D_f$ avec $0 \leq k \leq 3.n$.

On suppose que les listes `X` et `Y` contiennent les coordonnées $x_k$ et $y_k$ du trajet du point $D$ entre $D_i$ à $D_f$. Pour chaque couple de coordonnées cartésiennes, on cherche à déterminer le couple de coordonnées articulaires correspondant ($\theta_{10}$ et $\theta_{20}$). Dans ce but, on définit la fonction $f_{20}$ par l'équation (B.2) :

$$f_{20}(\theta_{20}) = (x + a - d - b.\cos(\theta_{20}))^2 + (y - b.\sin(\theta_{20}))^2 - c^2 \tag{B.2}$$

Pour $x$ et $y$ donnés, afin de satisfaire l'équation (B.1), il s'agit de déterminer $\theta_{20}$ tel que $f_{20}(\theta_{20}) = 0$. En procédant de même avec l'équation obtenue à la **Q12**, on obtient les coordonnées articulaires (qui pilotent le mouvement) en fonction des coordonnées cartésiennes (objectif du mouvement).

Pour résoudre l'équation $f_{20}(\theta_{20}) = 0$, on souhaite utiliser une méthode par dichotomie.

**Q14-** Écrire une fonction `dichotomie(f, xg, xd, eps=10**-8)` pour laquelle `f` est une fonction dont on cherche le zéro entre `xg` et `xd` avec `eps` la tolérance pour un critère d'arrêt de l'algorithme sur les antécédents.

La **Figure 25** présente la simulation numérique des évolutions des angles $\theta_{10}$ et $\theta_{20}$.

## B.3 Étude dynamique de la structure 2D

---

**Objectif :** Déterminer les caractéristiques moteur nécessaires pour satisfaire le cahier des charges.

---

Sur la **Figure 25** présentant la simulation numérique des évolutions des angles liés aux bras principaux avec le bâti, on constate que ces évolutions sont linéaires lors des mouvements verticaux.On considérera donc dans la suite que lors des mouvements verticaux de pick-and-place, si la vitesse de la charge est constante alors celle des moteurs le sera également.

### B.3.1 — Simplification du modèle cinématique et des notations

Dans toute cette partie, le problème est plan de normale $\vec{z}_0$ et le schéma cinématique de référence du Robot Delta est celui de la **Figure 16** comme précisé **Partie B.2.1 —**. Ainsi les torseurs cinématiques du mouvement de $i$ par rapport à $j$ et des actions transmissibles de $i$ sur $j$, réduits au point $A$ pourront s'écrire sous les formes suivantes :

$$\mathcal{V}_{i/j} = {}_A\left\{\begin{array}{c}\vec{\Omega}_{(i/j)}\\ \vec{V}_{(A,i/j)}\end{array}\right\} = {}_A\left\{\begin{array}{cc}-&u_{ij}\\-&v_{ij}\\ \omega_{ij}&-\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z}_0)} = {}_A\left\{\begin{array}{c}\omega_{ij}.\vec{z}_0\\ u_{ij}.\vec{x}+v_{ij}.\vec{y}\end{array}\right\}$$

$$\mathcal{F}_{i\to j} = {}_A\left\{\begin{array}{c}\vec{R}_{i\to j}\\ \vec{M}_{(A,i\to j)}\end{array}\right\} = {}_A\left\{\begin{array}{cc}X_{ij}&-\\Y_{ij}&-\\-&N_{ij}\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z}_0)} = {}_A\left\{\begin{array}{c}X_{ij}.\vec{x}+Y_{ij}.\vec{y}\\ N_{ij}.\vec{z}_0\end{array}\right\}$$

### B.3.2 — Hypothèses sur les masses et inerties

On considère le bâti 0 comme fixe et on lui associe le repère $\mathcal{R}_0$ supposé galiléen. Les repères associés aux solides 0 à 5 sont données **Annexe A.3.3 —**. On néglige les effets d'inerties des bras secondaires en comparaison aux efforts qu'ils transmettent.

**Q15-** Donner les hypothèses qui peuvent conduire à considérer comme nuls les produits d'inerties $I_{yx}$ et $I_{yz}$ des opérateurs d'inertie des bras principaux 1 et 2, donnés dans le **Tableau 4**.

### B.3.3 — Étude des sollicitations dynamiques en rotation des bras principaux

On se place cette étude dans le cas du déplacement du plateau 5 mis en mouvement par les rotations des bras principaux 1 et 2. On donne le torseur cinématique du mouvement du plateau 5 par rapport au repère de référence $\mathcal{R}_0$ : $\mathcal{V}_{5/0} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}.\vec{x}_0 + \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}.\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{G_5}$.

Partant d'un déplacement souhaité du plateau 5 par rapport au bâti, l'étude dynamique qui suit a pour but de déterminer les couples moteurs à imposer pour réaliser le mouvement.

**Q16-** Déterminer au point $D$, l'expression du torseur dynamique du plateau 5 dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_0$.

**Q17-** En isolant le système approprié, justifier que le torseur modélisant les actions mécaniques de la bielle 6 sur le plateau 5 ($\mathcal{T}_{6\to5}$) est un glisseur d'axe $(E, \vec{x}_3)$.

**Q18-** En isolant le système approprié et en remarquant que le mécanisme est plan, justifier que le torseur modélisant les actions mécaniques du bras secondaire 4 sur le plateau 5 ($\mathcal{T}_{4\to5}$) est un glisseur d'axe $(C_2, \vec{x}_4)$.

De même, on peut montrer que le torseur modélisant les actions mécaniques du bras secondaire 3 sur le plateau 5 ($\mathcal{T}_{3\to5}$) est un glisseur d'axe $(C_1, \vec{x}_3)$.

En absence de charge sur le plateau 5, ce dernier est soumis à quatre actions mécaniques :

- action de la bielle 6 sur le plateau 5 : $\mathcal{T}_{6\to5} = \left\{ \begin{array}{c} F_{65}.\vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$
- action du bras secondaire 3 sur le plateau 5 : $\mathcal{T}_{3\to5} = \left\{ \begin{array}{c} F_{35}.\vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1}$
- action du bras secondaire 4 sur le plateau 5 : $\mathcal{T}_{4\to5} = \left\{ \begin{array}{c} F_{45}.\vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_2}$
- action de la pesanteur sur le plateau 5 : $\mathcal{T}_{g\to5} = \left\{ \begin{array}{c} -m_5.g.\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_5}$

**Q19-** En se limitant exclusivement à l'utilisation du théorème de la résultante dynamique ou du théorème du moment dynamique, déterminer la stratégie permettant d'obtenir :

- une équation scalaire permettant de déterminer $F_{45}$ en fonction de l'action de la pesanteur sur le plateau 5 et de paramètres cinématiques (sans $F_{35}$ et $F_{65}$) ;
- deux équations scalaires liant $F_{35}$ et $F_{65}$ en fonction de l'action de la pesanteur sur le plateau 5 et de paramètres cinématiques (sans $F_{45}$).

Après résolution du système d'équations précédent, on considère connus $F_{45}$, $F_{35}$ et $F_{65}$.

**Q20-** Déterminer la projection sur $\vec{z}_0$ du moment dynamique du bras principal 2 ($\vec{\delta}_{(A_2,2/0)}.\vec{z}_0$), dans son mouvement par rapport au repère galiléen $\mathcal{R}_0$, exprimé au point $A_2$.

Les bras principaux sont mis en mouvement par des moteurs synchrones (**Figure 15**) et on appelle $C_{r1}$ (resp. $C_{r2}$) le couple exercé en sortie du réducteur 1 (resp. 2) sur le bras principal 1 (resp. 2).

**Q21-** Déterminer l'expression de $C_{r2}$ en fonction de $F_{45}$, $\ddot{\theta}_{20}$, $\theta_{40}$, $\theta_{20}$, de l'action de la pesanteur et de paramètres géométriques constants.

Puisque $F_{45}$ est déterminé en fonction des actions de la pesanteur et des paramètres cinématiques liés au mouvement imposé du plateau 5 par rapport au bâti, la question précédente permet donc de déterminer $C_{r2}$ (et donc le couple moteur $C_{m2}$) pour un mouvement donné. Une étude similaire mais plus longue permet de déterminer $C_{m1}$ le couple du moteur associé au bras principal 1 à imposer pour générer le mouvement désiré du plateau 5 par rapport au bâti.

# PARTIE C — Étude de l'asservissement en position du Robot Delta

## C.1 Modélisation de la chaîne d'énergie

### C.1.1 — Recherche de l'inertie équivalente

**Objectif :** Déterminer l'inertie équivalente sur l'arbre moteur.

Pour l'étude de la régulation en position des bras principaux assurant le positionnement du plateau 5, il convient d'estimer l'inertie équivalente sur les arbres des moteurs dont les caractéristiques sont données **Tableau 5** en **Annexe E.1**.

Pour un calcul très approximatif de l'inertie équivalente $J_{eq}$, exprimée sur l'arbre moteur 1, on considère que le plateau 5 et son chargement se modélisent par deux masses ponctuelle en $B_1$ (hypothèse très simplificatrice), $m_5$ la masse du plateau 5 et $m_c$ la masse de son chargement. On note $J_{bmot}$, l'inertie de l'arbre moteur (avec son frein), $J_r$, l'inertie du réducteur (ramené sur l'arbre moteur), $r$, le coefficient de réduction et enfin $C_p$, le moment d'inertie du bras principal 1 autour de l'axe $(A_1, \vec{z}_0)$.

**Q22-** Déterminer l'expression littérale de $J_{eq}$, l'inertie équivalente sur l'arbre moteur 1, de l'ensemble décrit ci-dessus (qu'on notera, si besoin, $\Sigma$), en mouvement dans le repère galiléen lié au bâti.

**Remarque :** $\overrightarrow{A_1B_1} = b.\vec{x}_1$ d'après **Annexe A.3.1 —**.

La plateau 5 est munie d'une ventouse FESTO ESG-30-BN-HA-QS (donc de diamètre 30 mm) permettant de saisir des objets. La documentation constructeur associée est donnée **Tableau 1**.

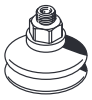
| General technical data – Suction cup S/E/B/C/G | | | | | | Technical data ➔ Internet: ess |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Suction cup shape | | | Suction cup ∅ [mm] | | | |
| | | | 20 | 30 | 40 | 50 |
| B – round, bellows 1.5 convolutions: material NBR, VMQ (silicone), PUR, Vulkollan® (technical values in brackets) | | | | | | |
|  | Connection suction cup holder | | M6 | M6 | M6 | M6 |
| | Nominal width | [mm] | 3 | 3 | 3 (2.5) | 3 (2.5) |
| | Holding force at nominal operating pressure –0.7 bar | [N] | 12.9 | 26.2 | 52.3 (59) | 72.6 (100) |
| | Suction cup volume | [$cm^3$] | 1.6 | 4.07 | 8.87 (9.8) | 14.23 (17.6) |
| | Min. workpiece radius | [mm] | 40 | 80 | 90 (35) | 150 (40) |
| | Height compensator | [mm] | 6 | 8 | 9.5 (9) | 11 (10) |
| | Weight | [g] | 6.7 | 9.9 | 18.7 (18) | 24.7 (24) |

**Tableau 1** – Documentation constructeur FEMTO ESG-30-BN-HA-QS

**Q23-** Déterminer la masse maximale de la charge $m_c$ qu'il est possible de maintenir avec une dépression de 0,7 bar.

Pour les calculs dynamiques qui suivent, on prendra $m_c = 2{,}5$ kg, $J_r = 0{,}5.10^{-4}$ kg.m$^2$, $C_p = 0{,}2$ kg.m$^2$ et $r = 5$.

**Q24-** La plateau 5 ayant une masse $m_5 = 500$ g, déterminer l'ordre de grandeur de $J_{eq}$ avec un chiffre significatif.

### C.1.2 — Modèle à deux phases du moteur synchrone à aimants permanents

Le comportement du moteur synchrone à aimants permanents peut être modélisé suite à une transformation triphasé/diphasé par les équations suivantes :

- équations électriques :

$$v_d(t) = R.i_d(t) + \frac{\mathrm{d}\varphi_d(t)}{\mathrm{dt}} - n_p.\omega_m(t).\varphi_q(t) \quad \text{(C.1)}$$

$$v_q(t) = R.i_q(t) + \frac{\mathrm{d}\varphi_q(t)}{\mathrm{dt}} + n_p.\omega_m(t).\varphi_d(t) \quad \text{(C.2)}$$

$$\varphi_d(t) = L.i_d(t) + \varphi_f \quad \text{(C.3)}$$

$$\varphi_q(t) = L.i_q(t) \quad \text{(C.4)}$$

$$C_m(t) = n_p.\varphi_f.i_q(t) \quad \text{(C.5)}$$

- équation mécanique **avec** $f_v = 0$ **N.m.rad$^{-1}$.s jusqu'à la Partie C.2.3.1 —** :

$$J_{eq}.\frac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{dt}} = C_m(t) - C_r(t) - f_v.\omega_m(t) \quad \text{(C.6)}$$

- $v_d(t)$ et $v_q(t)$, les composantes des tensions statoriques dans le repère $dq$ ;
- $i_d(t)$ et $i_q(t)$, les composantes des courants statoriques ;
- $\varphi_d(t)$ et $\varphi_q(t)$, les composantes des flux statoriques ;
- $\omega_m(t)$, la vitesse angulaire du moteur ;
- $C_m(t)$,le couple moteur ;
- $C_r(t)$, le couple résistant appliqué sur l'axe du moteur.

Dans la phase de montée verticale du mouvement de pick-and-place (voir **Figure 7 - page 8**) et pour une masse $M = m_c + m_5 = 3$ kg au bout des bras :

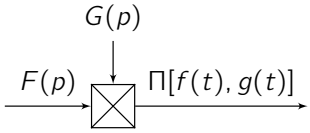
- $C_{rmax} = 2{,}2$ N.m (couple max en régime établi) ;
- $\omega_m = 22{,}5$ rad.s$^{-1}$ (correspond à une vitesse linéaire de la charge d'environ $V_{lin} = 1$ m.s$^{-1}$).

On donne et rappelle (voir **Tableau 5** en **Annexe E.1**) que :

- $R = 6{,}8\ \Omega$, la résistance d'un enroulement ;
- $L = 36{,}5$ mH, l'inductance cyclique statorique ;
- $\varphi_f = 260$ mWb, le flux rotorique ;
- $n_p = 3$, le nombre de paires de pôles ;
- $r = 5$, le coefficient de réduction ;
- $f_v$, le frottement visqueux sur l'arbre moteur, considéré **nul** jusqu'à la **Partie C.2.3.1 —** ;
- $J_{eq} = 0{,}02$ kg.m$^2$, le moment l'inertie équivalente ramenée sur l'axe moteur par rapport à son axe de rotation (valeur de sécurité indépendante du résultat de la **Q24**).

Pour simuler numériquement le modèle, on place les équations (C.1) à (C.6) dans le domaine de Laplace.

On note alors $\mathscr{L}[f(t)] = F(p)$, la transformée de Laplace de la fonction $f$. Comme $\mathscr{L}[f(t).g(t)] \neq F(p).G(p)$, on utilisera l'opérateur $\Pi$ tel que $\mathscr{L}[f(t).g(t)] = \Pi[f(t), g(t)]$ et qui sera représenté comme ci-contre dans un schéma bloc.




**Remarque :** on notera également $\mathscr{L}[\omega_m(t)] = \Omega_m(p)$ et $\mathscr{L}[\varphi_x] = \Phi_x(p)$.

**Q25-** A partir des équations (C.1) à (C.4), donner les expressions de $v_d(t)$ et $v_q(t)$ en fonction de $i_d(t)$, $i_q(t)$ et $\omega_m(t)$ ainsi que des paramètres $R$, $L$ et $\varphi_f$.

**Q26-** Avec les notations précédentes et en se plaçant dans les conditions d'Heaviside, déterminer les transformées de Laplace des équations (C.5) à (C.6) et les expressions de $v_d(t)$ et $v_q(t)$ déterminées en **Q25**. Compléter le schéma bloc du cahier réponses.

### C.1.3 — Validation du modèle

Lors du mouvement vertical ascendant du déplacement de pick-and-place, on considère que le couple résistant maximal vaut $C_{rmax} = 2{,}2$ N.m et que la vitesse de rotation souhaitée du moteur en régime permanent est $\omega_{mmax} = 22{,}5$ rad.s$^{-1}$.

**Q27-** A partir des équations (C.5) et (C.6), déterminer numériquement la valeur du courant $i_{q\infty}$ en régime permanent.

On pose : $\underline{V}(t) = v_d(t) + j.v_q(t)$.

La stratégie de commande du moteur pour un point de fonctionnement consiste à avoir $i_d = 0$ et $i_q \neq 0$ en fonction du couple souhaité. Cela constituera l'objectif de la partie suivante.

**Q28-** A partir des équations obtenues à la **Q25**, en appliquant la stratégie de commande du moteur, déterminer, en fonction de $R$, $L$, $n_p$, $\omega_{mmax}$, $\varphi_f$ et $i_{q\infty}$, les expressions de $v_{d\infty}$ et $v_{q\infty}$ correspondant aux tensions $v_d$ et $v_q$ en régime permanent.

**Q29-** Déterminer les valeurs numériques de $v_{d\infty}$ et $v_{q\infty}$. En déduire $V_\infty$, la valeur de $|\underline{V}(t)|$ en régime permanent.

Une simulation numérique a permis de tracer les réponses temporelles (voir figure du cahier réponse en **Q30**) en appliquant en entrée les tensions $v_{d\infty}$ et $v_{q\infty}$ déterminées en **Q28**.

**Q30-** A partir des résultats précédents et de la simulation numérique donnée dans le cahier réponse, indiquer, en détaillant la réponse, si le modèle peut être validé.

## C.2 Modélisation du comportement de la commande

### C.2.1 — Découplage de la commande

La commande vectorielle, consiste à régler le flux par une composante du courant et le couple par l'autre composante. Ainsi, appliquée à la machine synchrone, elle consiste à imposer une référence du courant direct $i_d$ nulle ($i_{dref} = 0$) et à réguler la vitesse ou la position par le courant $i_q$. Elle permet de simplifier la commande du couple par la linéarisation de la relation entre le couple et le courant. Physiquement, cette stratégie revient à maintenir le flux de réaction d'induit en quadrature avec le flux rotorique $\varphi_f$ produit par les aimants permanents.

Les équations traduisant le comportement du moteur synchrone à aimants permanents montrent que les deux composantes de courant $i_d(t)$ et $i_q(t)$ dépendent simultanément des composantes de tension $v_d(t)$ et $v_q(t)$. Pour découpler l'évolution des courants $i_d(t)$ et $i_q(t)$, on applique une méthode de compensation en introduisant deux nouvelles variables $v'_d(t)$ et $v'_q(t)$ tels que :

$$v'_d(t) = v_d(t) + n_p.\omega_m(t).L.i_q(t) \quad \text{(C.7)}$$

$$v'_q(t) = v_q(t) - n_p.\omega_m(t).(L.i_d(t) + \varphi_f) \quad \text{(C.8)}$$

**Q31-** A partir des équations (C.1) à (C.4) et des équations (C.7) et (C.8), donner les expressions des variables $v'_d(t)$ et $v'_q(t)$ en fonction de $i_d(t)$, $i_q(t)$ et des paramètres $R$, $L$.

**Q32-** Montrer que l'on peut mettre les fonctions de transfert $H_d$ et $H_q$, définies par $H_d(p) = \dfrac{I_d(p)}{V'_d(p)}$ et $H_q(p) = \dfrac{I_q(p)}{V'_q(p)}$ sous la forme : $H_d(p) = H_q(p) = \dfrac{K}{1 + T.p}$.
Donner les expressions de $K$ et $T$ en fonction de $R$ et $L$.

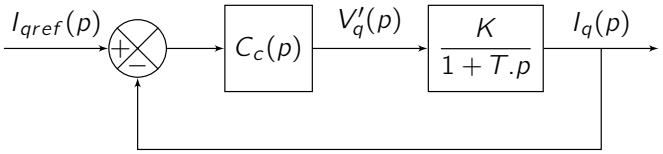
### C.2.2 — Régulation de courant

Le **Tableau 2** précise les exigences imposées pour maîtriser le courant dans les enroulements et ainsi réguler les accélérations des bras du Robot Delta.

| Exigence | N° | Critères d'appréciation | Niveau |
|---|---|---|---|
| Précision | 1.1 | Erreur statique en réponse à un échelon | Nulle |
| Rapidité | 1.2 | Temps de réponse à 5% en réponse à un échelon | $\leq$ 0,005 s |
| Stabilité | 1.2 | Dépassement en réponse à un échelon | Aucun |

**Tableau 2 –** Exigences en courant relatives au suivi de trajectoire

Le schéma bloc ci-après modélise le comportement de la boucle de courant pour l'axe de quadrature $q$ avec un correcteur de fonction de transfert $C_c(p)$ :




avec $K = 0{,}15$ A.V$^{-1}$ et $T = 0{,}005$ s.

**Q33-** Justifier en quoi un correcteur proportionnel ne peut convenir.

On choisit un correcteur proportionnel intégral tel que : $C_c(p) = K_p.\dfrac{1+T_i.p}{Ti.p}$

**Q34-** Quelle doit être la valeur de $T_i$ si on souhaite compenser le pôle dominant ? Déterminer la valeur de $K_p$ pour répondre à l'exigence de rapidité.

La courbe **Q35** du cahier réponse donne une simulation de l'évolution de $i_q$ en fonction du temps, en réponse à un échelon de consigne $i_{qref}(t) = I_0.u(t)$ avec $I_0 = 1$ A.

**Q35-** A partir de la réponse temporelle donnée dans le cahier réponse, déterminer si le réglage du correcteur permet de valider le cahier des charges.

### C.2.3 — Régulation de vitesse

Pour garantir la coordination des bras principaux pour le mouvement de pick-and-place, l'asservissement de vitesse doit respecter les exigences listées dans le **Tableau 3**.

| Exigence | N° | Critères d'appréciation | Niveau |
|---|---|---|---|
| Précision | 2.1.1 | Erreur statique en réponse à une consigne en échelon | Nulle |
| | 2.1.2 | Erreur statique en réponse à une perturbation en échelon | Nulle |
| Rapidité | 2.2 | Temps de réponse à 5% en réponse à un échelon | $\leq$ 0,6 s |
| Stabilité | 2.3.1 | Marge de gain | $\geq$10 dB |
| | 2.3.2 | Marge de phase | $\geq$45° |

**Tableau 3 –** Exigences en vitesse relatives au suivi de trajectoire

Dans ce cadre de la régulation de vitesse des axes moteurs, on adopte le schéma bloc de la **Figure 8** où $\omega_c(t)$ désigne la consigne de vitesse, $C_v(p)$ la fonction de transfert du correcteur de vitesse et $B_c(p)$ représente la fonction de transfert de l'asservissement de courant.

**Q36-** En justifiant la réponse, déterminer ce qui peut amener à approximer $B_c(p)$ à un bloc unitaire ($B_c(p) = 1$).

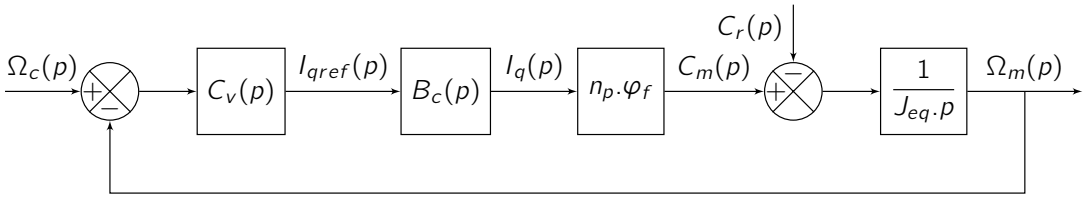



**Figure 8 –** Schéma bloc de la régulation de vitesse d'un des moteurs

Dans la suite du sujet, on considère que $B_c(p) = 1$.

**Q37-** Pour garantir les critères de précision, en justifiant la réponse, déterminer la classe minimale à imposer au correcteur $C_v$.

#### C.2.3.1 — Correction intégrale

Dans un premier temps, une correction intégrale est implémentée dans le schéma bloc : $C_v(p) = \dfrac{K_v}{p}$.

Au niveau de l'équation (C.6), considérer le frottement visqueux $f_v$ comme non nul conduit au schéma bloc présenté **Figure 9** :

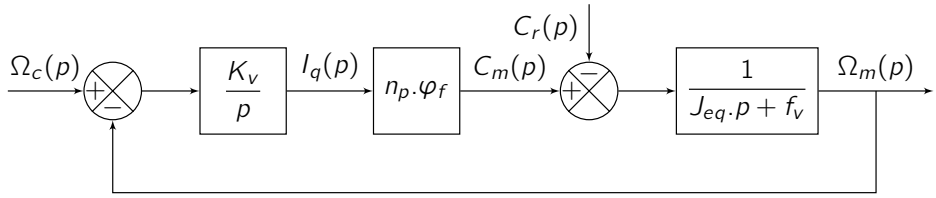



**Figure 9 –** Schéma bloc de la régulation de vitesse d'un des moteurs avec un correcteur proportionnel et un modèle de frottement visqueux

**Q38-** Justifier que si le frottement visqueux $f_v$ est nul ($f_v = 0$) alors la régulation de vitesse est instable et que s'il ne l'est pas ($f_v > 0$), la régulation de vitesse est stable.

**Remarque :** pour les applications numériques, on prendra $f_v = 10^{-4}$ N.m.rad$^{-1}$.s.

**Q39-** Déterminer l'expression de $K_v$ pour obtenir une marge de phase conforme à celle préconisée par le cahier des charges.

**Q40-** Déterminer l'expression de $K_v$ pour rendre le système le plus rapide sans dépassement et en déduire le temps de réponse à 5% approximatif avec ce réglage de $K_v$. Conclure quant au cahier des charges.

#### C.2.3.2 — Correction proportionnelle intégrale

On pose $C_v(p) = K_v.\left(1 + \dfrac{1}{T_v.p}\right)$ et on néglige à nouveau le frottement visqueux.

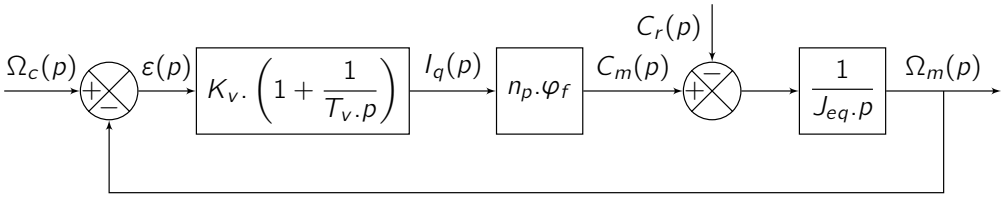



**Figure 10 –** Régulation de vitesse avec un correcteur à action proportionnelle et intégrale

**Q41-** Déterminer les conditions sur $K_v$ et $T_v$ pour que le système soit stable en boucle fermée.

**Q42-** A partir des diagrammes de Bode donnés dans le document réponse pour $K_v = 1$ A.rad$^{-1}$.s et $T_v = 0{,}1$ s, déterminer approximativement la valeur minimale (en dB) à imposer à $K_v$, sans modifier $T_v$, pour que la marge de gain et la marge de phase vérifient le cahier des charges de cet asservissement de vitesse.

Une simulation numérique est donnée **Figure 11** et permet de connaître, en réponse à un échelon d'amplitude 22,5 rad.s$^{-1}$, l'évolution du courant, de la vitesse de rotation du moteur et de l'erreur statique, avec comme réglage de correcteur $K_v = 1$ A.rad$^{-1}$.s et $T_v = 0{,}1$ s.

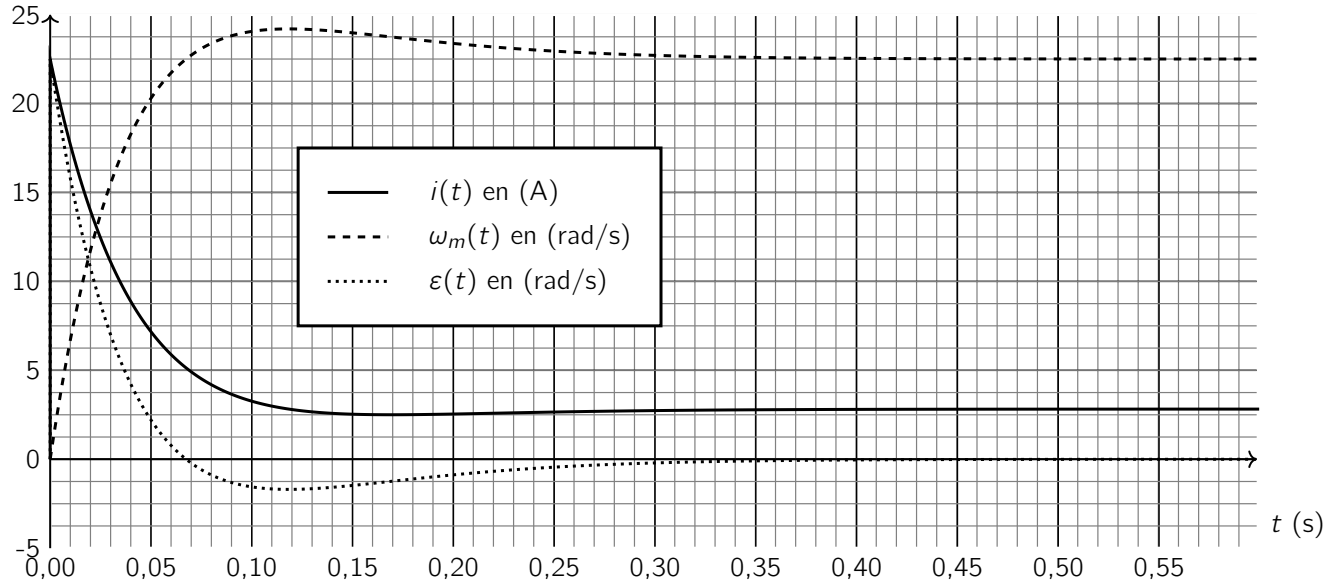



**Figure 11 –** Simulation de l'asservissement de vitesse en réponse à un échelon de 22,5 rad.s$^{-1}$

La courbe de la **Figure 11** présente un pic de courant supérieur à 20 A, ce qui est néfaste au moteur et à la structure du Robot Delta. On cherche donc à ajuster la valeur de $K_v$ pour réduire le pic de courant.

**Q43-** Grâce aux simulations données dans le cahier réponse, déterminer la valeur de $K_v$ permettant de respecter le cahier des charges (pour $T_v = 0{,}1$ s). Donner la valeur correspondante du pic de courant.

#### C.2.3.3 — Correction proportionnelle intégrale avec saturation de courant et système anti emballement

Dans cette partie, on adopte un bloc de saturation de courant avec une boucle anti emballement (anti-windup) comme définie sur le schéma bloc de la **Figure 12**. En absence de saturation de courant, le schéma bloc est équivalent à celui de la **Figure 10**.

Afin de doper la montée en vitesse avec une saturation de courant, on pose $K_v = 1$ A.rad$^{-1}$.s . On peut donc considérer que dans la première partie de la phase d'accélération, il y a saturation de courant et le schéma bloc se limite au schéma de la **Figure 13** avec en entrée $i_q(t) = I_{max}.u(t)$.

**Q44-** Déterminer l'expression du temps $t_{95}$ pour atteindre 95% de la vitesse maximale du moteur $\omega_{mmax} = 22{,}5$ rad/s lorsqu'il y a saturation de courant avec $i_q(t) = I_{max}.u(t)$ et un couple résistant $C_r(t) = C_{rmax}.u(t)$ où $C_{rmax} = 2{,}2$ N.m. Déterminer alors la valeur de $I_{max}$ permettant de respecter le cahier des charges.

Indépendamment du résultat trouvé à la question précédente, une simulation numérique est faite en prenant $K_v = 1{,}3$ A.rad$^{-1}$.s, $T_v = 0{,}1$ s et $I_{max} = 5$ A (voir **Figure 14**).

**Q45-** Conclure quant au cahier des charges.

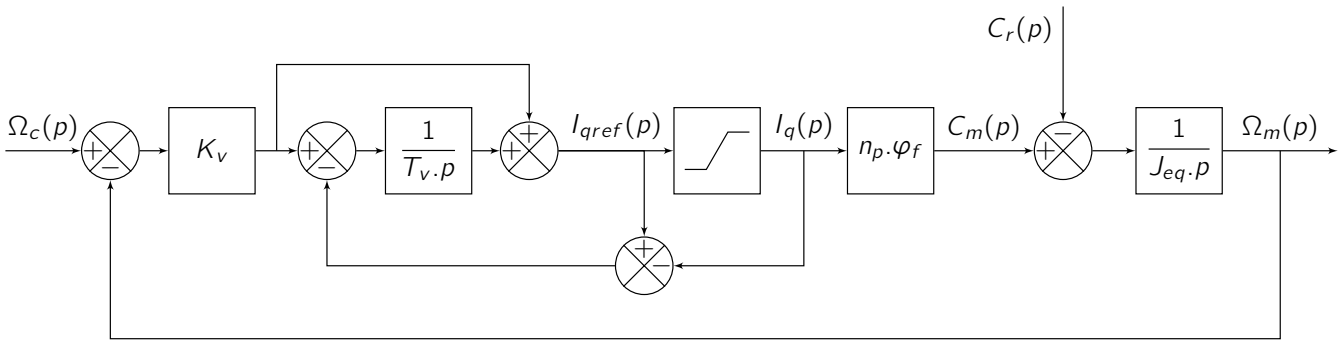



**Figure 12 –** Régulation de vitesse avec limite de courant et système anti-emballement

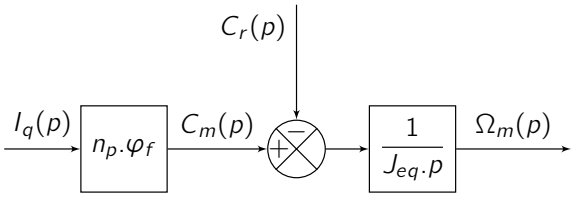



**Figure 13 –** Montée en vitesse sous saturation de courant

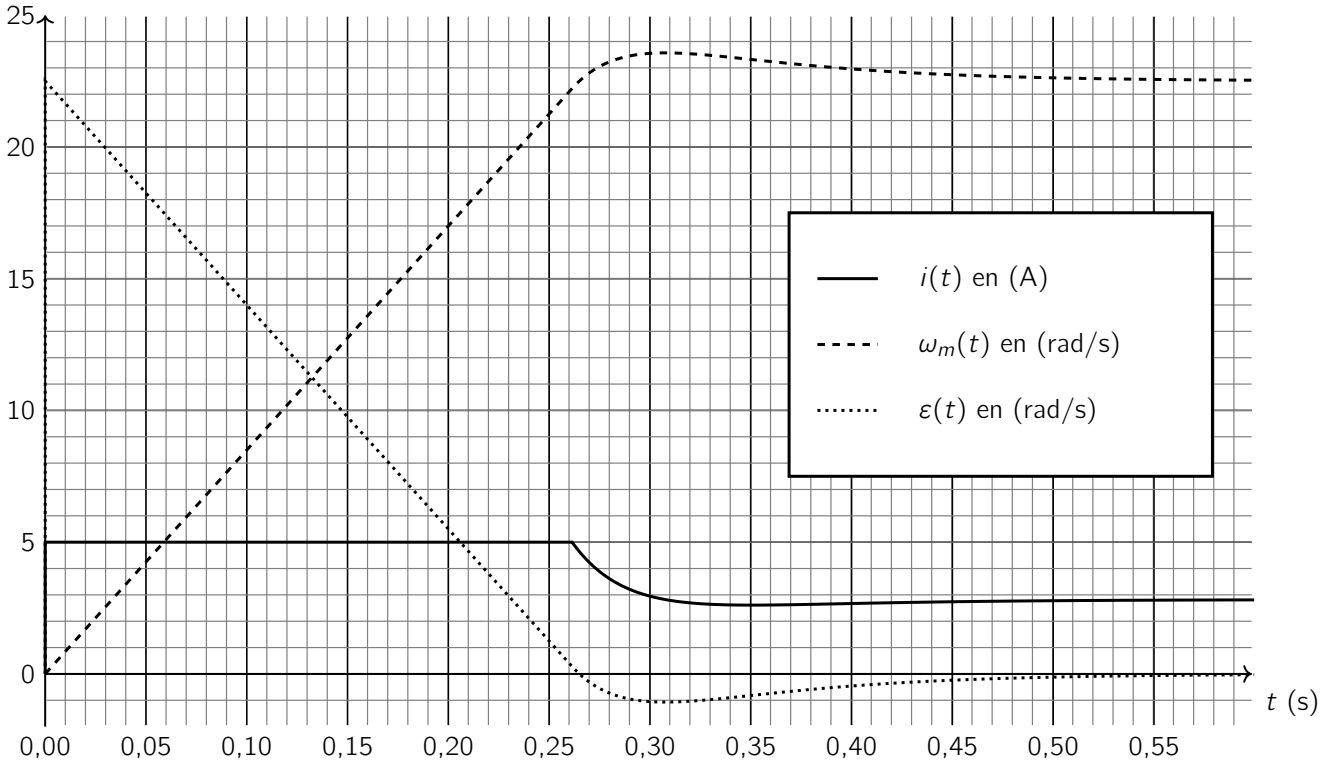


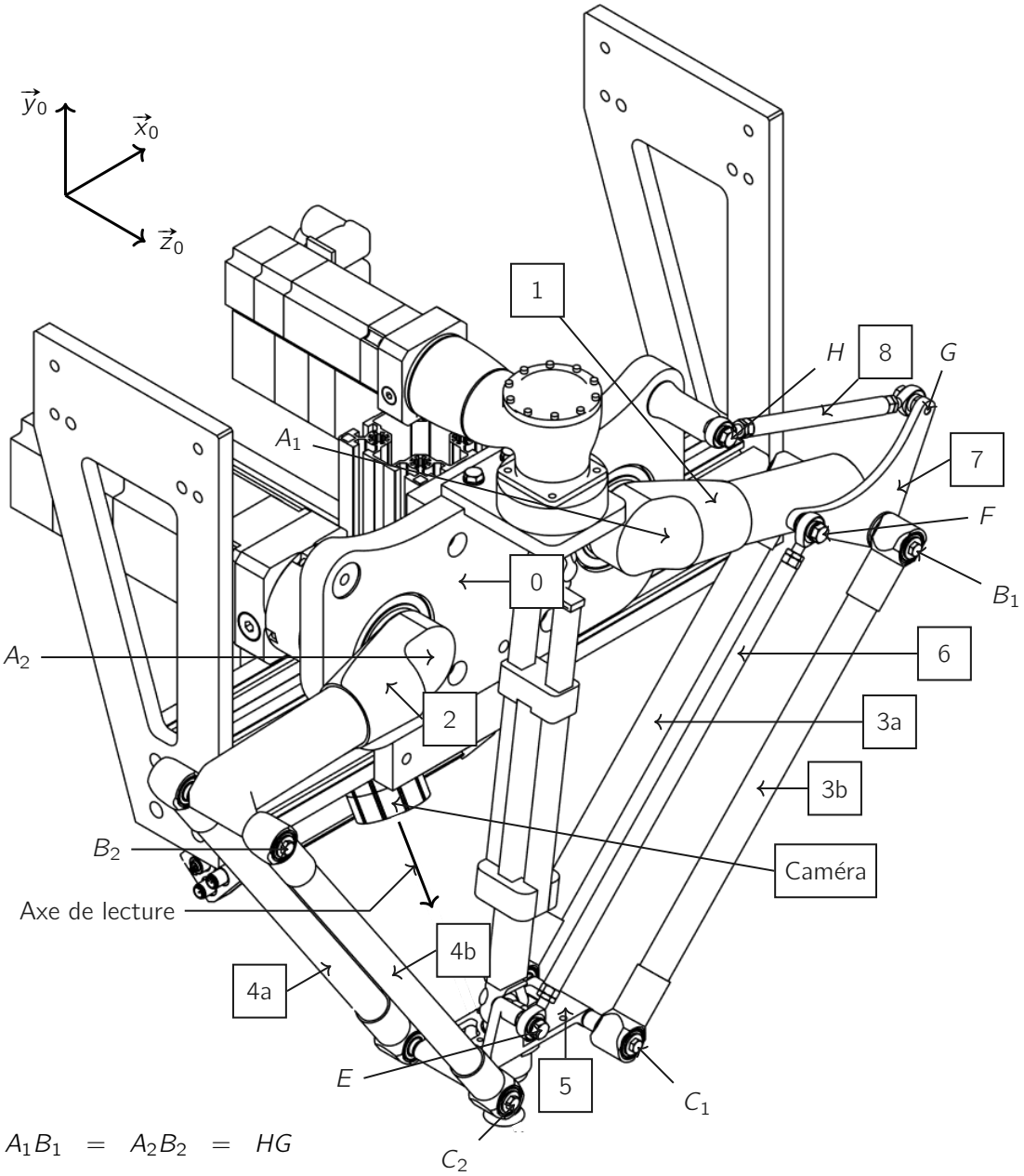

**Figure 14 –** Simulation de l'asservissement de vitesse en réponse à un échelon de 22,5 rad.s$^{-1}$ avec correction proportionnelle intégrale, bloc de saturation et système anti-emballement.

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 23 1023 – D'après documents fournis

# ANNEXE A
# Structure du Robot Delta

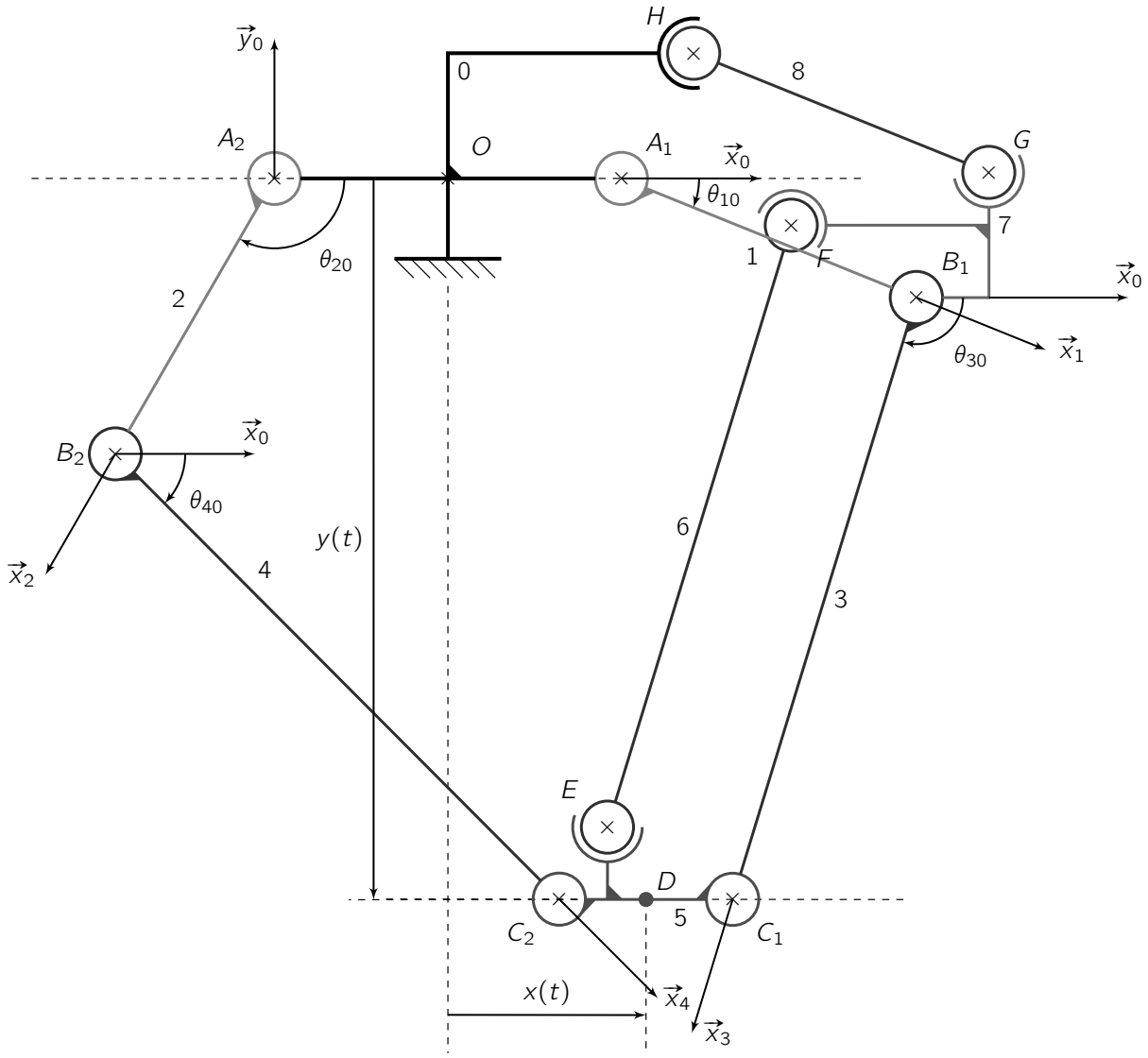
## A.1 Vue en perspective du Robot Delta




$$A_1B_1 = A_2B_2 = HG$$
$$B_1C_1 = B_2C_2 = EF$$
$$A_1H = B_1G$$
$$C_1E = B_1F$$

**Figure 15** – Vue en perspective du Robot Delta

## A.2 Schéma cinématique 2D du Robot Delta




**Remarque :** le bras principal 1 est relié par une liaison pivot avec le bras secondaire 3 et par une autre liaison pivot (de même axe) avec le triangle 7. Il n'y a pas de liaison entre le bras secondaire 3 et le triangle 7.

**Figure 16 –** Schéma cinématique du Robot Delta avec simplification des bras secondaires ($\{3a, 3b\} \rightarrow 3$ et $\{4a, 4b\} \rightarrow 4$)

## A.3 Paramétrage du Robot Delta

### A.3.1 — Paramètres géométriques

$$\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{A_2O} = a.\vec{x}_0 \quad ; \quad \overrightarrow{OD} = x(t).\vec{x}_0 + y(t).\vec{y}_0$$
$$\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{HG} = b.\vec{x}_1 \quad ; \quad \overrightarrow{A_2B_2} = b.\vec{x}_2$$
$$\overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{FE} = c.\vec{x}_3 \quad ; \quad \overrightarrow{B_2C_2} = c.\vec{x}_4$$
$$\overrightarrow{C_2D} = \overrightarrow{DC_1} = d.\vec{x}_0$$
$$\overrightarrow{A_1H} = \overrightarrow{B_1G} = x_0.\vec{x}_0 + y_0.\vec{y}_0$$
$$\overrightarrow{C_1E} = \overrightarrow{B_1F} = -x_5.\vec{x}_0 + y_5.\vec{y}_0$$

$a = 120$ mm

$b = 220$ mm

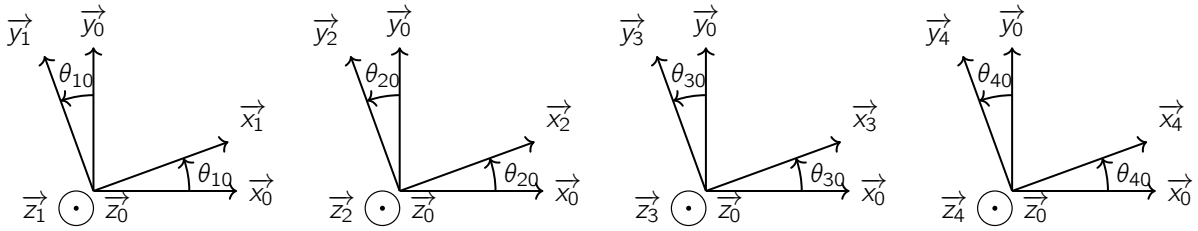
$c = 440$ mm

$d = 60$ mm

$x_0 = 50$ mm $\quad y_0 = 87$ mm

$x_5 = 33{,}3$ mm $\quad y_5 = 50$ mm

### A.3.2 — Paramètres angulaires




$\theta_{10}=(\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_1})=(\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_1})$ avec $\vec{z}_0=\vec{z}_1$

$\theta_{20}=(\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_2})=(\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_2})$ avec $\vec{z}_0=\vec{z}_2$

$\theta_{30}=(\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_3})=(\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_3})$ avec $\vec{z}_0=\vec{z}_3$

$\theta_{40}=(\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_4})=(\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_4})$ avec $\vec{z}_0=\vec{z}_4$

### A.3.3 — Références et paramètres d'inertie

| Élément | Repère associé | Centre d'inertie | Masse | Matrice d'inertie |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ | - | - | - |
| 1 | $\mathcal{R}_1 = (A_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ | $\overrightarrow{A_1G_1}^{G_1} = a_g.\vec{x}_1$ | $m_p$ | $\mathbb{I}(A_1,1) = \begin{bmatrix} A_p & 0 & -E_p \\ 0 & B_p & 0 \\ -E_p & 0 & C_p \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$ |
| 2 | $\mathcal{R}_2 = (A_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ | $\overrightarrow{A_2G_2}^{G_2} = a_g.\vec{x}_2$ | $m_p$ | $\mathbb{I}(A_2,2) = \begin{bmatrix} A_p & 0 & -E_p \\ 0 & B_p & 0 \\ -E_p & 0 & C_p \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2}$ |
| 3 | $\mathcal{R}_3 = (B_1, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ | - | négligée | - |
| 4 | $\mathcal{R}_4 = (B_2, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ | - | négligée | - |
| 5 | $\mathcal{R}_5 = (D, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ | $\overrightarrow{DG_5}^{G_5} = x_g.\vec{x}_0 + y_g.\vec{y}_0$ | $m_5$ | $\mathbb{I}(G_5,5) = \begin{bmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$ |
| 6 | $\mathcal{R}_6 = (F, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ | - | négligée | - |

$m_p = 2{,}8$ kg et $C_p = 0{,}2$ kg.m$^2$

**Tableau 4 –** références et paramètres d'inertie

On note $\mathcal{B}_i$, la base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$. Le vecteur unitaire vertical ascendant est $\vec{y}_0$.

Le point $D$ sert de référence pour le positionnement de la charge.

Chacun des deux bras principaux est mu par un moteur lié au bras via un réducteur dont le coefficient de réduction $r = 5$ et l'inertie, ramenée sur l'arbre moteur vaut $J_r = 0{,}5.10^{-4}$ kg.m$^2$.

Les caractéristiques des moteurs sont données **Tableau 5** en **Annexe E.1**.

# ANNEXE B Pneumatique

## B.1 Fonctionnement d'un tube de Venturi

Le schéma de la **Figure 17** présente le principe de fonctionnement d'un tube de Venturi. Il permet de générer une aspiration s'il est alimenté en air comprimé (débit $Q$ et pression en amont $p_{am}$ supérieure à celle en aval $p_{atm}$, pression atmosphérique). C'est un canal possédant un rétrécissement et un orifice secondaire. Le rétrécissement permet l'augmentation de la vitesse des particules du fluide et la diminution de la pression (dépression $\delta p$).

Sous l'effet de la dépression, une aspiration (débit $q$) est générée par l'orifice secondaire. S'il n'y a pas d'alimentation en air comprimé $p_{am} > p_{atm}$, il n'y a pas d'aspiration.

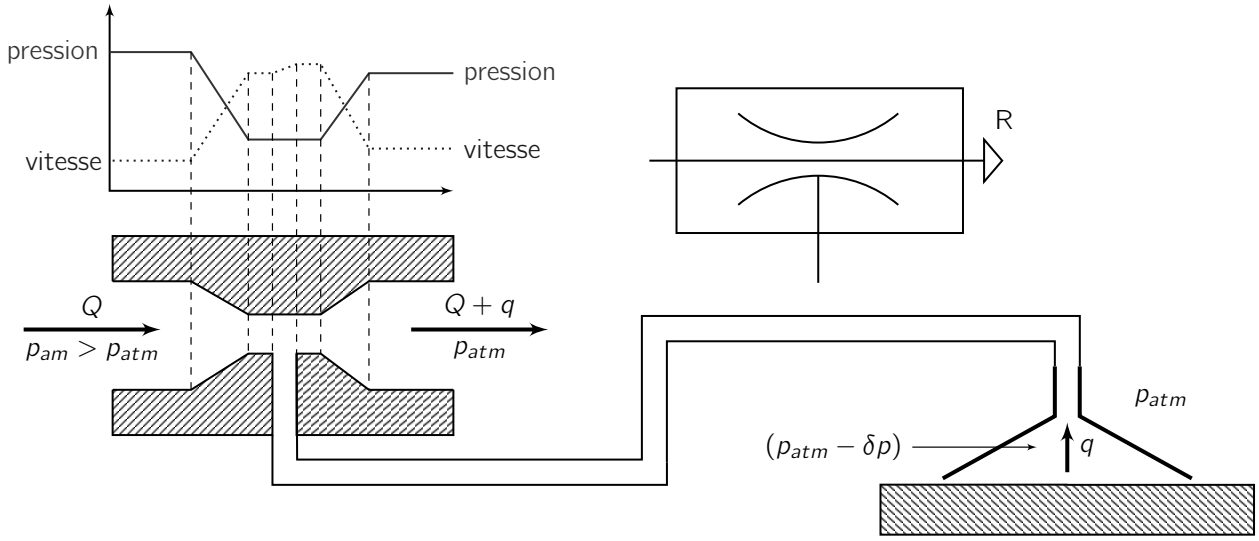



**Figure 17 –** Principe de fonctionnement d'un tube de Venturi

## B.2 Représentation normalisée des distributeurs

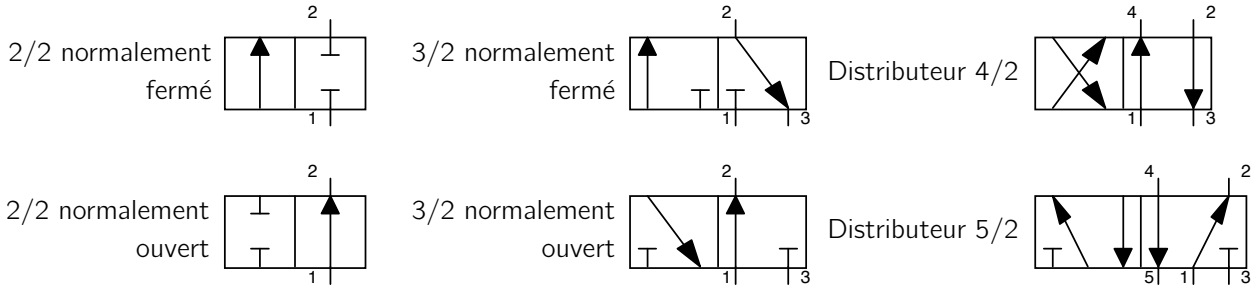



**Figure 18 –** Représentation des distributeurs

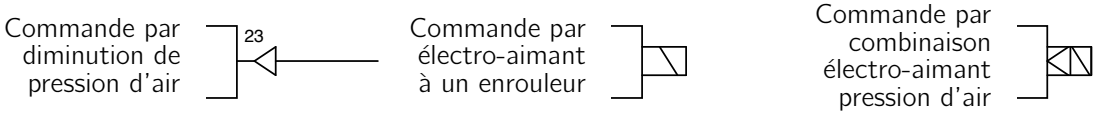
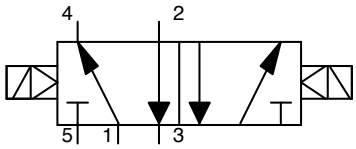
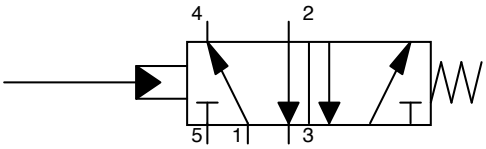



**Figure 19 –** Représentation des commandes des distributeurs

## B.3 Exemples de représentation




distributeur 5/2 à commande
électropneumatique bistable




Distributeur 5/2 à commande
hydraulique monostable

**Figure 20** – Exemples de représentation de distributeurs

# ANNEXE C Logique séquentielle

## C.1 Désignations

| **Positions prise Robot Delta** | |
|---|---|
| Position haute (position d'attente et de reconnaissance image) | PH |
| Position basse emplacement 1 | PB1 |
| Position basse emplacement 2 | PB2 |
| Position basse emplacement 3 | PB3 |
| Position basse emplacement 4 | PB4 |

| **Distributeur 3/2 bistable** |
|---|
| Électrovanne distributeur 3/2 pour aspiration prise cube EV+ |
| Électrovanne distributeur 3/2 pour libération prise cube EV- |

| **Variable** | **Interprétation** | **Valeurs** |
|---|---|---|
| N | Nombre de prises | 0, 1 ou 2 |
| E3 | Emplacement 3 libre ou non | 0 ou 1 |
| E4 | Emplacement 4 libre ou non | 0 ou 1 |
| Image | Image reconnue | 0 (pas d'inscription sur la face du cube), A ou B |

## C.2 Images des cubes

| Image = A | Image = B | Image = 0 |
|---|---|---|
|  |  |  |



**Figure 21** – Définition des images A, B et 0

## C.3 Diagrammes d'états (stm)

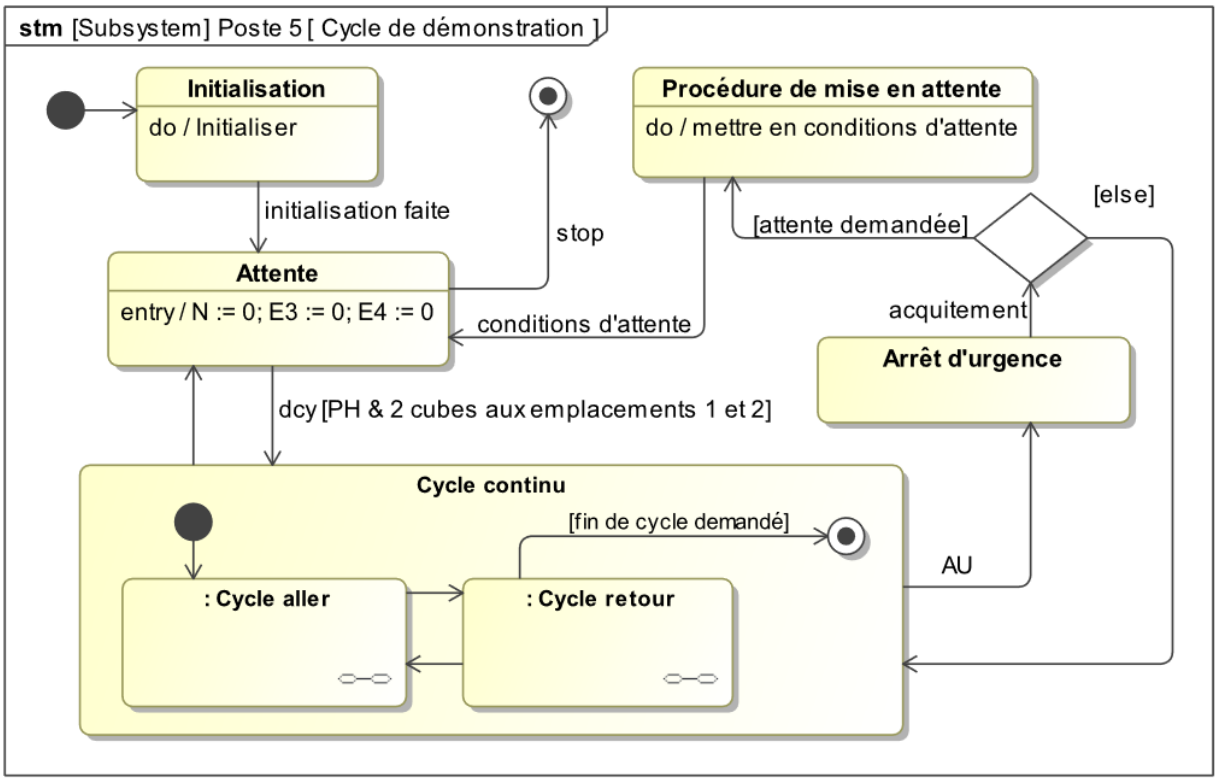



**Figure 22** – diagramme d'états (**stm**) du cycle de démonstration

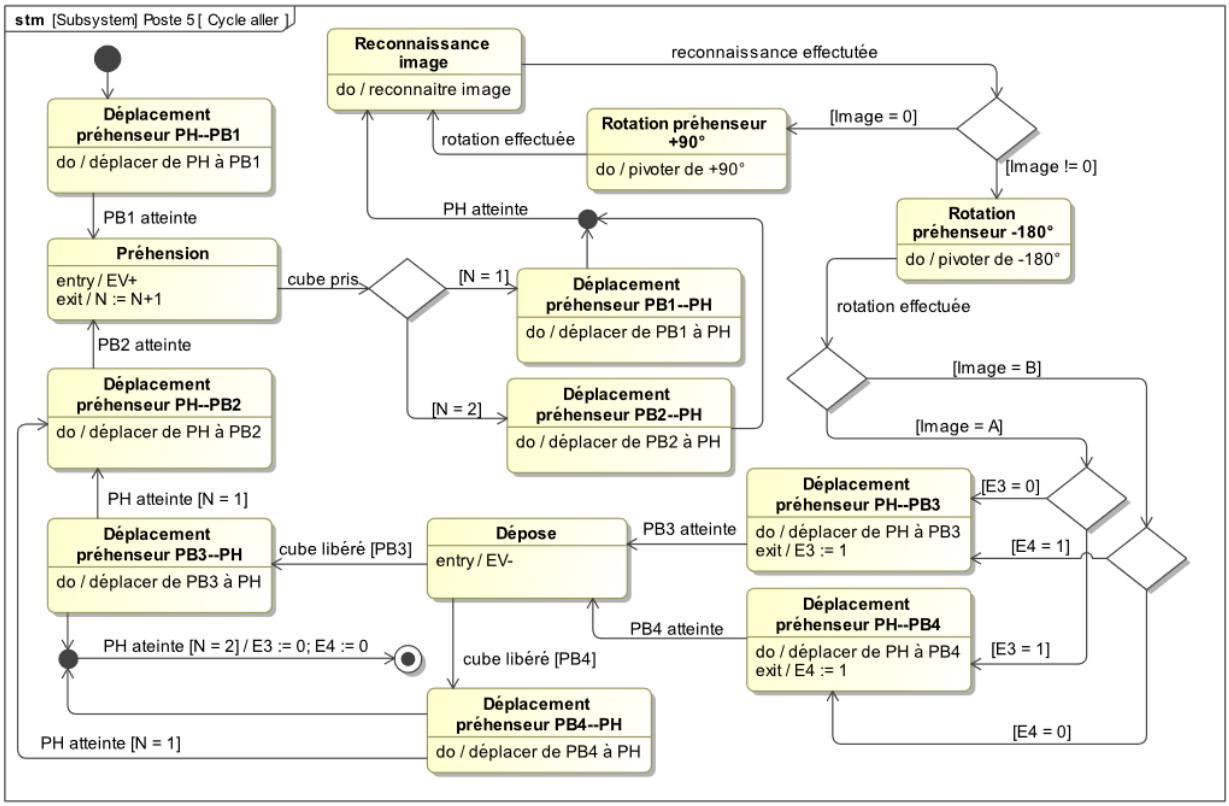



**Figure 23** – diagramme d'états (**stm**) du cycle aller

# ANNEXE D

# Analyse géométrique du mécanisme à deux bras

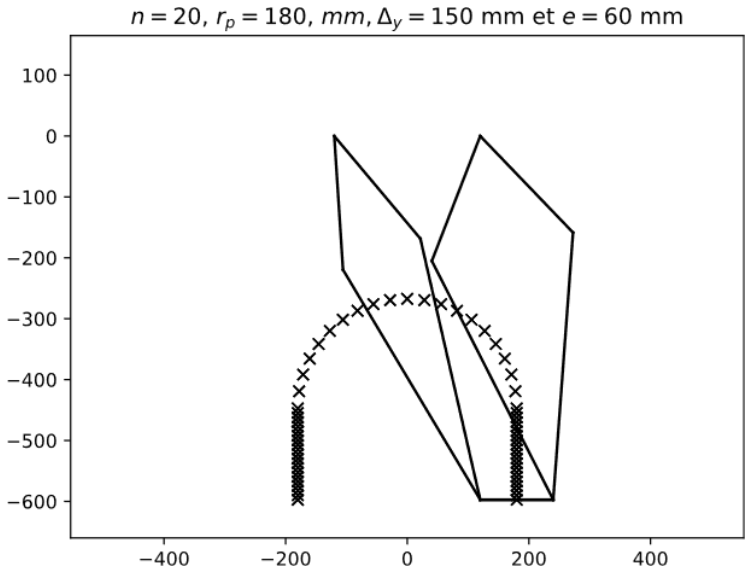



**Figure 24** – Configurations du Robot Delta au point $D_f$

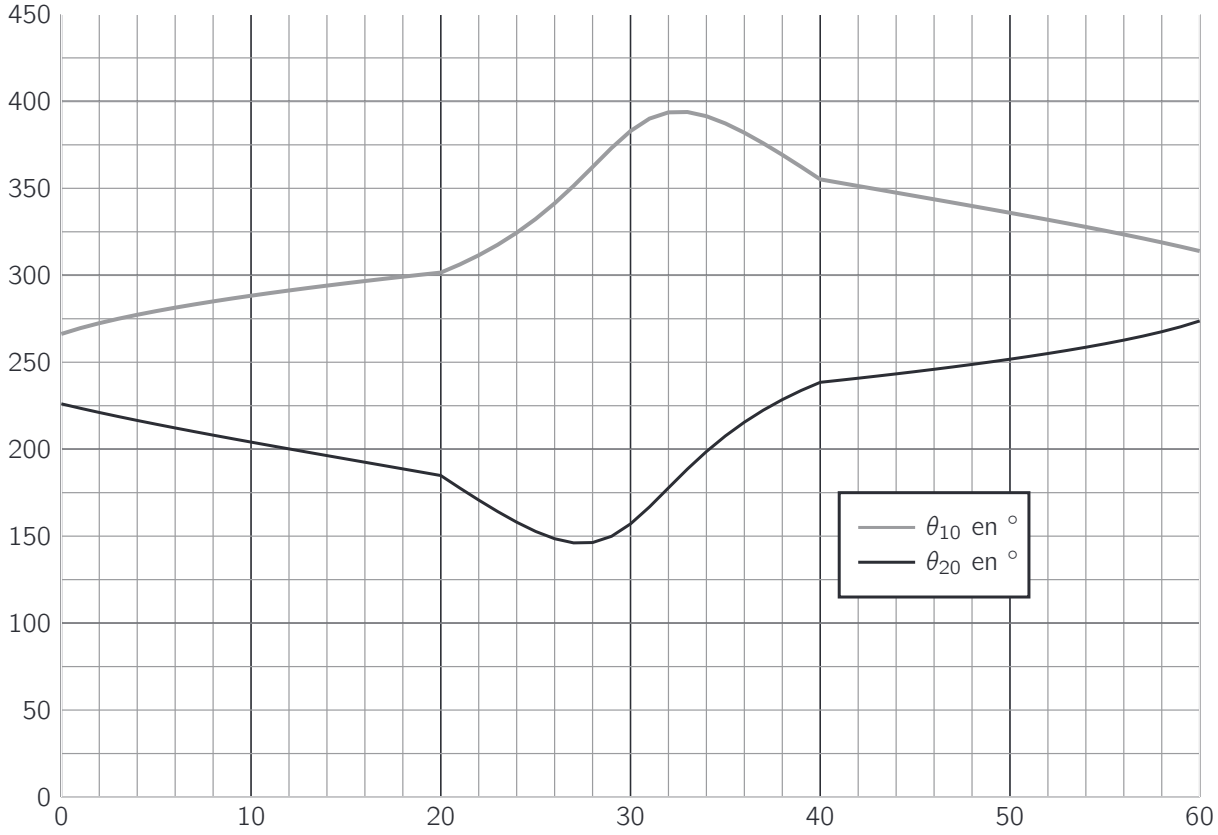



**Figure 25** – Évolutions des angles $\theta_{10}$ et $\theta_{20}$ en fonction de $k$, lors du mouvement du point $D$ de $D_i$ à $D_f$

# ANNEXE E Données moteurs

## E.1 Caractéristiques du servo-moteur SEW CM63S

| $n_N$ | $M_0$ | $I_0$ | $M_{pk}$ | $I_{max}$ | $M_{0VR}$ | $I_{0VR}$ | $m$ | $J_{mot}$ | $L_1$ | $R_1$ | $U_{p0}$ cold | $m_{bmot}$ | $J_{bmot}$ | $M_{B1}$ | $M_{B2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $[min^{-1}]$ | $[N.m]$ | $[A]$ | $[N.m]$ | $[A]$ | $[N.m]$ | $[A]$ | $[kg]$ | $[kg.cm^2]$ | $[mH]$ | $\Omega$ | $[V]$ | $[kg]$ | $[kg.cm^2]$ | $[N.m]$ | $[N.m]$ |
| 3000 | 2.9 | 2.15 | 11.1 | 12.9 | 4 | 3 | 4.0 | 1.15 | 36.5 | 6.79 | 90 | 5.0 | 1.49 | 7 | 9.3 |

$n_N$ : Vitesse de rotation

$M_0$ : Couple à l'arrêt (couple thermique permanent à basse vitesse)

$I_0$ : Courant à l'arrêt

$M_{pk}$ : Couple limite maximum des servomoteurs

$I_{max}$ : Courant moteur maximal autorisé

$M_{0VR}$ : Couple à l'arrêt avec ventilation forcée

$I_{0VR}$ : Courant à l'arrêt avec ventilation forcée

$J_{mot}$ : Moment d'inertie de l'arbre moteur

$J_{bmot}$ : Moment d'inertie de l'arbre moteur avec le frein

$M_{B1}$ : Couple de freinage standard

$M_{B2}$ : Couple de freinage en option

$L_1$ : Inductivité entre la phase de connexion et le point neutre

$R_1$ : Résistance entre la phase de connexion et le point neutre

$U_{p0}$ froid : Tension interne à 1000 tr.min$^{-1}$

**Tableau 5 –** Données constructeur des servo-moteur SEW CMP63S

# Cahier réponse
# Épreuve de Sciences Industrielles A

## AVERTISSEMENT

**Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques, les règles à calculs, les téléphones portables…**

## INSTRUCTIONS

- Remplir sur chaque copie A3 en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- **Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.**
- **Vérifiez que votre cahier réponse comporte le nombre de pages indiqué et qu'il est correctement imprimé.**
- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à encre foncé : bleue ou noire. Le crayon-mine et autres couleurs peuvent être utilisées uniquement dans les schémas.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.
- **À la fin de l'épreuve, rendre toutes les pages dans l'ordre mêmes celles non renseignées. Toute réclamation ultérieure ne pourra pas être prise en compte.**
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

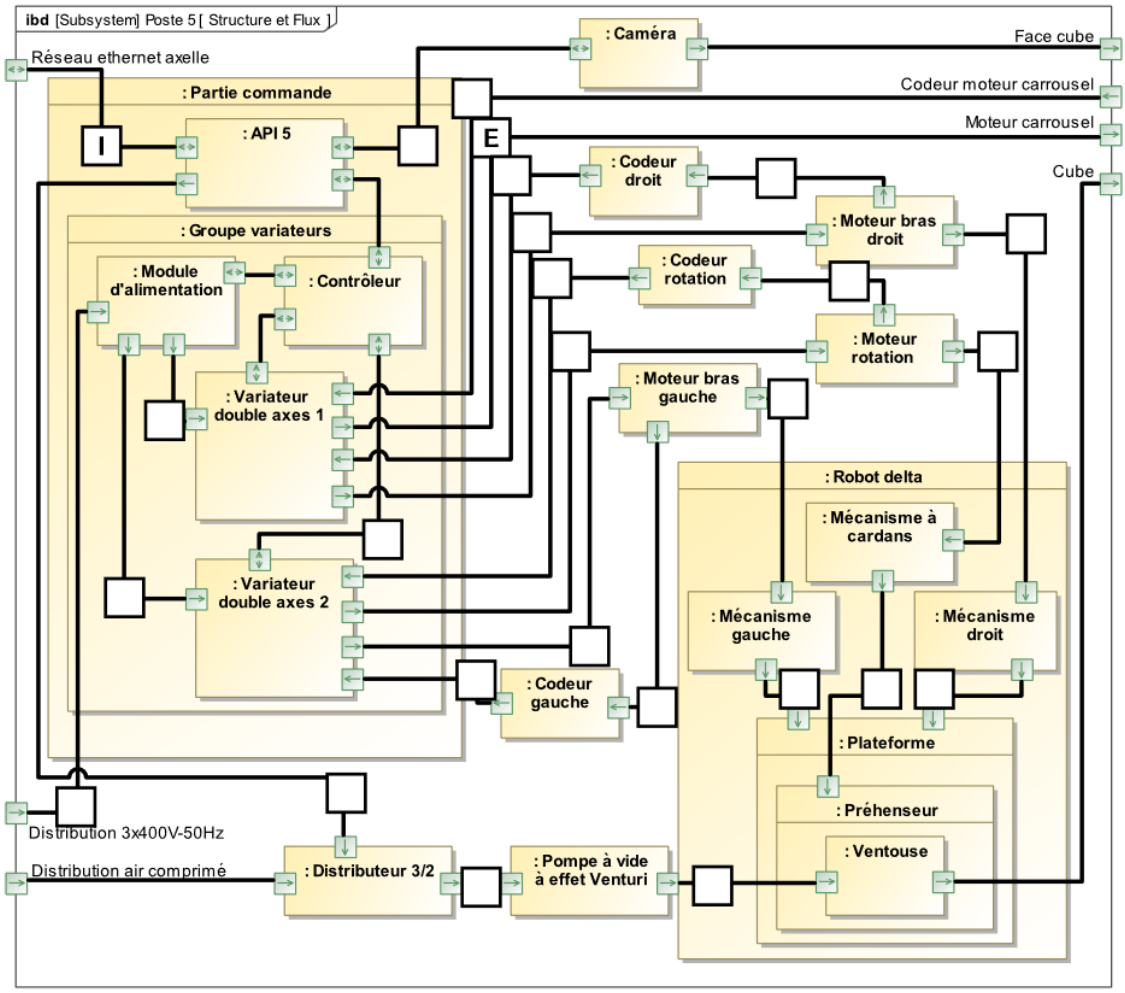
**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

023

# PARTIE A — Analyse du fonctionnement du Robot Delta

**Q1-** Repérer sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) les flux d'énergie avec la lettre **E** et les flux d'informations avec la lettre **I**.

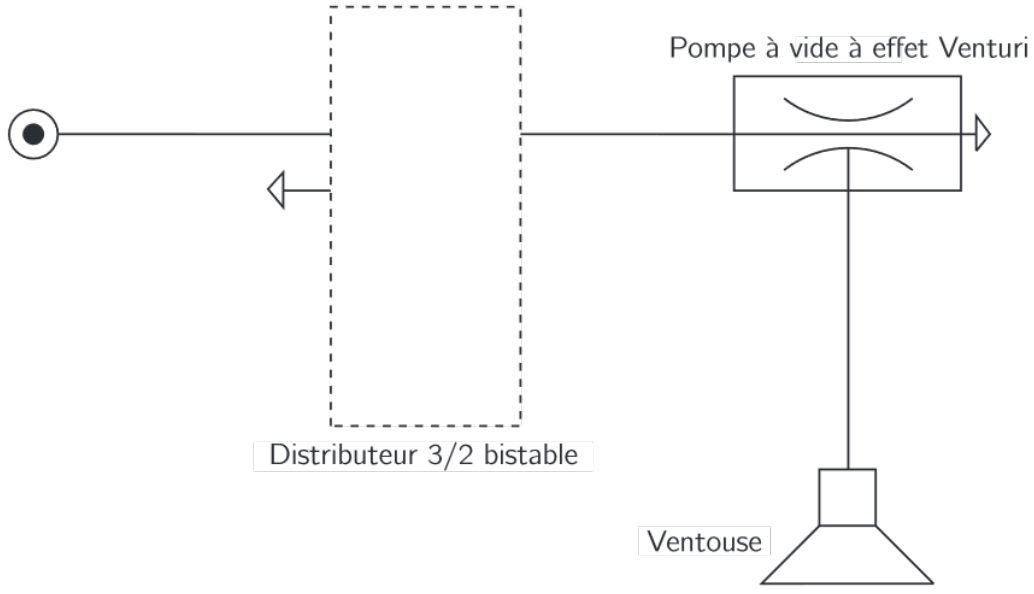


NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

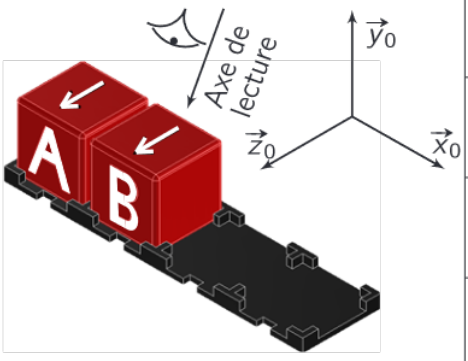
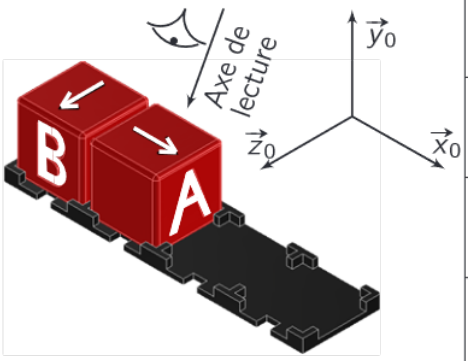
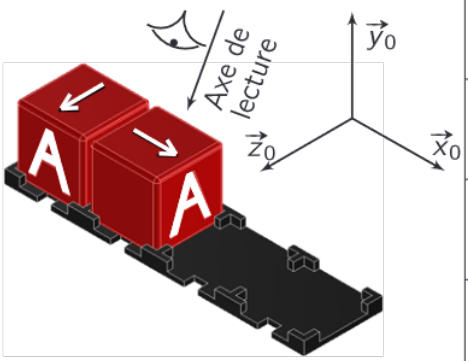
**Q2-** Donner, en termes de chaînes fonctionnelles, le nom générique et la fonction des éléments listés dans le document réponse.

| **Élément** | **Nom générique** | **Fonction générique** |
|---|---|---|
| API 5 | Unité de traitement | Traiter |
| Variateur doubles axes 1 | | |
| Ventouse | | |
| Moteur bras gauche | | |
| Codeur gauche | | |
| Pompe à vide à effet Venturi | | |
| Distributeur 5/2 | | |

**Q3-** Compléter le schéma pneumatique lié au préhenseur à ventouse.



**Q4-** À l'aide du diagramme d'états (**stm**) du cycle aller, repérer dans le tableau du cahier réponse la position (emplacement 1, 2, 3 et/ou 4) et l'orientation de chaque cube en fin de cycle, **sans** apparition d'arrêt d'urgence, pour chacun des cas où la colonne de gauche donne la condition de départ.

| Condition de départ | Emplacement | Cube | | | Orientation | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | 1 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 2 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 3 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 4 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
|  | 1 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 2 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 3 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 4 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
|  | 1 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 2 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 3 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |
| | 4 | ∅ | A | B | ↙ | ↘ | ↖ | ↗ |

# PARTIE B — Étude de l'architecture mécanique du Robot Delta

## B.1 Étude mécanique de la structure 3D du Robot Delta

### B.1.2 — Analyse d'une première partie du mécanisme

**Q5-** Donner le nombre de degrés de liberté entre le plateau 5 et le bâti 0. Sans calcul, donner le nom de la liaison équivalente entre le plateau 5 et le bâti 0. Cela correspond-il à la cinématique globale recherchée pour le plateau 5 ?

**Q6-** Déterminer le degré d'hyperstatisme de la structure du mécanisme partiel.

### B.1.3 — Analyse de la structure complète

**Q7-** Sans calcul, donner le nombre de degrés de liberté entre le plateau 5 et la bâti 0. Caractériser le mouvement du plateau 5 par rapport au bâti 0.

*plus de place page suivante. . .*

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*



**Q8-** Déterminer le degré d'hyperstatisme de cette nouvelle structure.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q9-** Proposer un jeu de liaisons entre les solides 2, 4a, 4b et 5 permettant de réduire le degré d'hyperstatisme tout en conservant la même cinématique globale (mêmes degrés de mobilités utiles **et** internes). Indiquer la réduction du degré d'hyperstatisme.

| Liaisons | $\mathcal{L}_{2/4a}$ | $\mathcal{L}_{2/4b}$ | $\mathcal{L}_{5/4a}$ | $\mathcal{L}_{5/4b}$ | $\Delta h$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Solution initiale | pivot | pivot | pivot | pivot | -0 |
| Proposition | | | | | |

## B.2 Étude cinématique de la structure 2D du Robot Delta

**Q10-** Donner les expressions de $x(t)$ et $y(t)$ en fonction de $\theta_{10}(t)$, $\theta_{30}(t)$ et de paramètres géométriques constants.

**Q11-** A partir des expressions de $x(t)$ et $y(t)$, déterminer l'expression de $\theta_{ref}$ en fonction de $a$, $b$, $c$ et $d$ puis l'expression de $h_0$ en fonction de $a$, $b$, $c$ et $d$.

**Q12-** A partir des expressions de $x(t)$ et $y(t)$, déterminer une relation liant uniquement $x(t)$, $y(t)$, $\theta_{10}(t)$ et des paramètres géométriques constants.

*plus de place page suivante. . .*

**Q13-** Déterminer les expressions de $x_k$ et $y_k$ en fonction de $k$, $n$, $r_p$, $h_0$, $e$ et $\Delta_y$, dans le mouvement du point $D$ de $D_i$ à $D_f$ avec $0 \leq k \leq 3.n$.

- $0 \leq k \leq n$ :

$$x_k =$$
$$y_k =$$

- $n \leq$

$$x_k =$$
$$y_k =$$

- $2.n \leq$

$$x_k =$$
$$y_k =$$

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*



**Q14-** Écrire une fonction `dichotomie(f, xg, xd, eps=10**-8)` pour laquelle `f` est une fonction dont on cherche le zéro entre `xg` et `xd` avec `eps` la tolérance pour un critère d'arrêt de l'algorithme sur les antécédents.

```
1  def dichotomie(f, xg, xd, eps = 10**-8):
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

**Remarque :** il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les lignes...

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

## B.3 Étude dynamique de la structure 2D du Robot Delta

### B.3.2 — Hypothèses sur les masses et inerties

**Q15-** Donner les hypothèses qui peuvent conduire à considérer comme nuls les produits d'inerties $I_{yx}$ et $I_{yz}$ des opérateurs d'inertie des bras principaux 1 et 2 donnés **Tableau 4**.

### B.3.3 — Étude des sollicitations dynamiques en rotation des bras principaux

**Q16-** Déterminer au point $D$, l'expression du torseur dynamique du plateau 5 dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_0$.

*plus de place page suivante...*

**Q17-** En isolant le système approprié, justifier que le torseur modélisant les actions mécaniques de la bielle 6 sur le plateau 5 ($\mathcal{T}_{6\to5}$) est un glisseur d'axe $(E, \vec{x}_3)$.

**Q18-** En isolant le système approprié et en remarquant que le mécanisme est plan, justifier que le torseur modélisant les actions mécaniques du bras secondaire 4 sur le plateau 5 ($\mathcal{T}_{4\to5}$) est un glisseur d'axe ($C_2$, $\vec{x}_4$).

**Q19-** En se limitant exclusivement à l'utilisation du théorème de la résultante dynamique ou du théorème du moment dynamique, déterminer la stratégie permettant d'obtenir :

- une équation scalaire (eq-1) permettant de déterminer $F_{45}$ en fonction de l'action de la pesanteur sur le plateau 5 et de paramètres cinématiques (sans $F_{35}$ et $F_{65}$) ;
- deux équations scalaires (eq-2) et (eq-3) liant $F_{35}$ et $F_{65}$ en fonction de l'action de la pesanteur sur le plateau 5 et de paramètres cinématiques (sans $F_{45}$).

| (eq-i) | Isolement | Théorème dynamique (rayer la mention inutile) | (Point d'application) | Projection |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | résultante/ moment | | |
| 2 | | résultante/ moment | | |
| 3 | | résultante /moment | | |

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*



**Q20-** Déterminer la projection sur $\vec{z}_0$ du moment dynamique du bras principal 2 ($\vec{\delta}_{(A_2,2/0)}.\vec{z}_0$), dans son mouvement par rapport au repère galiléen $\mathcal{R}_0$, exprimé au point $A_2$.

**Q21-** Déterminer l'expression de $C_{r2}$ en fonction de $F_{45}$, $\ddot{\theta}_{20}$, $\theta_{40}$, $\theta_{20}$, de l'action de la pesanteur et de paramètres géométriques constants.

*plus de place page suivante. . .*

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

# PARTIE C — Étude de l'asservissement en position du Robot Delta

## C.1 Modélisation de la chaine d'énergie

### C.1.1 — Recherche de l'inertie équivalente

**Q22-** Déterminer l'expression littérale de $J_{eq}$, l'inertie équivalente sur l'arbre moteur 1, de l'ensemble décrit ci-dessus (qu'on notera, si besoin, $\Sigma$), en mouvement dans le repère galiléen lié au bâti.

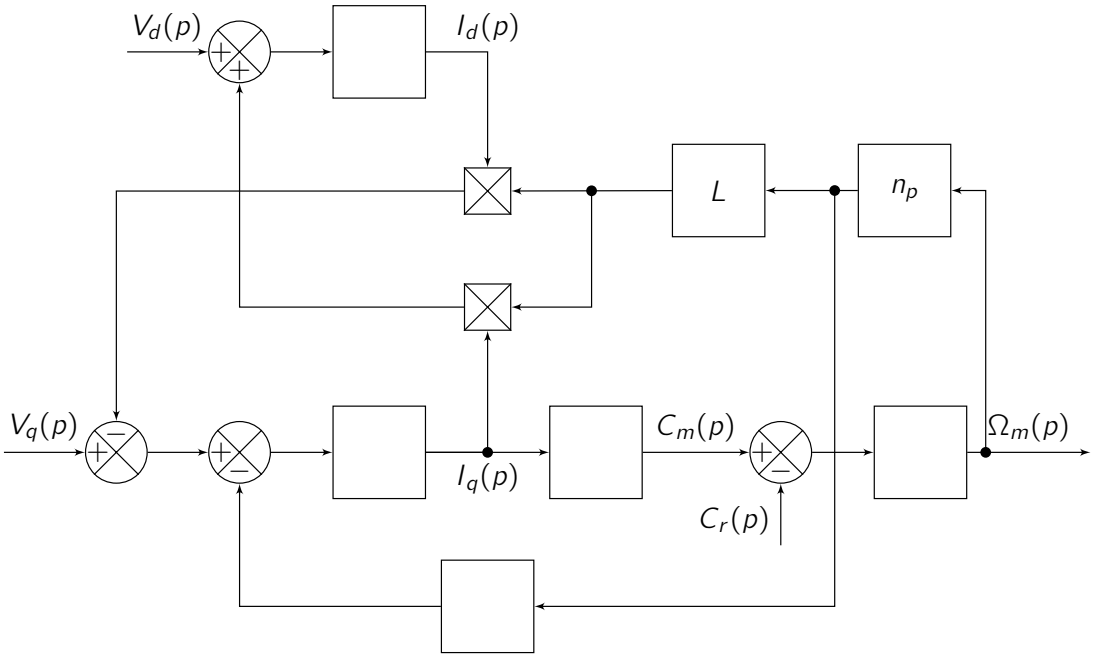
**Q23-** Déterminer la masse maximale de la charge $m_c$ qu'il est possible de maintenir avec une dépression de 0,7 bar.

**Q24-** La plateau 5 ayant une masse $m_5 = 500$ g, déterminer l'ordre de grandeur de $J_{eq}$ avec un chiffre significatif.

### C.1.2 — Modèle à deux phases du moteur synchrone à aimants permanents

**Q25-** Donner les expressions de $v_d(t)$ et $v_q(t)$ en fonction de $i_d(t)$, $i_q(t)$ et $\omega_m(t)$ ainsi que des paramètres $R$, $L$ et $\varphi_f$.

**Q26-** Avec les notations précédentes et en se plaçant dans les conditions d'Heaviside, déterminer les transformées de Laplace des équations (C.5) à (C.6) et compléter le schéma bloc du cahier réponses.



Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*



## C.1.3 — Validation du modèle

**Q27-** Déterminer numériquement la valeur du courant $i_{q\infty}$ en régime permanent.

**Q28-** A partir des équations obtenues précédemment, en appliquant la stratégie de commande du moteur, déterminer, en fonction de $R$, $L$, $n_p$, $\omega_{mmax}$, $\varphi_f$ et $i_{q\infty}$, les expressions de $v_{d\infty}$ et $v_{q\infty}$ correspondant aux tensions $v_d$ et $v_q$ en régime permanent.

*plus de place page suivante...*

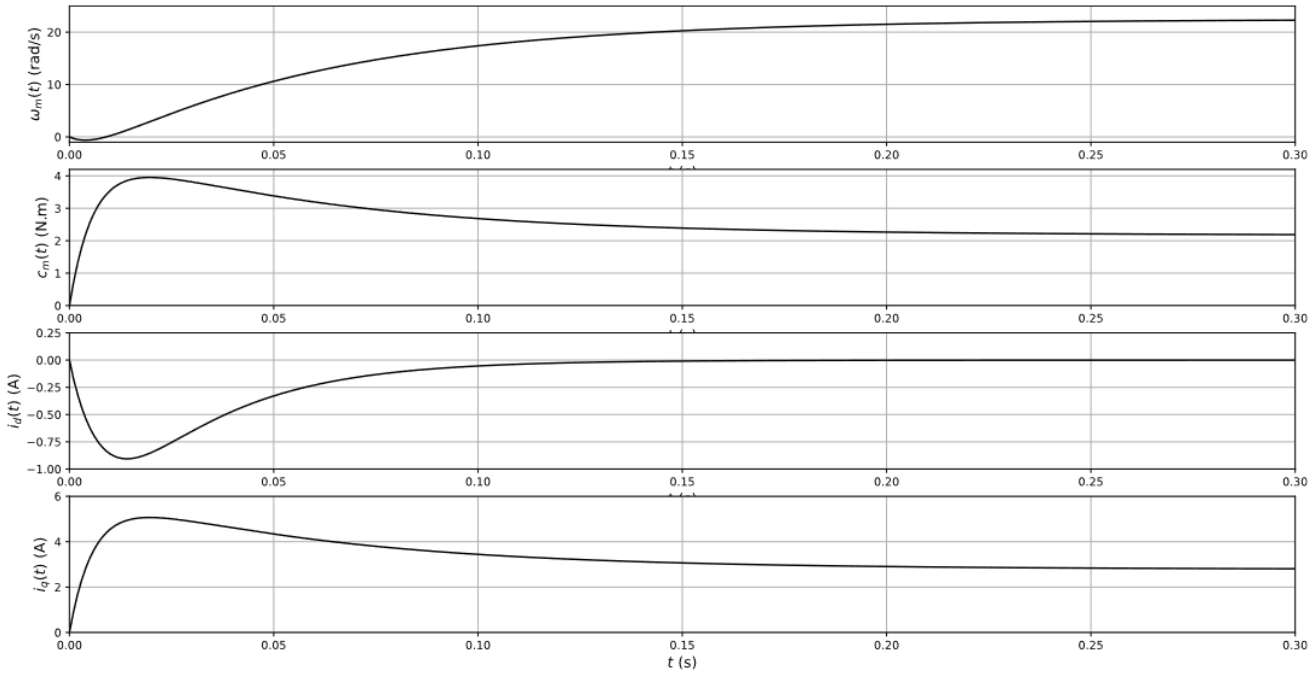
NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

$v_{d\infty}$ =

$v_{q\infty}$ =

**Q29-** Déterminer les valeurs numériques de $v_{d\infty}$ et $v_{q\infty}$. En déduire $V_\infty$, la valeur de $|\underline{V}(t)|$ en régime permanent.

**Q30-** A partir des résultats précédents et de la simulation numérique donnée dans le cahier réponse, indiquer, en détaillant la réponse, si le modèle peut être validé.




## C.2 Modélisation du comportement de la commande

### C.2.1 — Découplage de la commande

**Q31-** Donner les expressions des variables $v'_d(t)$ et $v'_q(t)$ en fonction de $i_d(t)$, $i_q(t)$ et des paramètres $R$, $L$.

**Q32-** Montrer que l'on peut mettre les fonctions de transfert $H_d$ et $H_q$, définies par $H_d(p) = \dfrac{I_d(p)}{V'_d(p)}$ et $H_q(p) = \dfrac{I_q(p)}{V'_q(p)}$ sous la forme : $H_d(p) = H_q(p) = \dfrac{K}{1 + T.p}$.
Donner les expressions de $K$ et $T$ en fonction de $R$ et $L$.

### C.2.2 — Régulation de courant

**Q33-** Justifier en quoi un correcteur proportionnel ne peut convenir.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

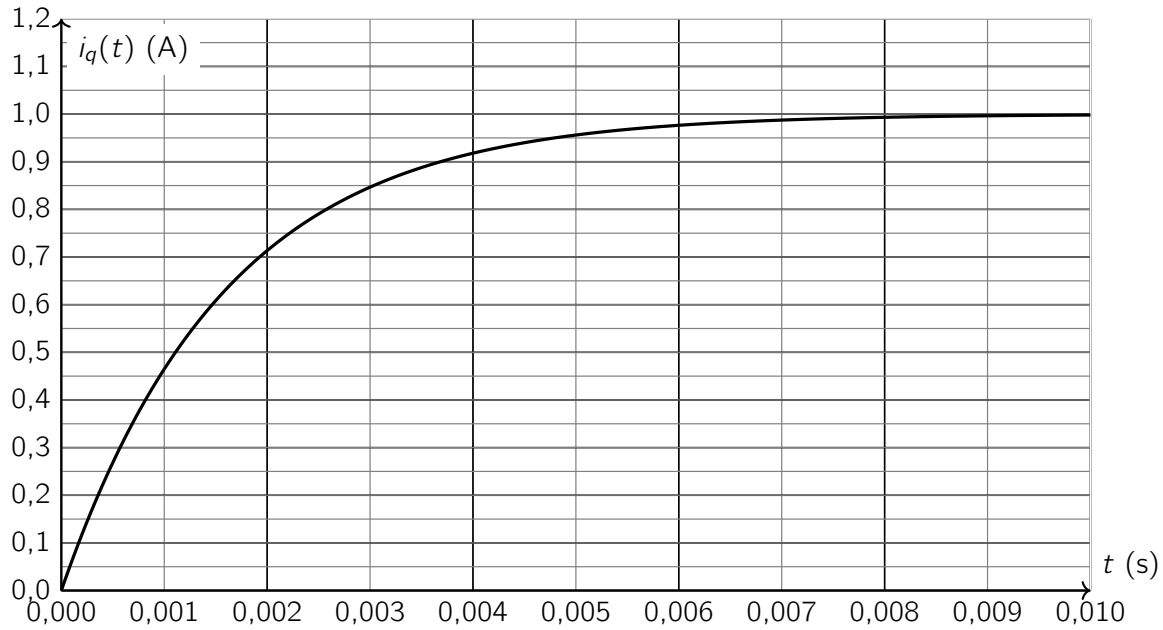


**Q34-** Quelle doit être la valeur de $T_i$ si on souhaite compenser le pôle dominant ? Déterminer la valeur de $K_p$ pour répondre à l'exigence de rapidité.

**Q35-** A partir de la réponse temporelle donnée dans le cahier réponse, déterminer si le réglage du correcteur permet de valider le cahier des charges.

*plus de place page suivante. . .*

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE




### C.2.3 — Régulation de vitesse

**Q36-** En justifiant la réponse, déterminer ce qui peut amener à approximer $B_c(p)$ à un bloc unitaire ($B_c(p) = 1$).

**Q37-** Pour garantir les critères de précision, en justifiant la réponse, déterminer la classe minimale à imposer au correcteur $C_v$.

**Q38-** Justifier que si le frottement visqueux $f_v$ est nul ($f_v = 0$) alors la régulation de vitesse est instable et que s'il ne l'est pas ($f_v > 0$), la régulation de vitesse est stable.

**Q39-** Déterminer l'expression de $K_v$ pour obtenir une marge de phase conforme à celle préconisée par le cahier des charges.

*plus de place page suivante. . .*

**Q40-** Déterminer l'expression de $K_v$ pour rendre le système le plus rapide sans dépassement et en déduire le temps de réponse à 5% approximatif avec ce réglage de $K_v$. Conclure quant au cahier des charges.

*plus de place page suivante. . .*

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

**Nom de famille :**
*(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)*

**Prénom(s) :**

**Numéro Inscription :**

**Né(e) le :** / /

*(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)*

*(Remplir cette partie à l'aide de la notice)*

**Concours / Examen :** ..... **Section/Spécialité/Série :** .....

**Epreuve :** ..... **Matière :** ..... **Session :** .....

***CONSIGNES***

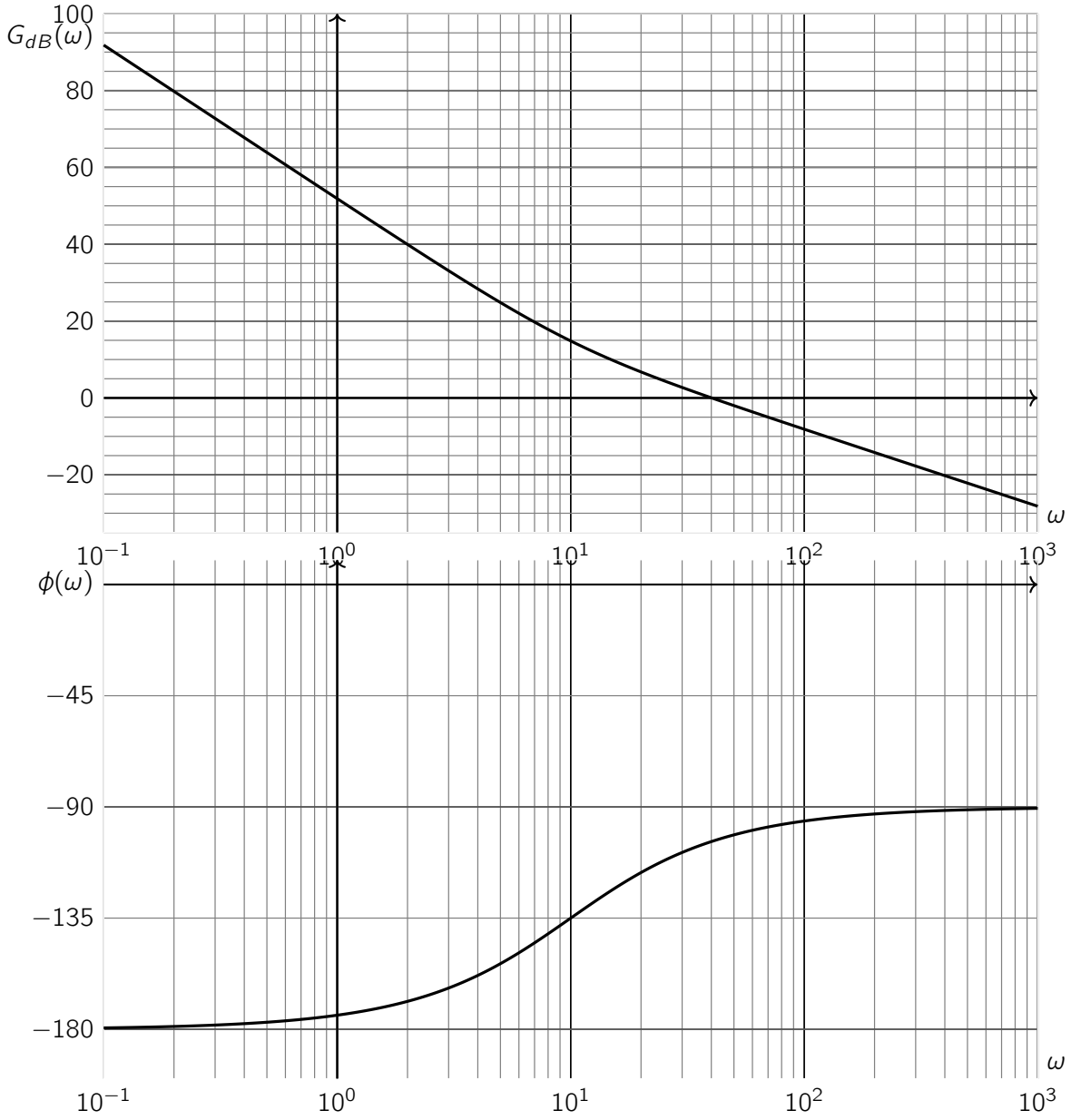
- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

023

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

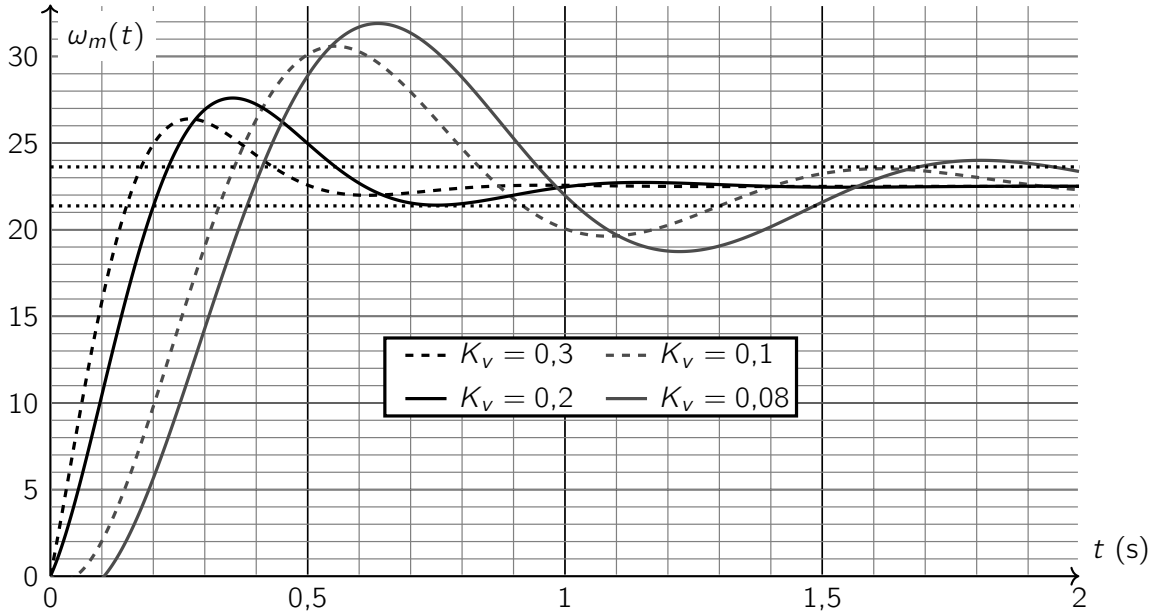
**Q41-** Déterminer les conditions sur $K_v$ et $T_v$ pour que le système soit stable en boucle fermée.

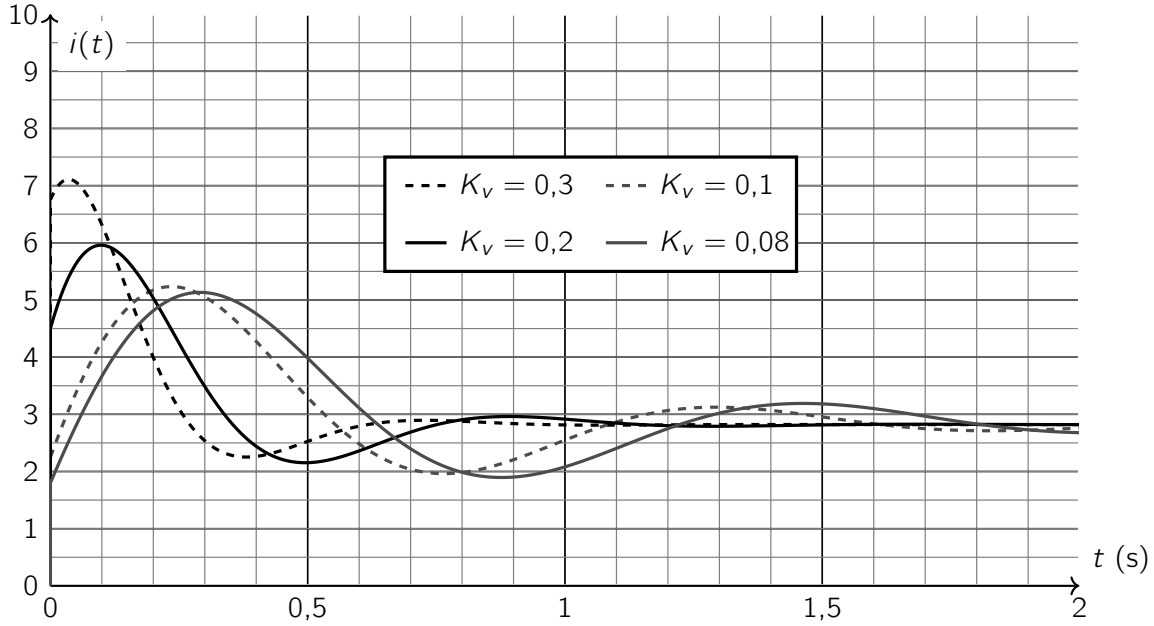
**Q42-** A partir des diagrammes de Bode donnés pour $K_v = 1$ A.rad$^{-1}$.s et $T_v = 0{,}1$ s, déterminer approximativement la valeur minimale (en dB) à imposer à $K_v$, sans modifier $T_v$, pour que la marge de gain et la marge de phase vérifient le cahier des charges de cet asservissement de vitesse.



**Q43-** Grâce aux simulations données dans le cahier réponse, déterminer la valeur de $K_v$ permettant de respecter le cahier des charges (pour $T_v = 0{,}1$ s). Donner la valeur correspondante du pic de courant.

**Remarque :** $K_v$ est exprimé en A.rad$^{-1}$.s



Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.



**Q44-** Déterminer l'expression du temps $t_{95}$ pour atteindre 95% de la vitesse maximale du moteur $\omega_{mmax} = 22{,}5$ rad/s lorsqu'il y a saturation de courant avec $i_q(t) = I_{max}.u(t)$ et un couple résistant $C_r(t) = C_{rmax}.u(t)$ où $C_{rmax} = 2{,}2$ N.m. Déterminer alors la valeur de $I_{max}$ permettant de respecter le cahier des charges.

*plus de place page suivante. . .*

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q45-** Conclure quant au cahier des charges.

Page offerte pour refaire une question. A n'utiliser qu'en cas d'extrême nécessité.

Page offerte pour refaire une question. A n'utiliser qu'en cas d'extrême nécessité.

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Listes et algorithmes de recherche (séquentielle, dichotomique)
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière :
**écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt