Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2000, filière MP

Physique 1

Ce que traite le sujet

- A. Caractère singulier de la gravitation
- B. Cycles moteurs de Carnot, Beau de Rochas et Stirling

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie du sujet officiel dont l'en-tête du concours a été retiré ; le contenu de l'énoncé est complet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2000/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées sous réserve des conditions définies dans la circulaire n° 99-018 du 01.02.99.
Conformément à l' usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras.

On donne les constantes physiques suivantes :

Charge élémentaire :	$e = 1{,}602.\ 10^{-19}$ C
Constante de gravitation :	$G = 6{,}6726.10^{-11}$ SI
Masse de l'électron :	$m_e = m_e^* = 0{,}911.\ 10^{-30}$ kg
Masse du noyau d'hélium :	$m_\alpha = m_\alpha^* = 6{,}65.\ 10^{-27}$ kg
Masse d'un noyau d'or .	$m_{Au} = m_{Au}^* = 3{,}27.\ 10^{-25}$ kg
Charge d'un noyau d'or .	$Z_{Au} = 79\ e$
Charge d'un noyau d'hélium :	$Z_{He} = 2e$
Masse du Soleil .	$M_S = M_S^* = 1{,}99.\ 10^{30}$ kg
Rayon du Soleil :	$R_S = 0{,}696.\ 10^9$ m
Masse de la Terre :	$M_T = M_T^* = 6.10^{24}$ kg
Rayon de la Terre :	$R_T = 6{,}4\ .\ 10^6$ m
Masse de Lune :	$M_L = M_L^* = 73{,}5\ .\ 10^{21}$ kg
Rayon de la Lune :	$R_L = 1{,}76\ .\ 10^6$ m
Distance Terre-Soleil :	$TS = 149.\ 10^9$ m
Distance Terre-Lune :	$TL = 0{,}384\ .\ 10^9$ m
Intensité du champ de pesanteur terrestre :	$g = 9{,}81$ m. s^{-2} .
Constante de l'interaction électrostatique :	$1 / (4\pi\varepsilon_o) = 9\ .\ 10^9$ SI
Constante universelle des gaz parfaits :	$R = 8{,}314$ J.K^{-1} mol^{-1}
Nombre d'Avogadro :	$N_A = 6{,}02\ .\ 10^{23}$ mol^{-1} .

A. Caractère singulier de la gravitation

On se propose de souligner, à l'aide de différents exemples, le caractère singulier de la force de gravitation, singularité à l' origine de la théorie de la relativité générale établie par Einstein en 1915.
On rappelle que la masse grave d'un corps, ou masse de gravitation, exprime la capacité qu'a un corps d'être attiré par un autre corps. La masse inerte désigne, elle, la capacité qu'a ce même corps de s'opposer à sa mise en mouvement à partir du repos, sous l'action d'une force. C'est donc la masse inerte qui apparaît dans l'écriture de la loi fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton). Entre deux points matériels, A_1 et A_2, de masses graves respectives m_1 et m_2, Newton a admis que l'attraction gravitationnelle pouvait être exprimée par l'expression suivante de la force $\mathbf{F_{2->1}}$ qu'exerce A_2 sur A_1:
$\mathbf{F_{2->1}} = (K / r^2)\ \mathbf{e}_r$ avec $K = -Gm_1^*m_2^*$ $\mathbf{e_r} = \mathbf{r} / r$ et $\mathbf{r} = \mathbf{A_2A_1} = \mathbf{r_1} - \mathbf{r_2}$
les vecteurs $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$ situant les positions de A_1 et A_2 par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ = Oxyz .

1. a) Comparer la force électrostatique et la force de gravitation qui s'exercent entre des particules α (noyaux d'hélium) et des noyaux d'or (expérience de Rutherford). Conclure.

b) Etablir l'expression de l'énergie potentielle d' interaction entre deux particules, de charges électriques q_1 et q_2 et de masses graves m_1^* et m_2^*, associée aux forces électrostatiques et aux forces de gravitation. On adoptera comme origine des énergies potentielles la valeur pour r infini.

2. a) En s'appuyant sur l'analogie entre la force de Coulomb d'interaction électrostatique et la force de gravitation, énoncer, sans les établir, les deux propriétés auxquelles satisfait le champ de gravitation $\mathcal{G}$:
i) la première, en relation avec la circulation de $\mathcal{G}$.
ii) la seconde, en relation avec le flux de $\mathcal{G}$.

b) Montrer que le champ de gravitation, créé en un point M par une sphère, de centre O, de rayon R, dont la distribution de masse grave est à symétrie sphérique, est radial et peut se mettre sous la forme : $\mathcal{G}(M) = \mathcal{G}_r \mathbf{e_r}$ où $\mathbf{e_r} = \mathbf{OM} / r$ et $r = ||\mathbf{OM}||$. Exprimer, en fonction de r, $\mathcal{G}_r$, ainsi que Φ - Tracer les graphes correspondants $\mathcal{G}_r(r)$ et $\Phi(r)$.

c) On rappelle l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une distribution de charge électrique en fonction du champ électrostatique **E** : $\mathcal{E}_p = \int_{esp} \frac{\varepsilon_o E^2}{2} dV$, l'intégration portant sur tout l'espace. En s'appuyant sur l'analogie précédente, trouver l'énergie potentielle de gravitation d'une distribution sphérique uniforme, de masse grave totale M* et de rayon R.

3. On considère une cabine spatiale, de centre de masse C, en translation par rapport au référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g = Tx_oy_oz_o$, d'origine le centre T de la Terre et lui-même en translation par rapport au référentiel de Copernic $\mathcal{R}_C$; $\mathcal{R}_g$ peut être considéré comme galiléen avec une excellente approximation (Figure 1).
On s'intéresse au mouvement d'un point matériel A, de masse inerte m et de masse grave m*, par rapport au référentiel du centre de masse $\mathcal{R}^*$ de la cabine, associé à. $\mathcal{R}_g$. On ne tient pas compte de l'influence des astres autres que la Terre.

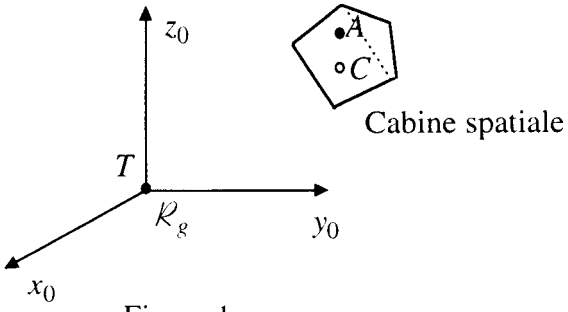


Figure 1

a) Rappeler la définition de $\mathcal{R}^*$.

b) En désignant par $\mathbf{F}_{OC}$ la somme des forces occasionnelles, c'est-à-dire la somme des forces non gravitationnelles, qu'exerce l'environnement sur A, écrire la loi fondamentale de la dynamique pour A dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}^*$.

c) Appliquer le théorème du centre de masse à la cabine spatiale, de masse grave M_C^* et de masse inerte M_C, dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$. Montrer que l'on a :

$$\mathbf{a}^*_A = (m^* / m)\, \mathcal{G}(A) - (M_C^* / M_C)\, \mathcal{G}(B) + \mathbf{F}_{OC} / m$$

B étant un point de la cabine que l'on précisera.

d) Rappeler la première loi de Newton ou principe d'inertie. Une telle loi est expérimentalement constatée dans $\mathcal{R}^*$ en faisant $\mathbf{F}_{OC} = \mathbf{0}$. En déduire, en admettant que le champ de gravitation est uniforme dans la cabine, que la masse grave peut être identifiée à la masse inerte. Commenter.

4. Dans cette question, on admet l'identité des masse grave et inerte. En outre, le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g$ est en translation quasi circulaire par rapport au référentiel de Copernic supposé galiléen.

a) Calculer, dans $\mathcal{R}_C$ les forces de gravitation qu'exercent le Soleil et la Terre sur la Lune. Le résultat obtenu semble paradoxal. Pourquoi ? Comment lève-t-on ce paradoxe ?

b) Appliquer le théorème du centre de masse à la Lune par rapport à $\mathcal{R}_g$. Montrer que, par rapport à $\mathcal{R}_g$, l'influence du Soleil apparaît par un terme différentiel dont l'influence est mineure. Commenter.

5. On montre que le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$, peut être considéré comme un bon référentiel galiléen, pourvu que l'on substitue au champ de gravitation $\mathcal{G}$, le champ de pesanteur terrestre **g** et que les vitesses acquises soient suffisamment faibles (inférieures à 500 $m.s^{-1}$). On laisse tomber (sans vitesse initiale), d'une hauteur h = 2 m, deux corps différents, par exemple, une bille B_1 métallique, de masse $m_1 = 0,7$ kg, et une bille plus légère, B_2, de masse $m_2 = 0,058$ kg (Figure 2). On admet qu' il existe une force supplémentaire de frottement visqueux proportionnelle à la vitesse : $\mathbf{F}_f = -\alpha \mathbf{v}$, α étant un coefficient positif.

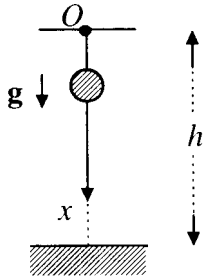


Figure 2

a) A quelle équation différentielle la vitesse v, selon la verticale descendante Ox, satisfait-elle ?

b) En déduire v(t) en introduisant $\tau = m / \alpha$. Représenter le graphe correspondant. Donner une expression approchée de v(t) pour $t \ll \tau$. Commenter.

c) Trouver l'équation horaire x(t) . Donner une expression approchée de x(t) pour $t \ll \tau$. Commenter.

d) Calculer τ dans le cas des deux billes, sachant que $\alpha = 13 \times 10^{-6}$ SI . Que peut-on dire de l'influence de la force de frottement ?

6. Dans cette question, on reprend l'analyse précédente, mais la force de frottement est proportionnelle au carré de la vitesse: $\mathbf{F}_f = - \beta v^2 \mathbf{v} / v$, β étant un coefficient positif.

a) Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait la vitesse d'une bille selon l'axe vertical descendant. Quelle est la dimension physique de $(mg / \beta)^{1/2}$?

b) Montrer que v(t) a pour expression: $v(t) = v_l \tanh (gt / v_l)$
v_l étant une quantité que l'on déterminera. Tracer le graphe correspondant. Quelle est la signification physique de v_l ? Donner une expression approchée de v(t) pour $t \ll (v_l / g)$. Commenter .

c) En déduire l'équation horaire x(t) , sachant que : $\int \tanh u \, du = \ln \cosh u$
Donner une expression approchée de x(t) jusqu'au terme en t^4 inclus. Commenter.

d) On reprend l'étude de la chute des deux billes. Dans les deux cas, on admet la même valeur $\beta = 12 \cdot 10^{-4}$ SI. Calculer v_l dans les deux cas. Montrer que le mouvement de B_l est une chute libre dans le vide, avec une excellente précision relative que l'on calculera.

e) Quelle est la distance parcourue par la bille B_2 pendant la durée de chute de B_l ? En déduire l'écart entre les deux billes en fin de chute. Commenter.

B. Cycles moteurs de Carnot, Beau de Rochas et Stirling

Après une étude graphique des machines dithermes, à l'aide du diagramme de Raveau, et une vérification expérimentale de l'expression de l'entropie d'un gaz parfait, on compare les efficacités des cycles moteurs de Carnot, Beau de Rochas et stirling. Ce dernier cycle présente des caractéristiques intéressantes, notamment un faible niveau de pollution, une durée de vie élevée et une excellente efficacité.

1. Machine ditherme

Une masse m de gaz, constituée principalement d'air, subit un cycle moteur entre deux sources thermiques, l'une la source froide à la température $T_f = 290$ K, l'autre la source chaude à la température $T_c = 1450$ K.

a) Exprimer les bilans d'énergie et d'entropie au cours d'un cycle réel. On introduira les quantités algébriques suivantes, relatives à un cycle : W, Q_f , Q_c , S^p ; W est le travail reçu (algébriquement) par le fluide (si $W > 0$, il est effectivement reçu par le fluide, si $W < 0$, il est effectivement fourni par le fluide). De même Q_f est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source froide ; Q_c est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude.
Dans l'écriture de S^p , qui désigne l'entropie produite, p est un indice et non un exposant.

b) Représenter, sur un même graphe, donnant Q_c en fonction de Q_f , appelé diagramme de Raveau, les deux équations précédentes, W et S^p étant des quantités déterminées. En déduire la position du point de fonctionnement sur le diagramme, compte tenu des signes de W et S^p, ainsi que le sens des échanges thermiques (signes de Q_c et Q_f).

c) Etablir l'expression de l'efficacité η du moteur, appelée aussi rendement, en fonction de T_c, T_f , Q_c et S^p.

d) Que devient cette efficacité lorsque la machine ditherme fonctionne selon un cycle de Carnot ? Calculer sa valeur η_c . Ce résultat, sensiblement inférieur à 1, doit-il être attribué à une imperfection de la machine (frottements divers) ou provient-il d' une limitation fondamentale ? Dans ce dernier cas, préciser la nature de cette limitation.

e) On définit le degré d' irréversibilité du cycle à l'aide du rapport $r = \eta / \eta_c$. Sachant que $r = 0{,}94$ et que le moteur fournit un travail de 15 kJ par cycle, trouver Q_c , Q_f et S^p . Porter avec soin ces résultats sur un graphe, donnant Q_c en fonction de Q_f dans lequel 1 cm représente 5 kJ.

2. Entropie d'un gaz parfait

a) Le rapport γ des capacités thermiques isobare et isochore d'un gaz parfait est 1,67 pour un gaz monoatomique, tel que l'argon, et 1,4 pour un gaz diatomique, tel que l'air. Justifier ces valeurs à l'aide de considérations simples issues de la théorie cinétique des gaz ?

b) Etablir l'expression de la variation élémentaire de l'entropie d'un gaz parfait monoatomique en fonction de sa température T et de sa pression p. Montrer que l' entropie du gaz peut s'écrire :
$S = \alpha (-\ln p + \beta \ln T + Cte)$
α étant un coefficient que l' on exprimera, en fonction du nombre n de moles et de la constante R des gaz parfaits, et β un facteur que l'on déterminera. La constante Cte qui apparaît dans la formule précédente a pu être déterminée expérimentalement à l' aide du graphe $C_p(T)$ donnant la capacité thermique molaire de l'argon gazeux, sous 1 bar, en fonction de la température. Comment accède-t-on à l'entropie à partir de $C_p(T)$?

c) Dans le cas d'un gaz parfait diatomique, $\beta = 7/2$. En déduire la relation entre la pression et la température d'un gaz parfait diatomique au cours d'une évolution isentropique.

3. Cycle de Beau de Rochas et Otto

Dans un moteur à explosion, le fluide, de masse m = 2,9 g , assimilé à un gaz parfait diatomique, de masse molaire M = 29 g, suit une évolution cyclique réversible ABCD, constituée de deux portions isentropiques, AB et CD, .séparées par deux portions isochores, BC et DA. Le cycle n'est plus ditherme : il y a mise en contact du fluide avec une succession de sources chaudes et froides.
Les températures et les pressions aux points A et C sont. respectivement :
$T_A = 290$ K $p_A = 1$ bar $T_C = 1450$K $p_C = 40$ bar
En outre, le taux de compression $\alpha_v = V_A / V_C$ est égal à 8.

a) Quelle équation relie la pression et le volume le long des courbes AB et CD ? Calculer les pressions, en bar, p_B et p_D en B et D respectivement, ainsi que les volumes en litre en ces points.

b) Représenter avec soin le cycle ABCD dans le diagramme de Clapeyron (p,V). Justifier le sens de description du cycle.

c) Calculer, en kJ, le travail et la chaleur reçus (algébriquement) par le gaz sur chaque portion du cycle. Vérifier l'existence d'une relation simple entre toutes les grandeurs calculées.

d) Quelle est l'efficacité η_{BO} de ce cycle moteur, c'est-à-dire le rapport du travail fourni au milieu extérieur sur la chaleur reçue de la part des sources chaudes représentées sur la portion BC du diagramme ? Comparer η_{BO} à l'efficacité η_C d'un cycle moteur ditherme fonctionnant entre les températures T_A et T_C. Commenter.

4. Cycle de Stirling

Dans un cycle de Stirling, une même masse d' air (m = 2,9 g) suit une évolution cyclique réversible A' B' C' D' , constituée de deux portions isothermes A' B' et C' D' séparées par deux portions isochores B'C' et D'A'. Les températures et les pressions aux points A' et C' sont les mêmes qu' aux points A et C respectivement. Le taux de compression ($\alpha_v = V_A / V_C$) est aussi le même que précédemment.

a) Quelle équation relie la pression et le volume le long des courbes A' B' et C' D' ? En déduire les pressions p_B' et p_D' , en B' et D', respectivement.

b) Représenter avec soin le cycle A'B'C'D' dans le diagramme de Clapeyron. Comparer ce diagramme au précédent.

c) Calculer le travail et la chaleur reçus (algébriquement) par le gaz sur chaque portion du cycle.

d) Les échanges thermiques au cours des évolutions isochores se font à l'aide d'un régénérateur interne à la machine. Les seuls échanges thermiques avec l'extérieur ont lieu pendant les phases isothermes. Quelle est l'efficacité η_S de ce cycle moteur, c'est-à-dire le rapport du travail fourni au milieu extérieur sur la chaleur reçue de la part des sources chaudes représentées sur la portion C'D' du diagramme ?
Comparer η_S à η_{BO} et η_C .

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Électrostatique : formulation locale et condensateur
- Référentiels non galiléens
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp