Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2008, filière MP

Physique 1

Ce que traite le sujet

- Mécanique, I : étude sommaire
- Mécanique, II : amélioration du dispositif
- Mécanique, III : accélération radiale d'un satellite
- Thermodynamique, 1 : transformations d'un gaz parfait
- Thermodynamique, 2 : gaz parfait et mélange liquide-vapeur

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie du sujet officiel dont l'en-tête du concours a été retiré ; le contenu de l'énoncé est complet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2008/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Les calculatrices sont ***autorisées***

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

– MÉCANIQUE –

Le but du problème est d'étudier un accélérographe construit à l'aide d'un oscillateur mécanique.
Les trois parties sont largement indépendantes.
Dans tout le problème on prendra pour l'intensité du champ de pesanteur terrestre $g = 9{,}8\,\text{m.s}^{-2}$.

I. Étude sommaire

Dans un référentiel R galiléen muni du repère cartésien (O, $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$), on considère un corps solide (S) de masse $m = 0{,}1$ kg et de centre d'inertie G pouvant se déplacer sans frottement solide le long de l'axe horizontal Ox (cf. figure 1) ; G est relié au point E par un ressort de raideur k ; (S) est en outre soumis à une force de frottement visqueux de la forme $-\beta\vec{V}(G)$ où $\vec{V}(G)$ est la vitesse de G par rapport à E.

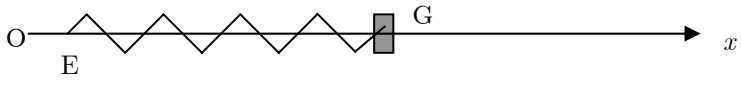


Figure 1

On repère la position de G par l'écart à la position d'équilibre l_o par la relation $x = EG - l_o$.

1. Détermination des caractéristiques de l'oscillateur

Dans un premier temps, E est fixe en O.
On écarte G de sa position d'équilibre vers la droite, d'une distance $x_o = 10$ cm et on le lâche sans vitesse initiale.

1-a) Déterminer l'équation du mouvement ; on posera $\omega_o^2 = \frac{k}{m}$ et $2\lambda = \frac{\beta}{m}$.

1-b) Déterminer $x(t)$ dans le cas d'un régime pseudo-périodique.

1-c) La durée séparant 10 passages de G par la position d'équilibre, de droite à gauche, est $\Delta t = 12\,\text{s}$. Par ailleurs, l'amplitude de la dixième oscillation est $x_1 = 7{,}5\,\text{cm}$. En déduire les valeurs de la pseudo pulsation, de β et de k.

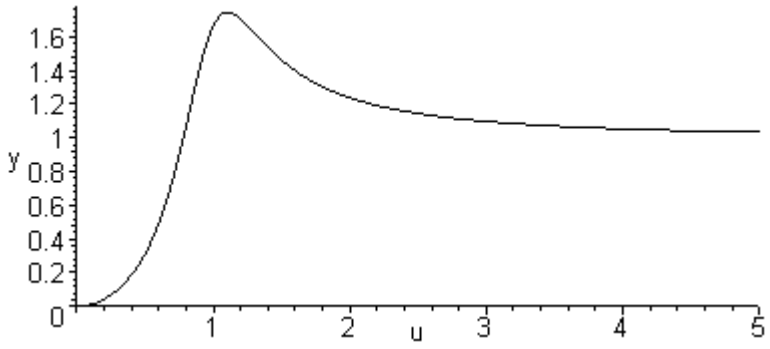
2. Mesure d'une accélération

Dans cette question le point E est solidaire d'un solide en vibration dans R. Sa position est donnée par $\overrightarrow{OE} = a\cos(\omega t)\vec{e}_x$.

2-a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

2-b) Déterminer $x(t)$ en régime forcé (ou permanent).

2-c) Le tracé de l'amplitude X_o des oscillations en fonction de la pulsation a l'allure suivante en coordonnées réduites $y = \frac{X_o}{a}$ en fonction de $u = \frac{\omega}{\omega_o}$:



Que représente le maximum de cette courbe ? Cette situation se présente-t-elle pour toute valeur du coefficient d'amortissement ?
Déduire graphiquement l'amplitude a dans le cas où, pour $\omega = 7$ rad.s^{-1}, on mesure $X_o = 0{,}2\,\text{m}$.

2-d) Exprimer puis calculer la puissance moyenne dissipée par les frottements.

II. Amélioration du dispositif

Afin de se prémunir des inévitables frottements de glissement, le solide précédent est remplacé par une roue de rayon $a = 20\,\text{cm}$ qui peut rouler sur le plan horizontal (cf. figure 2). Le coefficient de frottement entre le plan et la roue est $f = 0{,}2$ supposé identique en régime statique et dynamique. On néglige le frottement visqueux. Le ressort de raideur $k = 2{,}22$ N.m^{-1} et de longueur à vide l_o est relié au centre G de la roue, l'autre extrémité E étant fixe de sorte que EG est horizontal. La roue est libre de tourner autour de son axe Gy. Le moment d'inertie de la roue par rapport à son axe est $J = \frac{1}{2}ma^2$. On note x l'abscisse de G, l'origine étant prise à la position d'équilibre : $x = \text{EG} - l_o$; la rotation de la roue dans R est repérée par un angle θ.

On posera $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

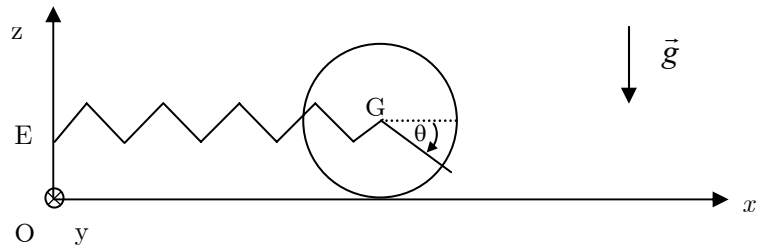


Figure 2

Initialement $x(0) = x_o$. L'ensemble est lâché sans vitesse initiale.

1. On suppose que le mouvement a lieu sans glissement

1-a) Établir une relation entre les dérivées de x et de θ.

1-b) Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de la roue dans R en fonction de $\frac{dx}{dt}$.

1-c) Établir l'équation du mouvement vérifiée par $x(t)$ et la résoudre. On notera ω la pulsation des oscillations.

1-d) Montrer que le mouvement s'effectue sans glissement si $x_o < x_1$, x_1 étant à déterminer en fonction de f, g et ω_o. Calculer la valeur de x_1.

2. On se place dans le cas où $x_o > x_1$ et on étudie la première phase de glissement

2-a) Rappeler les lois de Coulomb pour le frottement solide, dans le cas du glissement.

2-b) Déterminer l'équation du mouvement vérifiée par $x(t)$ et la résoudre. On exprimera $x(t)$ en fonction de x_1, x_o et ω_o.

2-c) Déterminer la vitesse angulaire $\frac{d\theta}{dt}$.

2-d) Déterminer la vitesse de glissement v_g en fonction de x_1, x_o et ω_o.

2-e) Pour des temps proches de zéro, donner une expression très simple de v_g. Commenter le signe de v_g.

2-f) Donner l'équation que vérifie l'instant t_1 pour lequel le glissement se termine.

III. Accélération radiale d'un satellite

Un satellite, de masse m_s, de centre d'inertie S, est en orbite circulaire autour de la terre de centre O, sa période est $T_o = 12$ h. Dans ce satellite un point matériel M de masse $m = 100\,g$ peut se déplacer sans frottements sur un axe Sx, fixe dans le satellite (cf. figure 3). En outre M est soumis à une force élastique qui dérive d'une énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2} m\omega_1^2 x^2$ avec $\omega_1 = 0{,}03\,\text{rad.s}^{-1}$ et $\overrightarrow{SM} = x\vec{e}_x$.
Rayon de la terre $R = 6400\,\text{km}$

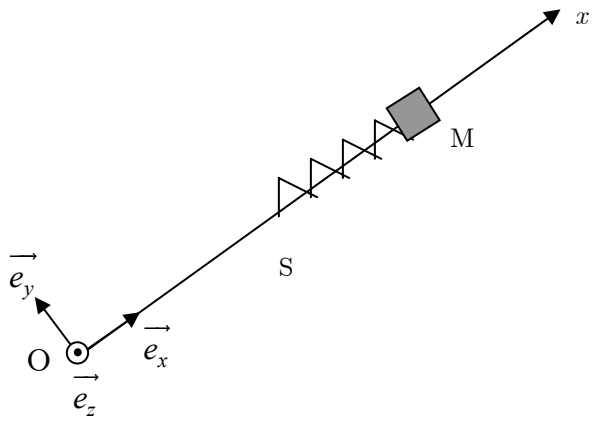


Figure 3

On pose r_o=OS et on désigne par R_S le référentiel lié au satellite muni du repère cartésien (S, $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).
Le référentiel R_g géocentrique est supposé galiléen.

1.

1-a) Déterminer la vitesse v_o du satellite en fonction de r_o, g et R.

1-b) En déduire l'expression de T_o en fonction de r_o, g et R. Calculer numériquement r_o, v_o et la vitesse angulaire ω_o du satellite dans R_g.

2. On étudie le mouvement de M dans le référentiel R_S.

2-a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

2-b) Donner une équation du mouvement approchée en considérant que $x << r_o$, en ne faisant intervenir que ω_o, ω_1, x et ses dérivées temporelles.

2-c) Montrer que M oscille et que sa période d'oscillation n'est quasiment pas affectée par la révolution du satellite.

2-d) Pourquoi ce dispositif est-il pertinent pour mesurer, s'il y a lieu, l'accélération radiale du satellite ?

On considère un dispositif expérimental constitué d'un cylindre vertical ouvert dans l'atmosphère, aux parois indéformables, de section S, dans lequel deux pistons de masse et d'épaisseur négligeables peuvent se déplacer librement. Ces deux pistons, notés π_0 et π_1 définissent deux compartiments étanches dans le cylindre. Le piston π_0 est le piston inférieur (cf. figure 1). On utilisera le symbole 0 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment inférieur et le symbole 1 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment supérieur. On appellera longueur du compartiment 0 la distance qui sépare le fond du cylindre du piston π_0, et longueur du compartiment 1 la distance qui sépare les deux pistons.

Quelle que soit la nature des fluides contenus dans les compartiments, on supposera qu'à l'équilibre la pression est uniforme dans les compartiments.

On supposera dans toute la suite que les frottements lors du déplacement des pistons sont totalement négligeables du point de vue énergétique.

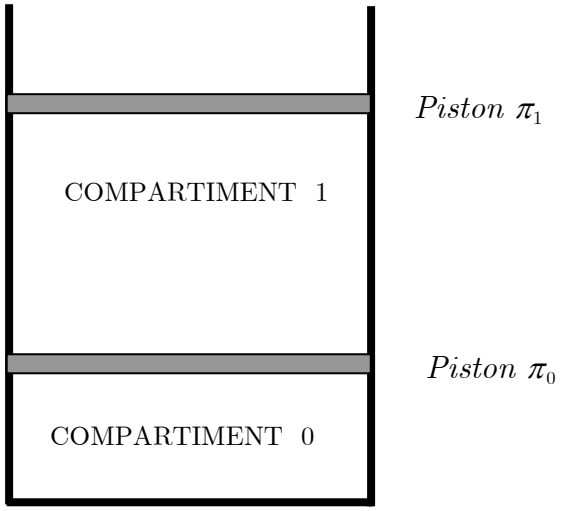


Fig. 1 – Dispositif expérimental

Un mécanisme, non décrit ici, permet de modifier au gré de l'utilisateur, la nature des parois du cylindre et des pistons de la façon suivante :

- Les parois peuvent être calorifugées (interdisant alors les échanges d'énergie sous forme de chaleur).
- Les parois peuvent être rendues perméables à la chaleur.

Par ailleurs un système mécanique permet de bloquer ou de débloquer le mouvement de chacun des pistons sans modifier la géométrie du système.

Le problème est constitué de parties distinctes qui utiliseront toujours ce même dispositif expérimental.

Données générales :

- Section du cylindre : $S = 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$
- Accélération de la pesanteur : $g = 10\,\mathrm{m.s}^{-2}$
- La pression atmosphérique est constante et égale à $p_{atm} = 10^5\,\mathrm{Pa}$

1. Étude de différentes transformations subies par un gaz parfait

Pour cette partie de l'étude, le compartiment inférieur contient du dioxygène assimilé à un gaz parfait. Le compartiment supérieur contient du diazote également assimilé à un gaz parfait. Les parois du cylindre et le piston π_1 sont perméables à la chaleur. Le piston π_0 est calorifugé.

Données :

- Rapport de capacités thermiques du dioxygène : $\gamma_0 = 1,4$
- Constante massique du dioxygène : $r_0 = 260\,\mathrm{J.K}^{-1}\mathrm{.kg}^{-1}$
- Rapport de capacités thermiques du diazote : $\gamma_1 = 1,4$
- Constante massique du diazote : $r_1 = 297\,\mathrm{J.K}^{-1}\mathrm{.kg}^{-1}$

Remarque : On appelle constante massique d'un gaz parfait le rapport de la constante R des gaz parfait sur la masse molaire du gaz.

1.1 On bloque le piston π_0. Le piston π_1 peut se déplacer librement. Le dispositif expérimental est alors dans l'état d'équilibre noté A.
Le dioxygène contenu dans le compartiment 0 est caractérisé par une pression $p_A^0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$ et une température $T_A^0 = 300\,\mathrm{K}$. La longueur du compartiment 0 est alors $d_A^0 = 0,2\,\mathrm{m}$.
Le diazote contenu dans le compartiment 1 est caractérisé par une pression $p_A^1 = 10^5\,\mathrm{Pa}$ et une température $T_A^1 = 300\,\mathrm{K}$. La longueur du compartiment 1 est alors $d_A^1 = 0,15\,\mathrm{m}$.
On place le cylindre au contact d'une source (thermostat) à la température $T_S = 600\,\mathrm{K}$.
Chacun des sous-systèmes, constitué par chacun des gaz (repéré comme les compartiments par 0 et 1), atteint un nouvel état d'équilibre (B).
On note T_B^0, p_B^0 et d_B^0 respectivement la température du dioxygène (gaz 0), la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans cet état d'équilibre.
De la même façon T_B^1, p_B^1 et d_B^1 représentent la température du diazote (gaz 1), la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

(a) Calculer la masse m_0 de dioxygène contenue dans le compartiment 0 et la masse m_1 de diazote contenue dans le compartiment 1.
(b) Caractériser la transformation subie par le dioxygène. En déduire T_B^0, d_B^0 et p_B^0.
(c) Caractériser la transformation subie par le diazote. En déduire T_B^1, d_B^1 et p_B^1.
(d) Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert mécanique (travail) par le dioxygène $\left(W_{A\to B}^0\right)$, et par le diazote $\left(W_{A\to B}^1\right)$ au cours de la transformation.
(e) Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert thermique (chaleur) par le dioxygène $\left(Q_{A\to B}^0\right)$, et par le diazote $\left(Q_{A\to B}^1\right)$ au cours de la transformation.
(f) Calculer la variation d'entropie ΔS_{AB}^0 pour le dioxygène entre les deux états d'équilibre.
(g) Calculer la variation d'entropie ΔS_{AB}^1 pour le diazote entre les deux états d'équilibre.
(h) Calculer l'entropie produite $S_{A\to B}^p$ au cours de la transformation.

1.2 Les deux sous-systèmes étant chacun dans leur propre état d'équilibre (repéré par l'indice B), on bloque le piston π_1, puis on débloque le piston π_0 (qui est toujours calorifugé).
Le cylindre est toujours au contact de la source à la température $T_S = 600\,\mathrm{K}$.
Chacun des sous-systèmes atteint un nouvel état d'équilibre (C).
On note T_C^0, p_C^0 et d_C^0 respectivement la température du dioxygène, la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans son nouvel état d'équilibre.
De la même façon T_C^1, p_C^1 et d_C^1 représente la température du diazote, la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

(a) Que peut-on dire sur les températures T_C^0 et T_C^1 et sur les pressions p_C^0 et p_C^1 du dioxygène et du diazote dans l'état d'équilibre C ?
(b) Déterminer les longueurs d_C^0 et d_C^1. En déduire les pressions p_C^0 et p_C^1.
(c) Calculer les variations d'énergie interne ΔU_{BC} et d'entropie ΔS_{BC} pour le système (les deux gaz) entre les deux états d'équilibre.
(d) En déduire l'entropie produite $S_{B\to C}^p$ au cours de la transformation.

2. Gaz parfait et mélange liquide-vapeur

Dans cette partie de l'étude, l'un des compartiments sera rempli d'eau en équilibre diphasique. Pour mener à bien l'étude il est nécessaire d'établir quelques résultats préliminaires.
Ainsi, dans une première partie (travail préparatoire) on propose, moyennant quelques hypothèses, de déterminer une équation qui relie la pression de saturation à la température de saturation pour un fluide en équilibre diphasique. Aucune connaissance spécifique sur ce terrain n'est nécessaire.
La partie suivante s'appuie sur les résultats du travail préparatoire mais ces derniers pourront être utilisés directement s'ils n'ont pu être établis.

- Constante universelle des gaz parfaits : $R = 8{,}31\ \mathrm{J\,K^{-1}mol^{-1}}$
- Masse molaire de l'air : $M_A = 29\,\mathrm{g.mol^{-1}}$
- Masse molaire de l'eau : $M_E = 18\,\mathrm{g.mol^{-1}}$
- Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_l = 1000\,\mathrm{kg.m^{-3}}$
- Capacité calorifique massique à volume constant de l'air (supposée constante) : $c_{V,A} = 716\,\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$
- Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de vapeur (supposée constante) : $c_{p,v} = 1616\,\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$
- Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de liquide (supposée constante) : $c_{p,l} = 4180\,\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$
- Pression de saturation de l'eau pour une température de $T_0 = 373\,\mathrm{K}$: $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$
- Chaleur latente massique de vaporisation (enthalpie massique de changement d'état) de l'eau à la température $373\,\mathrm{K}$: $l_v(T_0) = 2240\,\mathrm{kJ.kg^{-1}}$

2.1 Travail préparatoire

On rappelle que pour un mélange liquide-vapeur à l'équilibre à la température T, la pression de saturation est reliée à la température par la relation de Clapeyron :

$$l_v(T) = T\frac{dp_{sat}}{dT}\left(v_g - v_l\right)$$

dans laquelle $l_v(T)$ désigne la chaleur latente massique de vaporisation, égale à la différence des enthalpies massiques de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation.

Le terme $\frac{dp_{sat}}{dT}$ est la dérivée de la pression de saturation par rapport à la température de saturation.
v_g et v_l représentent respectivement, le volume massique de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation pour la température considérée.
On admet que la vapeur d'eau est assimilable à un gaz parfait et que le liquide est parfaitement incompressible.

2.1.1. Donner l'expression du volume massique v_g de la vapeur d'eau à la saturation en fonction de la pression p_{sat}, de la température T, de M_E et de R.

2.1.2. Montrer numériquement que pour des pressions et des températures respectivement voisines de $10^5\,\text{Pa}$ et $373\,\text{K}$, le volume massique de l'eau liquide est négligeable devant celui de la vapeur. On fera cette hypothèse pour la suite.

2.1.3. Pour modéliser la dépendance en température de la chaleur latente massique de vaporisation on va considérer qu'un kilogramme d'eau effectue le cycle réversible constitué des transformations suivantes :

- IJ : vaporisation isobare et isotherme (à la pression p_0 et la température T_0) du liquide saturant jusqu'à la vapeur saturante.
- JK : échauffement isobare de la vapeur jusqu'à la température T.
- KL : compression isotherme de la vapeur à la température T jusqu'à l'obtention de vapeur saturante à la pression p_{sat}.
- LM : liquéfaction isobare et isotherme jusqu'à transformation totale du fluide en liquide saturant.
- MI : refroidissement du liquide en suivant la courbe de saturation.

(a) Représenter le cycle de transformations sur un diagramme de Clapeyron (p,V) en faisant figurer la courbe de saturation.
(b) Exprimer pour chaque transformation la variation d'enthalpie massique du fluide en utilisant uniquement les grandeurs $l_v(T)$, $l_v(T_0)$, $C_{p,v}$, $C_{p,l}$, T et T_0. On supposera pour la phase liquide que l'enthalpie ne dépend que de la température.
(c) En déduire que l'on peut écrire la chaleur latente massique de vaporisation sous la forme $l_v(T) = a + bT$. Donner les expressions de a et b.
(d) Expliquer pourquoi cette expression est une bonne approximation de la chaleur latente massique de vaporisation uniquement si les températures T et T_0 sont suffisamment éloignées de la température du point critique.

2.1.4. A partir de la relation de Clapeyron et des résultats des trois questions précédentes, trouver une expression analytique de la pression de saturation p_{sat} de l'eau en fonction de la température T et des constantes p_0, T_0, a, b, R et M_E.

2.1.5. Montrer que si $T/T_0 \approx 1$ l'expression précédente peut s'approximer par l'équation suivante :

$$p_{sat} \approx p_0 \exp\left[\frac{M_E l_v(T_0)}{RT_0^2}(T - T_0)\right].$$

On utilisera cette expression pour les calculs de la partie suivante.

2.2 Transformation au contact d'un thermostat

Dans cette partie du problème, on admet que les parois du cylindre et les pistons sont perméables à la chaleur.
Le piston π_0 est libre de se déplacer et le piston π_1 est bloqué.
Le compartiment supérieur est rempli d'air et le compartiment inférieur est rempli d'eau. Une partie de l'eau peut être sous forme liquide, le reste sous forme de vapeur. A l'équilibre, on admet que ces deux phases sont parfaitement séparées. On rappelle que l'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits et que le liquide est parfaitement incompressible.

2.2.1. Dans l'état initial d'équilibre noté α, on mesure la température dans un compartiment $T_\alpha = 380\,\mathrm{K}$, la longueur du compartiment 1 (rempli d'air) $d_\alpha^1 = 0{,}1\,\mathrm{m}$ et la longueur du compartiment 0 (rempli d'eau) $d_\alpha^0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$. Dans le compartiment 0, on note que l'eau est sous forme de liquide et vapeur et que la hauteur d'eau liquide en bas du compartiment vaut $d_{\alpha,l}^0 = 0{,}002\,\mathrm{m}$.

(a) Calculer la pression d'équilibre p_α.
(b) Calculer la masse d'air m_A contenue dans le compartiment 1.
(c) Calculer la masse d'eau m_E (liquide+vapeur) contenue dans le compartiment 0.
(d) Calculer le titre massique de vapeur d'eau x_α (rapport entre la masse d'eau sous forme vapeur et la masse d'eau totale).

2.2.2. Le cylindre est mis au contact d'un thermostat à la température $390\,\mathrm{K}$. Le système atteint un nouvel état d'équilibre noté β.

(a) Montrer que l'eau ne peut pas se trouver sous forme de vapeur sèche (pas d'eau liquide).
(b) Montrer que l'eau ne peut pas se trouver sous forme de liquide seul (pas d'eau vapeur).
(c) Calculer la pression d'équilibre p_β.
(d) Calculer, à l'équilibre, la longueur du compartiment remplie d'air d_β^1.
(e) Calculer, à l'équilibre, la masse volumique de la vapeur d'eau.
(f) Calculer, à l'équilibre, la hauteur de la zone vapeur $d_{\beta,V}^0$ et liquide $d_{\beta,l}^0$ dans le compartiment 0.
(g) Calculer le titre massique de vapeur d'eau x_β.
(h) Calculer la variation d'entropie $\Delta S_{\alpha\beta}$ pour le système eau + air.

Fin de l'énoncé

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Notation complexe, régime sinusoïdal forcé et fonctions de transfert
- Mécanique du solide et frottement solide
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Référentiels non galiléens
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp