Banque PT, France

# Session 2026, filière PT

## Sciences industrielles A

Durée : 5 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie A : étude mécanique de l'ensemble main, poignet et avant-bras lors d'un travail de découpe
- Partie B : étude de la configuration mécanique de l'exosquelette
- Partie C : étude de l'actionnement mécanique d'une articulation
- Partie D : étude de l'asservissement des mouvements de déviation radio-ulnaire
- Partie E : étude du groupe pneumatique

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/banque-pt/pt/2026/si-a

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

# Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

**Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.**

---

## L'usage de calculatrices est interdit.

**Composition du sujet :**

- 1 cahier 33 pages de texte numérotées de **2 à 37** comprenant des annexes à partir de la page **29 à 37** ;
- 1 cahier réponse de 28 pages **à rendre à la fin de l'épreuve**.

**Matériel autorisé** : tous instruments usuels du dessinateur à l'exception de tous les modèles de règles à calcul.

**TOUTE AUTRE DOCUMENTATION EST INTERDITE**

**Avertissement :**

**L'ensemble des réponses sera rédigé exclusivement sur le cahier réponse dans les espaces libres proposés pour chaque question.**

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

**Tournez la page S.V.P**



**Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.**

# Exosquelette d'assistance du poignet

## Contexte d'étude du système

L'évolution des conditions de travail en milieu industriel a un impact important sur la santé des travailleurs, favorisant l'apparition de maladies liées aux activités professionnelles. En particulier, les troubles musculosquelettiques (TMS) sont considérés comme l'un des principaux problèmes sanitaires, sociaux et économiques de ces dernières décennies. Les rapports annuels nationaux et internationaux sur le travail montrent tous des tendances similaires : les déclarations de TMS continuent d'augmenter dans tous les pays du monde. Ils occupent la première place des maladies liées au travail dans la plupart des pays industrialisés.

Les TMS ont un impact sur la santé du travailleur et sur sa capacité à effectuer son travail dans de bonnes conditions. En France, ils sont la deuxième cause de déclaration d'invalidité, avec plus de 10 millions de journées de travail perdues en 2015. Les TMS représentent plus de 80% des maladies professionnelles à déclarer, soit plus d'un million de cas en 2020. Ils concernent un actif sur deux en France [1].

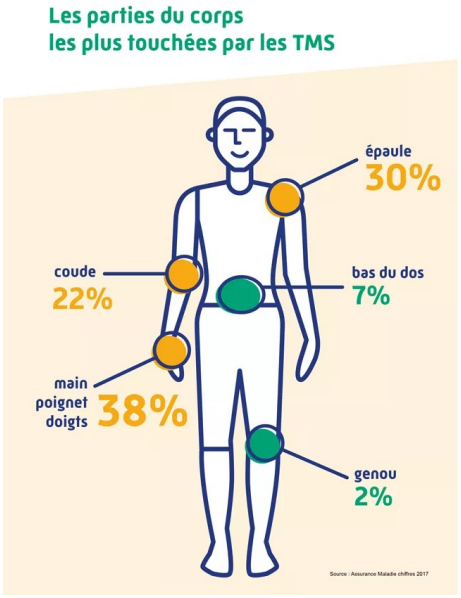



**Figure 1** – Répartition des TMS déclarées en France au cours de l'année 2017 selon le site de l'assurance santé

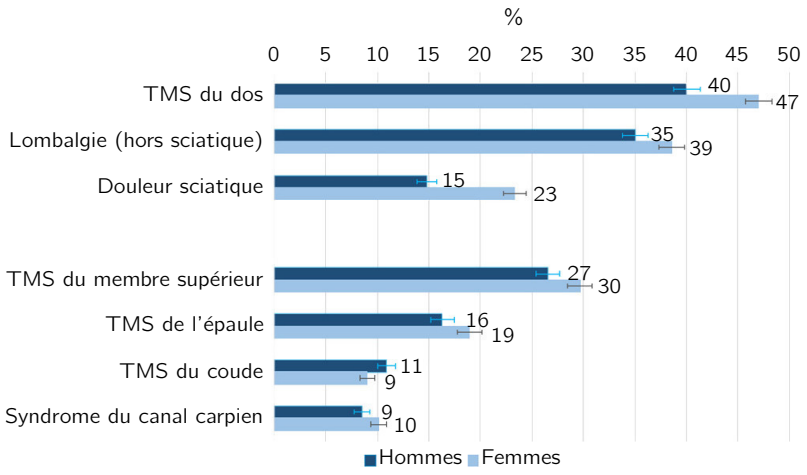



**Figure 2** – Prévalence des TMS chez les 18-64 ans en 2021 selon Santé Publique France

Parmi les facteurs de risques physiques associés à l'apparition des TMS, on peut citer le maintien d'une posture statique inconfortable, des mouvements de bras répétitifs, la réalisation de tâches demandant des efforts importants, ou encore l'exposition à des vibrations. Le support d'étude de ce sujet tend à réduire certains de ces facteurs physiques.

## Présentation du système

L'industrie de la boucherie est un secteur fortement touché par les TMS, en particulier les travailleurs de la découpe de viande. La découpe et le désossage nécessitent des gestes précis, répétitifs et pénibles qui ne peuvent être automatisés. Ces actions entraînent des exigences particulièrement élevées en termes d'effort du poignet,

1. Brière, J., & Fouquet, N. (2024). Prévalence de troubles musculo-squelettiques en France, dans la population générale et dans la population des actifs occupés selon la catégorie socioprofessionnelle et le secteur d'activité (Thèse de doctorat, Santé Publique France)

ce qui est corroboré par la forte prévalence des TMS du poignet chez ces travailleurs. Les interventions ergonomiques classiques sont insuffisantes dans ce cas pour permettre une diminution significative des contraintes biomécaniques subies par l'opérateur.

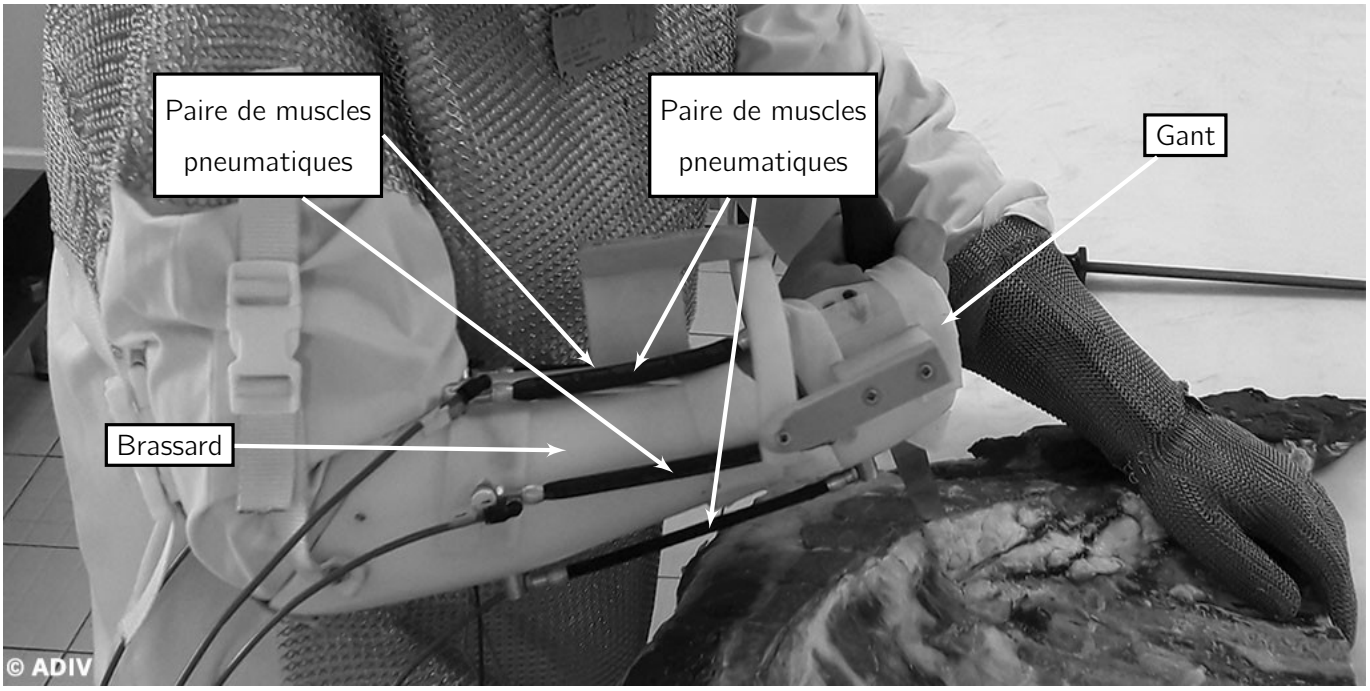



**Figure 3 –** Exosquelette d'avant-bras et de poignet, développé par les sociétés ADIV et LAB4i

Un moyen de diminuer les contraintes subies est d'assister l'opérateur dans son travail. Ainsi, un exosquelette assistant les mouvements du poignet pourrait permettre de réduire les efforts nécessaires à la réalisation de tâches de découpe. L'exosquelette (ou orthèse) présenté sur la **Figure 3** est un exosquelette de découpe développé conjointement par l'ADIV [2] et la société LAB4i [3] et breveté [4].

L'ADIV est un Institut Technique Agro-Industriel (ITAI) et une Société de Recherche sous Contrat (SRC) basée à Clermont-Ferrand, qui propose des prestations sur-mesure de R&D appliquée, d'audit, conseil et formation aux industriels des filières viandes. Elle compte une trentaine de collaborateurs qui proposent des solutions d'innovation collectives et individualisées dans une démarche collaborative avec les industriels du secteur.

LAB4i, créée en 2019, est la filiale innovation du Groupe OVALT (35, Rennes). Sa mission principale est d'aider les filiales du groupe a proposer des produits et services innovants pour leurs clients industriels. La société est constituée d'une dizaine de collaborateurs regroupant l'ensemble des principales compétences du milieu industriels : génie des logiciels, génie informatique, génie automatique, génie électrique et génie mécanique.

L'exosquelette développé est une structure composée d'un brassard se glissant sur l'avant-bras, articulé avec un gant se glissant sur la main de l'opérateur. Une pièce intermédiaire permet de laisser libre 2 degrés de liberté ayant des axes concourants : la flexion-extension du poignet et la déviation radio-ulnaire (abduction-adduction). Ces deux degrés de liberté sont chacun actionnés par une paire de « muscles » pneumatiques antagonistes. Ces actionneurs, qui seront étudiés en détail dans l'une des parties du sujet, sont des actionneurs pneumatiques qui se raccourcissent et génèrent un effort de contraction lorsqu'ils sont mis sous pression. Enfin, deux capteurs d'effort piézorésistifs viennent mesurer l'effort entre la main et le gant, et permettent la régulation de la pression dans les muscles pneumatiques par le biais d'un micro-contrôleur et de manodétendeurs.

L'objectif de ce sujet est d'appréhender, par une approche simplifiée, quelques-uns des éléments spécifiques au développement d'un tel exosquelette. Les valeurs numériques seront introduites au fur et à mesure des besoins.

2. www.adiv.fr
3. www.groupe-ovalt.com/lab4i/
4. Alric M, Peyron A (2020). Device for Supporting at Least one Rotational Movement of a User's Wrist (International Patent WO/2020/174152)

Les figures, modélisations et valeurs numériques utilisées ne sont que des illustrations du système réel et n'engagent en aucune façon l'ADIV et LAB4i. Elles sont uniquement proposées par les concepteurs de cette épreuve afin d'appréhender de manière plausible les grandes lignes du fonctionnement et d'étudier les problématiques associées à ce type d'exosquelette. Les concepteurs du sujet remercient l'ADIV et LAB4i pour leur autorisation d'usage de ce support.

Pour quantifier l'efficacité du système étudié, il lui est associé les spécifications des **Tableau 1 - page 29** et **Tableau 2 - page 30**.

## Structure du sujet

L'étude se structure en 5 parties indépendantes. La première partie porte sur l'étude des efforts générés par un opérateur lors d'un travail de découpe et sur la nécessité de lui apporter une assistance afin de réduire le risque de trouble musculo-squelettique. La deuxième partie porte sur l'étude cinématique d'un exosquelette et sa compatibilité avec l'avant-bras d'un opérateur. La troisième partie permet d'obtenir un modèle dynamique d'une articulation à partir d'une commande en pression de muscles antagonistes. La partie suivante porte sur la régulation d'une telle articulation. Enfin, la dernière partie cherche à valider le dimensionnement du groupe pneumatique, source d'énergie du système d'assistance.

## Travail demandé

Après une lecture attentive du sujet (environ 20 min), il est proposé au candidat une étude articulée autour de trois parties indépendantes (les durées indiquées correspondent au poids relatif de chacune d'elles) :

- Partie A : Étude mécanique de l'ensemble main, poignet et avant-bras lors d'un travail de découpe (40 min)
- Partie B : Étude de la configuration mécanique de l'exosquelette (1h10)
- Partie C : Étude de l'actionnement mécanique d'une articulation (1h10)
- Partie D : Étude de l'asservissement des mouvements de déviation radio-ulnaire (1h10)
- Partie E : Étude du groupe pneumatique (30 min)

# Applications numériques et notations

## Applications numériques

Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, **une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques**.

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, vous pourrez faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final. Par exemple, dans le calcul suivant, qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m·s$^{-2}$, on pourra prendre :

$$\frac{\pi^2}{2} \times \frac{100}{24} \times (5 + 3\ 10^{-2}) \times g \approx \frac{10}{2} \times 4 \times 5 \times 10 = 1000 \text{ m·s}^{-2}$$

## Notations

Pour simplifier les notations dans ce sujet, le référentiel correspondant à un repère $\mathcal{R}_i$ est lui aussi désigné par $\mathcal{R}_i$. Les torseurs cinématique, cinétique et dynamique du mouvement du solide **j** par rapport au solide **i** (ou par rapport au référentiel $\mathcal{R}_i$ lié à celui-ci), exprimés en $A$, sont notés respectivement :

$$\mathcal{V}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(j/i)} \\ \vec{V}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A \quad , \quad \mathcal{C}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{p}_{(j/i)} \\ \vec{\sigma}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\gamma}_{(j/i)} \\ \vec{\delta}_{(A,j/i)} \end{array} \right\}_A$$

Le torseur des actions mécaniques exercées par le solide **i** sur le solide **j**, exprimé en $A$, est noté :

$$\mathcal{F}_{i\to j} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i\to j} \\ \vec{M}_{(A,\, i\to j)} \end{array} \right\}_A$$

Si le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques précédents sont exprimés en projection dans une base orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, on utilisera les notations :

$$\mathcal{V}_{j/i} = \left\{ \begin{array}{cc} p_{ji} & u_{ji} \\ q_{ji} & v_{ji} \\ r_{ji} & w_{ji} \end{array} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{j\to i} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{array} \right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les dérivées première et seconde d'une quantité $x(t)$ par rapport au temps pourront être notées indifféremment :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Enfin, on notera, lorsque cela est possible, une fonction dans le domaine temporel par une lettre minuscule (e.g. $i(t)$) et sa transformée de Laplace par une lettre majuscule (soit $I(p)$).

# PARTIE A — Étude mécanique de l'ensemble main, poignet et avant-bras lors d'un travail de découpe

**Objectif :** Définir et quantifier le couple d'assistance que doit fournir l'exosquelette au niveau de la *déviation radio-ulnaire* pour une tâche de découpe représentative de l'activité de l'opérateur.

## A.1 Anatomie du bras

### A.1.1 Simplifications anatomiques

Lors du travail de découpe de viande par un opérateur, il serait illusoire de pouvoir tenir compte de toutes les classes d'équivalence cinématique impliquées dans le mouvement. En effet, l'ensemble que l'on peut simplifier en {avant-bras, poignet, main} est composé d'un très grand nombre d'os.

On ramène donc l'étude d'un bras à un ensemble de trois solides indéformables : la main, le poignet et l'avant-bras. Pour cet ensemble, on définit deux degrés de liberté (voir **Figure 31 - page 31** et **Figure 33 - page 31**), l'un représentant la flexion-extension entre le poignet et l'avant-bras, l'autre la déviation radio-ulnaire entre la main et le poignet.

### A.1.2 Paramétrage de l'ensemble {avant-bras, poignet, main}

L'**Annexe C.2.1** donne le paramétrage de l'ensemble {avant-bras, poignet, main} et on en présente ici les principaux repères associés :

- **l'avant-bras :** solide 0 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Ce repère sera assimilé dans cette partie à un référentiel galiléen ;
- **le poignet :** solide 1 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le poignet 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec l'avant-bras 0.
  On note $\alpha$ l'angle de flexion-extension tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ ;
- **la main (+ couteau) :** solide 2 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$. La main 2 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_1)$ avec le poignet 1.
  On note $\beta$ l'angle de déviation radio-ulnaire tel que $\beta = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ et $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$.

## A.2 Étude du couple de déviation radio-ulnaire lors d'un travail de découpe

On suppose que le poignet 1 est de masse négligeable, et que l'ensemble 2, i.e. {main + couteau}, est de masse $m_2$. On donne la matrice d'inertie de l'ensemble 2 au point $O$ :

$$\mathbb{I}(O,2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

On donne ensuite la position du centre de masse de l'ensemble 2 : $\overrightarrow{OG_2} = L_1.\vec{x}_2 - L_2.\vec{z}_2$.

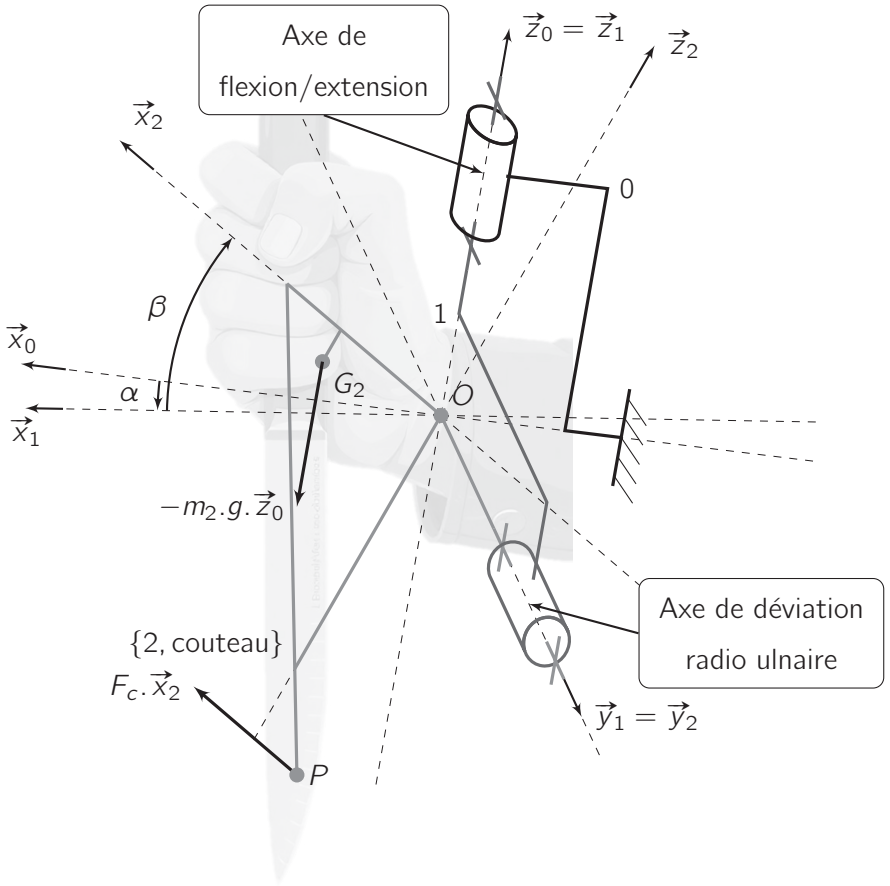



**Figure 4 –** Schéma simplifié de l'ensemble {avant-bras, poignet, main}

Le couteau subit une force de coupe au point $P$ défini par $\overrightarrow{OP} = L_3.\vec{x}_2 - L_4.\vec{z}_2$. Cette force est exprimée de la manière suivante :

$$\mathcal{F}_{F_c \to 2} = {}_P\left\{ \begin{array}{c} F_c.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

L'ensemble 2 est également soumis à son propre poids (poids du couteau et de la main) :

$$\mathcal{F}_{g \to 2} = {}_{G_2}\left\{ \begin{array}{c} -m_2.g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Enfin, on modélise l'action des muscles du poignet comme deux couples $C_0$ (flexion-extension) et $C_1$ (déviation radio-ulnaire) appliqués sur chacun des degrés de liberté du poignet :

$$\mathcal{F}_{C_0 \to 1} = {}_O\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_0.\vec{z}_0 \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{C_1 \to 2} = {}_O\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_1.\vec{y}_1 \end{array} \right\}$$

**Q1-** Déterminer l'expression au point $O$ du moment cinétique $\vec{\sigma}_{(O,2/0)}$ de l'ensemble 2 dans son mouvement par rapport à l'avant-bras 0.

**Q2-** Déterminer l'expression de $\vec{\delta}_{(O,2/0)} \cdot \vec{y}_2$, la projection sur $\vec{y}_2$ du moment dynamique $\vec{\delta}_{(O,2/0)}$ de l'ensemble 2 dans son mouvement par rapport à l'avant-bras 0, exprimé au point $O$ .

**Q3-** Déterminer au point $O$, l'expression du torseur mécanique de la force de coupe $\mathcal{F}_{F_c \to 2}$ ainsi que celle du torseur de l'action mécanique de la gravitation $\mathcal{F}_{g \to 2}$ sur l'ensemble 2.

**Q4-** A l'aide du théorème de votre choix, écrire une équation d'équilibre permettant d'obtenir le couple $C_1$ dû à l'action des muscles sur l'axe de déviation radio-ulnaire.

Après avoir obtenu une équation permettant d'évaluer le couple articulaire de déviation radio-ulnaire que doit fournir l'opérateur lors d'une tâche de coupe, un cas particulier est étudié, en supposant que les effets dynamiques sont négligeables devant la force de coupe et celle de la pesanteur.

Dans ce cas particulier, on fait l'hypothèse que le poignet n'est pas en flexion ($\alpha = 0$) mais avec une déviation

radiale relativement élevée ($\beta = -\frac{\pi}{18}$ ; $\cos(\beta) \approx 1$ et $\sin(\beta) \approx 0{,}17$). On associe à la main et au couteau des dimensions moyennes : $L_1 = 0{,}1$ m, $L_2 = 0{,}05$ m, $L_4 = 0{,}2$ m, $m_2 = 0{,}5$ kg.
La force de coupe est estimée à $F_c = 30$ N.

**Q5-** Dans cette configuration spécifique et en condition quasi-statique, déterminer le couple de déviation radio-ulnaire que doit fournir l'opérateur.

Des travaux expérimentaux ont permis de mesurer la force maximale que le poignet peut développer pour différentes configurations articulaires sur un ensemble d'individus sans entraînement particulier[1]. La **Figure 5** représente les résultats moyens obtenus pour des hommes lors de ces tests. La caractéristique obtenue est une caractéristique couple-angle, le couple maximal étant dépendant de la configuration articulaire.

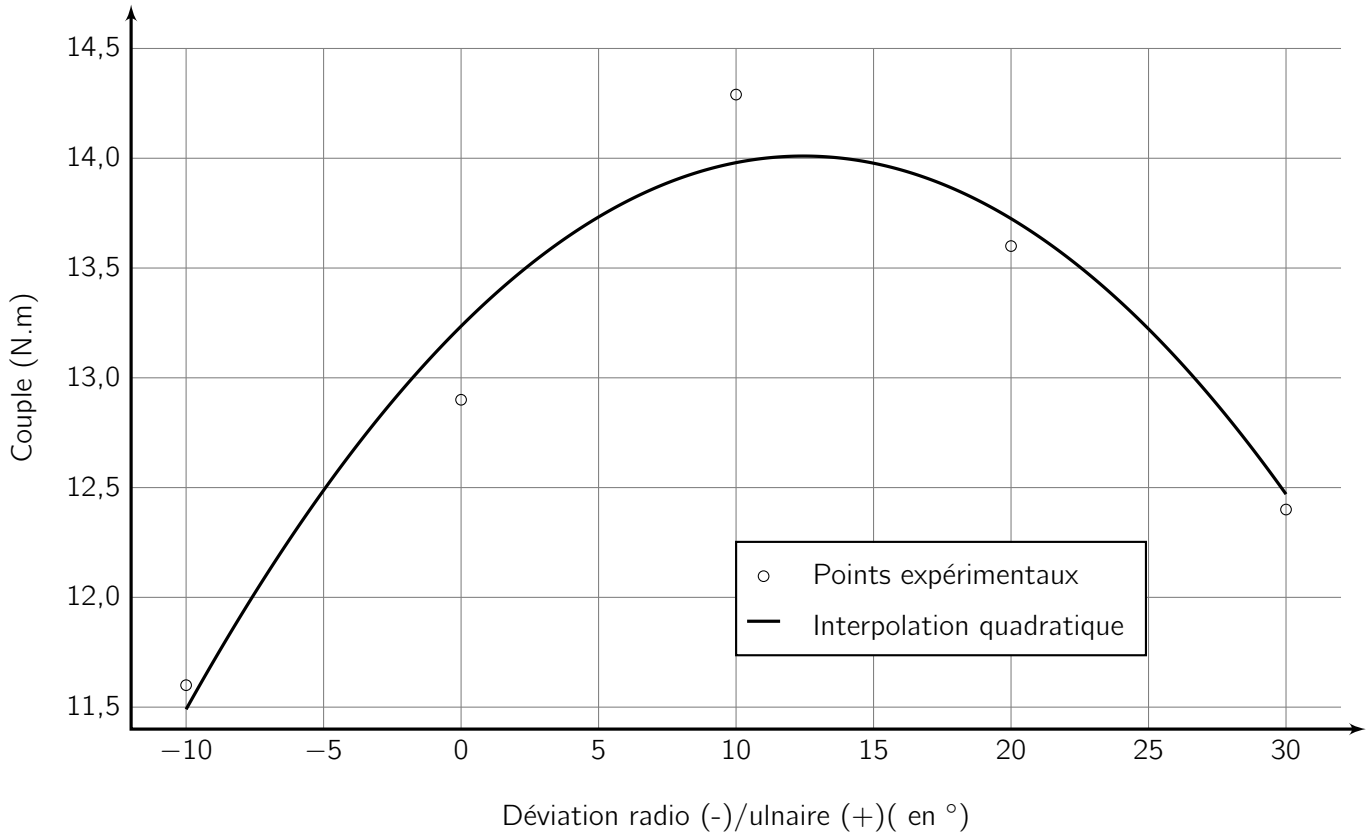



**Figure 5 –** Couple maximal de déviation radio-ulnaire développé par un homme en moyenne

Les recommandations ergonomiques de l'INRS[2] prévoient que les efforts réalisés par les opérateurs restent toujours inférieures à 20% de leurs capacités maximales, sur des tâches effectuées de manière journalière.

**Q6-** En supposant que la courbe **Figure 5** soit représentative des capacités d'un opérateur, déterminer le couple maximal qu'il peut développer dans le cas particulier étudié **Q5**, et en déduire le couple que doit fournir l'exosquelette dans cette situation pour valider l'exigence Id 1.1 du diagramme des exigences (**req**) donnée **Tableau 2 - page 30**.

1. Données issues de l'article : Xia, T., and Frey–Law, L. A. (2015). Wrist joint torque–angle–velocity performance capacity envelope evaluation and modelling. International Journal of Human Factors Modelling and Simulation, 5(1), 33-52.
2. Les troubles musculosquelettiques du membre supérieur (TMS-MS), guide pour le préventeur, ED 957, INRS

# PARTIE B — Étude de la configuration mécanique de l'exosquelette

**Objectif :** Déterminer les conditions cinématiques permettant de rendre compatible le mouvement du bras avec celui de l'exosquelette.

L'étude conduite dans la **Partie A** montre que pour respecter les recommandations liées aux efforts des opérateurs sur des tâches répétitives journalières, il faut parfois recourir à une assistance extérieure en utilisant, par exemple, un exosquelette.

## B.1 Composition de l'exosquelette

### B.1.1 Description des pièces mécaniques

L'exosquelette étudié se compose de trois parties principales :

- **le brassard :** il est lié à l'avant-bras ;
- **le gant :** la main vient s'y loger ;
- **l'arc :** partie reliant le gant au brassard via deux liaisons pivot.

L'exosquelette se compose aussi de deux paires de muscles pneumatiques montés en association agoniste/antagoniste comme le montre le schéma de la **Figure 3 - page 3**. Une des paires fournit l'assistance pour le mouvement d'extension/flexion et l'autre pour celui de déviation ulnaire ou radiale.

### B.1.2 Paramétrages de la main et de l'exosquelette

Pour analyser les mouvements relatifs des parties du corps et des pièces de l'exosquelette, on donne le paramétrage du bras en **Annexe C.2.1** et celui de l'exosquelette **Annexe C.2.2**.

Le point $O$ est associé à l'origine des repères liés au bras (solides 0, 1 et 2) et le point $O_e$ à celui des repères liés à l'exosquelette, également appelé orthèse (solides 3, 4 et 5).

## B.2 Réglage de l'orthèse par rapport au bras de l'opérateur

Afin de rendre l'orthèse compatible avec le mouvement de la main par rapport à l'avant-bras de l'opérateur, quelques réglages s'imposent.

**Q7-** A partir du paramétrage, déterminer l'expression du torseur cinématique $\mathcal{V}_{2/0}$ du mouvement de la main 2 par rapport à l'avant-bras 0 ainsi que l'expression du torseur cinématique $\mathcal{V}_{5/3}$ du mouvement du gant 5 par rapport au brassard 3.

### B.2.1 Hypothèse d'un encastrement main/gant et avant-bras/brassard

Dans un premier temps, on considère que la main est solidaire du gant et que l'avant-bras est solidaire du brassard. On cherche donc à déterminer les conditions qui rendent compatible le mouvement de la main par rapport à l'avant-bras avec le mouvement du gant par rapport au brassard (voir **Figure 6**).

**Q8-** Quelle(s) condition(s) géométrique(s) *(et non cinématique(s) !!)* **minimales** imposer pour que le mouvement de l'orthèse soit compatible avec celui de toute la partie avant du bras ?

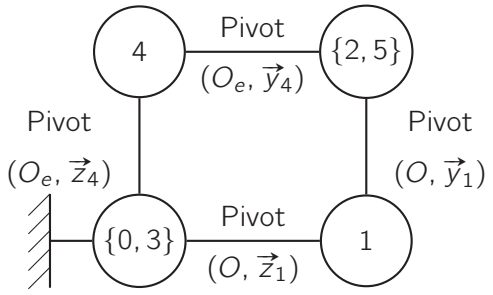



**Figure 6 –** Graphe des liaisons du bras de l'opérateur et de l'exosquelette sous l'hypothèse d'un encastrement main/gant et avant-bras/brassard

Indépendamment du résultat de la question précédente, on impose que la main et le gant sont solidaires avec coïncidence des repères ($\mathcal{R}_4 = \mathcal{R}_1$).

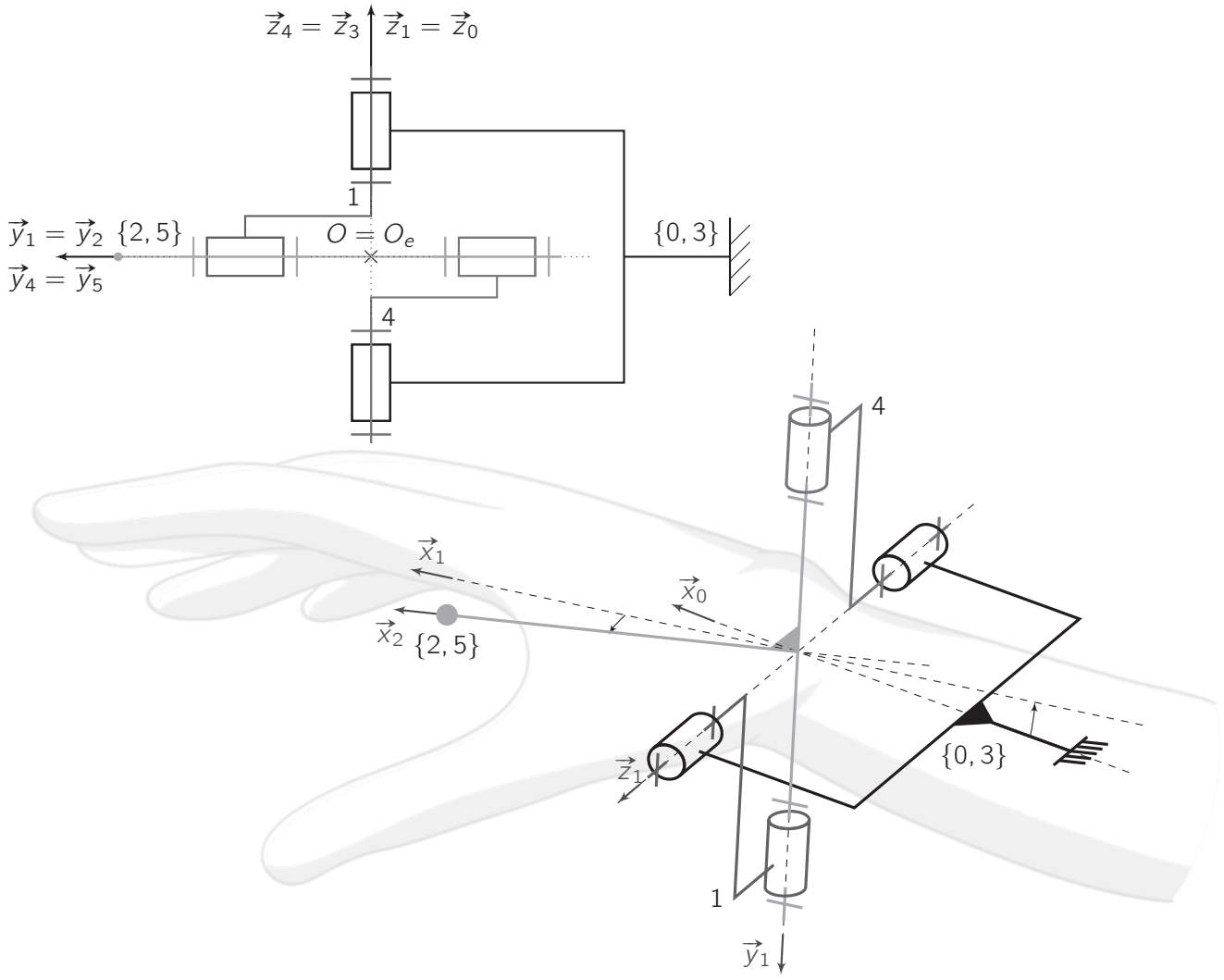



**Figure 7 –** Schémas cinématiques du bras et de l'exosquelette dans le cas où $\mathcal{R}_4 = \mathcal{R}_1$

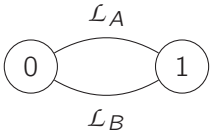
**Q9-** En prenant en considération la coïncidence des repères ($\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_4$), déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme présenté **Figure 7**. Quelle(s) conséquence(s) cela peut avoir ?

### B.2.2 Recherche d'un modèle isostatique

Dans cette partie, on considère que le gant n'est plus solidaire de la main et que le brassard n'est plus solidaire de l'avant bras. Pour fixer l'exosquelette sur le bras de l'opérateur, on introduit deux liaisons sphère-plan (ou ponctuelles) et dans un premier temps, on cherche à démontrer que l'association de ces deux liaisons en parallèle est équivalente à une liaison cylindre-plan (linéaire rectiligne).

On se place alors dans le cadre élémentaire du mécanisme défini par le graphe des liaisons ci-contre, avec $\overrightarrow{AB} = L.\vec{x}_0$ et :

- $\mathcal{L}_A$ = ponctuelle au point $A$ de normale $\vec{z}_0$ ;
- $\mathcal{L}_B$ = ponctuelle au point $B$ de normale $\vec{z}_0$.




**Q10-** Par une approche à partir des torseurs cinématiques ou une approche à partir des torseurs des actions transmissibles, déterminer rigoureusement la liaison équivalente $\mathcal{L}_{eq}$ entre 1 et 0.

**Q11-** Compléter les deux schémas cinématiques de l'ensemble $\{1, 2\}$ avec pour l'un, les liaisons $\mathcal{L}_A$ et $\mathcal{L}_B$ et pour l'autre, la liaison équivalente.

Avec l'introduction des deux liaisons cylindre-plan, le graphe des liaisons de la **Figure 6** évolue pour devenir celui de la **Figure 8**.

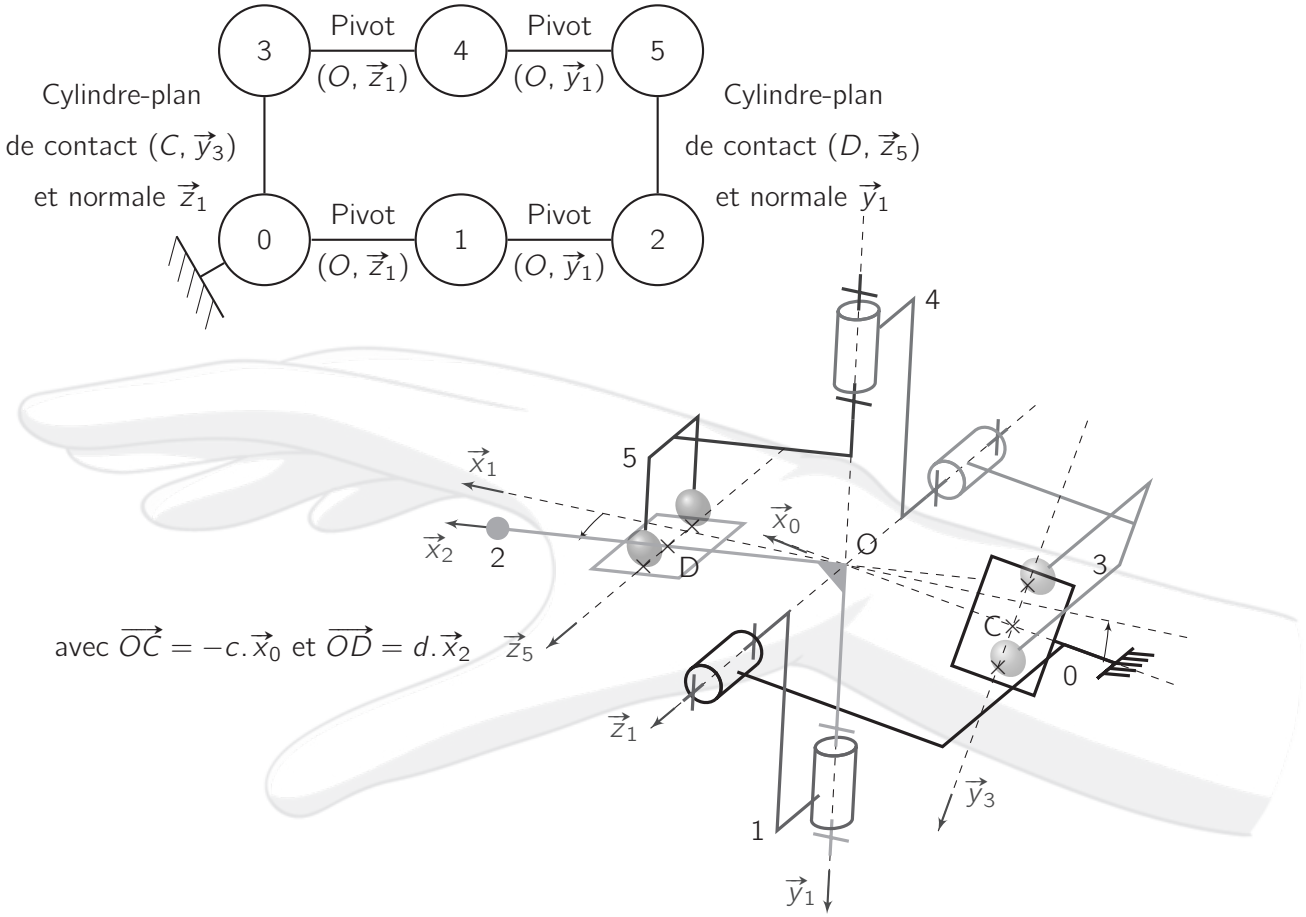



**Figure 8 –** Graphe des liaisons et schéma cinématique du bras de l'opérateur et de l'orthèse avec plus de mobilité

**Q12-** En justifiant la démarche, déterminer le nombre de contraintes de montage du nouveau mécanisme. Les exigences 1.3.1 et 1.3.2 du diagramme des exigences (**req**) du **Tableau 2 - page 30** sont-elles validées ?

## B.3 Étude des longueurs des muscles lors de l'orientation du gant vis-à-vis du brassard

**Objectif :** Établir le lien entre l'orientation de la main par rapport à l'avant-bras et les longueurs des muscles pneumatiques.

### B.3.1 Points d'ancrage des actionneurs pneumatiques

Les muscles pneumatiques sont attachés d'une part au brassard et d'autre part au gant. Afin de déterminer la longueur de chacun des muscles en fonction de la position du gant par rapport au brassard, la **Figure 9** définit la position des points $A_i$ (ancrage muscle/brassard) et des points $B_i$ (ancrage muscle/gant) pour chacun des muscles $i$. La **Figure 10** est le modèle cinématique associé à la **Figure 9**.

$$\overrightarrow{OO_b} = -L_b.\vec{x}_0 \left| \begin{array}{l} \overrightarrow{O_bA_1} = -R_v.\vec{y}_0 \; ; \overrightarrow{O_bA_2} = R_v.\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_bA_3} = R_v.\vec{y}_0 \quad ; \overrightarrow{O_bA_4} = -R_v.\vec{z}_0 \end{array} \right\| \overrightarrow{OO_g} = L_g.\vec{x}_2 \left| \begin{array}{l} \overrightarrow{O_gB_1} = -R_v.\vec{y}_2 \; ; \overrightarrow{O_gB_2} = R_v.\vec{z}_2 \\ \overrightarrow{O_gB_3} = R_v.\vec{y}_2 \quad ; \overrightarrow{O_gB_4} = -R_v.\vec{z}_2 \end{array} \right.$$

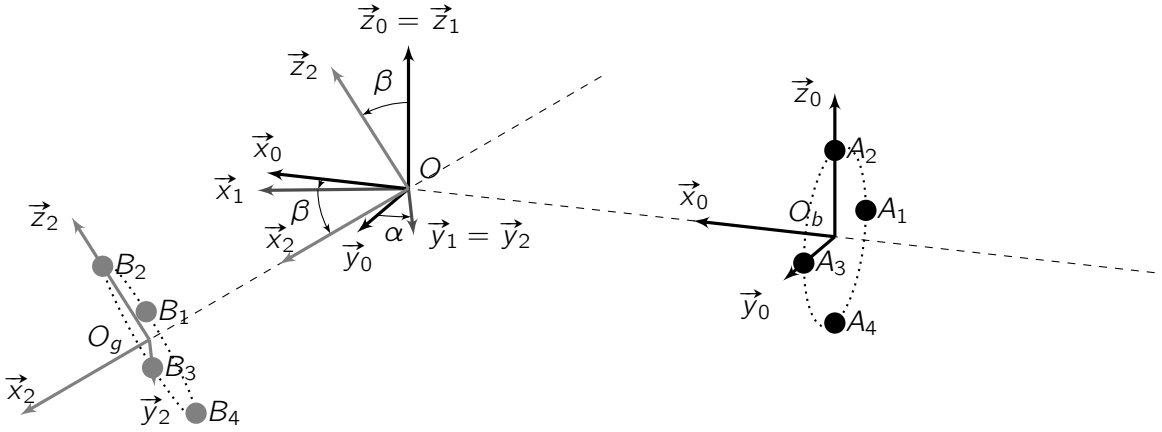



**Figure 9 –** Paramétrage permettant de définir les points d'ancrage des muscles pneumatiques

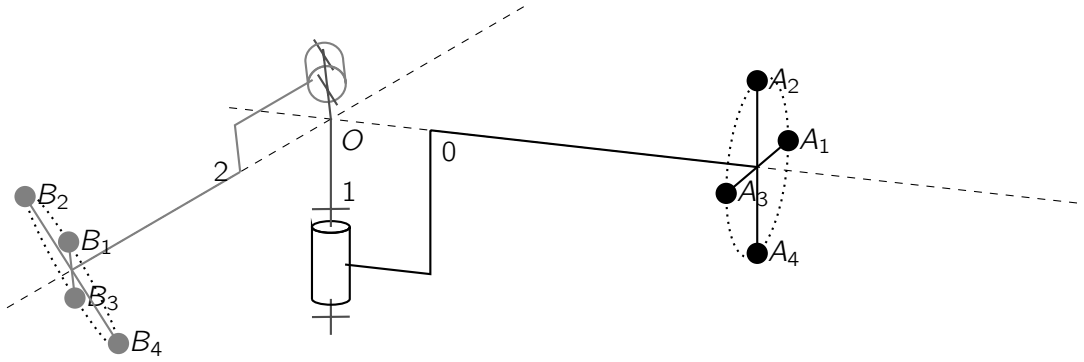



**Figure 10 –** Schéma cinématique de l'ensemble {brassard, arc, gant} et points d'ancrages des muscles

On cherche ici à déterminer la longueur d'un muscle en fonction de l'orientation du gant par rapport au brassard. Pour cela, on s'intéresse à un muscle $i$ reliant le point $A_i$ au point $B_i$. On note $\lambda_i$ la longueur de ce muscle tel que $\lambda_i = \left\| \overrightarrow{A_iB_i} \right\|$.

### B.3.2 Loi entrée-sortie lors d'un mouvement de flexion-extension

On s'intéresse dans un premier temps au simplement mouvement de flexion-extension pour lequel l'angle de déviation radio-ulnaire est nul ($\beta = 0°$ d'où $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$).

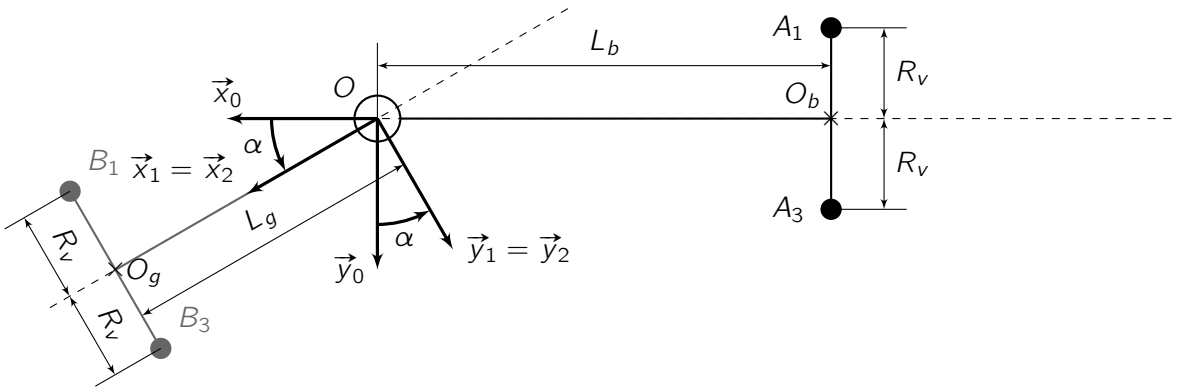



**Figure 11 –** Paramétrage des points d'ancrage lors d'un mouvement de flexion-extension

**Q13-** A partir du paramétrage donné **Figure 11** lors d'un mouvement de flexion-extension, déterminer l'expression de $\lambda_1$ définie par $\lambda_1 = \left\|\overrightarrow{A_1B_1}\right\|$.

### B.3.3 Loi entrée-sortie dans le cas général

Dans le cas plus général d'un mouvement de déviation radio-ulnaire combiné à un mouvement de flexion-extension, le paramétrage de la **Partie B.3.1** permet de montrer que pour $\lambda_2 = \left\|\overrightarrow{A_2B_2}\right\|$ :

$$\lambda_2^2 = 2.R_v^2 + L_b^2 + L_g^2 + 2.R_v.\left(L_g.\sin(\beta) - R_v.\cos(\beta)\right) + 2.L_b.\left(L_g.\cos(\beta) + R_v.\sin(\beta)\right).\cos(\alpha) \quad \text{(B.1)}$$

**Q14-** Par un raisonnement simple, donner l'expression de $\lambda_4 = \left\|\overrightarrow{A_4B_4}\right\|$, longueur du segment $[A_4, B_4]$.

### B.3.4 Méthodes numériques

Comme le met en évidence la relation (B.1), les expressions des longueurs des muscles en fonction des angles de flexion-extension et de déviation radio-ulnaire ne sont guère linéaires. Pour simplifier l'étude, il convient d'avoir recours à des méthodes numériques.

Lors de la phase de dimensionnement, pour obtenir la longueur maximale $\lambda_{2-max} = \max\left(\lambda_2(\beta)\right)$ **lorsque** $\alpha = 0°$, on peut utiliser une méthode de Newton associée à un problème du type « *déterminer $\beta$ tel que $f(\beta) = 0$* ».

**Remarque :** si $\lambda_2 > 0$ et $\lambda_{2-max} = \max_{\beta}\left(\lambda_2(\beta)\right)$, alors $\lambda_{2-max}^2 = \max_{\beta}\left(\lambda_2^2(\beta)\right)$.

**Q15-** A partir de l'expression de $\lambda_2^2$ donnée par l'équation (B.1), proposer une expression de $f$ permettant de déterminer $\lambda_{2-max}$ à partir d'une méthode de Newton.

La méthode de Newton est une méthode itérative.

**Q16-** Après avoir rappelé la relation de récurrence liant $\beta_{n+1}$ à $\beta_n$ dans l'algorithme de Newton, écrire une fonction `newton(f, fp, beta_0, eps=10**-8)` prenant en argument `f`, une fonction dont on cherche le zéro, `fp` sa fonction dérivée, `beta_0` un premier candidat pour le processus itératif et `eps`, une valeur de tolérance associée à un critère d'arrêt de l'algorithme lié à $|f(\beta)|$.

Une approche graphique peut aussi être conduite. Avec $R_v = 30$ mm, $L_g = 100$ mm et $L_b = 193$ mm, la **Figure 12** donne ainsi l'évolution de la longueur $\lambda_2$ entre les deux points d'accroche du muscle 2, en fonction

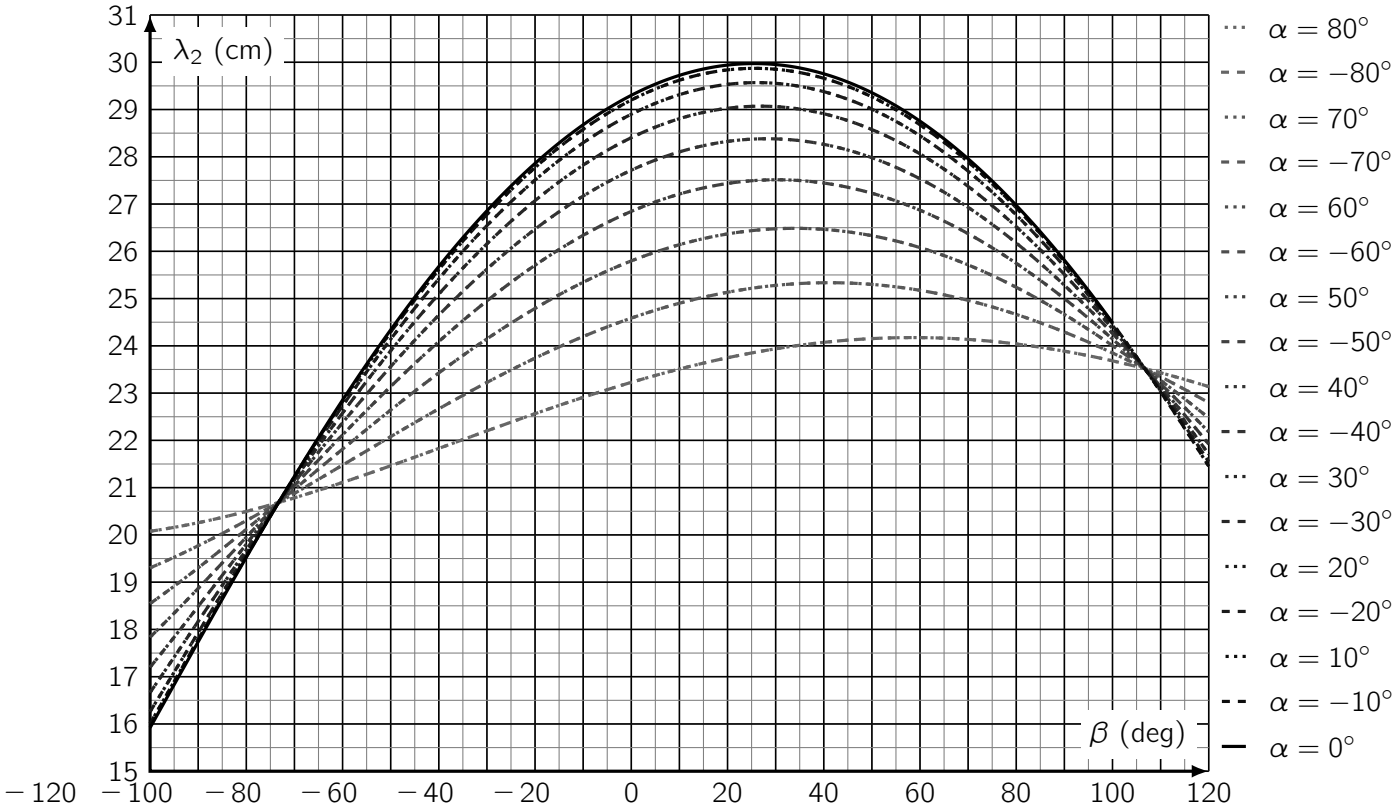



**Figure 12 –** Évolution de la longueur $\lambda_2(\alpha, \beta)$ entre les deux points d'accroche du muscle pneumatique 2

de l'angle $\beta$ de flexion/extension et pour différentes valeurs de l'angle $\alpha$ de déviation ulnaire ou radiale.

**Q17-** A partir de (B.1) et des valeurs de $\alpha$ choisies pour tracer $\lambda_2(\beta)$ au niveau de la **Figure 12**, justifier que des courbes soient superposées et que le maximum de la longueur $\lambda_2$ semble être obtenu pour $\alpha = 0°$.

Le catalogue constructeur présenté **Tableau 3 - page 33** donne les caractéristiques des muscles pneumatiques DMSP-5-100N choisis, notamment le pourcentage de contraction maximal.

**Q18-** Déterminer graphiquement $\lambda_{2-max}$ et à partir du pourcentage de contraction maximale, déterminer la plage d'évolution de l'angle $\beta$ de déviation radio-ulnaire quand $\alpha = 0°$. L'exigence Id 1.2.3.1 est-elle alors satisfaite (rappel en **Figure 13**) ? Qu'en est-il de l'exigence Id 1.2.3.2 ?

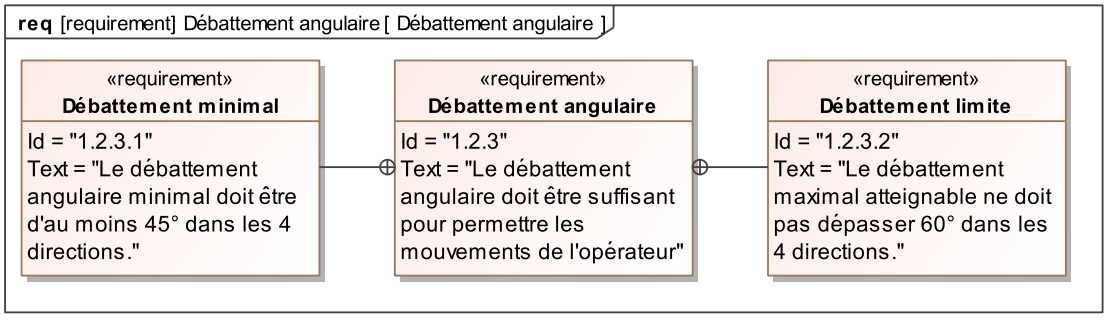



**Figure 13 –** Rappel de l'exigence Id 1.2.3

# PARTIE C — Étude de l'actionnement mécanique d'une articulation

**Objectif :** Déterminer le couple d'assistance fourni par l'exosquelette à l'opérateur, en fonction de la plage angulaire de travail. Déterminer le modèle dynamique d'une articulation actionnée par des muscles antagonistes.

## C.1 Caractérisation des actionneurs

Les muscles pneumatiques utilisés dans l'exosquelette sont des muscles de McKibben. Les muscles de McKibben sont des muscles pneumatiques utilisés notamment en robotique pour leur rapport poids/puissance très avantageux et leur compliance naturelle (cf exigences Id 1.2.2 et Id 1.3.3). Le principe de fonctionnement d'un muscle de McKibben est simple. Le muscle est constitué d'une gaine de caoutchouc entourée d'une tresse en tissu (ou en plastique), sertie avec deux embouts à chaque extrémité:



**Figure 14 –** Muscle pneumatique (Catalogue FESTO)

Lorsque l'on injecte de l'air sous pression dans la gaine, elle se gonfle et l'angle de tresse augmente : on a alors une contraction du muscle que l'on peut maitriser (en fonction de la pression dans la gaine). On retrouve de tels actionneurs sur des robots en contact avec l'homme : en effet, ces actionneurs sont dits « compliants » (souples) et permettent donc une interaction humain/robot sans danger.

La force générée par le muscle peut s'exprimer théoriquement de la manière suivante :

$$F_c = g.\frac{\pi.r_0^2}{\lambda_0^2}.P\left(a.(\lambda_0 - k.\delta\lambda)^2 - \lambda_0^2.b\right) \quad \text{(C.1)}$$

- $F_c$ : Force de contraction développée par le muscle artificiel (Newton)
- $P$ : Pression à l'intérieur du muscle artificiel (Pa)
- $r_0$ : Rayon initial du muscle (m)
- $g$ : 9,81 m.s$^{-2}$
- $a, b$ : Constantes fonctions de l'angle de tresse initial $\alpha_0$, avec $a = 3/\left(\tan^2(\alpha_0)\right)$ et $b = 1/\left(\sin^2(\alpha_0)\right)$
- $k$ : Paramètre de tresse
- $\lambda_0$ : Longueur au repos du muscle (m)
- $\delta\lambda$ : Contraction du muscle ($\delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$ en m)

La force développée par le muscle dépend donc de la pression et de la contraction du muscle.

On s'intéresse à présent à l'un des muscles de l'articulation de déviation radio-ulnaire. On rappelle que c'est un muscle DMSP-5-100N de marque FESTO (cf **Annexe D**). La **Figure 36 - page 32** donne les courbes caractéristiques du muscle, c'est-à-dire l'évolution de la force générée en fonction de la contraction de la longueur nominale, pour différentes pressions de fonctionnement.

Il est possible de simplifier la relation (C.1) dans la mesure où la contraction du muscle reste faible devant sa longueur au repos. Dans ce cas, la relation entre l'effort généré par le muscle et la contraction devient

linéarisable (C.2) :

$$F_c = P.(F_{c_0} - K.\delta\lambda) \qquad \text{(C.2)} \qquad \text{avec : } \begin{matrix} F_{c_0} : \text{Force isométrique maximale unitaire} \\ K : \text{Raideur apparente du muscle} \end{matrix}$$

**Q19-** Donner les unités des paramètres $F_{c_0}$ et $K$ de l'équation (C.2).

**Q20-** Tracer, sur le **Cahier réponses**, l'allure d'une caractéristique Force-Contraction linéarisée pour une pression constante. Mettre en évidence les paramètres $P$, $K$ et $F_{c_0}$ sur le graphe.

On a obtenu, à l'aide d'un dispositif de mise en charge (mesurant la charge imposée au muscle, la pression, et le niveau de contraction du muscle), des données expérimentales stockées sur un ordinateur sous la forme d'un fichier texte contenant en première colonne la valeur de la force et en deuxième colonne la contraction au cours du temps.

**Q21-** Compléter le code dans le **Cahier réponses** afin de tracer la caractéristique théorique du muscle pour pouvoir la comparer à la caractéristique expérimentale obtenue sous une pression de 2 bars.

## C.2 Modèle dynamique de l'actionnement musculaire

A présent, on va chercher à modéliser le comportement dynamique des muscles ainsi que d'une articulation. Lors d'une contraction, les frottements visqueux associés au muscle ne sont plus négligeables. La force qu'il développe peut alors être écrite de la manière suivante :

$$F_{tot} \quad = \quad F_c + F_f = P.(F_{c_0} - K.\delta\lambda) - \mu.\frac{\mathrm{d}\delta\lambda}{\mathrm{dt}} \qquad \text{(C.3)}$$

**Remarque :** on rappelle que $\delta\lambda > 0$ lorsque le muscle se contracte.

Les muscles de McKibben ne peuvent que tirer, ils sont dits unidirectionnels. Pour actionner une liaison pivot, il est donc nécessaire de monter une paire de muscles antagonistes (ayant des actions opposées) pour pouvoir faire bouger la liaison dans les deux sens. Le montage est réalisé tel que présenté à la **Figure 15**. Pour pouvoir faire fonctionner correctement (et notamment asservir) une telle articulation, il est nécessaire d'en connaitre le comportement dynamique.

A l'état initial, l'articulation est à l'équilibre : les deux muscles sont alimentés à une pression $P_0$ et sont tous deux contractés de $\delta\lambda_0$ ($\delta\lambda_0 > 0$). Pour actionner la liaison, on envoie un échelon de pression $\delta P$ de signe opposé dans chaque muscle. Il en résulte une contraction et une détente dans les muscles 1 et 2.

Les muscles sont attachés de part et d'autre à une poulie de rayon $R$. Pour le modèle, on peut supposer que $R = R_v$, avec $R_v$ la distance entre les fixations sur le gant de deux muscles antagonistes (cf **Partie B.3.1**). Les muscles s'enroulent (ou se déroulent) autour de cette poulie en fonction du mouvement $\delta\theta$ de cette dernière selon le bilan des actions mécaniques. On note $C_{mp}$ le couple généré par la contraction des muscles sur l'articulation (assimilable ici à la poulie et sa liaison avec le bras).

**Q22-** En supposant qu'à l'état initial les muscles sont contractés à la moitié de leur contraction maximale (on prendra ici contraction maximale théorique de 20%), donner l'expression du rayon de poulie nécessaire pour que l'amplitude articulaire $\theta_{max}$ atteignable en fonction de $\lambda_0$ et $R$ soit au moins égale à 45° (débattement de $\pm 45° \approx \pm 0{,}75$ rad conformément à l'exigence Id 1.2.3.1). Faire l'application numérique avec $\lambda_0 = 30$ cm. Expliquer brièvement pourquoi ce rayon est différent de $R_v$ donné juste avant **Q17**.

**Q23-** Donner l'expression du couple $C_{mp}$ en fonction des forces développées par les muscles 1 et 2, $F_{tot_1}$ et $F_{tot_2}$ respectivement.

**Q24-** En notant $J$ l'inertie de la poulie suivant son axe de rotation, en négligeant l'effet de la pesanteur sur la poulie et en supposant l'avant-bras comme associé à un référentiel galiléen, déterminer l'équation du mouvement de la poulie.

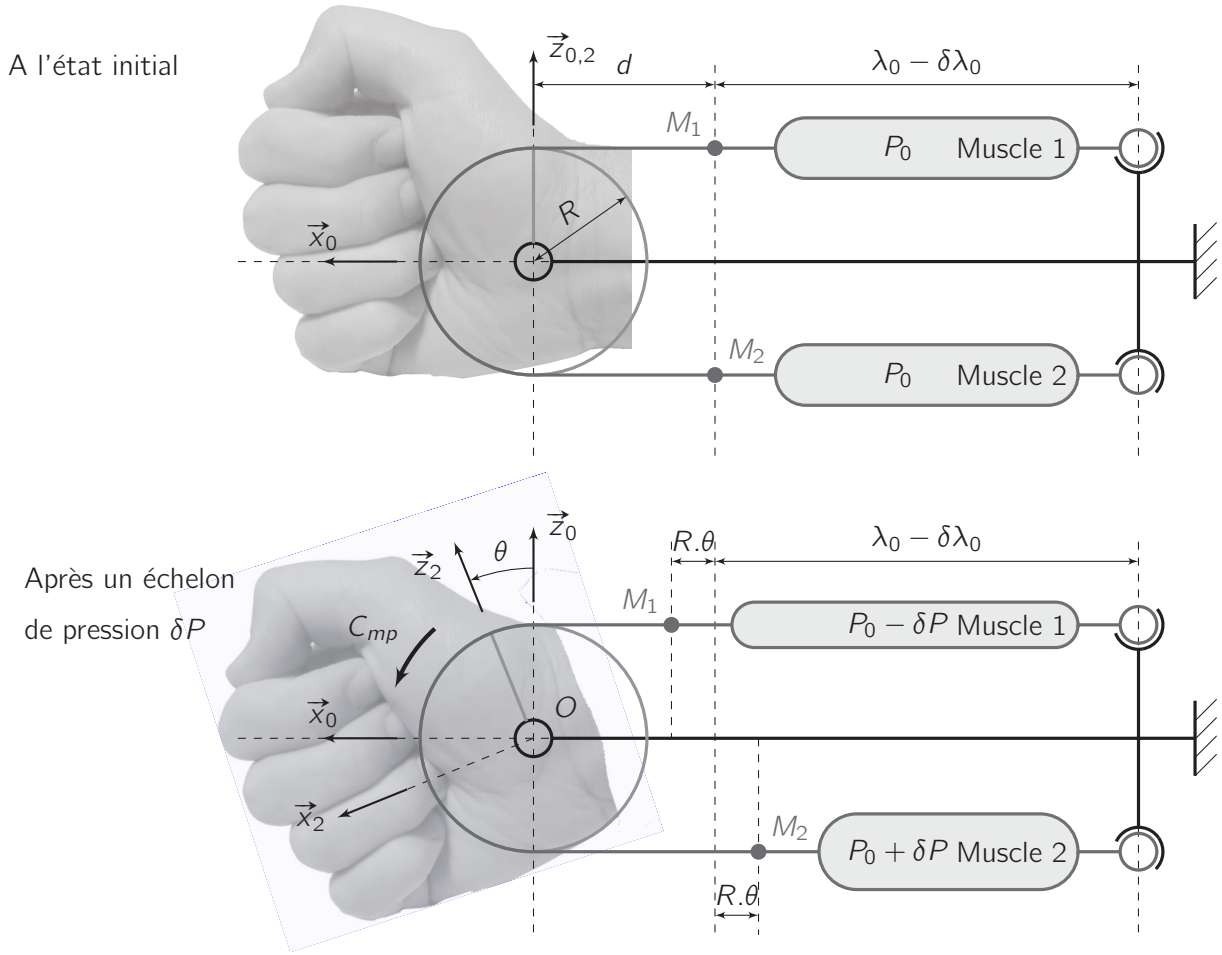



**Figure 15 –** Représentation d'une articulation actionnée par des muscles antagonistes. Entre l'état initial et l'état après échelon de pression, la différence de contraction entre les deux muscles génère le déplacement angulaire de la poulie

**Q25-** A partir de l'équation (C.3) et de la valeur de l'allongement relatif $\delta\lambda$, établir que l'équation de mouvement de la poulie (donc en $\theta$) en fonction de la variation de pression $\delta P$ dans les deux muscles est donnée par (C.4).

$$J.\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{dt}^2} = -2.R.\left(\mu.\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{dt}} + P_0.K.R.\theta + (K.\delta\lambda_0 - F_{c_0}).\delta P\right) \qquad \text{(C.4)}$$

Afin de réguler l'assistance portée à l'opérateur, il convient de connaitre la fonction de transfert associée à l'articulation, permettant de passer d'une consigne de pression $\Delta P(p)$ à la rotation de la poulie $\Theta(p)$, où $\Delta P(p)$ et $\Theta(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace des grandeurs $\delta P(t)$ et $\theta(t)$.

**Q26-** A partir du modèle dynamique précédemment établi, déterminer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Theta(p)}{\Delta P(p)}$ liée à l'actionnement pneumatique de l'articulation.

**Q27-** Mettre $H(p)$ sous la forme canonique $H(p) = \frac{K_m}{1+\frac{2\xi_m}{\omega_m}.p+\frac{p^2}{\omega_m^2}}$ et déterminer les expressions analytiques de ses éléments caractéristiques.

On soumet la paire de muscles antagonistes à un échelon de $\delta P_0 = 6$ bars. La réponse expérimentale est présentée dans le **Cahier réponses** en **Q28**. On lui associe un modèle du second ordre dont la réponse temporelle est donnée sur le même graphique.

**Q28-** A partir des abaques des **Figure 37** et **Figure 38** de l'**Annexe E**, déterminer avec deux chiffres significatifs, les valeurs des coefficients $K_m$, $\xi_m$ et $\omega_m$ associés à la courbe du modèle du second ordre.

**PARTIE D**

# Étude de l'asservissement des mouvements de déviation radio-ulnaire

**Objectif :** Établir une régulation en effort lors des mouvements de déviation radio-ulnaire.

## D.1 Chaîne fonctionnelle de l'asservissement d'effort

Pour assister l'opérateur dans sa tâche de découpe, des capteurs sont intercalés entre sa main et l'orthèse. Ces capteurs délivrent une tension proportionnelle à l'effort exercé par la main sur le gant.

L'objectif de la régulation d'effort est de soulager la main de l'opérateur en déplaçant le gant à l'aide de muscles pneumatiques. Ces derniers ont tous une extrémité fixée sur le brassard (solidaire de l'avant-bras de l'opérateur) et l'autre sur le gant. Comme le décrivent les parties précédentes, une paire de muscles pneumatiques en montage agoniste/antagoniste permet d'obtenir un mouvement de flexion-extension d'une part et d'autre part un mouvement de déviation radio-ulnaire.

Les informations remontant des capteurs d'effort sont traitées par le micro-contrôleur qui pilote individuellement chacun des manodétendeurs en tension. Chacun des manodétendeurs impose une pression d'air à l'intérieur du muscle pneumatique qui lui est associé en fonction de sa tension de consigne. L'énergie pneumatique est fournie par un groupe pneumatique, lui-même alimenté par le secteur.

Cette structure est décrite par le diagramme de blocs internes (**ibd**) du **Cahier réponses** à la **Q29**.

**Q29-** Dans chacune des neuf cases du **Cahier réponses**, indiquer les flux d'information par la lettre I, les flux d'énergie par la lettre E et les éventuels flux de matière par la lettre M.

**Q30-** Donner le nom et la fonction générique des composants listés dans le cahier réponse.

## D.2 Asservissement d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

### D.2.1 Structure de l'asservissement

**Remarque :** cette partie présente de façon détaillée la structure de l'asservissement. La compréhension de l'ensemble des concepts qui y sont décrits n'est pas nécessaire pour traiter les questions suivantes. Une lecture rapide de la **Partie D.2.1** est donc à privilégier.

Comme décrit **Partie D.1**, l'étude porte uniquement sur les efforts de déviation radiale du poignet lors d'un travail de découpe (voir **Figure 17**). Cinq éléments principaux sont alors à prendre en considération :

- **l'avant-bras** en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_2)$ avec la main et en liaison pivot $(O, \vec{y}_5)$ avec le gant (via le brassard). **Remarque :** $\vec{y}_0 = \vec{y}_2 = \vec{y}_5$ ;
- **l'opérateur** exerçant autour de l'axe $(O, \vec{y}_0)$ un couple $C_{op}$ sur la main (couple que l'asservissement cherche à maitriser) lors d'un mouvement $\theta_{op}$ de la main 2 par rapport à l'avant-bras 0 ;
- **l'exosquelette** fournissant un couple $C_{mp}$ au gant, sur l'axe $(O, \vec{y}_0)$, couple piloté par l'asservissement et tend à déplacer le gant 5 d'un angle $\theta$ par rapport à l'avant-bras 0 ;
- **la pièce à découper** qui oppose un couple $C_{dec}$ sur l'axe $(O, \vec{y}_0)$ au couteau, via une force $F_{dec}$ globale, appliquée au niveau de sa lame ;
- **le couteau** qui est en contact direct avec la partie intérieure du gant et le pouce de la main. Lors du mouvement de découpe, on considère que le couteau exerce une action mécanique sur le gant et non sur la main.

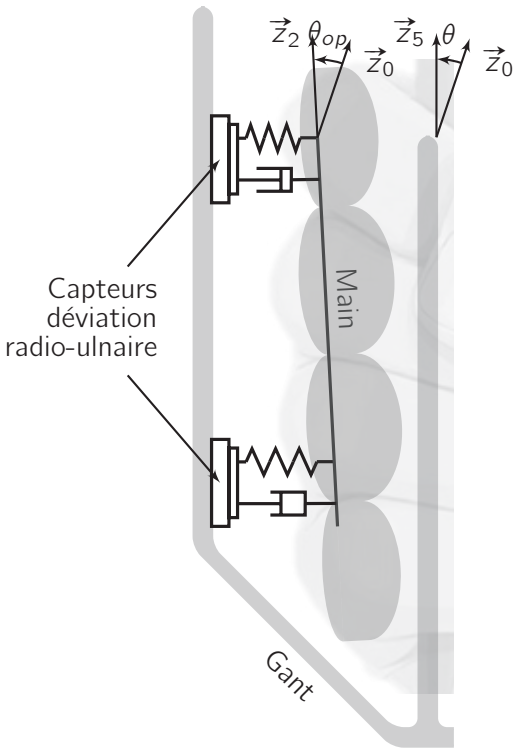



**Figure 16 –** Zoom sur l'interface Main/Gant - position des capteurs d'effort

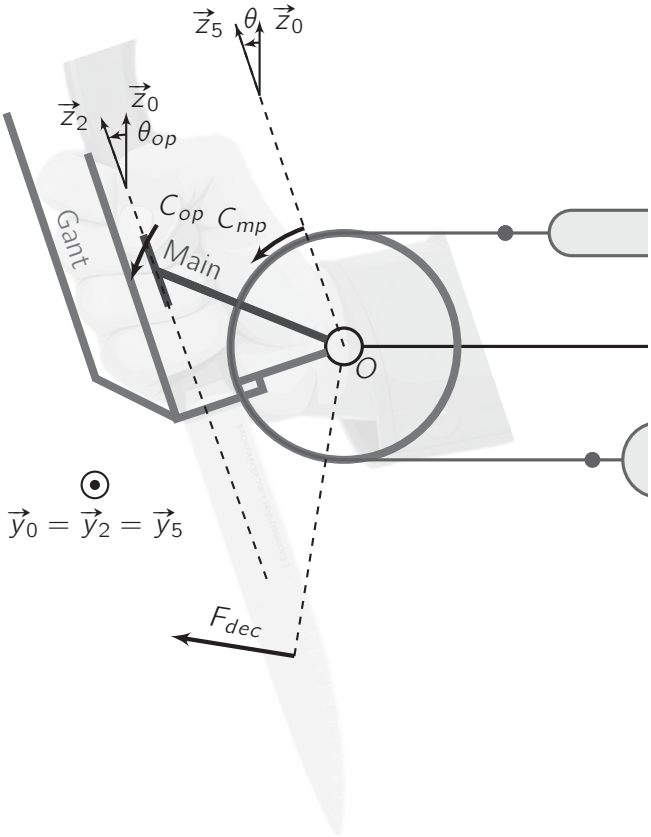



**Figure 17 –** Bilan des actions mécaniques lors d'un travail de découpe

La **Figure 17** permet de visualiser les actions mécaniques exercées sur l'ensemble {gant, main, couteau} et la **Figure 16** présente le positionnement des capteurs à l'interface dos-de-la-main/gant.

En effet, la main n'est pas un solide rigide. Sa souplesse permet un léger mouvement de rotation $\delta\theta = \theta_{op} - \theta$ par rapport au gant et on la modélise par un système visco-élastique [1]. Deux capteurs sont intercalés entre la main et le gant. Ils sont pré-chargés. Au repos, le conditionnement des capteurs conduit à un couple mesuré $C_{eq}$. Lorsque la main quitte sa position d'équilibre par rapport au gant, la différence de compression des capteurs produit un signal $C_{mg}$ différent de $C_{eq}$. On note alors $\delta C_{mg} = C_{mg} - C_{eq}$, la différence entre la mesure en fonctionnement $C_{mg}$ et la mesure au repos $C_{eq}$.

L'objectif est de maintenir nul $\delta C_{mg}$ en imposant une consigne $\delta C^*_{mg} = 0$ N.m en entrée de l'asservissement (voir **Figure 18**).

La différence de mesure entre les deux sorties de capteurs d'effort permet d'évaluer le couple exercé par la main sur le gant $\delta C_{mg}$ . Ce signal est comparé à la consigne de couple $\delta C^*_{mg}$ (supposée nulle) puis traité par le microcontrôleur. Ce dernier délivre une tension consigne $u_c$ à chacun des manodétendeurs. La contraction ou le relâchement des muscles pneumatiques provoque le mouvement du gant et par conséquence, celui du couteau.

Les muscles fonctionnant en mode agoniste/antagoniste et les capteurs étant placés de façon stratégique entre la main et le gant, le schéma fonctionnel de la **Figure 18** peut être simplifié en celui de la **Figure 19**. Le mouvement de la main $\theta_{op}$ y apparait comme une perturbation. Le correcteur corrige l'écart $\varepsilon$ entre la consigne $\delta c^*_{mg}$ et le couple $\delta c_{mg}$ généré au niveau de l'interface main/gant. Le correcteur délivre une tension de commande $u_c$, amplifiée puis appliquée aux manodétendeurs. Ces derniers délivrent alors des pressions dont la différence vaut $\delta_p$.

On note $\Theta_{op}(p)$, $\Theta(p)$, $\Delta\Theta(p)$, $\Delta C_{mg}(p)$, $\Delta C^*_{mg}(p)$, $C_{dec}(p)$, $\varepsilon(p)$, $U_c(p)$ et $\Delta_p(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs $\theta_{op}(t)$, $\theta(t)$, $\delta\theta(t)$, $\delta C_{mg}(t)$, $\delta C^*_{mg}(t)$, $C_{dec}(t)$, $\varepsilon(t)$, $u_c(t)$ et $\delta_p(t)$.

1. Dorian Verdel & al. (2022). Influence of the physical interface on the quality of human–exoskeleton interaction (IEEE Transactions on Human-Machine Systems, VOL. 53.1 2022 44-53)

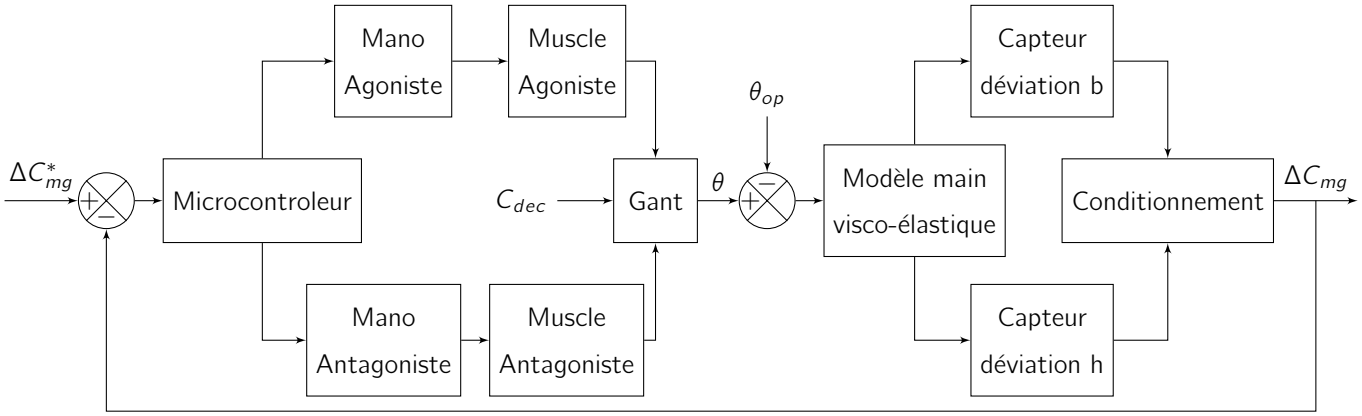



**Figure 18 –** Schéma fonctionnel d'une régulation d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

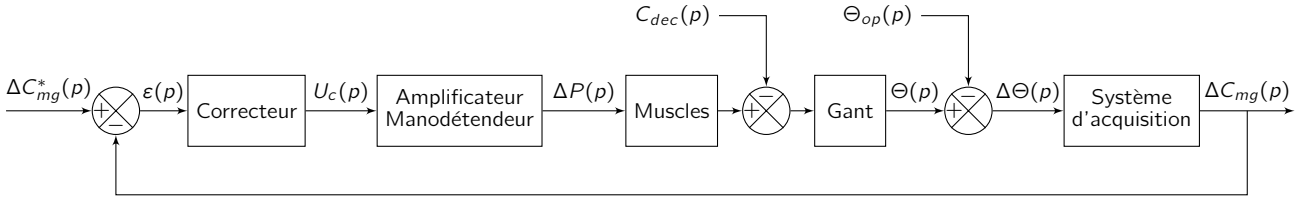



**Figure 19 –** Schéma simplifié d'une régulation d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

## D.2.2 Modélisation de l'asservissement du mouvement de déviation radio-ulnaire

### D.2.2.1 Modélisation du manodétendeur

On s'intéresse ici au bloc Amplificateur/Manodétendeur de fonction de transfert $H_{mano}(p) = \dfrac{\Delta P(p)}{U_c(p)}$.

La tension de sortie du microcontrôleur à destination d'un manodétendeur est comprise entre 0 et 5 V. Elle est alors rehaussée par un amplificateur pour varier entre 0 et 10 V et piloter le manodétendeur en tension. Ce distributeur délivre alors une pression comprise entre $\approx$ 0 bar et 6 bars aux muscles pneumatiques via des tuyaux à *raccordement direct*.

La dynamique du détendeur est suffisamment grande pour qu'on assimile sa fonction de transfert à un gain pur $H_{mano}(p) = \dfrac{\Delta P(p)}{U_c(p)} = K_{mano}$.

**Q31-** Déterminer la valeur numérique du gain $K_{mano}$ en bar.V$^{-1}$.

**Q32-** A partir des désignations et références des manodétendeurs FESTO donnés en **Annexe F**, **Figure 39** et **Figure 40**, donner le nom normalisé du manodétendeur à utiliser.

### D.2.2.2 Modélisation de l'interface main/gant

**Objectif :** Déterminer le couple au niveau du poignet lors d'un mouvement relatif de la main par rapport au gant.

Dans cette partie, on cherche à déterminer la fonction de transfert du bloc « Système d'acquisition » de la **Figure 19**. Pour cela, on modélise l'épaisseur de la main par un milieu déformable visco-élastique de raideur $k_m$ et de coefficient de frottement visqueux $f_m$. Le paramétrage est donné **Figure 20**.

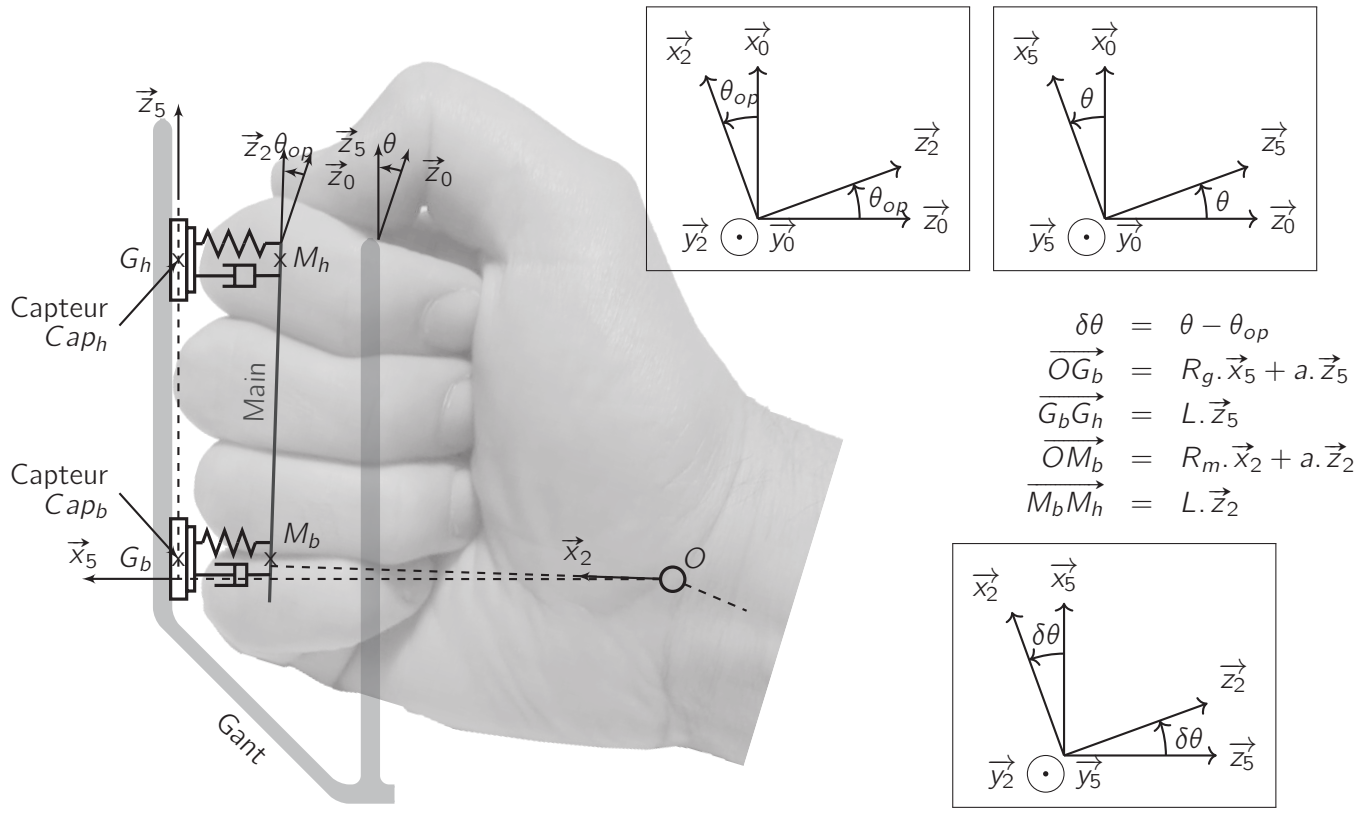



**Figure 20 –** Paramétrage de l'interface Gant/Main

On note $x_h = \left\|\overrightarrow{G_hM_h}\right\|$ et $x_b = \left\|\overrightarrow{G_bM_b}\right\|$. On peut montrer à l'aide d'une étude similaire à celle conduite dans la **Partie B.3.3** que :

$$x_h(\delta\theta) = \sqrt{R_m^2 + 2.(a+L)^2 + R_g^2 - 2.\left(R_m.R_g + (a+L)^2\right).\cos(\delta\theta) + 2.(a+L).\left(R_g - R_m\right).\sin(\delta\theta)} \quad \text{(D.1)}$$

$$x_b(\delta\theta) = \sqrt{R_m^2 + 2.a^2 + R_g^2 - 2.\left(R_m.R_g + a^2\right).\cos(\delta\theta) + 2.a.\left(R_g - R_m\right).\sin(\delta\theta)} \quad \text{(D.2)}$$

On note $\delta x_h(\delta\theta) = x_h(\delta\theta) - x_h(0)$ et $\delta x_b(\delta\theta) = x_b(\delta\theta) - x_b(0)$.

**Q33-** A partir de l'équation (D.2), montrer qu'on peut raisonnablement obtenir au premier ordre $x_b(\delta\theta) = R_g - R_m + a.\delta\theta$.

De même, on peut montrer que l'on peut poser : $x_h(\delta\theta) = R_g - R_m + (a+L).\delta\theta$.

La main exerce sur le gant deux actions mécaniques par l'intermédiaire des deux capteurs d'effort dont la raideur est très grande en comparaison avec celle de la main. On peut modéliser ces actions mécaniques par les torseurs $\mathcal{F}_{main\to gant_h}$ et $\mathcal{F}_{main\to gant_b}$. L'aspect visqueux et élastique de la main conduit aux actions mécaniques suivantes :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \mathcal{F}_{main\to gant_h} & = & {}_{G_h}\left\{\begin{array}{c} k.(\ell_{r0} - x_h(\delta\theta)).\vec{x}_5 - f.\dfrac{\mathrm{d}x_h(\delta\theta)}{\mathrm{d}t}.\vec{x}_5 \\ \vec{0} \end{array}\right\} \\ \mathcal{F}_{main\to gant_b} & = & {}_{G_b}\left\{\begin{array}{c} k.(\ell_{r0} - x_b(\delta\theta)).\vec{x}_5 - f.\dfrac{\mathrm{d}x_b(\delta\theta)}{\mathrm{d}t}.\vec{x}_5 \\ \vec{0} \end{array}\right\} \end{array}\right. \quad \text{où } \ell_{r0} > R_g - R_m > 0 \quad \text{(D.3)}$$

avec $\ell_{r0}$ l'épaisseur des doigts.

**Q34-** A partir du paramétrage de la **Figure 20** et des expressions données équation (D.3) et question **Q33**, déterminer les expressions de $C_{eq}$, $A_{mg}$ et $B_{mg}$ telles que $C_{mg} = C_{eq} - A_{mg}.\delta\theta - B_{mg}.\dfrac{\mathrm{d}\delta\theta}{\mathrm{d}t}$ avec $\vec{M}_{(O,\,main\to gant)} = C_{mg}.\vec{y}_5$.

Le couple $C_{eq}$ dépend du serrage imposé en fixant le gant sur la main. Une fois le gant installé, cette grandeur est constante et on préfère utiliser la grandeur $\delta C_{mg} = C_{mg} - C_{eq}$ pour la régulation.

**Q35-** A partir de l'expression de $C_{mg}$ donnée question **Q34**, déterminer la forme canonique de la fonction de transfert $H_{mg}(p) = \dfrac{\Delta C_{mg}(p)}{\Delta\Theta(p)}$ en fonction de $A_{mg}$ et $B_{mg}$.

### D.2.3 Performances de l'asservissement en effort

**Objectif :** Déterminer les performances de l'asservissement en effort lors de mouvements de flexion-extension.

En reprenant les bilans des actions mécaniques de la question **Q26** pour tenir compte du couple résistant $C_{dec}$ exercé sur le couteau, l'étude des fonctions de transferts intermédiaires, on pose $\Delta C^*_{gm} = -\Delta C^*_{mg}$ et $\Delta C_{gm} = -\Delta C_{mg}$ pour aboutir au schéma bloc de **Figure 21** où toutes les constantes sont **strictement positives**.

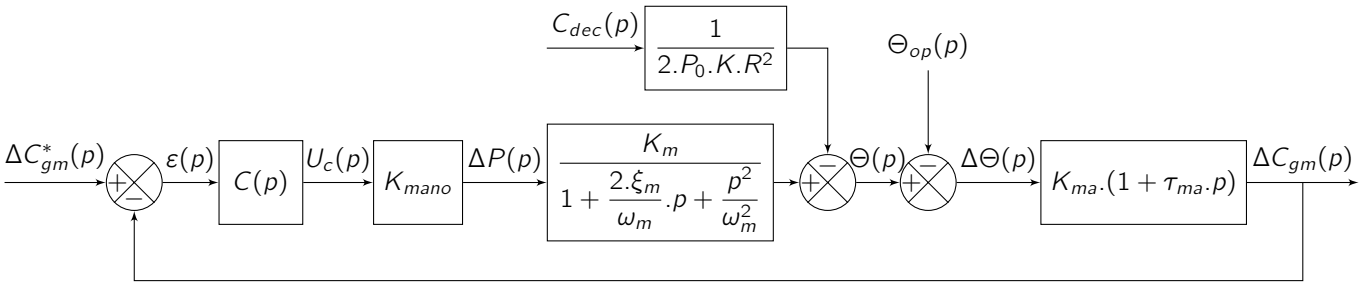



**Figure 21 –** Schéma bloc d'une régulation d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

#### D.2.3.1 Cas de la correction proportionnelle

On se place dans le cas où le correcteur est un gain pur tel que $C(p) = K_p$.

**Q36-** Déterminer les valeurs de $K_p$ qui conduisent à la stabilité de l'asservissement.

D'après le théorème de superposition, il est possible d'écrire :

$$\Delta C_{gm}(p) = H_c(p).\Delta C^*_{gm}(p) - H_p(p).\left(K_{dec}.C_{dec}(p) + \Theta_{op}(p)\right) \tag{D.4}$$

**Q37-** A partir du schéma bloc **Figure 21** et de l'équation (D.4), déterminer l'expression de $K_{dec}$ et celle de $H_p(p)$ sous forme d'une fraction de polynômes.

On cherche à obtenir un effort $\delta C_{gm}(t)$ nul en régime permanent pour une entrée $\delta C^*_{gm}(t)$ nulle, une perturbation en échelon $C_{dec}(t) = C_{dec0}.u(t)$ et un mouvement de la main nul ($\theta_{op}(t) = 0$).

**Q38-** Déterminer l'expression analytique de l'erreur $E_{rs}$ en régime permanent lorsque le système est sollicité dans les conditions ci-dessus. L'exigence Id 1.4.2.1 est-elle respectée ?

#### D.2.3.2 Cas de la correction proportionnelle intégrale

On se place dans le cas où le correcteur est proportionnel intégral : $C(p) = K_i.\dfrac{1 + T_i.p}{T_i.p}$.

**Q39-** Justifier que si le système est stable, alors avec cette correction le système est précis en réponse à un échelon d'entrée $\Delta C^*_{gm}$ nul, une perturbation en échelon $C_{dec}(t) = C_{dec0}.u(t)$ et un mouvement de la main nul $\theta_{op}(t) = 0$.

L'exigence de précision Id 1.4.2.1 relative à la perturbation du couteau étant respectée, on simplifie le schéma bloc de la **Figure 21** par celui de la **Figure 22** avec $K_{BO} = K_{mano}.K_m.K_{ma}$.

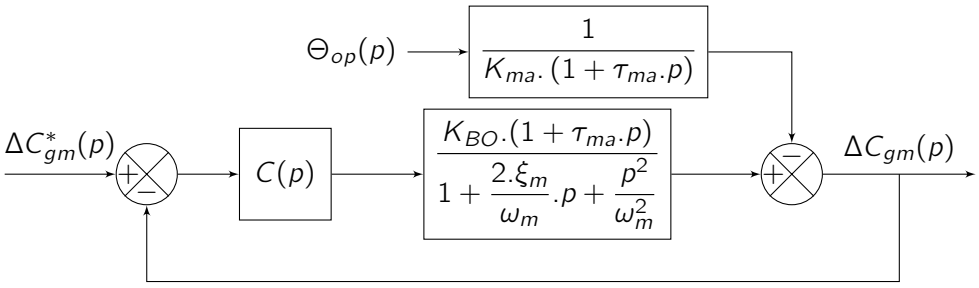



**Figure 22 –** Schéma bloc de la régulation d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

**Q40-** Par la méthode de votre choix, déterminer si l'erreur en régulation $E_{regs}$ pour un mouvement de la main en rampe, de pente $\Omega_0$ ($\theta_{op}(t) = \Omega_0.t.u(t)$) est nulle, finie mais non nulle ou infinie. L'exigence de précision Id 1.4.2.2 est-elle respectée ?

#### D.2.3.3 Cas d'une correction PIDf

Afin de valider l'exigence de précision et d'autres performances de l'asservissement d'effort de fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $FTBO_{nc}$, un correcteur proportionnel intégral double est retenu :

$$C(p) = K_{i2}.\frac{1+T_{i2}.p}{T_{i2}^2.p^2}.\frac{1+c.T_c.p}{1+\frac{T_c}{c}.p} \quad \text{pour} \quad FTBO_{nc}(p) = \frac{K_{BO}.(1+\tau_{ma}.p)}{1+\frac{2.\xi_m}{\omega_m}.p+\frac{p^2}{\omega_m^2}}$$

Indépendamment des valeurs numériques déterminées dans les questions précédentes, on pose :

$$\xi_m = 0{,}45\,;\ \omega_m = 6{,}5 \text{ rad.s}^{-1}\,;\ \tau_{ma} = \frac{265{,}43 \text{ N.s.m}^{-1}}{9780 \text{ N.m}^{-1}} \approx 25 \text{ ms}\,;\ c = 10\,;\ T_c = 25 \text{ ms et } K_{BO} = 0{,}1 \qquad \text{(D.5)}$$

**Q41-** Tracer sur le **Cahier réponses** le diagramme de gain asymptotique de la $FTBO_{nc}$.

On donne sur la **Figure 23**, le diagramme de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $FTBO_{cor}(p) = C(p).FTBO_{nc}(p)$.

On définit $\omega_{0dB}$ comme la pulsation pour laquelle on souhaite que le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée s'annule.

**Q42-** Déterminer la plage de pulsation permettant de vérifier l'exigence de stabilité Id 1.4.1.1 avec la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $FTBO_{cor}$ ? Quelle plage de valeurs est compatible avec l'exigence de rapidité Id 1.4.3.1 ?

On donne **Figure 24**, le diagramme de gain de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $FTBO_{corr}$ pour $K_{i2} = 1$.

**Q43-** Si on cherche à minimiser la valeur du gain $K_{i2}$, quelle valeur numérique imposer à $\omega_{0dB}$ ? Déterminer graphiquement la valeur de $K_{i2}$.

Avec une valeur $K_{i2}$ deux fois plus grande que celle recherchée à la question précédent, on effectue une simulation numérique afin de connaitre la réponse temporelle. L'idée finale est bien d'imposer $\Delta C_{gm}$ nul. Cependant, pour observer la dynamique de l'asservissement, on soumet, à $t_e = 0{;}5$ s, le système à un échelon d'amplitude 10 N.m et entre $t_d = 1$ s et $t_f = 2$ s, on impose une rotation de la main de 45° à vitesse constante (perturbation en rampe).

**Q44-** Vérifier la satisfaction de chacune des exigences relatives aux performances de l'asservissement d'effort.

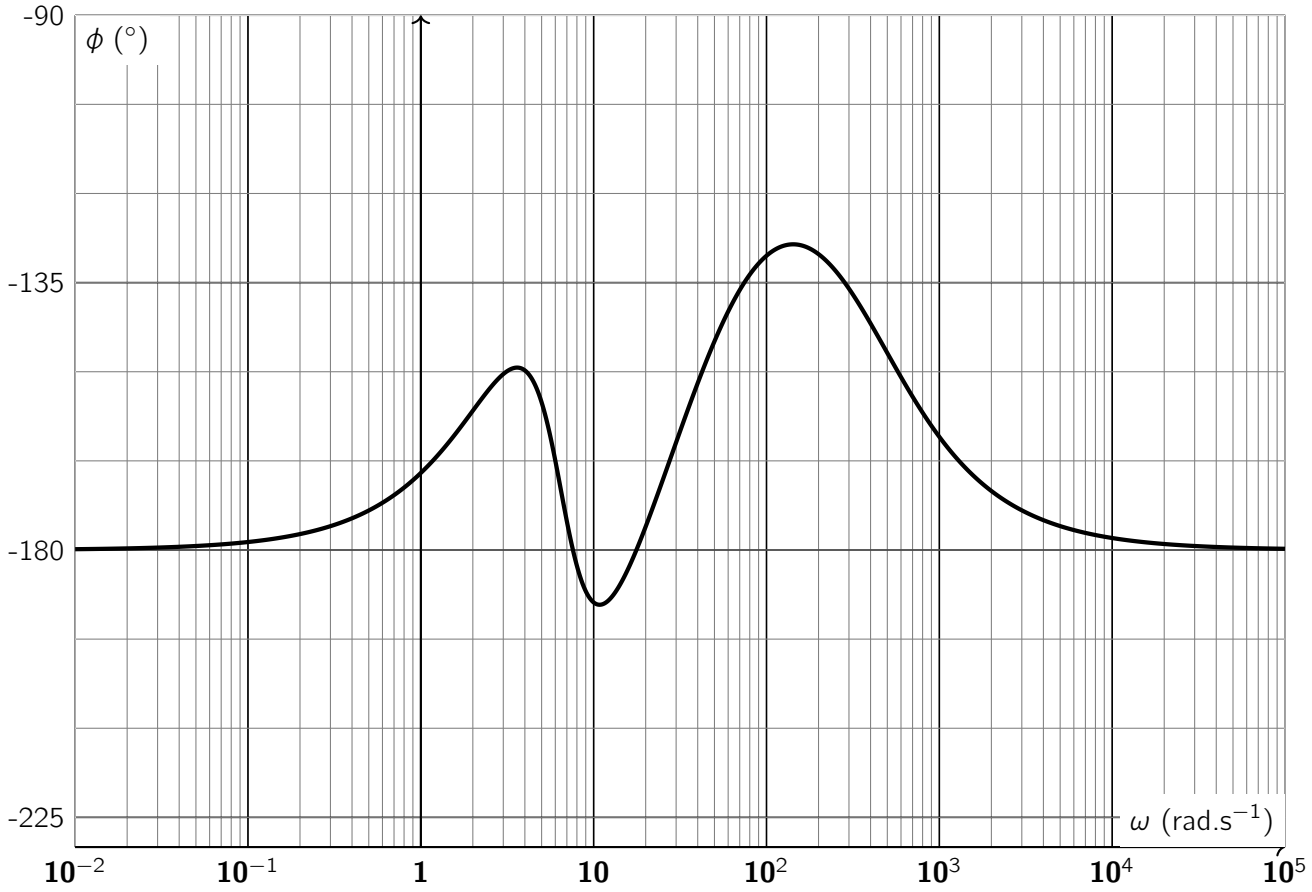



**Figure 23 –** Diagramme de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigé $FTBO_{corr}$

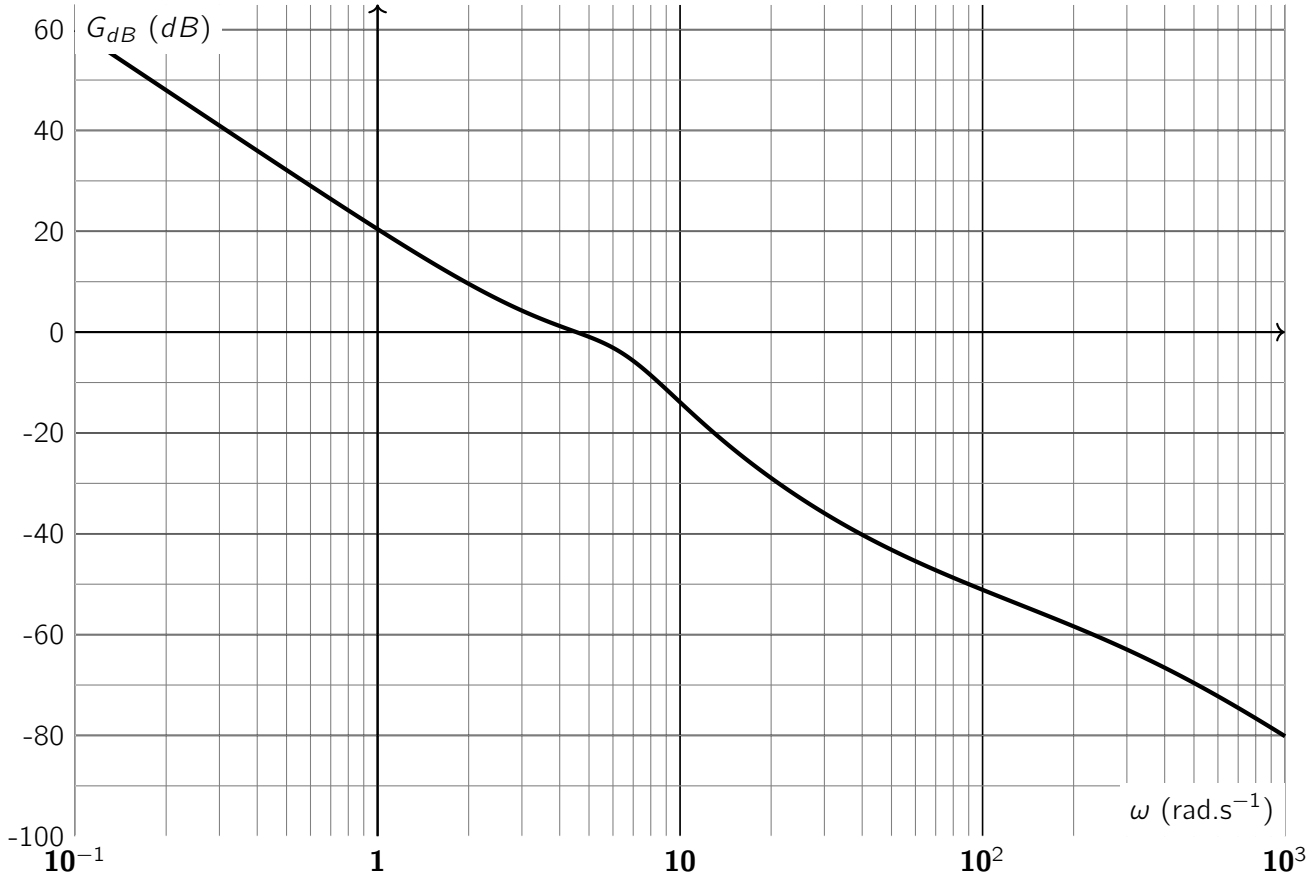



**Figure 24 –** Diagramme de gain de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigé $FTBO_{corr}$ pour $K_{i2} = 1$

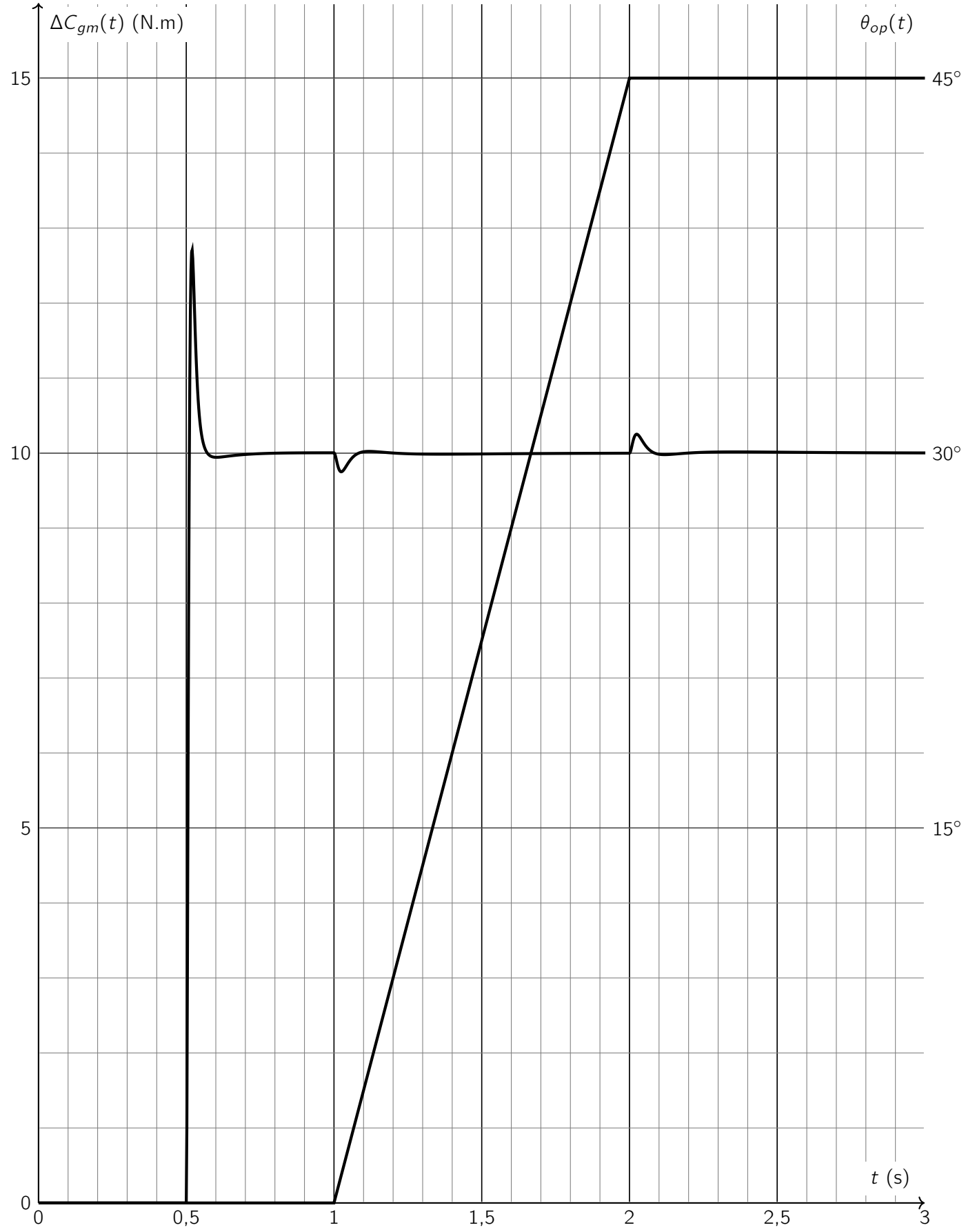



**Figure 25 –** Simulation numérique de l'asservissement d'effort

PARTIE E

# Étude du groupe pneumatique

**Objectif :** Valider les performances de la source d'énergie pneumatique.

## E.1 Structure du groupe pneumatique

Lors des phases d'assistance à l'opérateur de découpe, le groupe pneumatique apporte l'énergie nécessaire à la contraction des muscles pneumatiques. Ce groupe est principalement constitué (voir **Figure 26**) d'un moteur électrique monophasé entraînant un compresseur pour remplir un accumulateur (réservoir d'air).

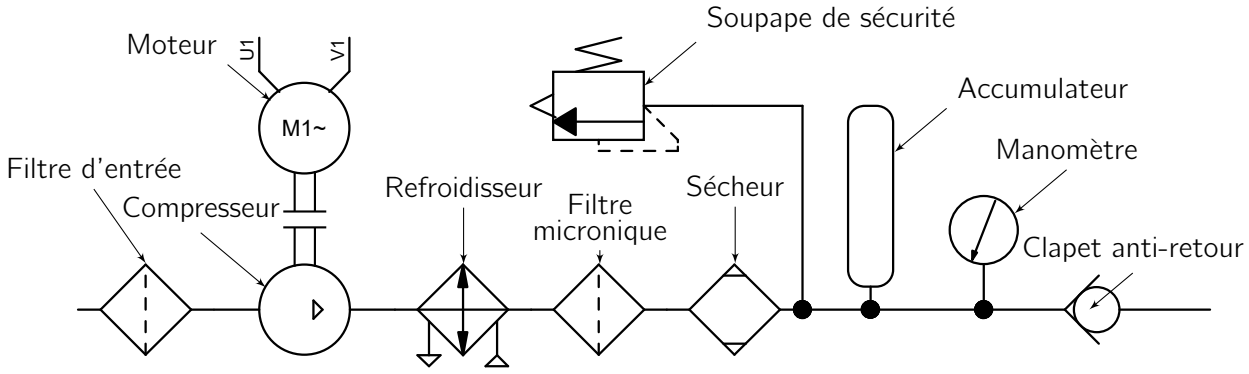



**Figure 26 –** Schéma du groupe pneumatique

## E.2 Étude du compresseur

Le compresseur se compose d'un piston en translation dans une chambre cylindrique (voir **Figure 27**). Il est mu par le moteur via un mécanisme bielle-manivelle. A l'aide de clapets anti-retour, lorsque le piston descend il aspire l'air extérieur à une pression $p_1$ pour atteindre un volume maximal $V_1$ dans la chambre. Lorsqu'il remonte, il comprime l'air emprisonné. En fin de compression la pression est alors $p_2$ et le volume final $V_2$. On appelle taux de compression volumique $\tau$ le rapport $\tau = \dfrac{V_1}{V_2}$.

On modélise ici l'air comme un gaz parfait ($p.V = n.R.T$ avec $n$ le nombre de moles d'air, $R$ la constante des gaz parfaits et $T$, la température). Devant la faiblesse du temps d'échange entre le gaz et les parois de la chambre de compression, on considère la compression comme adiabatique et on néglige les différentes pertes (défaut d'étanchéité, échanges thermiques réels,...). On considère donc la compression comme adiabatique et réversible et donc isentropique.

On désigne par $V_3$ le volume de l'accumulateur et de la conduite entre l'accumulateur et le clapet anti-retour. On considère que ce volume est à la pression $p_3$ pendant la phase d'aspiration et de compression. On ne tient pas compte des éléments placés entre la pompe et l'accumulateur décrits **Figure 26**.

La phase de compression permettant de passer de $(p_1, V_1)$ à $(p_2, V_2)$ n'est cependant pas réelle puisque le clapet de refoulement s'ouvre dès que la pression dans la chambre de compression $p_c$ (avec $p_1 \leq p_c \leq p_2$) atteint la valeur de pression dans l'accumulateur ($p_c = p_3$). Pour simplifier l'étude du compresseur, on décompose le cycle en trois phases, comme présenté **Figure 27** :

- Étape 1 - fin d'aspiration : $(p_1, V_1, T_1)$ pour le cylindre et $(p_3, V_3, T_3)$ pour l'accumulateur ;
- Étape 2 - fin de compression : $(p_2, V_2, T_2)$ pour le cylindre et $(p_3, V_3, T_3)$ pour l'accumulateur ;
- Étape 3 - fin de détente : $(p_4, V_4, T_4)$ pour le cylindre et l'accumulateur avec $V_4 = V_3 + V_2$.

Enfin, des manodétendeurs en aval du groupe pneumatique permettent un débit d'air en direction des muscles pneumatiques ce qui fait chuter la pression dans l'accumulateur.

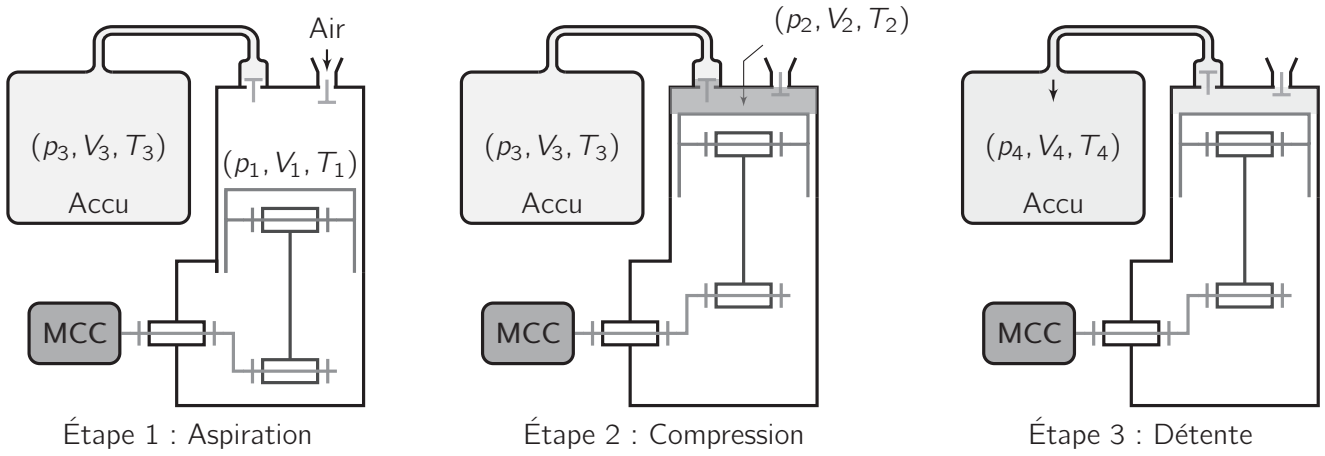



**Figure 27 –** Données d'état (pression, volume, température) lors des phases d'aspiration-compression-détente

Lors d'une compression isentropique, $p.V^{\gamma} = Cte$, avec $\gamma$ le coefficient de Laplace, avec pour l'air $\gamma \approx 1{,}4$ (aux températures de l'étude). Pour les applications numériques, il sera possible d'utiliser la **Figure 28**.

**Q45-** Déterminer l'expression de la pression maximale $p_2$ atteignable en fonction de la pression d'admission $p_1$ et des volumes $V_1$ et $V_2$. Faire l'application numérique pour $p_1 = 1$ bar $V_1 = 26{,}25$ cm$^3$ et $V_2 = 7$ cm$^3$ en précisant la valeur numérique de $\tau$.

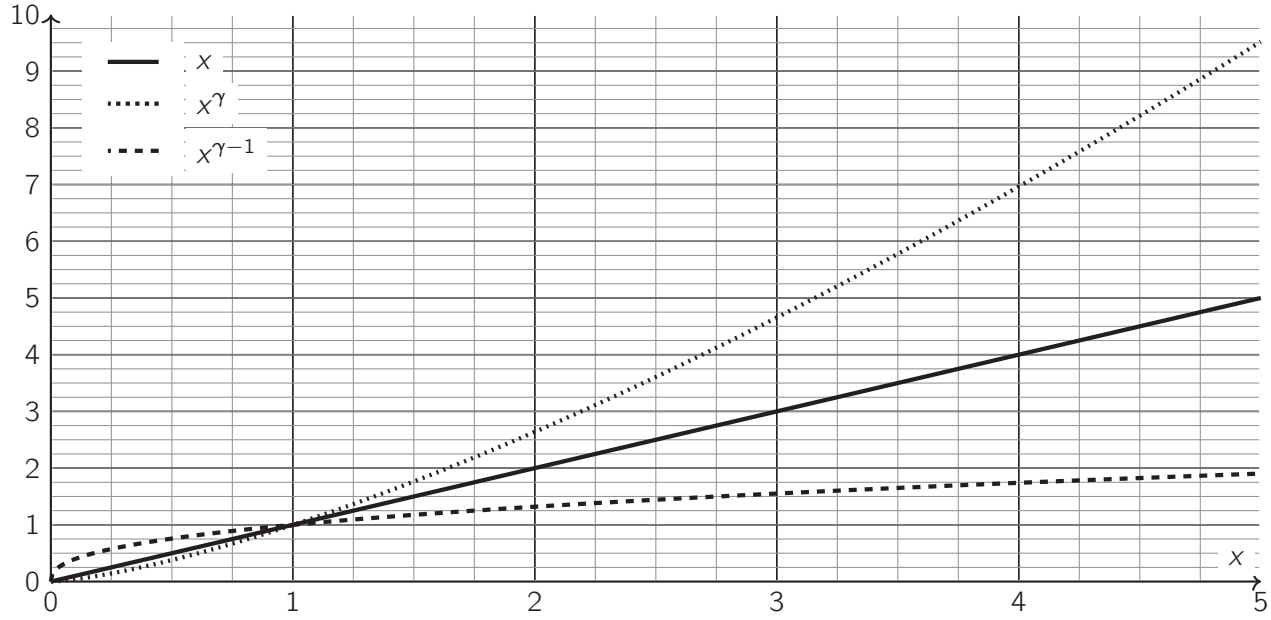



**Figure 28 –** Puissances de $x$ : $x^1$, $x^{\gamma}$ et $x^{\gamma-1}$

**Q46-** Montrer que $T_2 = T_1.\tau^{\gamma-1}$. Avec une admission à $T_1 = 293{,}15$ K (20° C), déterminer la température $T_2$ en fin de compression (en degrés Kelvin puis degrés Celsius). Le refroidisseur est-il nécessaire ?

Moyennant quelques hypothèses, il est possible de montrer que $p_4 = \dfrac{p_2.V_2 + p_3.V_3}{V_2 + V_3}$. Cette pression $p_4$ devient alors la pression $p_3$ du cycle suivant.

Si on appelle $p_n$ la pression à l'intérieur de l'accumulateur à l'instant $t_n$, alors $p_{n+1} = \dfrac{p_2.V_2 + p_n.V_3}{V_2 + V_3}$. A l'aide de la méthode du point fixe, on peut montrer que la suite tend vers $p_2$. Il existe donc une pression limite atteignable dans l'accumulateur qui est celle atteinte en fin de compression.

On réalise **Figure 29** un essai de remplissage d'un compresseur initialement « vide », donc à la pression atmosphérique $p = 1$ bar.

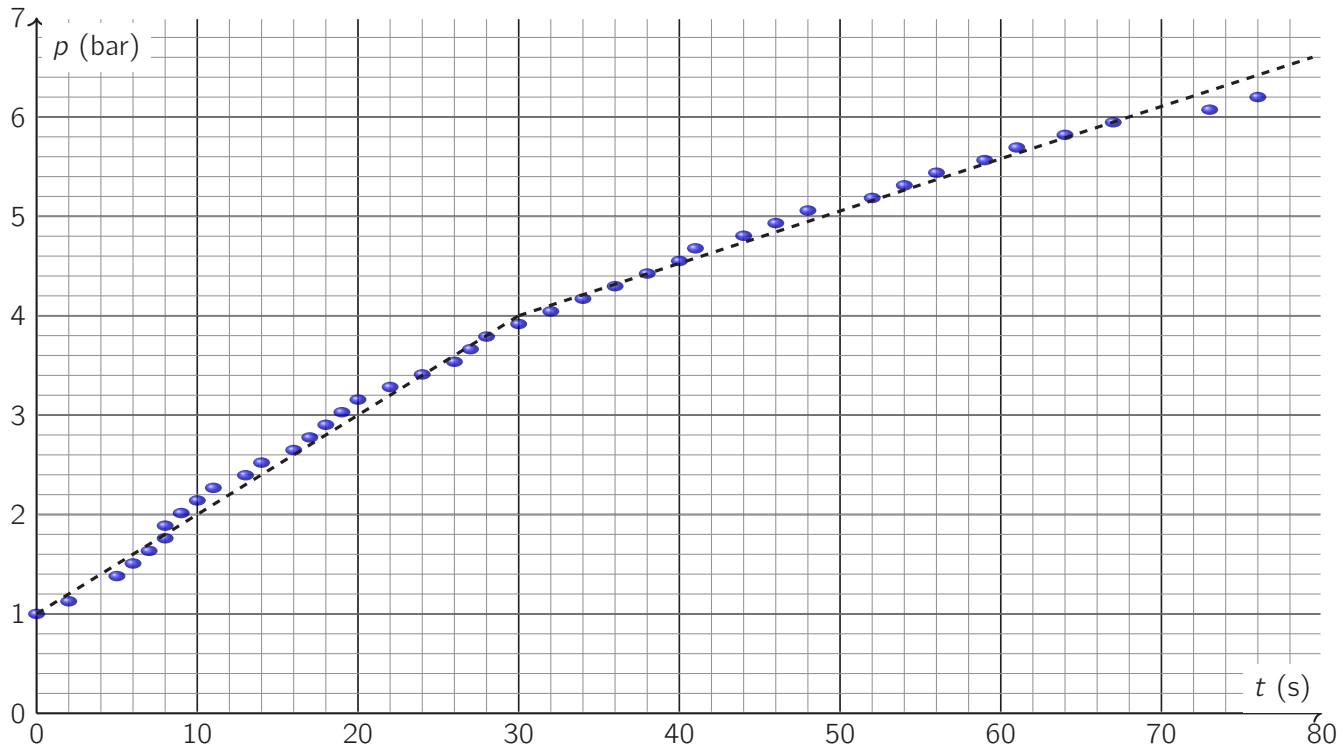



**Figure 29 –** Remplissage d'un compresseur à 95% de sa capacité maximale

La **Figure 29** permet de modéliser la courbe de remplissage par deux fonctions affines de coefficients directeur $K_{p1}$ et $K_{p2}$. On note $\delta p$ la variation de pression pendant une période $\delta t$ :

$$\begin{cases} \text{si } 1 \leq p < 4 \text{ bar alors } \delta p = K_{p1}.\delta t \\ \text{si } p \geq 4 \text{ bar alors } \delta p = K_{p2}.\delta t \end{cases} \quad \text{(E.1)}$$

**Q47-** Déterminer les coefficients $K_{p1}$ et $K_{p2}$ à partir de la **Figure 29** et de l'équation (E.1).

Lors de l'utilisation de l'exosquelette le débit d'air comprimé nécessaire à la contraction des muscles fait chuter la pression dans le compresseur. On note $K_{p3} = 0{,}025$ bar.s$^{-1}$ le coefficient de proportionnalité entre la variation de pression $\delta p$ dans l'accumulateur (pour un pression $p \geq 4$ bar) et le temps écoulé $\delta t$ pendant cette variation liée à l'assistance de l'exosquelette : $\delta p = -K_{p3}.\delta t$.

La **Figure 30 - page 29** présente un diagramme d'états (**stm**) du groupe pneumatique où l'évènement AU désigne le déclenchement de l'arrêt d'urgence.

**Q48-** A partir de la **Figure 30**, de l'ouverture et de la fermeture des manodétendeurs représentées sur le chronogramme et des expressions numériques des coefficients $K_{pi}$, tracer sur le **Cahier réponses** l'évolution de la pression dans le compresseur en le supposant initialement à la pression atmosphérique $p = 1$ bar et les autres lignes du chronogramme.

# ANNEXE A

# Diagramme d'états (stm) du groupe pneumatique

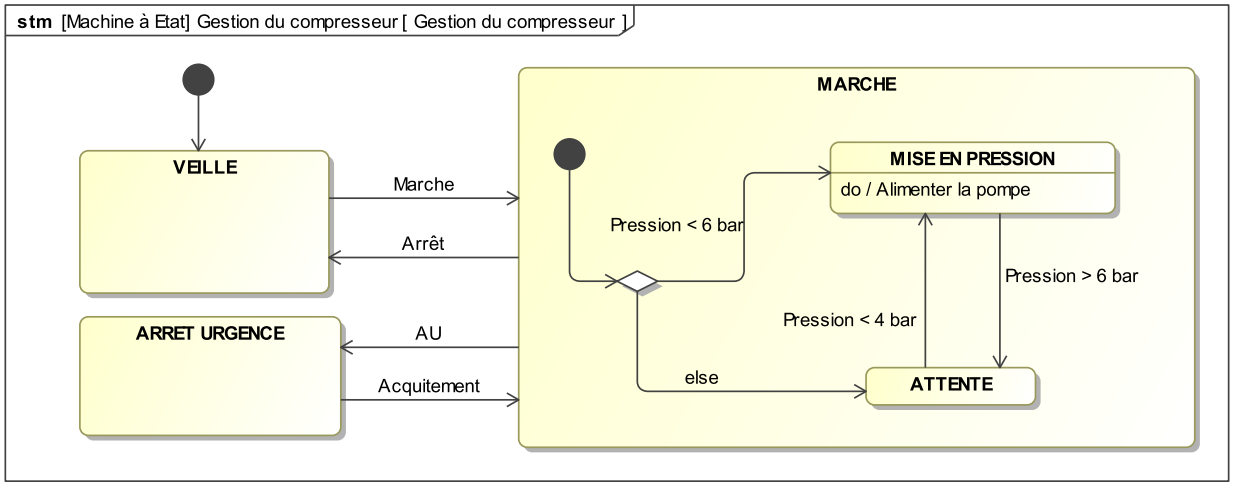



**Figure 30** – Diagramme d'états (**stm**) du groupe pneumatique

# ANNEXE B

# Diagrammes d'exigences (req)

## B.1 Exigences principales de l'exosquelette

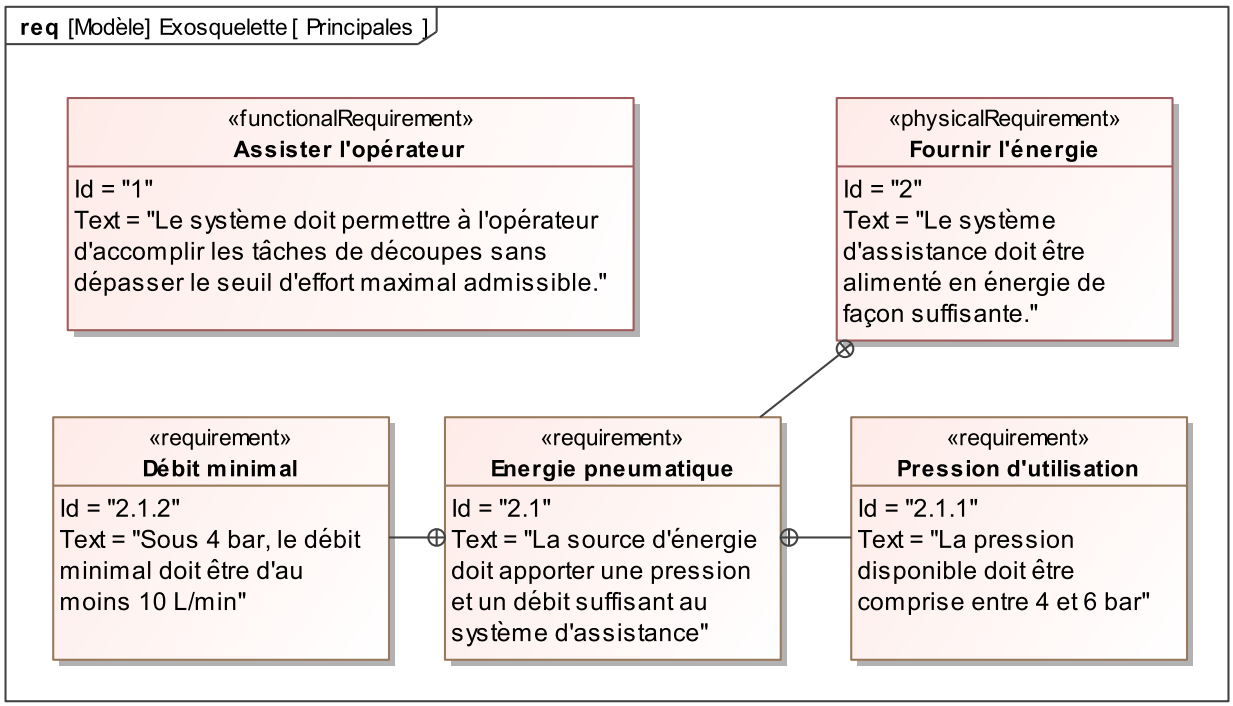



**Tableau 1** – Diagramme des exigences partiel (**req**) de l'exosquelette

## B.2 Extrait des exigences relatives à « Assister l'opérateur » (Id 1)

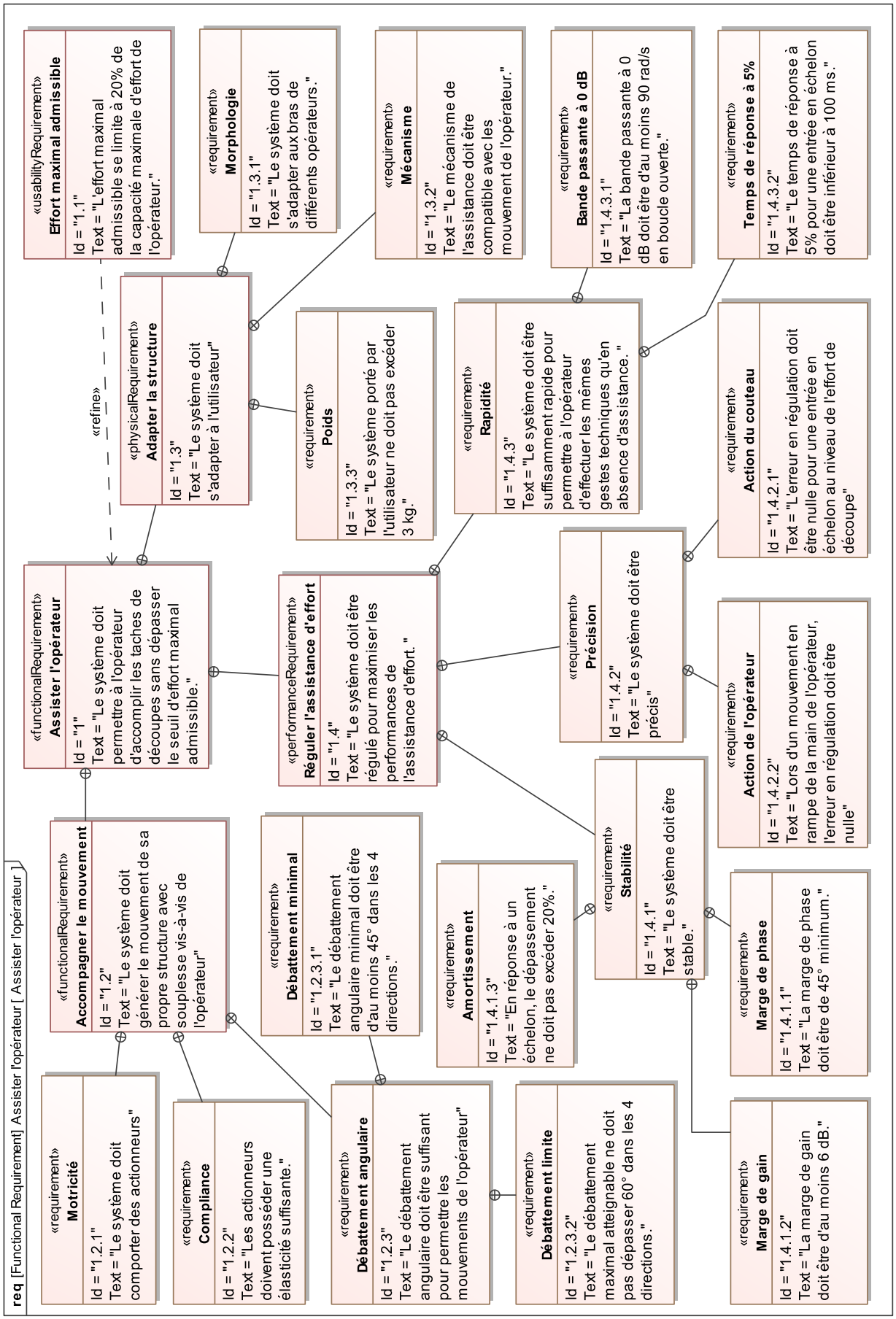



**Tableau 2** – Extrait du diagramme des exigences partiel relatif à l'exigence Id 1 « Assister l'opérateur »

# ANNEXE C — Anatomie de l'avant-bras et structure de l'exosquelette

## C.1 Anatomie de la main et de l'avant-bras

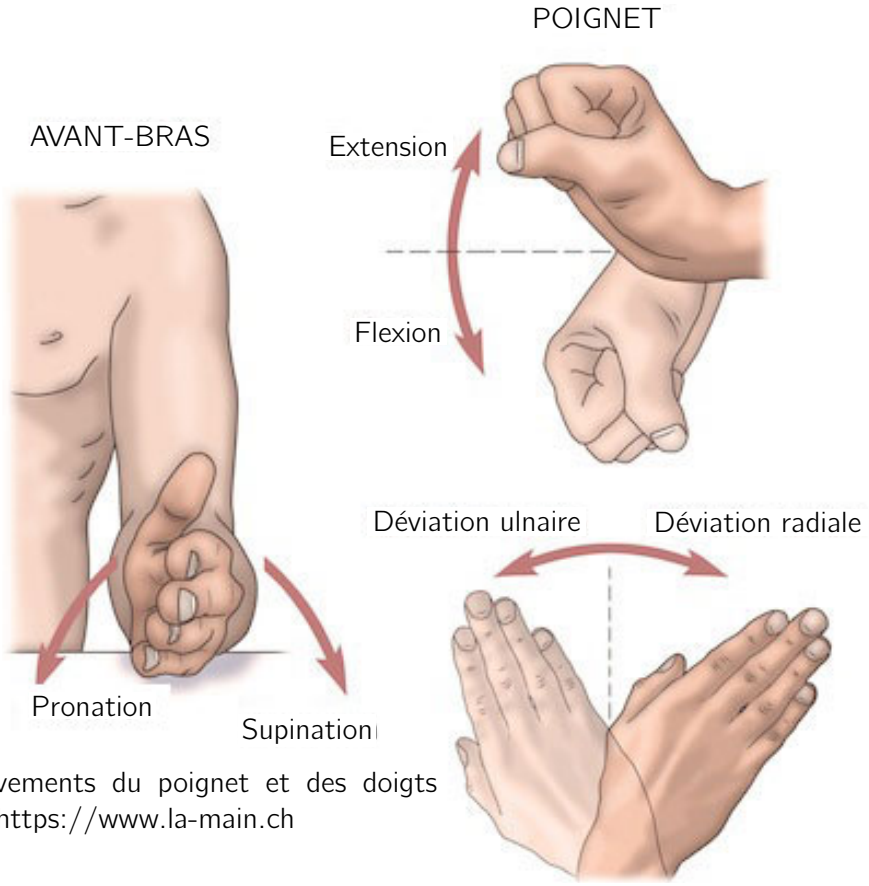



**Figure 31** – Mouvements du poignet et des doigts d'après https://www.la-main.ch

## C.2 Paramétrages

### C.2.1 Paramétrage de l'ensemble {avant-bras, poignet, main}

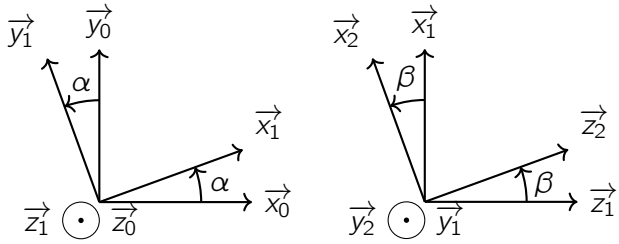



**Figure 32** – Figures de passage de la base 0 à la base 2

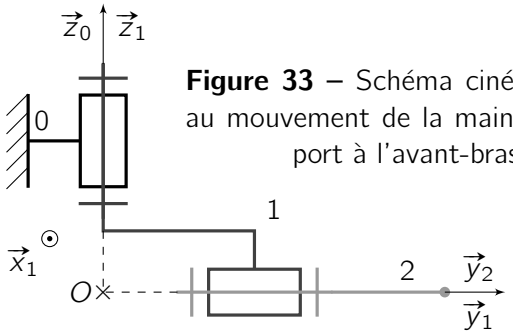



**Figure 33** – Schéma cinématique lié au mouvement de la main 2 par rapport à l'avant-bras 0

On considère l'avant-bras composés de trois solides indéformables (**Figure 33**) :

- **l'avant-bras :** solide 0 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ;
- **le poignet :** solide 1 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le poignet 1 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec l'avant-bras 0. On note $\alpha$ l'angle tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ ;
- **la main (+ couteau) :** solide 2 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$. La main 2 est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_1)$ avec le poignet 1. On note $\beta$ l'angle tel que $\beta = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ et $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$.

### C.2.2 Paramétrage de l'exosquelette

L'orthèse est composée (**Figure 35**) :

- **d'un brassard :** solide 3 auquel on associe le repère $\mathcal{R}_3 = (O_e, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ ;
- **d'un arc :** solide 4 en liaison pivot d'axe $(O_e, \vec{z}_3)$ avec le brassard 3. On lui associe le repère $\mathcal{R}_4 = (O_e, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ tel que $\vec{z}_4 = \vec{z}_3$ et on pose $\gamma = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$ ;
- **d'un gant :** solide 5 en liaison pivot d'axe $(O_e, \vec{y}_4)$ avec l'arc 4. On lui associe le repère $\mathcal{R}_5 = (O_e, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ tel que $\vec{y}_4 = \vec{y}_5$ et on pose $\delta = (\vec{z}_4, \vec{z}_5) = (\vec{x}_4, \vec{x}_5)$.

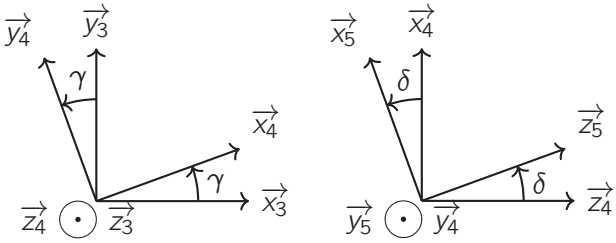



**Figure 34 –** Figures de passage de la base 3 à la base 4

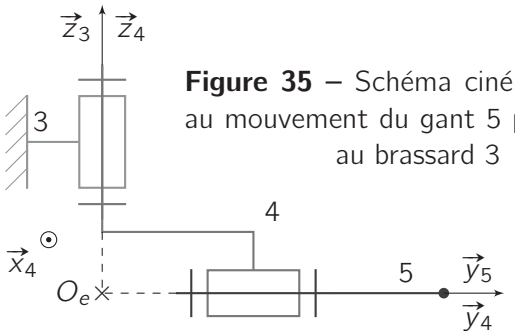



**Figure 35 –** Schéma cinématique lié au mouvement du gant 5 par rapport au brassard 3

# ANNEXE D Muscles pneumatiques

Extrait catalogue FESTO https://www.festo.com/fr/fr/p/muscle-fluidique-id_DMSP

## D.1 Lien force/contraction en fonction de la pression

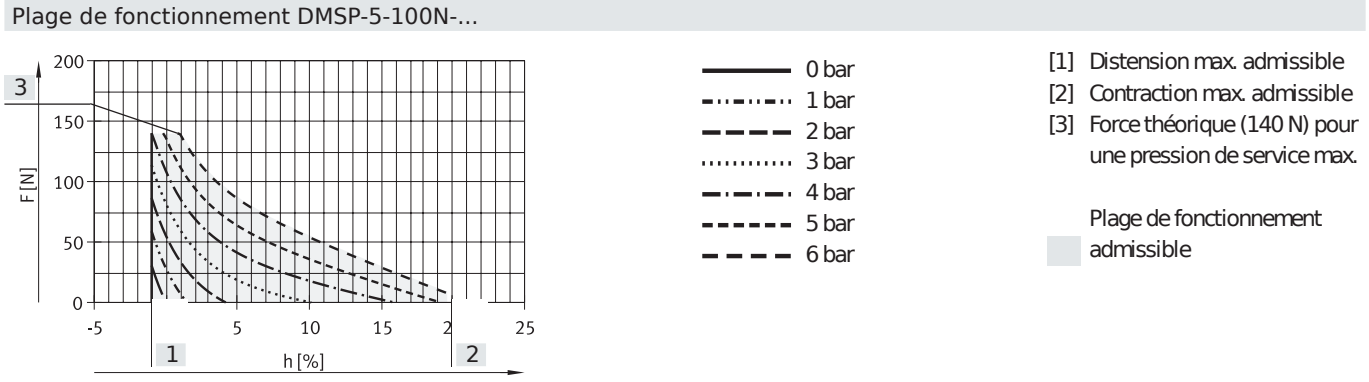
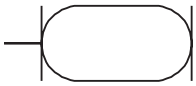



**Figure 36 –** Force admissible F [N] en fonction de la contraction h [%] de la longueur nominale

## D.2 Extrait catalogue

Muscle pneumatique DMSP

### Fiche de données techniques



-N- Taille
5 ... 40

-T- Longueur nominale
30 ... 9000 mm

-O- Force de traction
0 ... 6000 N



| **Caractéristiques techniques générales** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Taille | | 5 | 10 | 20 | 40 |
| Raccord pneumatique | | M3 | G1/8 | G1/4 | G3/8 |
| Modèle | | Membrane de contraction | | | |
| Fonctionnement | | à simple effet, en traction | | | |
| @intérieur | [mm] | 5 | 10 | 20 | 40 |
| Longueur nominale | [mm] | 30 ... 1000 | 40 ... 9000 | 60 ... 9000 | 120 ... 9000 |
| Course | [mm] | 0 ... 200 | 0 ... 2250 | 0 ... 2250 | 0 ... 2250 |
| Charge utile, suspendue | [kg] | 5 | 30 | 80 | 250 |
| Distension max. admissible[1)] | | 1 % de la longueur nominale | 3 % de la longueur nominale | 4 % de la longueur nominale | 5 % de la longueur nominale |
| Contraction max. admissible | | 20 % de la longueur nominale | 25 % de la longueur nominale | | |
| Déport max. admissible des raccords | | Axe admissible : š 1,0° | | | |
| | | Tolérance de parallélisme : ±0,5 % (jusqu'à une longueur nominale de 400 mm), š 2 mm (à partir d'une longueur nominale de 400 mm) | | | |
| Type de f xation | | Par accessoires | | | |
| Position de montage | | indifférente (un guidage externe est nécessaire en présence de forces transversales) | | | |

1) La distension max. est atteinte en cas d'accrochage de la charge utile suspendue max. admissible.

| **Conditions de service et d'environnement** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Taille | | 5 | 10 | 20 | 40 |
| Pression de service | [bar] | 0 ... 6 | 0 ... 8 | 0 ... 6 | 0 ... 6 |
| Fluide de service | | Air comprimé selon ISO 8573-1:2010 [7:–:–] | | | |
| Note sur le f uide de service/commande | | Fonctionnement lubrif é possible (requis pour d'autres opérations) | | | |
| Température ambiante | [°C] | -5 ... +60 | | | |
| Résistance à la corrosion CRC[1)] | | 2 | | | |
| Homologation | | TÜV | | | |

1) Classe de protection anticorrosion CRC 2 selon la norme Festo FN 940070
Résistance modérée à la corrosion. Utilisation en intérieur avec risque de condensation. Pièces externes visibles dont la surface répond essentiellement à des critères d'apparence, en contact direct avec une atmosphère industrielle courante.

| **Forces [N] à la pression de service max. admissible** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Taille | 5 | 10 | 20 | 40 |
| Force théorique[1)] | 140 | 630 | 1500 | 6000 |

1) À la longueur nominale minimale, la force est réduite d'environ 10 %.

**Tableau 3** – Muscles pneumatiques DMSP - Extrait catalogue FESTO

# Asservissements

## E.1 Abaque pour un système du second ordre

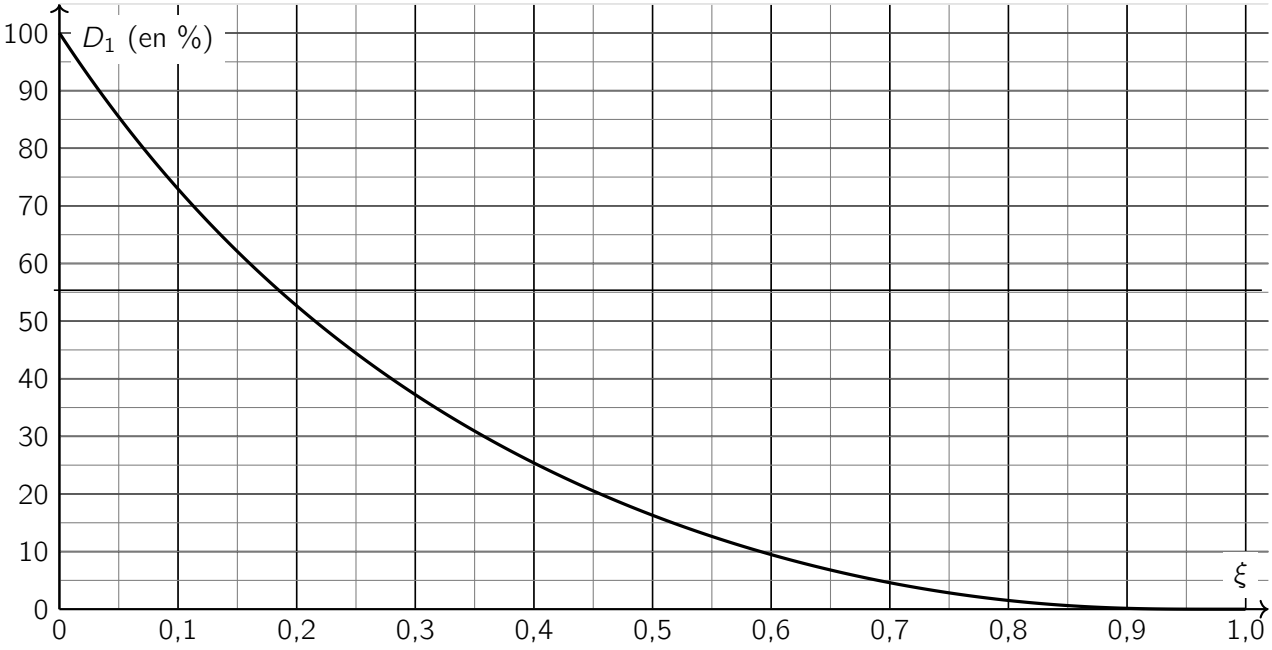



**Figure 37 –** Amplitude relative (en %) du premier dépassement $D_1$ en fonction du coefficient d'amortissement $\xi$

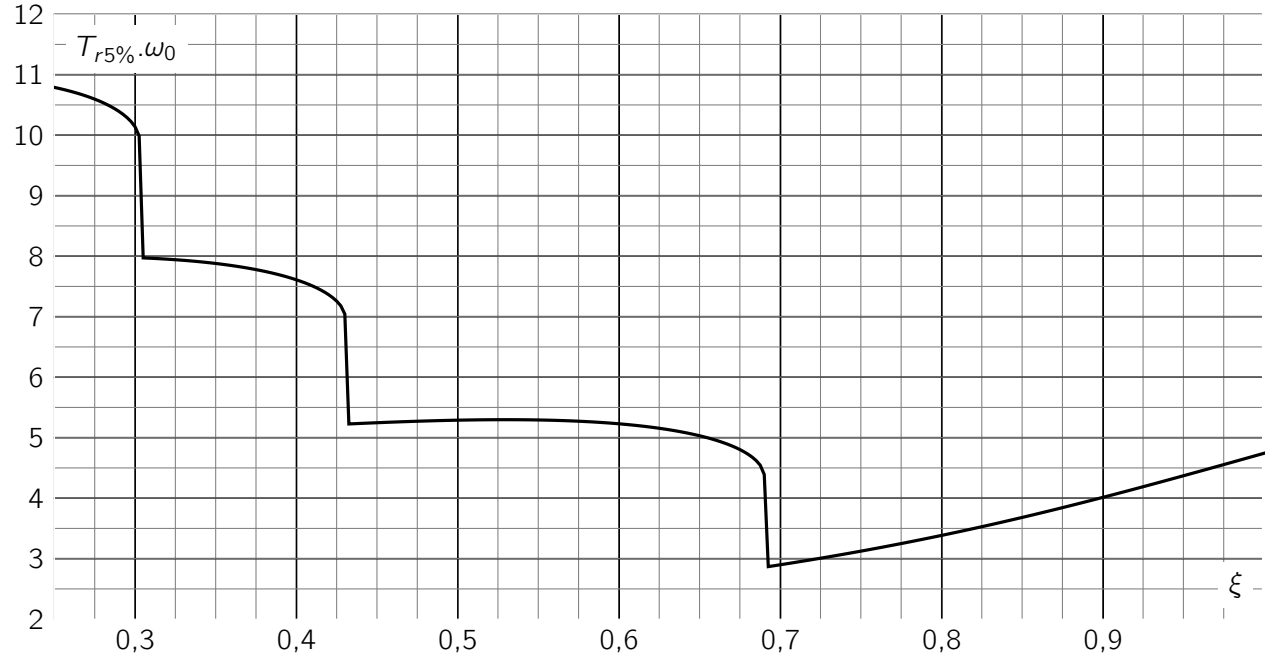



**Figure 38 –** Temps de réponse réduit $T_{rr} = T_{r5\%}.\omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement $\xi$, $\omega_0$ étant la pulsation propre

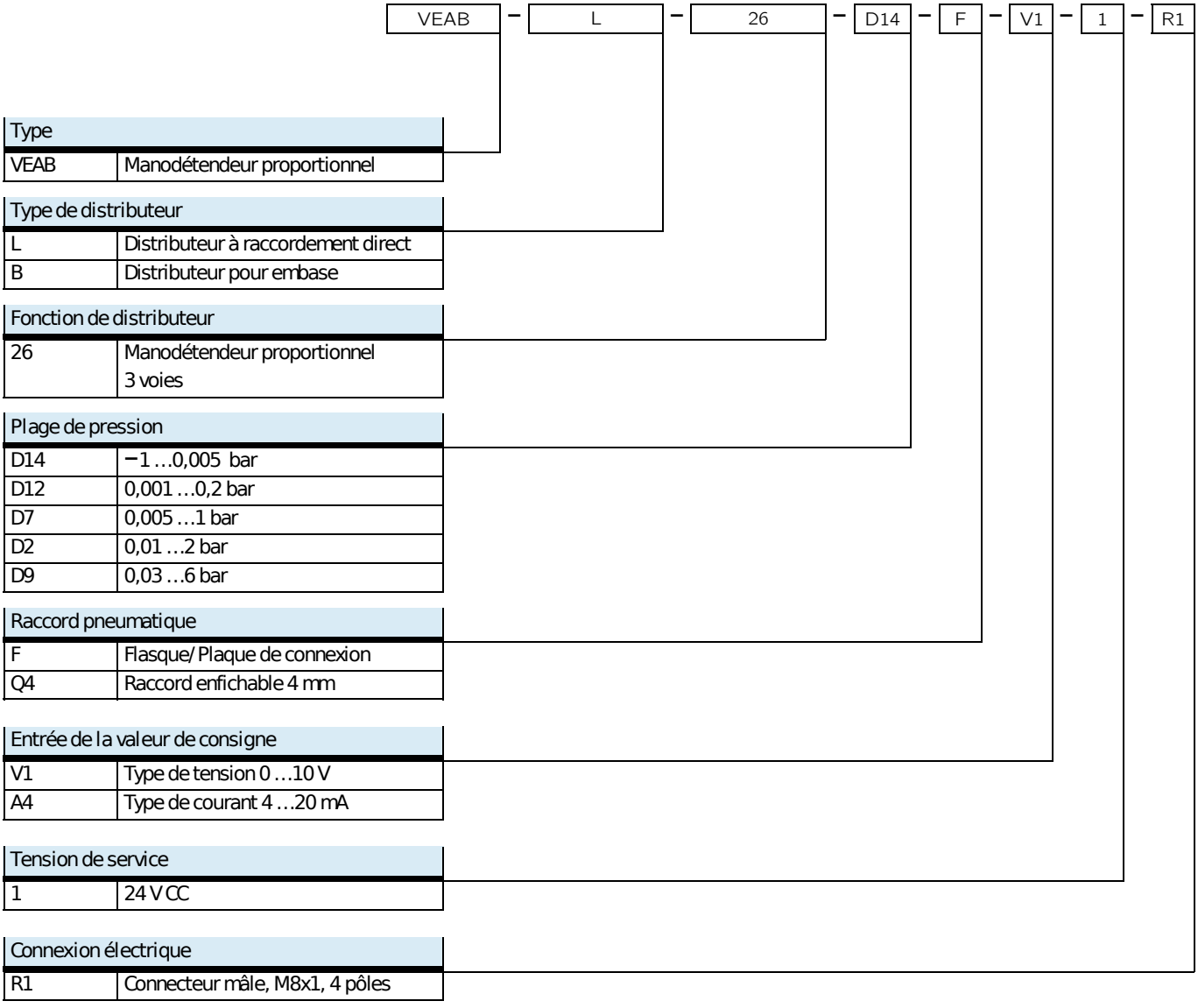



**Figure 39** – Désignation des manodétendeurs proportionnels VEAB - FESTO

| Références | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Plage de réglage de la pression [bar] | Références | Type | |
| Distributeur à raccordement direct | | | | | |
|  | Type : tension 0 ... 10 V | -1 ... 0,005 | **8046307** | **VEAB-L-26-D14-Q4-V1-1R1** | |
| | | 0,001 ... 0,2 | **8046301** | **VEAB-L-26-D12-Q4-V1-1R1** | |
| | | 0,005 ... 1 | **8046303** | **VEAB-L-26-D7-Q4-V1-1R1** | |
| | | 0,01 ... 2 | **8046305** | **VEAB-L-26-D2-Q4-V1-1R1** | |
| | | 0,03 ... 6 | **8046299** | **VEAB-L-26-D9-Q4-V1-1R1** | |
| | Type de courant, 4 ... 20 mA | -1 ... 0,005 | **8046308** | **VEAB-L-26-D14-Q4-A4-1R1** | |
| | | 0,001 ... 0,2 | **8046302** | **VEAB-L-26-D12-Q4-A4-1R1** | |
| | | 0,005 ... 1 | **8046304** | **VEAB-L-26-D7-Q4-A4-1R1** | |
| | | 0,01 ... 2 | **8046306** | **VEAB-L-26-D2-Q4-A4-1R1** | |
| | | 0,03 ... 6 | **8046300** | **VEAB-L-26-D9-Q4-A4-1R1** | |
| Distributeur pour embase | | | | | |
|  | Type : tension 0 ... 10 V | -1 ... 0,005 | **8046271** | **VEAB-B-26-D14-F-V1-1R1** | |
| | | 0,001 ... 0,2 | **8046265** | **VEAB-B-26-D12-F-V1-1R1** | |
| | | 0,005 ... 1 | **8046267** | **VEAB-B-26-D7-F-V1-1R1** | |
| | | 0,01 ... 2 | **8046269** | **VEAB-B-26-D2-F-V1-1R1** | |
| | | 0,03 ... 6 | **8046263** | **VEAB-B-26-D9-F-V1-1R1** | |
| | Type de courant, 4 ... 20 mA | -1 ... 0,005 | **8046272** | **VEAB-B-26-D14-F-A4-1R1** | |
| | | 0,001 ... 0,2 | **8046266** | **VEAB-B-26-D12-F-A4-1R1** | |
| | | 0,005 ... 1 | **8046268** | **VEAB-B-26-D7-F-A4-1R1** | |
| | | 0,01 ... 2 | **8046270** | **VEAB-B-26-D2-F-A4-1R1** | |
| | | 0,03 ... 6 | **8046264** | **VEAB-B-26-D9-F-A4-1R1** | |

**Figure 40 –** Références des manodétendeurs proportionnels VEAB - FESTO

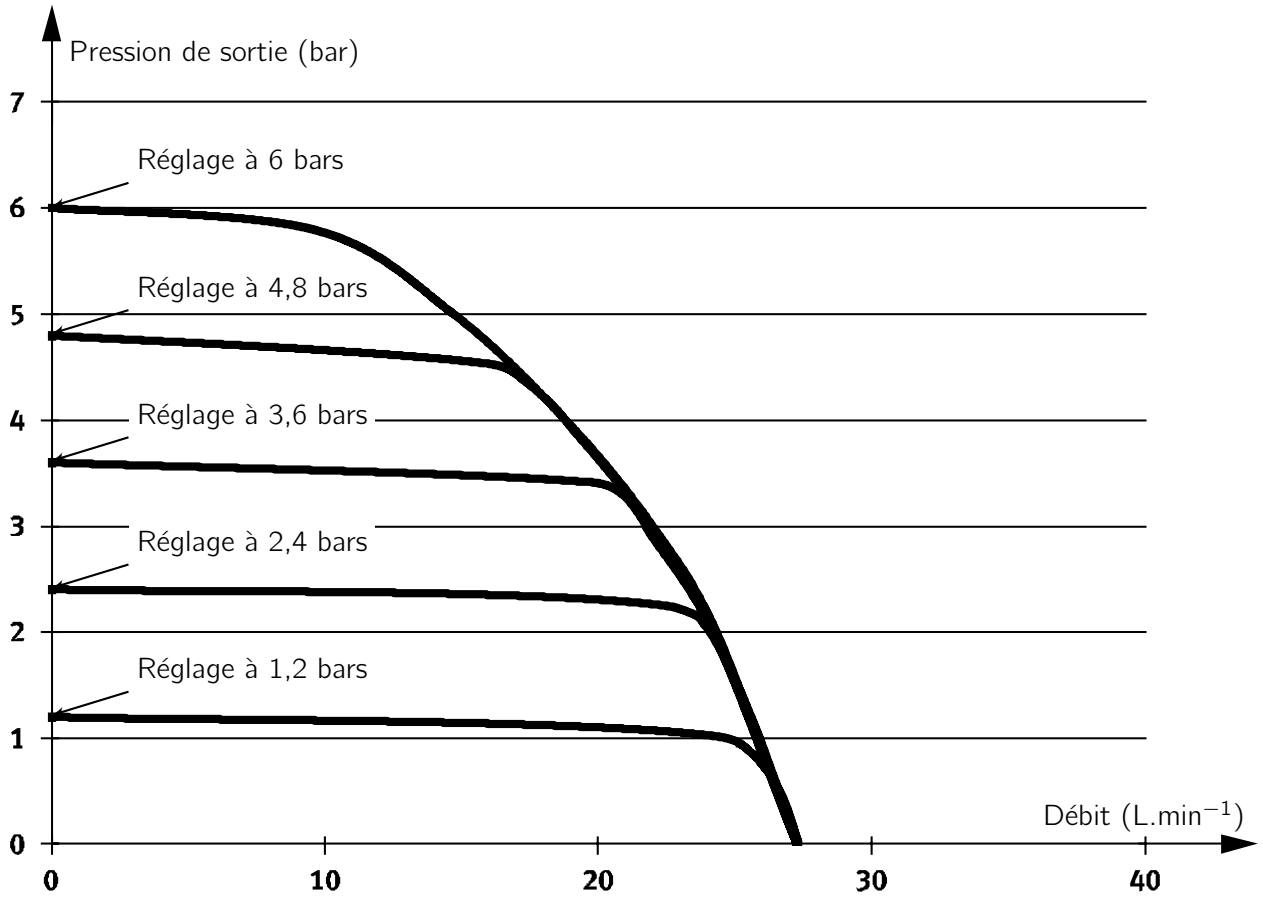



**Figure 41** – Relations pression de sortie/débit pour différents réglages de la pression de sortie

IMPRIMERIE NATIONALE – 26 1056 – D'après documents fournis

# Cahier réponse
# Épreuve de Sciences Industrielles A

## AVERTISSEMENT

**Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques, les règles à calculs, les téléphones portables…**

## INSTRUCTIONS

- Remplir sur chaque copie A3 en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- **Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.**
- **Vérifiez que votre cahier réponse comporte le nombre de pages indiqué et qu'il est correctement imprimé.**
- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à encre foncé : bleue ou noire. Le crayon-mine et autres couleurs peuvent être utilisés uniquement dans les schémas.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est strictement interdit. Les surveillants et surveillantes se réservent le droit de les confisquer.
- **À la fin de l'épreuve, rendre toutes les pages dans l'ordre mêmes celles non renseignées. Toute réclamation ultérieure ne pourra pas être prise en compte.**
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance. La présence d'une information d'identification en dehors du cartouche donnera lieu à un point de pénalité et la page concernée pourra être soustraite de la correction.

**Tournez la page S.V.P**

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

# PARTIE A — Étude mécanique de l'ensemble main, poignet et avant-bras lors d'un travail de découpe

## A.2 Étude du couple de déviation radio-ulnaire lors d'un travail de découpe

**Q1-** Déterminer l'expression au point $O$ du moment cinétique $\vec{\sigma}_{(O,2/0)}$ de l'ensemble 2 dans son mouvement par rapport à l'avant bras 0.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q2-** Déterminer l'expression de $\vec{\delta}_{(O,2/0)} \cdot \vec{y}_2$, la projection sur $\vec{y}_2$ du moment dynamique $\vec{\delta}_{(O,2/0)}$ de l'ensemble 2 dans son mouvement par rapport à l'avant bras 0, exprimé au point $O$ .

**Q3-** Déterminer au point $O$, l'expression du torseur mécanique de la force de coupe $\mathcal{F}_{F_c \to 2}$ ainsi que celle du torseur de l'action mécanique de la gravitation $\mathcal{F}_{g \to 2}$ sur l'ensemble 2.

**Q4-** A l'aide du théorème de votre choix, écrire une équation d'équilibre permettant d'obtenir le couple $C_1$ dû à l'action des muscles sur l'axe de déviation radio-ulnaire.

**Q5-** Dans cette configuration spécifique et en condition quasi-statique, déterminer le couple de déviation radio-ulnaire que doit fournir l'opérateur.

**Q6-** Déterminer le couple maximal qu'un opérateur peut développer dans le cas particulier étudié précédemment, et en déduire le couple que doit fournir l'exosquelette dans cette situation pour valider l'exigence Id 1.1 du diagramme des exigences (**req**) .

# PARTIE B — Étude de la configuration mécanique de l'exosquelette

## B.2 Réglage de l'orthèse par rapport au bras de l'opérateur

**Q7-** A partir du paramétrage, déterminer l'expression du torseur cinématique $\mathcal{V}_{2/0}$ du mouvement de la main 2 par rapport à l'avant-bras 0 ainsi que l'expression du torseur cinématique $\mathcal{V}_{5/3}$ du mouvement du gant 5 par rapport au brassard 3.

### B.2.1 Hypothèse d'un encastrement main/gant et avant-bras/brassard

**Q8-** Quelle(s) condition(s) géométrique(s) *(et non cinématique(s) ! !)* **minimales** imposer pour que le mouvement de l'orthèse soit compatible avec celui de toute la partie avant du bras ?

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

**Q9-** En prenant en considération la coïncidence des repères ($\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_4$), déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme. Quelle(s) conséquence(s) cela peut avoir ?

### B.2.2 Recherche d'un modèle isostatique

**Q10-** Par une approche à partir des torseurs cinématiques ou une approche à partir des torseurs des actions transmissibles, déterminer rigoureusement la liaison équivalente $\mathcal{L}_{eq}$ entre 1 et 0.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q11-** Compléter les deux schémas cinématiques de l'ensemble $\{1,2\}$ avec pour l'un, les liaisons $\mathcal{L}_A$ et $\mathcal{L}_B$ et pour l'autre, la liaison équivalente.

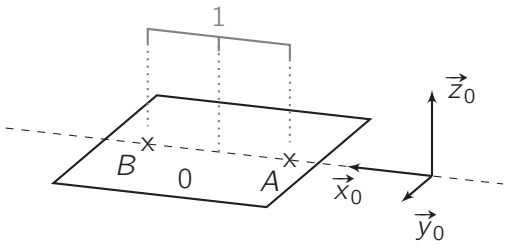



Schéma cinématique de l'ensemble $\{0,1\}$ avec les liaisons $\mathcal{L}_A$ et $\mathcal{L}_B$

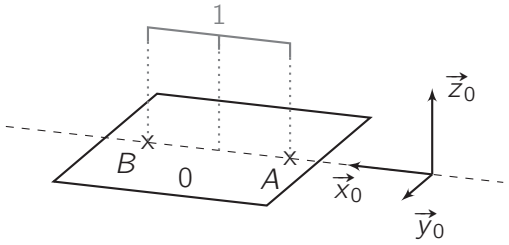



Schéma cinématique de l'ensemble $\{0,1\}$ avec la liaison $\mathcal{L}_{eq}$

**Q12-** En justifiant la démarche, déterminer le nombre de contraintes de montage du nouveau mécanisme. Les exigences 1.3.1 et 1.3.2 sont-elles validées ?

## B.3 Étude des longueurs des muscles lors de l'orientation du gant vis-à-vis du brassard

**Q13-** A partir du paramétrage donné lors d'un mouvement de flexion-extension, déterminer l'expression de $\lambda_1$ définie par $\lambda_1 = \left\| \overrightarrow{A_1 B_1} \right\|$.

*plus de place page suivante...*

**Q14-** Par un raisonnement simple, donner l'expression de $\lambda_4 = \left\| \overrightarrow{A_4 B_4} \right\|$, longueur du segment $[A_4, B_4]$.

**Q15-** A partir de l'expression de $\lambda_2^2$, proposer une expression de $f$ permettant de déterminer $\lambda_{2-max}$ à partir d'une méthode de Newton.

*plus de place page suivante. . .*

**Q16-** Après avoir rappelé la relation de récurrence liant $\beta_{n+1}$ à $\beta_n$ dans l'algorithme de Newton, écrire une fonction `newton(f, fp, beta_0, eps=10**-8)` prenant en argument `f`, une fonction dont on cherche le zéro, `fp` sa fonction dérivée, `beta_0` un premier candidat pour le processus itératif et `eps`, une valeur de tolérance associée à un critère d'arrêt de l'algorithme lié à $|f(\beta)|$.

$\beta_{n+1} =$

```
1  def newton(f, fp, beta_0, eps=10**-8):
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
```

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

**Q17-** Justifier que des courbes soient superposées et que le maximum de la longueur $\lambda_2$ semble être obtenue pour $\alpha = 0°$.

**Q18-** Déterminer graphiquement $\lambda_{2-max}$ et à partir du pourcentage de contraction maximale, déterminer la plage d'évolution de l'angle $\beta$ de flexion/extension quand $\alpha = 0°$. L'exigence Id 1.2.3.1 est-elle alors satisfaite ? Qu'en est-il de l'exigence Id 1.2.3.2 ?

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

# PARTIE C Étude de l'actionnement mécanique d'une articulation

## C.1 Caractérisation des actionneurs

**Q19-** Donner les unités des paramètres $F_{c_0}$ et $K$.

**Q20-** Tracer, sur le **Cahier réponses**, l'allure d'une caractéristique Force-Contraction linéarisée pour une pression constante. Mettre en évidence les paramètres $P$, $K$ et $F_{c_0}$ sur le graphe.



**Q21-** Compléter le code dans le **Cahier réponses** afin de tracer la caractéristique théorique du muscle pour pouvoir la comparer à la caractéristique expérimentale obtenue sous une pression de 2 bars.

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  data = np.genfromtxt('donnees.txt',
5                       dtype=float, delimiter=' ')
6
7  plt.plot(data[0, :], data[1, :],
8           label = 'Expérimentale')
9  plt.xlabel('Contraction du muscle (m)')
10 plt.ylabel('Force (N)')
11
12 plt.show()
13
14 Fc0, K = 1, 1 ## Valeurs arbitraires
15 ## Pression (Pa) lors de l'expérience
16 P_exp =
17
18
19 def F_c(x, P):
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30 plt.legend()
31 plt.show()
```

## C.2 Modèle dynamique de l'actionnement musculaire

**Q22-** En supposant qu'à l'état initial les muscles sont contractés à la moitié de leur contraction maximale (on prendra ici contraction maximale théorique de 20%), donner l'expression du rayon de poulie nécessaire pour que l'amplitude articulaire $\theta_{max}$ atteignable en fonction de $\lambda_0$ et $R$ soit au moins égale à 45° (débattement de $\pm 45° \approx \pm 0{,}75$ rad conformément à l'exigence Id 1.2.3.1). Faire l'application numérique avec $\lambda_0 = 30$ cm. Expliquer brièvement pourquoi ce rayon est différent de $R_v$.

**Q23-** Donner l'expression du couple $C_{mp}$ en fonction des forces développées par les muscles 1 et 2, $F_{tot_1}$ et $F_{tot_2}$ respectivement.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

**Q24-** En notant $J$ l'inertie de la poulie suivant son axe de rotation, en négligeant l'effet de la pesanteur sur la poulie et en supposant l'avant-bras comme associé à un repère galiléen, déterminer l'équation de mouvement de la poulie.

**Q25-** Établir que l'équation de mouvement de la poulie (donc en $\theta$) en fonction de la variation de pression $\delta P$ dans les deux muscles est donnée par (C.4).

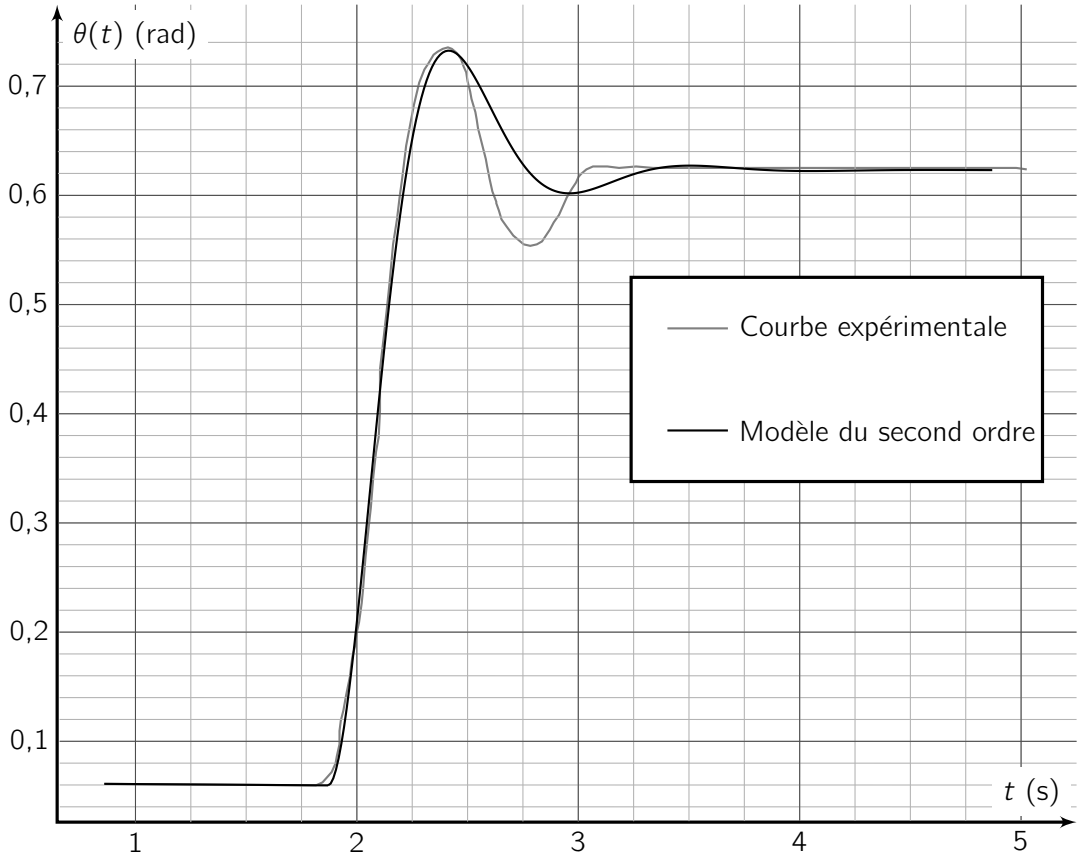
*plus de place page suivante. . .*

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q26-** A partir du modèle dynamique précédemment établi, déterminer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Theta(p)}{\Delta P(p)}$ liée à l'actionnement pneumatique de l'articulation.

**Q27-** Mettre $H(p)$ sous la forme canonique $H(p) = \dfrac{K_m}{1 + \dfrac{2.\xi_m}{\omega_m}.p + \dfrac{p^2}{\omega_m^2}}$ et déterminer les expressions analytiques de ses éléments caractéristiques.

**Q28-** Déterminer avec deux chiffres significatifs, les valeurs des coefficients $K_m$, $\xi_m$ et $\omega_m$.



Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

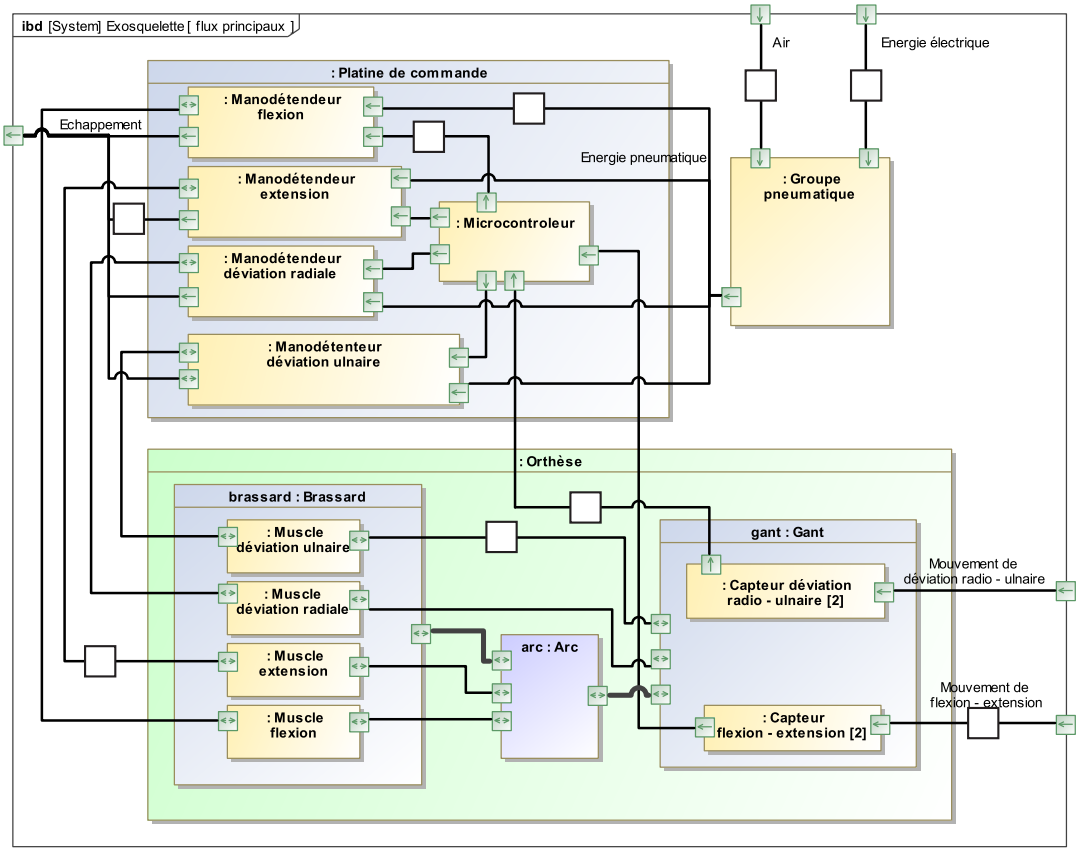
- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

# PARTIE D — Étude de l'asservissement des mouvements de déviation radio-ulnaire

## D.1 Chaîne fonctionnelle de l'asservissement d'effort

**Q29-** Dans chacune des neuf cases, indiquer les flux d'information par la lettre I, les flux d'énergie par la lettre E et les éventuels flux de matière par la lettre M.






Be

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

**Q30-** Donner le nom et la fonction générique des composants listés ci-après.

| Composant | Nom générique | Fonction générique |
|---|---|---|
| Manodétendeur | | |
| Capteur déviation radio-ulnaire | | |
| Muscle | | |
| Groupe pneumatique | | |
| Micro-contrôleur | | |

## D.2 Asservissement d'effort lors d'un mouvement de déviation radio-ulnaire

### D.2.2 Modélisation de l'asservissement du mouvement de déviation radio-ulnaire

#### D.2.2.1 Modélisation du manodétendeur

**Q31-** Déterminer la valeur numérique du gain $K_{mano}$ en bar.V$^{-1}$.

**Q32-** A partir des désignations et références des manodétendeurs FESTO donnés en **Annexe F**, donner le nom normalisé du manodétendeur à utiliser.

#### D.2.2.2 Modélisation de l'interface main/gant

**Q33-** Montrer qu'on peut raisonnablement obtenir au premier ordre $x_b(\delta\theta) = R_g - R_m + a.\delta\theta$.

**Q34-** Déterminer les expressions de $C_{eq}$, $A_{mg}$ et $B_{mg}$ telles que $C_{mg} = C_{eq} - A_{mg}.\delta\theta - B_{mg}.\frac{\mathrm{d}\delta\theta}{\mathrm{dt}}$ avec $\vec{M}_{(O,\, main \to gant)} = C_{mg}.\vec{y}_5$.

*plus de place page suivante...*

**Q35-** A partir de l'expression de $C_{mg}$, déterminer la forme canonique de la fonction de transfert $H_{mg}(p) = \dfrac{\Delta C_{mg}(p)}{\Delta\Theta(p)}$ en fonction de $A_{mg}$ et $B_{mg}$.

### D.2.3 Performances de l'asservissement en effort

#### D.2.3.1 Cas de la correction proportionnelle

**Q36-** Déterminer les valeurs de $K_p$ qui conduisent à la stabilité de l'asservissement.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

056

**Q37-** Déterminer déterminer l'expression de $K_{dec}$ et celle de $H_p(p)$ sous forme d'une fraction de polynômes.

**Q38-** Déterminer l'expression analytique de l'erreur $E_{rs}$ en régime permanent lorsque le système est sollicité dans les conditions ci-dessus. L'exigence Id 1.4.2.1 est-elle respectée ?

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

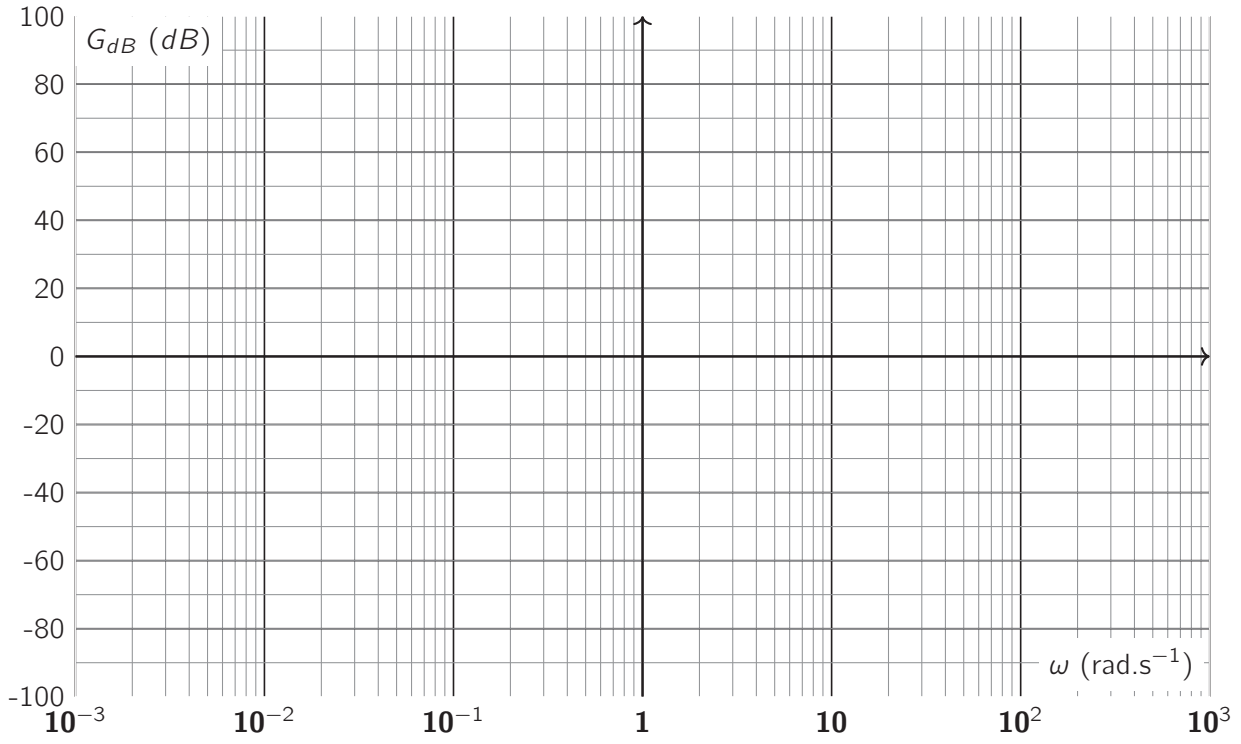
### D.2.3.2 Cas de la correction proportionnelle intégrale

**Q39-** Justifier que si le système est stable, alors avec cette correction le système est précis en réponse à un échelon d'entrée $\Delta C^*_{gm}$ nul, une perturbation en échelon $C_{dec}(t) = C_{dec0}.u(t)$ et un mouvement de la main nul $\theta_{op}(t) = 0$.

**Q40-** Par la méthode de votre choix, déterminer si l'erreur en régulation $E_{regs}$ pour un mouvement de la main en rampe, de pente $\Omega_0$ ($\theta_{op}(t) = \Omega_0.t.u(t)$) est nulle, finie mais non nulle ou infinie. L'exigence de précision Id 1.4.2.2 est-elle respectée ?

### D.2.3.3 Cas d'une correction PIDf

**Q41-** Tracer le diagramme de gain asymptotique de la $FTBO_{nc}$.






Tournez la page S.V.P.

**Q42-** Quelle est la plage de pulsation permettant de vérifier l'exigence de stabilité Id 1.4.1.1 avec la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $FTBO_{cor}$ ? Quelle plage de valeurs est compatible avec l'exigence de rapidité Id 1.4.3.1 ?

**Q43-** Si on cherche à minimiser la valeur du gain $K_{i2}$, quelle valeur numérique imposer à $\omega_{0dB}$ ? Déterminer graphique la valeur de $K_{i2}$.

Modèle CMEN-DR v2 ©EXATECH

Nom de famille :
*(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)*

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

*(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)*

*(Remplir cette partie à l'aide de la notice)*

**Concours / Examen :** ..... **Section/Spécialité/Série :** .....

**Epreuve :** ..... **Matière :** ..... **Session :** .....

***CONSIGNES***

- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*



**Q44-** Vérifier la satisfaction de chacune des exigences relatives aux performances de l'asservissement d'effort.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

# PARTIE E — Étude du groupe pneumatique

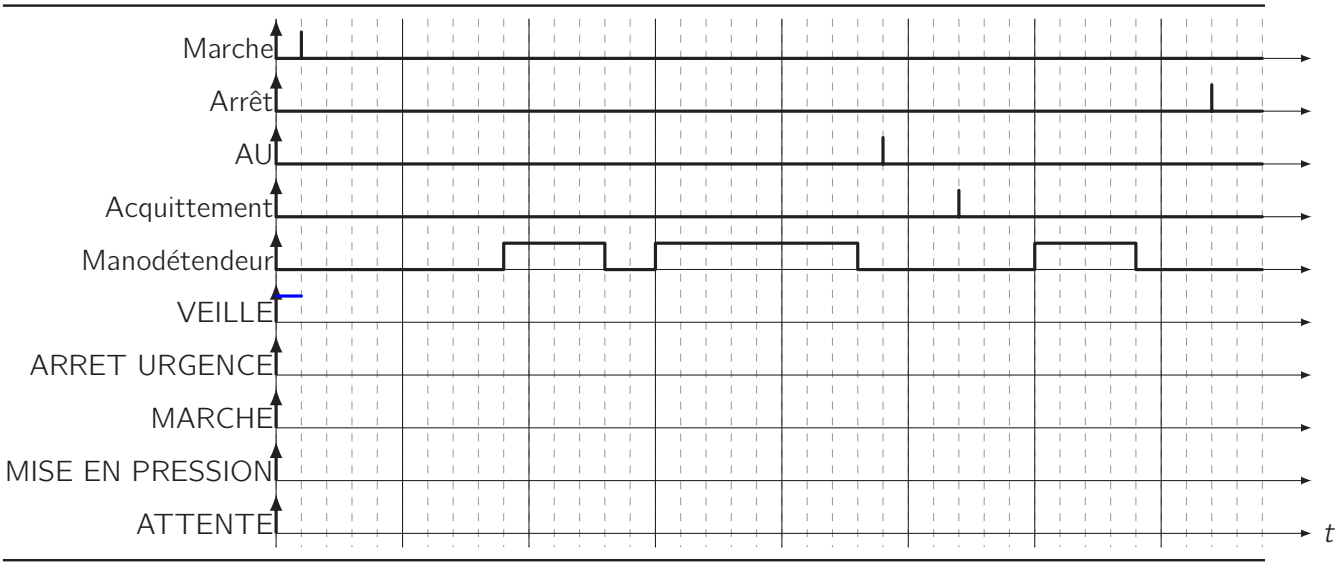
## E.2 Étude du compresseur

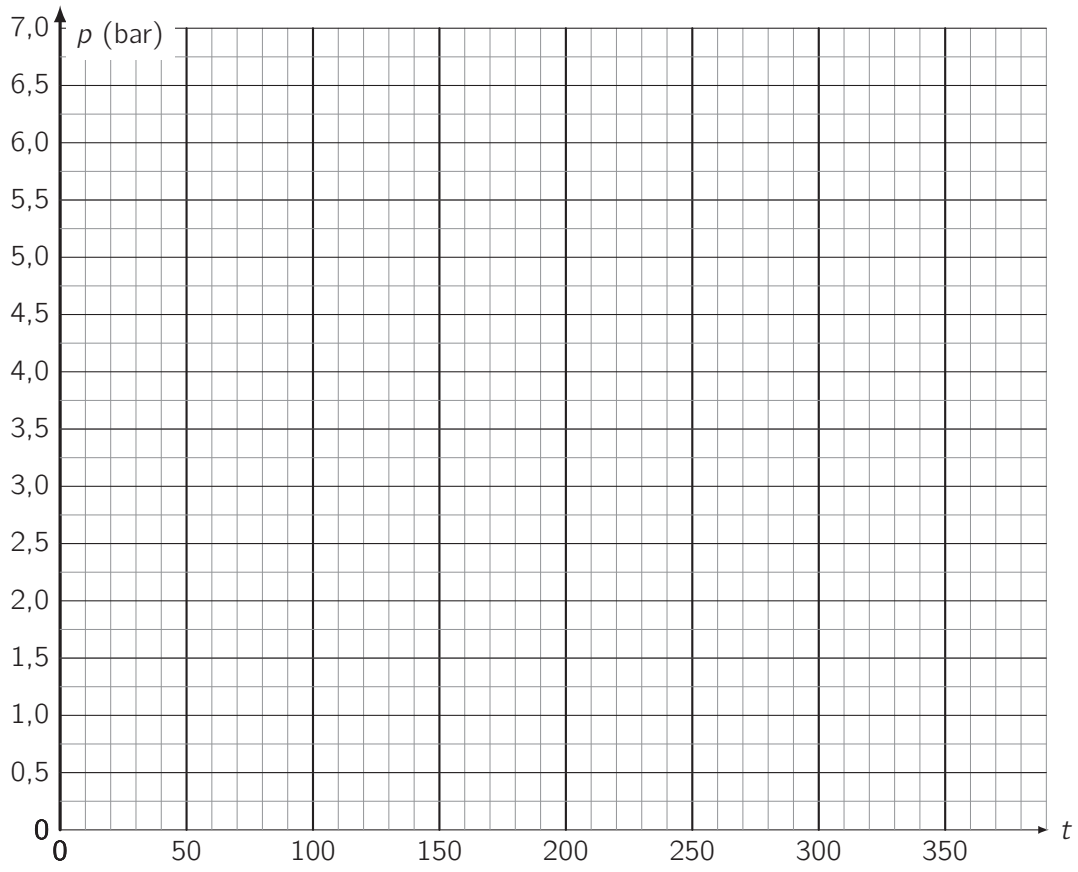
**Q45-** Déterminer l'expression de la pression maximale $p_2$ atteignable en fonction de la pression d'admission $p_1$ et des volumes $V_1$ et $V_2$. Faire l'application numérique pour $p_1 = 1$ bar $V_1 = 26{,}25$ cm$^3$ et $V_2 = 7$ cm$^3$ en précisant la valeur numérique de $\tau$.

**Q46-** Montrer que $T_2 = T_1.\tau^{\gamma-1}$. Avec une admission à $T_1 = 293{,}15$ K (20° C), déterminer la température $T_2$ en fin de compression (en degrés Kelvin puis degrés Celsius). Le refroidisseur est-il nécessaire ?

**Q47-** Déterminer les coefficients $K_{p1}$ et $K_{p2}$.

**Q48-** Tracer l'évolution de la pression dans le compresseur en le supposant initialement à la pression atmosphérique $p = 1$ bar et les autres lignes du chronogramme.






**Tournez la page S.V.P.**

**Page offerte pour refaire une question. A n'utiliser qu'en cas d'extrême nécessité.**

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière :
**écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/banque-pt/pt