Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2008, filière MP

Sciences industrielles

Ce que traite le sujet

- 1 et 2. Présentation de l'étude et fonctions d'un réducteur de vitesse
- 3. Réducteur de vitesse à engrenages
- 4. Réducteur de vitesse à variation continue
- 5. Système de commande de la transmission
- 6. Détermination des caractéristiques techniques

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie complète de l'énoncé, sans la page de garde du concours ; le contenu est reproduit sans retouche.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2008/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ÉTUDE DE LA TRANSMISSION À VARIATION CONTINUE VARIO-FENDT

Les différentes parties de cet énoncé sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre indifférent. Les valeurs numériques sont approchées pour la facilité de certains calculs.

1 Présentation de l'étude

Le thème proposé concerne la transmission à variation continue développée par la société Fendt et équipant ses gammes de tracteurs « Fendt 300 Vario » à « Fendt 900 Vario ».

On s'intéressera plus particulièrement au tracteur **Fendt 930** de la gamme « Fendt 900 Vario » dont la vue ci-dessous situe les deux parties A et B objets de cette étude.

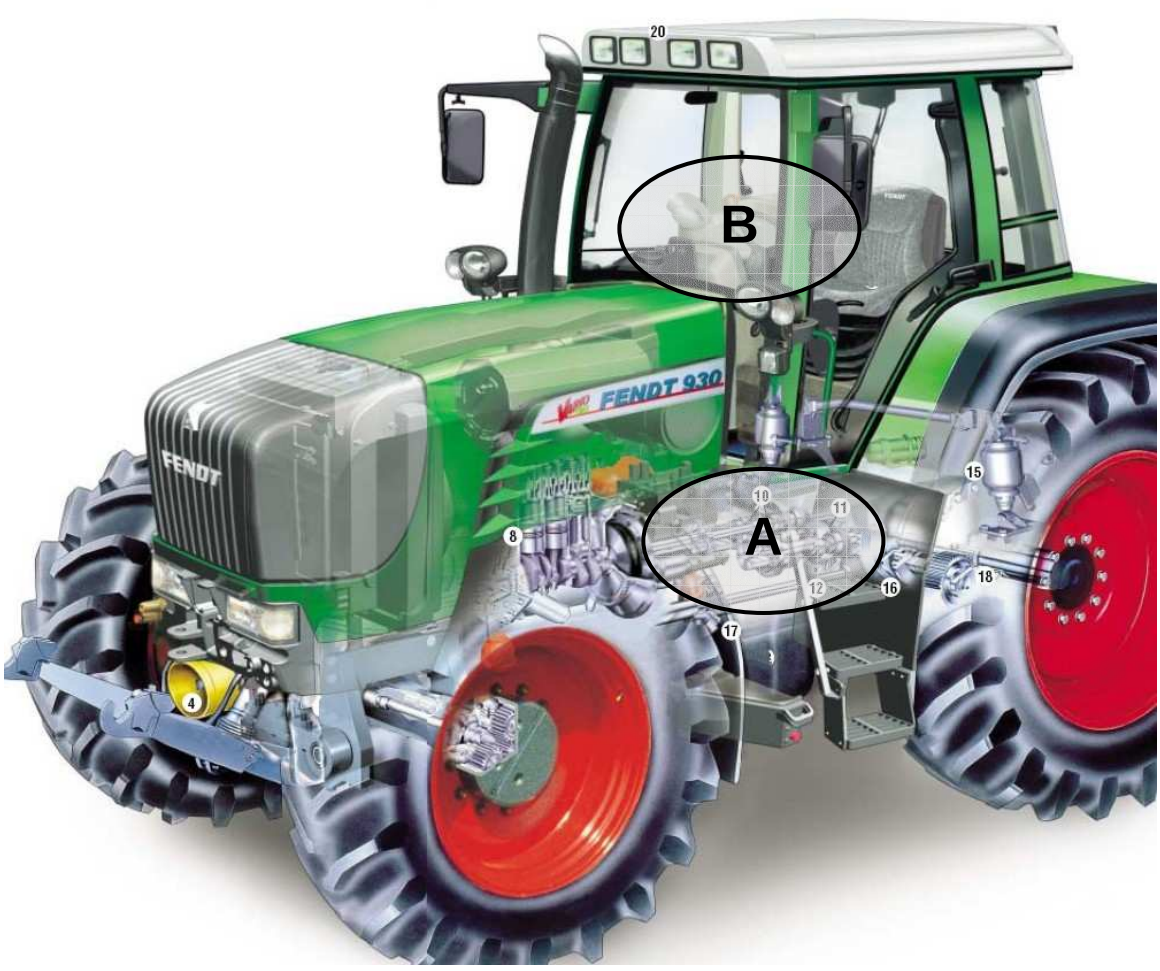


Figure 1 : *Tracteur Fendt 930 Vario*

Partie A : Partie opérative	**Partie B : Partie commande**
- Moteur MAN 7l à injection électronique - Moteur et pompe hydraulique - Train épicycloïdal - Système de commande de l'inclinaison des éléments hydrostatiques	- Joystick situé dans la cabine pour la conduite en continu et le pilotage du système hydraulique

La vue ci-dessous précise l'implantation des éléments de la partie A : train épicycloïdal, moteur et pompe hydraulique constituant la transmission à variation continue Fendt, objets de cette étude.

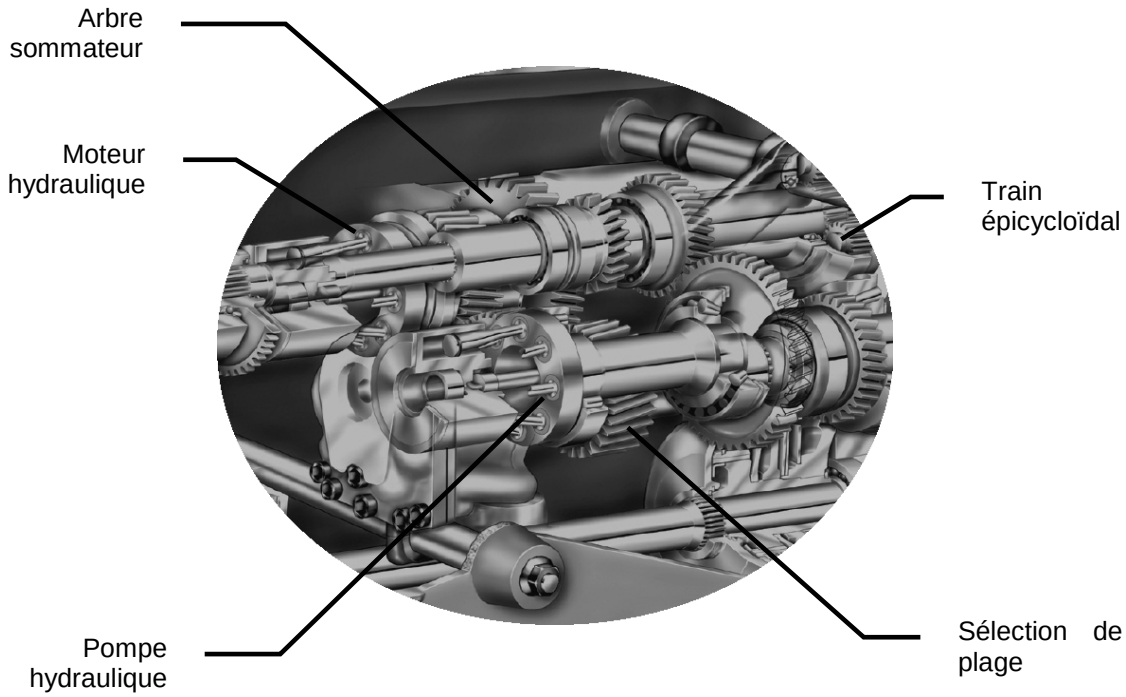
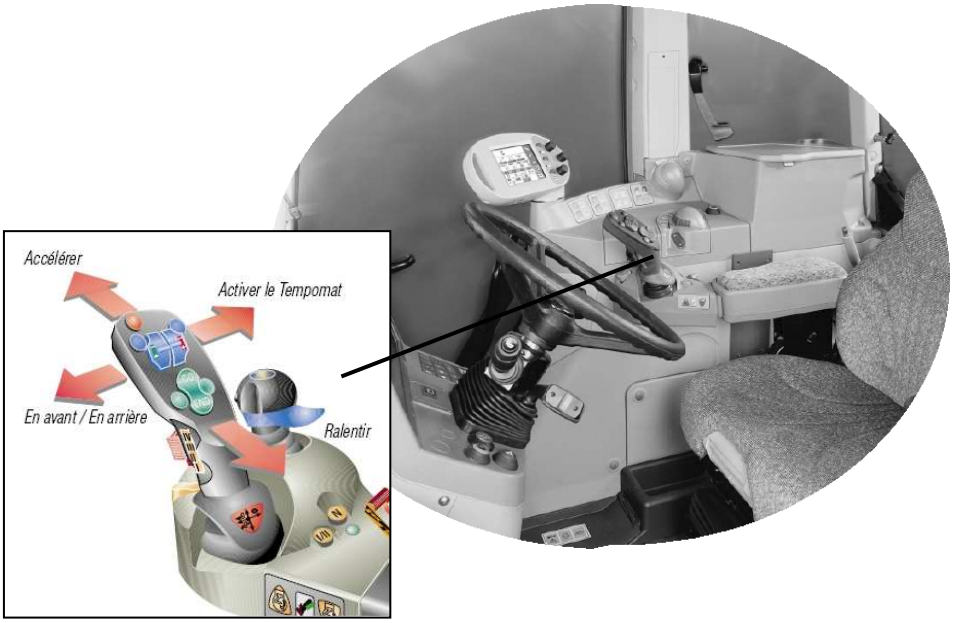


Figure 2 : *Détail de la partie A*

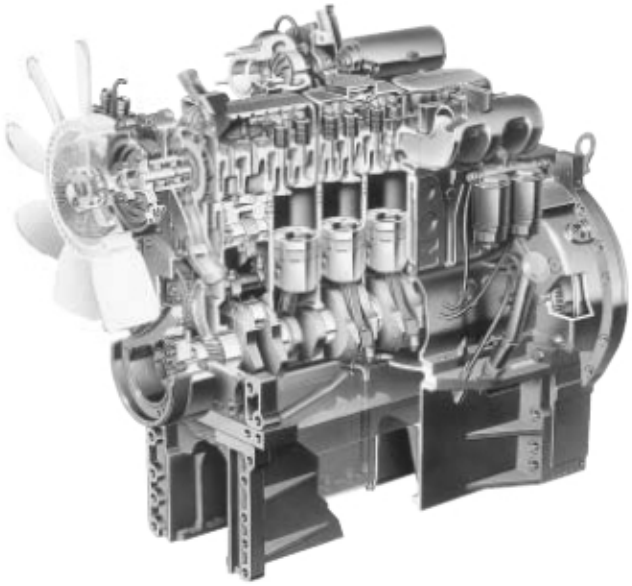
L'utilisateur dispose au sein de la cabine, partie B, d'un certain nombre de commandes dont le joystick pour la commande du variateur.



Joystick

Figure 3 : *Détail de la partie B*

Les tracteurs de la gamme Fendt 900 Vario sont équipés de moteurs MAN EDC (Electronic Diesel Control) semi rapides pouvant s'adapter en permanence à chaque mode de fonctionnement, d'où des réponses optimisées, un taux d'émissions plus faible, une augmentation de la puissance et une réduction de la consommation.



Moteur MAN EDC

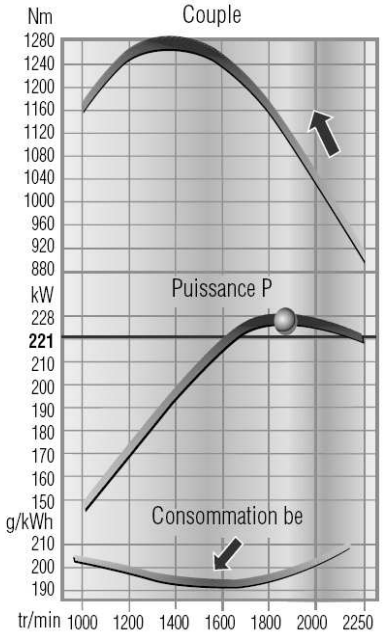


Figure 4 *: Courbes caractéristiques*

Tableau 1 : Caractéristiques techniques des tracteurs de la gamme « Fendt 900 Vario »

Série	916	920	924	926	**930**
Moteur Puissance nominale (kW) (ECE R24)	132	154	176	199	**221**
Puissance maximale (kW) (ECE R24)	146	162	186	210	**228**
Suralimentation / Régulation moteur	**Turbocompresseur / EDC**				
Régime nominal (tr/min)	2150	2150	2250	2250	**2100**
Régime avec puissance maxi (tr/min)	1900	1900	2000	2000	**1900**
Couple maxi (Nm) / Régime (tr/min)	825/1400	960/1400	1045/1400	1180/1400	**1280/1400**
Consommation de carburant optimale (g/kWh)	**195**				
Transmission et prise de force Type	**Transmission continue Vario**				
Plages: Plages champ (AV/AR) Plages route (AV/AR)	**0,02 à 32 km/h / 0,02 à 20 km/h** **0,02 à 50 km/h / 0,02 à 38 km/h**				
Vitesse maximale (km/h)	**50 (limitée à 40 km/h en France)**				
Dimension et poids Poids à vide selon DIN 70020 (daN)	8750	8750	8800	8900	**8950**
Poids total autorisé en charge (daN)	14000	14000	14000	14000	**14000**
Rapport poids / puissance (daN/kW)	44	40	35	31	**29**
Longueur hors tout (mm)	4940	4940	4940	4940	**4940**
Largeur hors tout (mm)	2550	2550	2580	2670	**2700**
Hauteur hors tout (mm)	3095	3095	3110	3110	**3110**
Garde au sol (mm)	605	605	605	605	**605**
Pneumatiques : **Les tracteurs de la série 930 sont équipés à l'arrière de pneus 710/70R42 de diamètre $D_r \approx 2$ m.**					

2 Fonctions d'un réducteur de vitesse

Les véhicules terrestres sont dans leur grande majorité mus par un moteur thermique. Les performances de ces moteurs sont identifiées par des courbes caractéristiques (voir Figure 4 page 3) dont en particulier la puissance (en kW) et le couple (en mN) disponibles sur l'arbre de sortie en fonction de la vitesse de rotation ω_m (en radians par seconde) ou plus souvent N (en tours par minute).

Remarque : En transmission de puissance, on désigne par couple le moment par rapport à l'axe de rotation des actions d'un arbre sur une autre pièce qui l'entraîne.

Question 1 : *A l'aide du Tableau 1 page 3, calculer le couple correspondant à la puissance maxi du moteur MAN équipant le tracteur Fendt 930.*

Ces caractéristiques de fonctionnement ne permettent pas le couplage direct de ces moteurs sur les roues pour les raisons suivantes :

- ils ne tournent que dans un seul sens ;
- leur couple moteur est plutôt faible (1280 mN maxi pour le moteur MAN) et n'est pas constant dans la plage d'utilisation de ces moteurs.

Ces caractéristiques imposent, pour l'usage d'un véhicule terrestre :

- la possibilité d'inverser le sens de rotation au niveau des roues pour assurer la marche arrière,
- la possibilité de dissocier le moteur des roues lors de l'arrêt du véhicule,
- l'augmentation du couple disponible sur les roues.

Un réducteur de vitesse a donc pour fonction principale FP1 (voir Figure 5) d'adapter le couple moteur au couple résistant, de l'arrêt au déplacement du véhicule, dans toutes les conditions de roulage (sur le plat, dans les montées, les descentes, sur sol dur ou en terre,...).

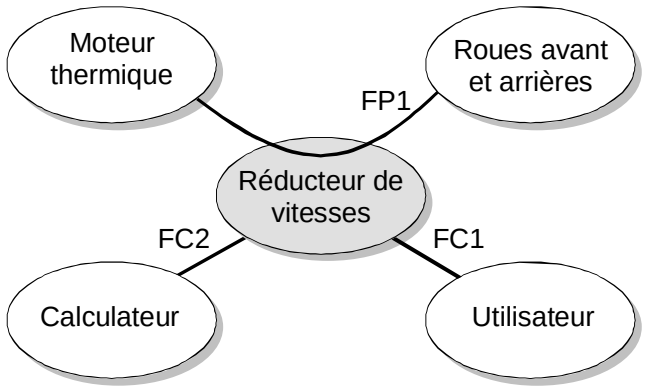


Figure 5 : *Diagramme partiel des interacteurs d'un réducteur de vitesse*

D'autre part, l'utilisateur doit pouvoir choisir le rapport le mieux adapté à une situation donnée (Fonction contrainte FC1) :

- un rapport nul (appelé point mort) lors de l'arrêt,
- un rapport de marche arrière,
- plusieurs rapports (voire une infinité) pour la marche avant.

Il pourra éventuellement (Fonction contrainte FC2), si le véhicule en est équipé, déléguer ce rôle à un calculateur.

Parmi les technologies utilisées pour réaliser un réducteur de vitesse, on distingue :

- celles à base d'engrenages (Figure 6), qui n'autorisent qu'un nombre fini de rapports,
- celles à base de trains épicycloïdaux (Figure 7), ou à variation continue de vitesse, autorisant un nombre infini de rapports.

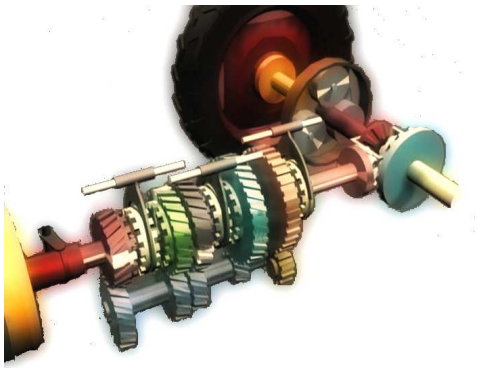


Figure 6 : *Réducteur à engrenages*

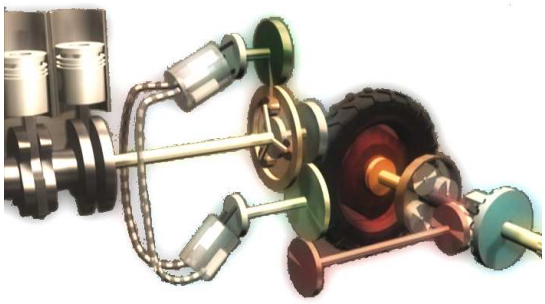


Figure 7 : *Réducteur à train épicycloïdal*

3 Réducteur de vitesse à engrenages

3-1 Problématique

On utilise les notations suivantes :

- N_m, C_m : vitesse et couple du moteur,
- N_R, C_R : vitesse et couple nécessaire à l'entraînement des roues.

On donne ci-dessous la courbe $C_m = f(N_m)$ du moteur thermique MAN.

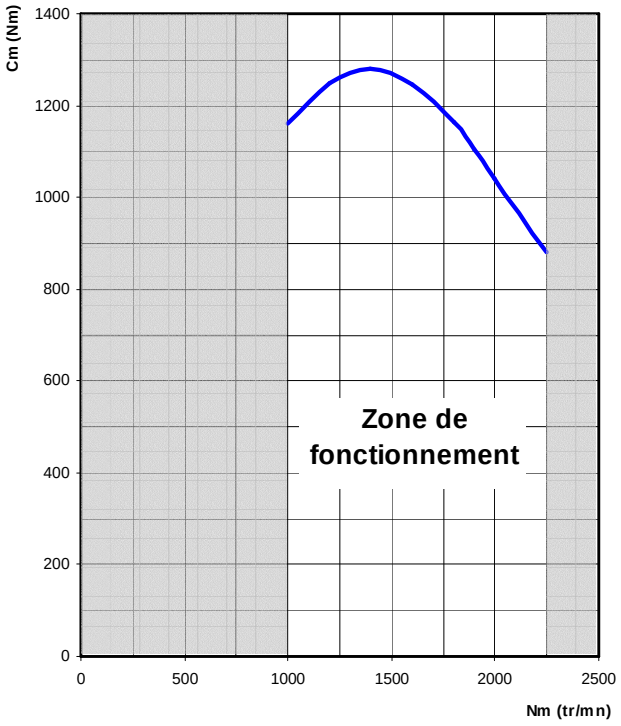


Figure 8 : *Courbe $C_m = f(N_m)$*

On envisage une prise directe entre le moteur et les roues arrière du tracteur. On a donc dans ce cas :

- $N_m = N_R$
- $C_m = C_R$

Question 2 : *Se prononcer sur la possibilité de fonctionnement du moteur à l'aide de la courbe $C_m = f(N_m)$ de la Figure 8 dans les deux cas suivants :*

a) $C_R = 0{,}8.N_R$

b) $C_R = 3.N_R$

On interpose (voir Figure 9) entre le moteur et les roues un réducteur de rendement $\eta = 1$ et de rapport :

$$r_1 = \frac{N_R}{N_m} = \left|\frac{\omega_R}{\omega_m}\right| = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}.$$

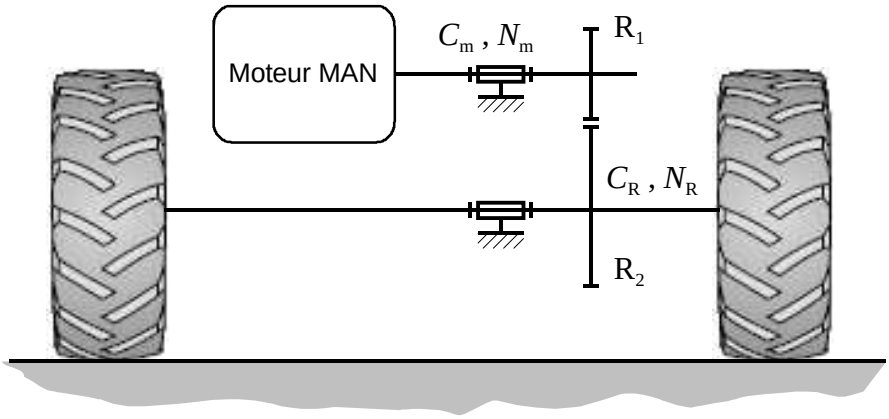


Figure 9 : *Réducteur à un étage*

Question 3 : *Après avoir écrit les relations liant N_m et N_R, C_m et C_R, transformer la relation $C_R = 3.N_R$ en une relation $C_m = a.N_m$. Montrer que le fonctionnement du moteur devient alors possible dans ce cas.*

3-2 Cas général

En réalité, les réducteurs à engrenages (appelés aussi boîte de vitesses) sont constitués de plusieurs couples de pignons offrant des rapports r_i différents. Chaque engrenage est en général constitué d'un pignon d'entrée solidaire de l'arbre primaire (lié au moteur) et d'un pignon de sortie en liaison pivot avec l'arbre secondaire (lié aux roues). Un rapport est enclenché lorsqu'un des pignons de sortie devient solidaire de l'arbre secondaire via un synchroniseur et un crabot montés sur des cannelures de l'arbre secondaire (voir Figure 10).

On se propose de déterminer le nombre minimal de rapports nécessaires à la transmission d'un tracteur Fendt 930 dans le cas où il serait équipé d'un réducteur à engrenages.

On suppose unitaire le rapport entre l'arbre secondaire et les roues.

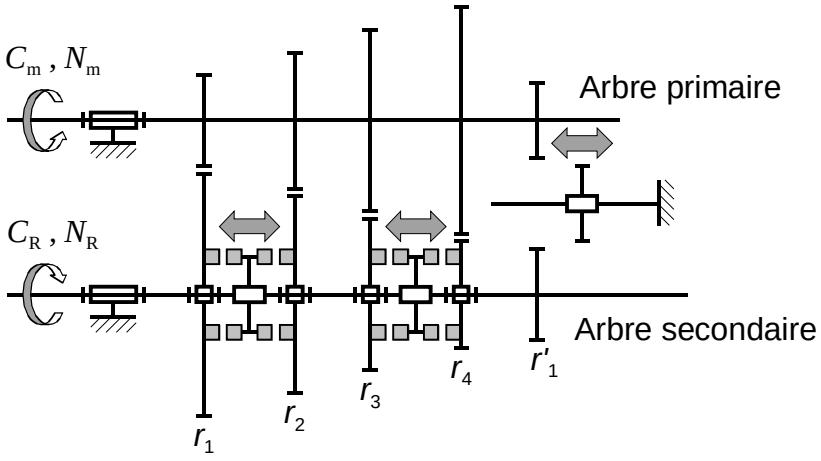


Figure 10 : *Schéma d'une boîte de vitesses*

Le premier rapport r_1 (ou rapport de première) est utilisé lors du démarrage. Sa détermination repose sur la considération d'un cas défavorable de démarrage, à savoir (voir Figure 11) :

- véhicule en charge maximale dans une côte à 20 % sur un chemin de terre,
- couple transmis par le moteur égal au couple maxi,
- rendement global de la chaîne cinématique entre moteur et roue égal à $\eta = 0{,}5$ en raison du patinage de l'embrayage lors du démarrage.

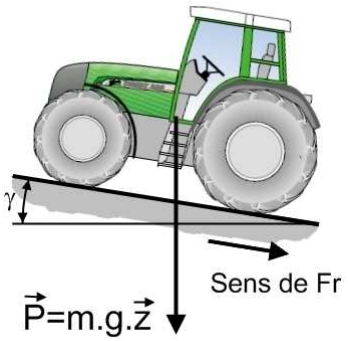


Figure 11

On note :

- C_R : le couple au niveau des roues,
- C_m : le couple moteur,
- r_1 : le rapport de première,
- η : le rendement de la chaîne cinématique,
- $\|F_r\| = m.g.f$ la résistance totale au roulement avec $f = 0{,}05$ coefficient de résistance au roulement dû à la déformation sur la route des deux pneumatiques du train arrière de diamètre D_r.

Question 4 : *Donner les expressions littérales* $r_1 = f_1(C_m, C_R, \eta)$, $C_R = f_2(D_r, m, g, f, \gamma)$. *Calculer* r_1 *à l'aide des données du Tableau 1 dans le cas d'un tracteur Fendt 930.*

Nota : Indépendamment de la valeur trouvée question 4, on choisit $r_1 = 0{,}01$.

Question 5 : *L'utilisateur passe en seconde dès qu'il atteint le régime de puissance maxi. Quelle est alors, en m/s et en km/h, la vitesse* v_1 *du tracteur ?*

Une fois le véhicule en mouvement, le régime moteur doit toujours se situer entre le régime à couple maximal N_{CM} et le régime à puissance maximale N_{PM} pour atteindre la vitesse maximale v_{maxi} comme l'illustre la Figure 12.

Question 6 : *Montrer alors que pour le rapport* r_i, *la vitesse atteinte* v_i *est donnée par l'expression :* $v_i = v_1 \left(\frac{N_{PM}}{N_{CM}} \right)^{i-1}$ *. En déduire le nombre de rapports nécessaires pour atteindre la vitesse* v_{maxi} *de 50 km/h.*

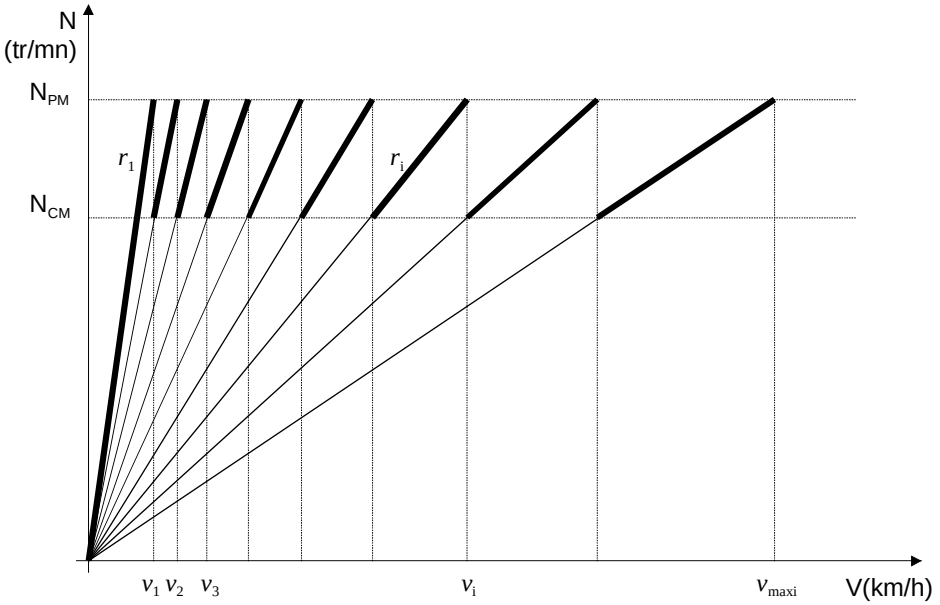


Figure 12 : *Evolution de N en fonction de V suivant le rapport r_i de transmission*

4 Réducteur de vitesse à variation continue

Cette partie a essentiellement pour but de présenter le principe de la transmission à variation continue développée par la société Fendt.

4-1 Généralités

Pour une boîte de vitesses à commande manuelle comprenant un nombre fini de rapports de réduction, le passage d'un rapport à un autre se fait moteur découplé (rôle de l'embrayage). Ceci est pénalisant dans le cas de travaux agricoles où l'énergie cinétique est réduite, le tracteur serait arrêté lors du passage d'un nouveau rapport de réduction.

Le développement suivant fut celui des transmissions à passage sous charge, grâce auxquelles le rapport est pour la première fois changé sans débrayage ni rupture de couple.

Ces deux solutions possèdent malgré tout un défaut important, celui de ne pouvoir régler la vitesse que par palier. De ce fait, il manque toujours le rapport idéal pour exploiter les meilleures capacités du moteur et s'adapter précisément aux besoins de l'outil attelé. Il n'est ainsi pas possible d'utiliser le moteur à sa puissance maximale ou de l'utiliser dans sa zone la plus économique.

Jusque-là, les transmissions hydrostatiques présentaient un rendement très insuffisant dès lors qu'elles étaient utilisées en traction ou en transport à vitesse rapide. En 1996, Fendt commercialise le Vario 926 de 260 Ch, premier tracteur de forte puissance équipé de la transmission continue Vario de Fendt associant le rendement d'une transmission à passage sous charge aux avantages d'une transmission hydrostatique. Elle présente les caractéristiques suivantes :

- démarrage progressif sans à-coups,
- adaptation optimale de la vitesse d'avancement à chaque condition d'utilisation,
- plus de changement de vitesse,
- nombre infini de vitesses dans les plages de travail,
- un seul levier pour toutes les commandes.

4-2 Constitution de la transmission VARIO

Afin d'adapter la transmission à la puissance du tracteur, FENDT commercialise aujourd'hui 4 types de transmission VARIO dont les caractéristiques sont données Tableau 2 page 10.

Chacune de ces transmissions se compose de deux parties, l'une hydraulique (pompe et moteur hydraulique), l'autre mécanique (train épicycloïdal).

À l'entrée de la transmission se trouve un accouplement élastique qui absorbe les à-coups.

En sortie, une commande de plage permet de sélectionner deux gammes de vitesse :

- plage 1 ou route : 0,02 à 50 km/h en marche avant, 0,02 à 38 km/h en marche arrière,
- plage 2 ou champ : 0,02 à 32 km/h en marche avant, 0,02 à 20 km/h en marche arrière.

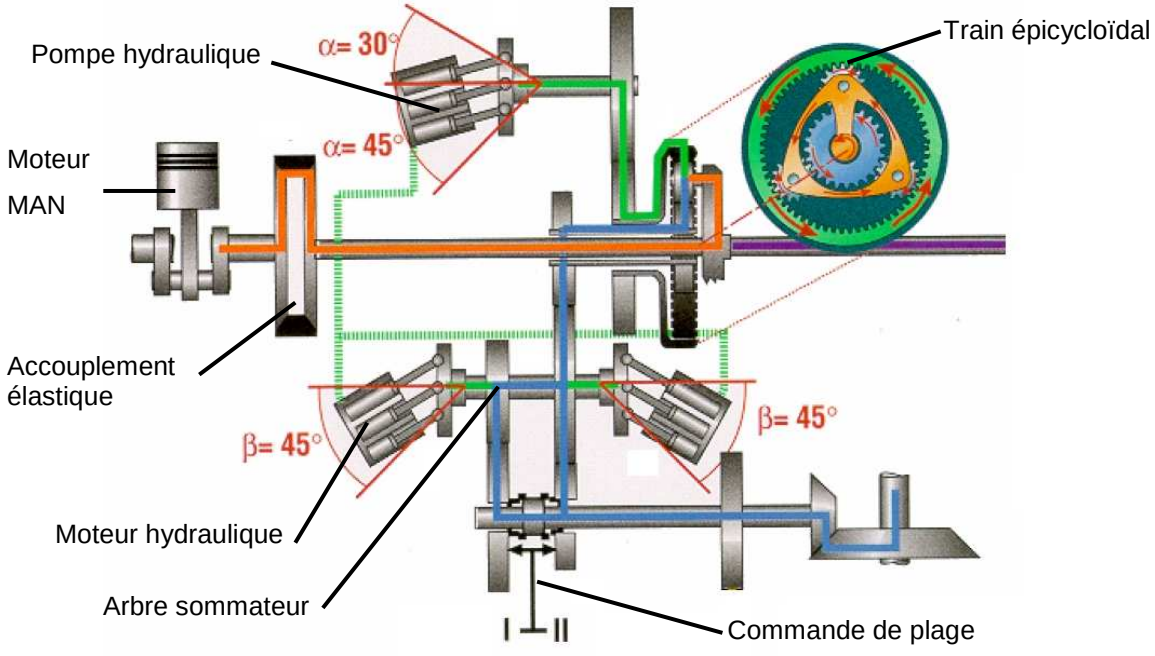


Figure 13: *Transmission Fendt 900 Vario*

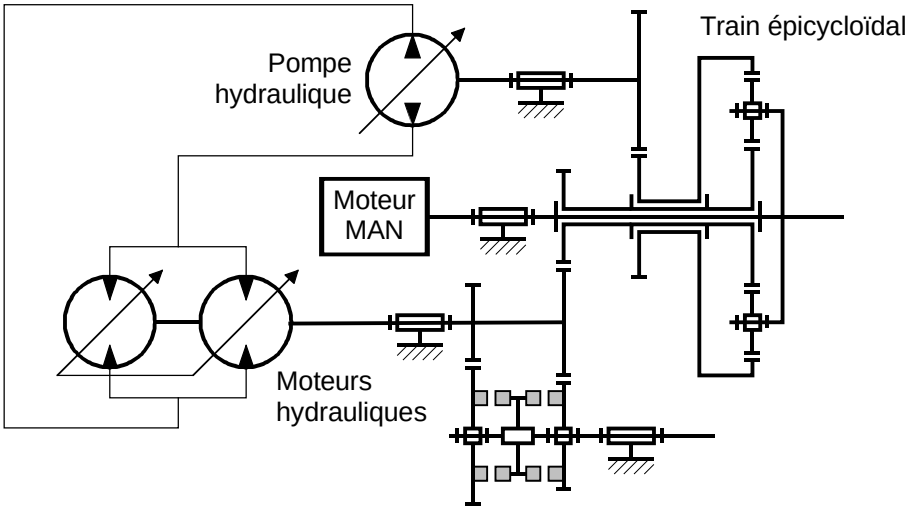


Figure 14 : *Schéma cinématique de la transmission Fendt*

a) Partie hydraulique

Une pompe à cylindrée variable alimente un ou deux moteurs hydrauliques de cylindrées réglables disposés sur un arbre commun. La pompe et les moteurs (unités à pistons axiaux) sont couplés et se régulent en parallèle comme on le montrera par la suite. L'arbre supportant les deux moteurs hydrauliques, appelé arbre sommateur, est relié à la partie mécanique par des roues dentées.

Tableau 2 : Caractéristiques des pompes et moteurs hydrauliques

Série	Type	Cylindrée maxi V_P de la pompe (cm^3)	Cylindrée maxi V_M du moteur (cm^3)
FENDT 300	ML75	67	233
FENDT 400	ML9O	67	116
FENDT 700 et 800	ML16O	116	233
FENDT 900	**ML260**	**233**	**2x233**

b) Partie mécanique

Comme dans toute boîte automatique, l'élément fondamental est un train épicycloïdal.

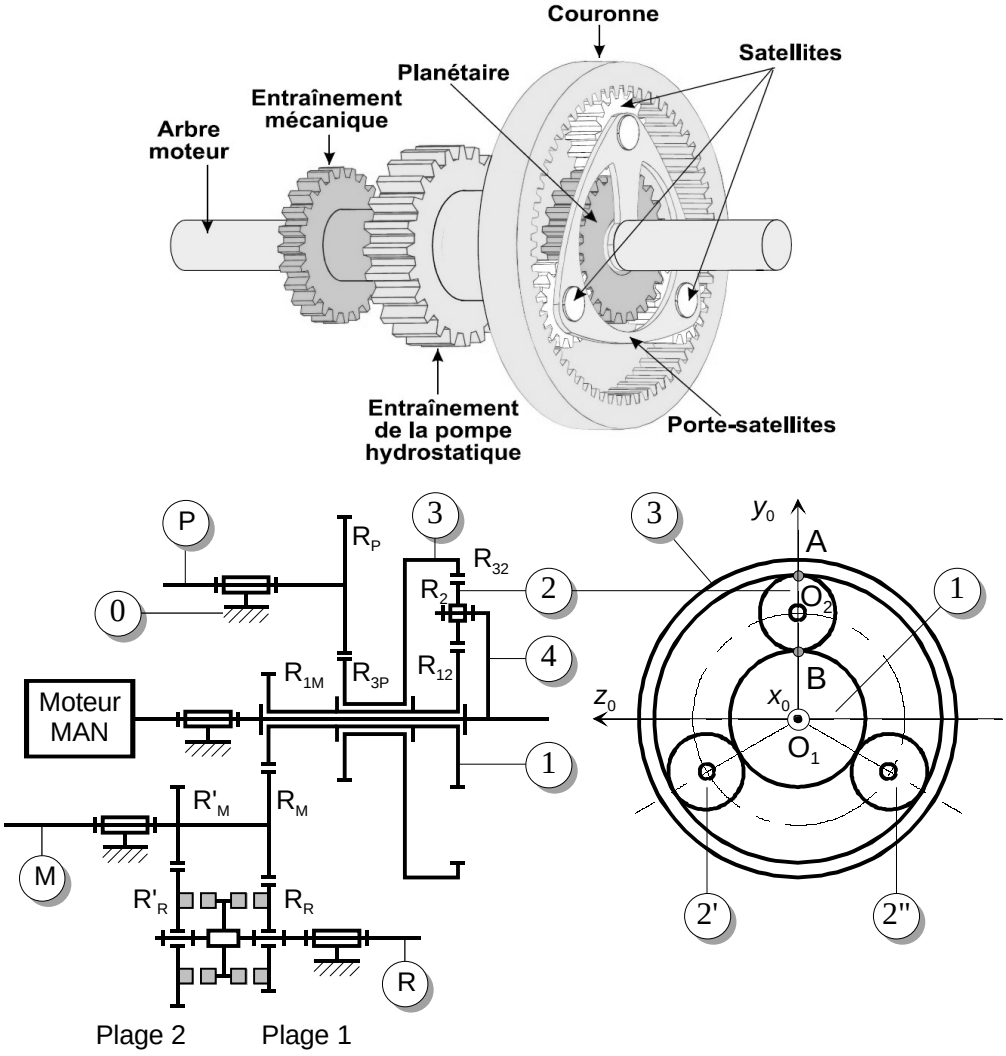


Figure 15 : *Partie mécanique de la transmission Vario*

On désigne par **0** le carter ou bâti du variateur. L'arbre **4** ou porte-satellites est relié au moteur thermique MAN. Ils tournent donc à la même vitesse $\omega_m = \omega_4$. On utilisera les notations et désignations du tableau 3 pour les autres pièces.

Tableau 3 : Notations utilisées

Pièce i	**1**		**2**	**3**		**P**	**M**		**R**	
Désignation	Planétaire		Satellite	Couronne		Arbre relié à la pompe	Arbre sommateur		Arbre de sortie	
Rayons des pignons (mm)	R_{12} 60	R_{1M} 33	R_2 30	R_{32} 120	R_{3P} 54	R_P	R_M 54	R'_M 48	R_R 42	R'_R 48

D'autre part, on notera ω_{ij} la vitesse de rotation de la pièce *i* par rapport à la pièce *j*. Par simplification, on pourra noter $\omega_{ij} = \omega_i$ si $j = 0$ (bâti du variateur).

On donne en **Annexe 1** les différentes étapes du fonctionnement du variateur.

4-3 Analyse du fonctionnement de la partie hydraulique

L'ensemble pompe et moteurs hydrauliques constitue un circuit fermé dont on négligera les fuites et les pertes de charge. Le fluide est supposé incompressible. On considère d'autre part que les deux moteurs sont équivalents à un seul moteur de cylindrée $2V_M$ (voir Figure 16).

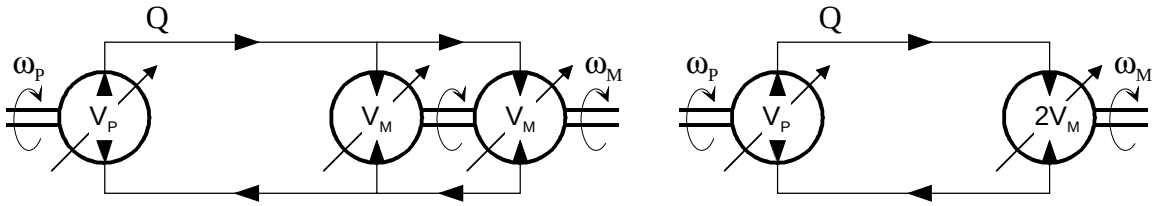


Figure 16 : *Représentation du circuit hydraulique*

Remarque : On appelle cylindrée le volume débité par tour de l'arbre de la pompe ou de chacun des 2 moteurs. La cylindrée maxi s'exprime par la relation suivante pour une pompe ou un moteur :

- $V_i = n.c.S$ avec *i* = *P* (Pompe) ou *M* (Moteur)

et :

- *n* : nombre de pistons,
- *c* : course maxi des pistons,
- *S* : aire de la section droite d'un piston.

La variation de la course *c* des pistons permet de faire varier les débits algébriques par tour q_P et q_M respectivement de la pompe et du moteur :

- $q_P = x.V_P$ débit algébrique par tour de la pompe avec $x \in [-0{,}71\,;1]$,
- $q_M = y.2.V_M$ débit algébrique par tour du moteur avec $y \in [0\,;1]$,
- $V_P = V_M = 233\,\text{cm}^3$ cylindrées maxi de la pompe et du moteur (Tableau 2 page 10).

La variation de débit est obtenue par inclinaison des composants hydrauliques. Les éléments hydrauliques traditionnels n'autorisent qu'un angle de pivotement de 30°. La société Fendt a développé des composants hydrauliques (pompes et moteurs, voir Figure 17) pouvant pivoter jusqu'à 45°. Cela offre les avantages suivants :

- un meilleur rendement,
- la suppression de rapports mécaniques par une couverture plus large de la plage de vitesses.

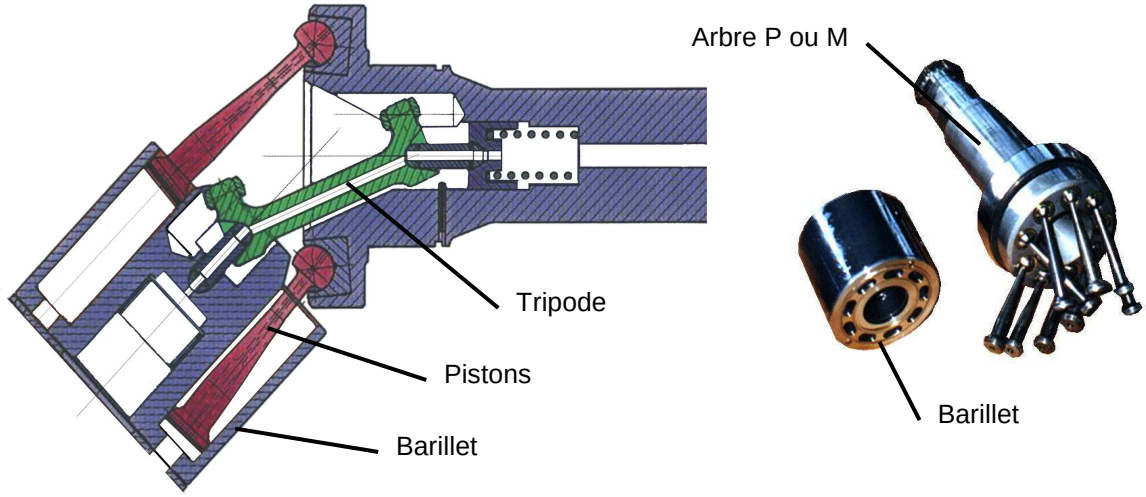


Figure 17 : *Composants hydrauliques Fendt*

On note α (ou β) l'inclinaison du barillet. On admet la représentation simplifiée de la Figure 18 en supposant constant l'entraxe *a* lors de la rotation du barillet.

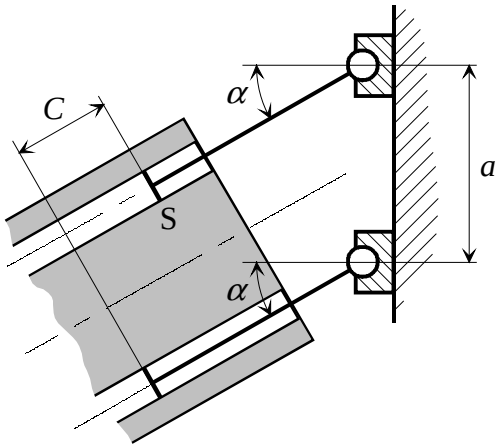


Figure 18 : *Représentation simplifiée de la pompe*

Question 7 : *Déterminer les relations liant x à α et y à β .*

Question 8 : *Démontrer, en écrivant l'égalité des débits Q (m^3/s) entre la sortie de la pompe et l'entrée du moteur, l'expression suivante :*

$$\omega_P = \frac{2y}{x}\omega_M \ .$$

4-4 Analyse du fonctionnement de la partie mécanique

On considère la Figure 15 de la page 10. On suppose que le pignon **2** roule sans glisser sur la couronne **3** en **A** et sur le planétaire **1** en **B**. On remarquera que, par rapport au porte-satellites **4,** les différents axes de rotation sont fixes dans cette pièce.

Question 9 : *Écrire, en prenant comme repère de référence le porte-satellite **4**, les conditions de roulement sans glissement évoquées précédemment en fonction des rayons R_i et des vitesses angulaires ω_{i4}.*

Question 10 : *Montrer que de ces deux relations on peut déduire la relation de Willis :*

$$\omega_{10} - \lambda\omega_{30} + (\lambda - 1)\omega_{40} = 0 \ .$$

Préciser la valeur de λ en fonction des rayons R_{12}, R_2 et R_{32}. Calculer λ.

Question 11 : *Exprimer, en tenant compte de la relation $\omega_P = \frac{2y}{x}\omega_M$ établie question 8, les vitesses de rotation ω_{10} et ω_{30} en fonction de ω_M. Montrer alors que le rapport du réducteur Fendt peut se mettre sous la forme :*

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = -\frac{A.x}{B.R_P.y + C.x}$$

avec A, B, C entiers et positifs. Calculer A, B et C.

Nota : Pour la suite du problème, indépendamment des valeurs trouvées précédemment, on adopte la relation suivante :

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = -\frac{5345.x}{130.R_P.y + 2915.x}$$

5 Système de commande de la transmission Fendt

5-1 Présentation

La relation établie question 11 montre que le réglage du rapport du réducteur Fendt dépend des paramètres *x* et *y* et donc (voir question 7) des angles d'inclinaisons α et β des barillets du moteur et de la pompe. La commande permettant d'agir sur ces paramètres s'effectue intégralement à l'aide d'un joystick situé dans la cabine de pilotage (voir Figure 19) :

- pousser le joystick en avant permet d'accélérer,
- tirer le joystick en arrière permet de ralentir au frein moteur,
- pousser le joystick vers la gauche permet d'inverser rapidement le sens de la marche. Lors de cette manœuvre, le Vario 930 ralentit, s'arrête, change le sens de la marche et accélère automatiquement,
- pousser le joystick vers la droite permet d'activer le Tempomat. Ce dispositif permet de conserver une vitesse d'avancement constante.

Quatre degrés de progressivité sont disponibles pour accélérer ou ralentir.

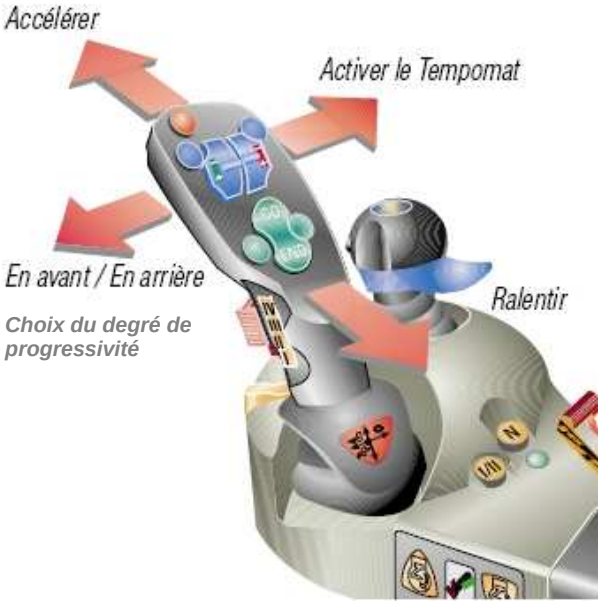


Figure 19 : *Joystick*

Ces commandes permettent d'agir sur l'inclinaison des éléments hydrostatiques par l'intermédiaire d'un moteur à courant continu asservi en position entraînant un arbre de commande à came (Figure 20). Les cames sont dessinées afin que la pompe soit commandée la première et les moteurs ensuite.

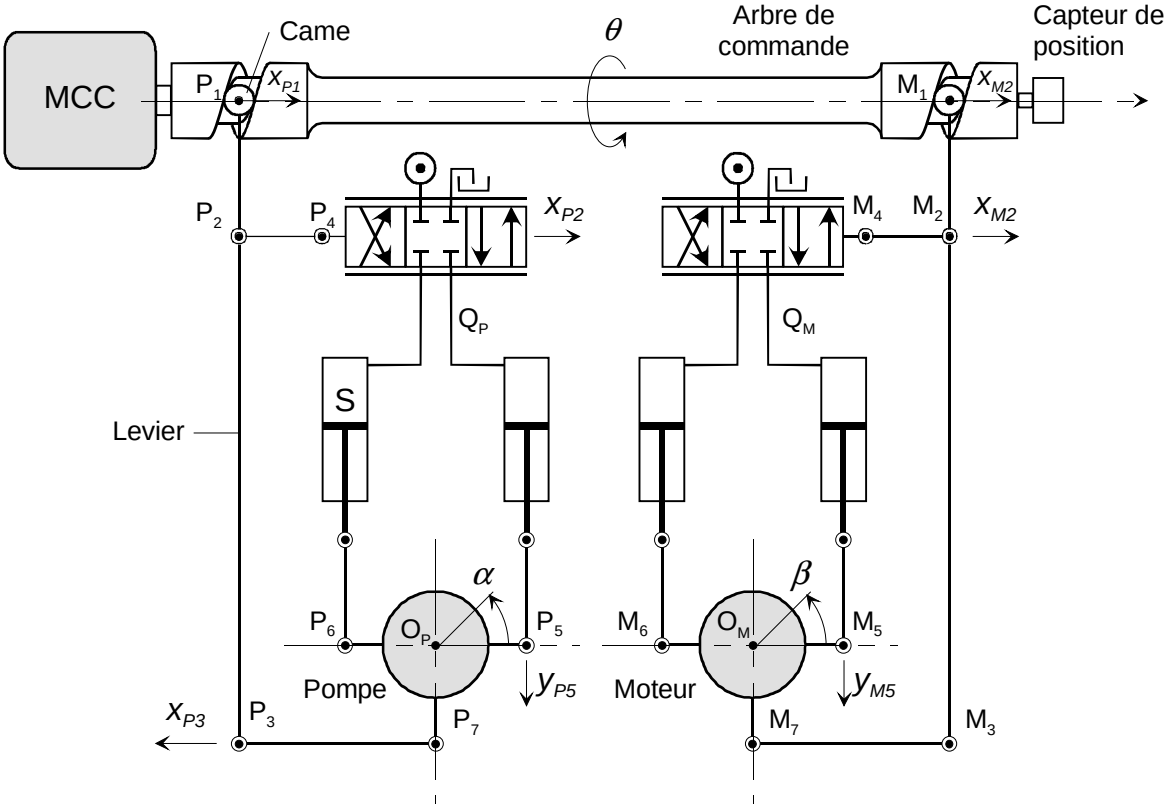


Figure 20 : *Commande de la transmission Vario*

Le fonctionnement étant identique pour la pompe et le moteur, on se limitera à la description du fonctionnement de la pompe. Ce fonctionnement peut être décomposé en deux étapes :

- **Etape 1 :** suite à une rotation d'un angle θ de l'arbre de commande, la roulette P_1 montée à l'extrémité du levier P_1P_3 se déplace de x_{P1}. Le levier P_1P_3 pivote autour de P_3. La biellette P_2P_4 déplace le tiroir du distributeur proportionnel de x_{P21} ce qui entraîne la rentrée ou la sortie des tiges des vérins. La pompe tourne d'un angle α.
- **Etape 2 :** la rotation α de la pompe entraîne le déplacement noté x_{P3} de la biellette P_7P_3, et, par conséquent, le pivotement du levier P_1P_3 autour de P_1. La biellette P_2P_4 déplace le tiroir du distributeur proportionnel en sens inverse de x_{P22} ce qui provoque son repositionnement au neutre et l'arrêt de la rotation de la pompe.
- On note : $x_{P2} = x_{P21} - x_{P22}$.

On donne Figure 21 le schéma fonctionnel de la commande de la transmission Fendt.

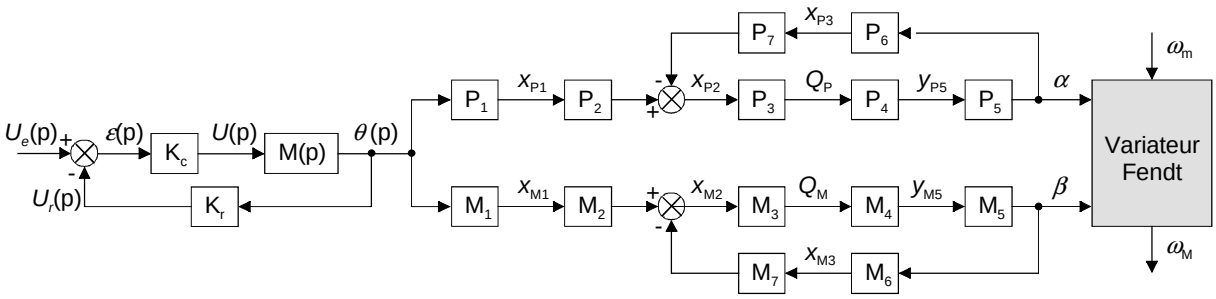


Figure 21 : *Schéma fonctionnel de la commande de la transmission Fendt*

On utilisera les notations et les données suivantes :

- K_c : gain du correcteur à action proportionnelle,
- $K_r = 2$ V/rd : gain du capteur de position monté sur l'arbre de commande,
- $M(p) = \dfrac{\theta(p)}{U(p)}$: fonction de transfert du moteur à courant continu,
- $p_P = p_M = 8$ mm/rd : pas des cames commandant la pompe et le moteur,
- longueur $P_1P_2 = a$,
- longueur $P_2P_3 = b$,
- pour des raisons d'encombrement, on impose $P_1P_3 = a + b = 200\,\text{mm}$,
- longueur $O_PP_5 = c = 80\,\text{mm}$,
- longueur $O_PP_7 = d = 75\,\text{mm}$,
- débit volumique des distributeurs : $\begin{cases} Q_P = K_d.x_{P2} \\ Q_M = K_d.x_{M2} \end{cases}$ avec $K_d = 8000$ (mm^3/s)/mm,
- S : section des vérins (mm^2),
- P_i(p) : transmittances de la chaîne fonctionnelle de la commande de la pompe,
- M_i(p) : transmittances de la chaîne fonctionnelle de la commande du moteur.

5-2 Performances exigées :

- stabilité : marge de phase $M\varphi \geq 45°$. Pas de dépassement en réponse à un échelon,
- précision : pas d'écart de position,
- rapidité : temps de réponse à 5% global du système à une consigne d'entrée de type échelon inférieur à 1s.

5-3 Asservissement en position de l'arbre de commande

On s'intéresse à l'asservissement en position de l'arbre de commande dont le schéma fonctionnel est donné Figure 22.

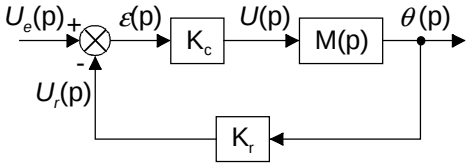


Figure 22 : *Asservissement en position de l'arbre de commande*

Le moteur électrique est un moteur à courant continu dont les équations caractéristiques sont les suivantes :

$$\begin{cases} u(t) = R.i(t) + k_e.\dfrac{d\theta(t)}{dt} \\ J_e.\dfrac{d^2\theta(t)}{dt^2} = k_a.i(t) \end{cases}$$

Avec :

- u(t) : tension appliquée aux bornes du moteur
- i(t) : courant d'induit
- R : résistance de l'induit $R = 2\ \Omega$,
- Je : inertie de l'arbre de commande $J_e = 6{,}25.10^{-4}\ \text{kg.m}^2$,
- k_e : constante de force contre électromotrice $k_e = 0{,}05\ \text{V/(rad/s)}$,
- k_a : constante de couple $k_a = 0{,}05\ \text{Nm/A}$.

Question 12 : On considère nulles les conditions initiales.

a) Déterminer la fonction de transfert $M(p) = \dfrac{\theta(p)}{U(p)}$ *du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique :*

$$M(p) = \frac{K_m}{p(1+\tau_m p)}.$$

b) Donner les expressions littérales de K_m *et* τ_m*. Calculer* K_m *et* τ_m.

Question 13 : *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte T(p) et en déduire l'expression du gain de boucle* K_{BO} *en fonction notamment de* K_m *et* τ_m *.*

Question 14 : Fonction de transfert en boucle fermée

a) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée F(p) et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre :

$$F(p) = \frac{K_{BF}}{1 + 2\frac{\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}.$$

b) Donner l'expression littérale de K_{BF} *et celles de* ξ *et* ω_0 *en fonction de* K_{BO} *et* τ_m *.*

Question 15 : Analyse des performances

a) Déterminer la valeur du gain de boucle K_{BO} *de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.*

b) En déduire la valeur du gain K_c *de l'action proportionnelle du correcteur.*

Question 16 : *Montrer qu'avec la valeur de* K_c *choisie précédemment, la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme :*

$$F(p) = \frac{K_{BF}}{(1 + Tp)^2}.$$

Calculer K_{BF} *et T.*

La courbe Figure 23 représente la réponse du moteur à un échelon d'amplitude 2V.

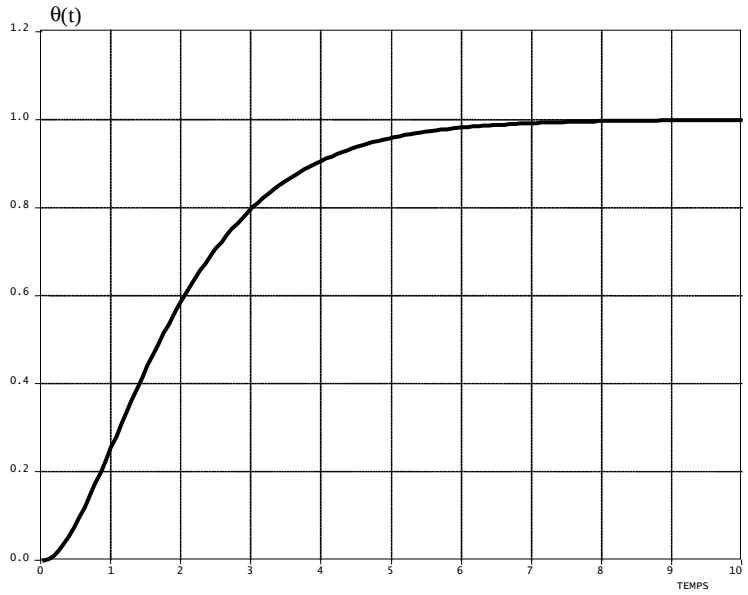


Figure 23 : *Réponse à un échelon*

Question 17 : *En déduire le temps de réponse à 5%. Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.*

On souhaite diviser par dix le temps de réponse du système afin de satisfaire les exigences du cahier des charges. On introduit une boucle de retour supplémentaire dite boucle de vitesse ou retour tachymétrique comme l'illustre la Figure 24.

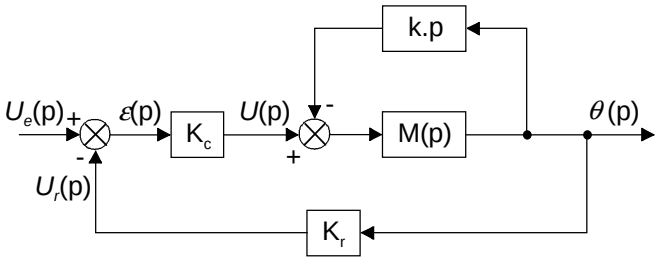


Figure 24 : *Boucle de retour tachymétrique kp*

Question 18 : Étude de la correction

a) Déterminer la nouvelle fonction de transfert M'(p) (voir Figure 25) du moteur et montrer qu'elle peut s'écrire :

$$M'(p) = \frac{K'_m}{p(1+\tau'_m\, p)}.$$

Donner les expressions littérales de K'_m et τ'_m en fonction notamment de K_m et τ_m.

b) Déterminer la valeur k du gain du retour tachymétrique de telle sorte que $\tau'_m = \frac{\tau_m}{10}$.

c) Déterminer les nouvelles valeurs de K'_m, K_{BO}, K_c, K_{BF} et T.

d) En déduire sans calcul l'écart de position du système équivalent.

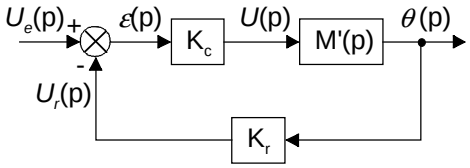


Figure 25 : *Système équivalent*

Nota : On considère, pour la suite du problème, que $K_{BO} = 5$.

On donne Figure 26 la réponse en fréquence de la fonction de transfert en boucle ouverte du système équivalent défini Figure 25 pour $K_{BO} = 1$.

Question 19 : *La nouvelle valeur du gain de boucle K_{BO} peut-elle nuire à la stabilité ? Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.*

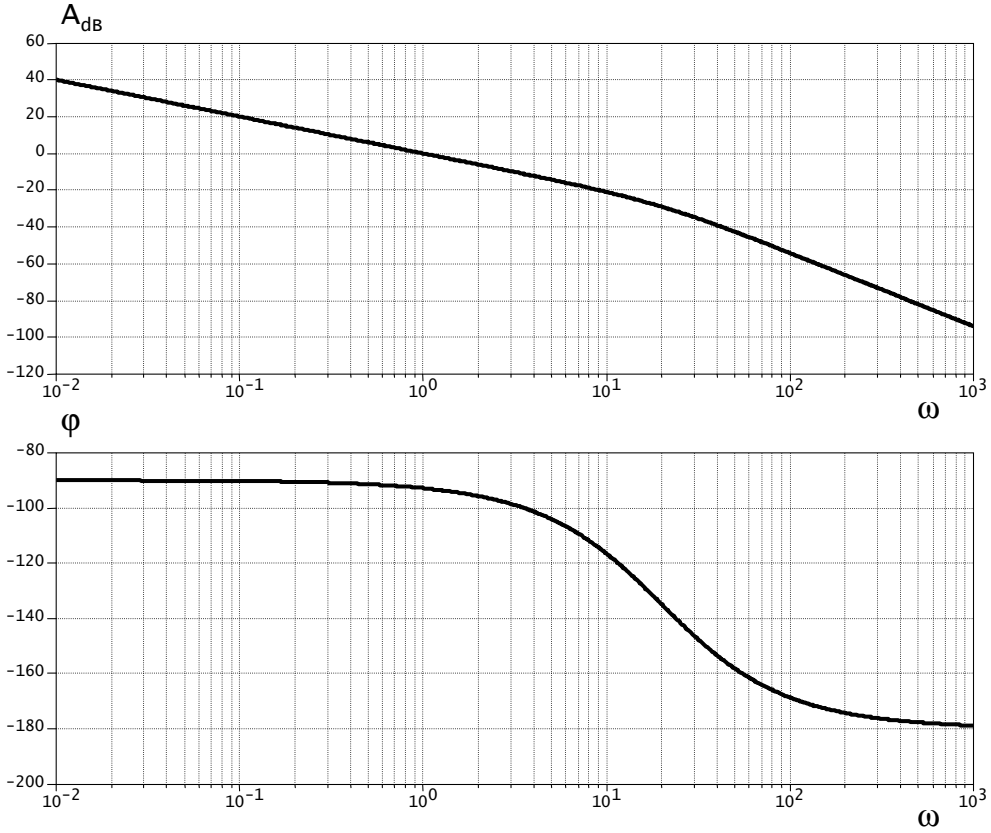


Figure 26 : *Réponse en fréquence dans Bode pour $K_{BO}=1$*

5-4 Asservissement en position de la pompe

Les commandes de l'inclinaison de la pompe et du moteur n'ayant pas lieu simultanément, on limitera cette étude à l'asservissement en position de la pompe dont le schéma fonctionnel est donné Figure 27. On considère que les angles θ et α correspondent à de petites fluctuations autour d'un point de fonctionnement θ_0 et α_0.

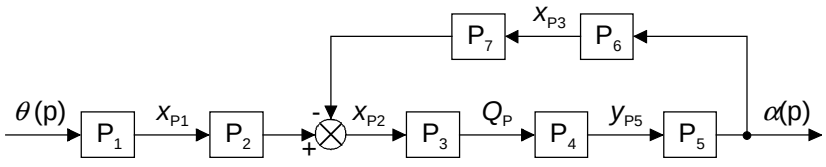


Figure 27 : *Boucle d'asservissement de la pompe*

Question 20 : *A partir de la description du fonctionnement donné précédemment, déterminer l'ensemble des transmittances P_i.*

Question 21 : *Déterminer la fonction de transfert* $\frac{\alpha(p)}{\theta(p)}$ *et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du premier ordre de gain K_P et de constante de temps T_P dont on précisera les expressions.*

5-5 Analyse du régime statique ou régime permanent

On admet que la fonction de transfert globale $H(p)$ du système de commande est de la forme :

$$H(p)=\frac{\alpha(p)}{U_e(p)}=\frac{K}{(1+T.p)^2.(1+T_P.p)} \text{ avec } K=K_{BF}.K_P$$

On souhaite qu'en régime permanent, l'amplitude du signal de sortie $\alpha(t)$ évolue en fonction de l'amplitude du signal de consigne $u_e(t)$ de la façon suivante :

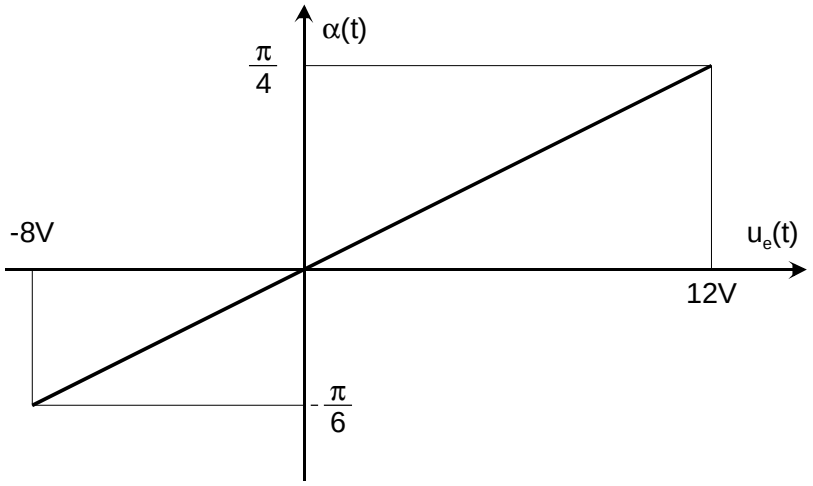


Figure 28 : *Evolution* $u_e(t)=f(\alpha(t))$ *en régime permanent*

Question 22 : *En déduire :*

a) la valeur du gain K,

b) les longueurs a et b du bras de levier P_1P_3.

Nota : On retient les valeurs suivantes de *a* et de *b* :

- $a=90$ mm
- $b=110$ mm

5-6 Analyse du régime dynamique ou régime transitoire

On s'impose $T_p<0{,}2\,\text{s}$ afin de respecter le temps de réponse global imposé par le cahier des charges.

Question 23 : *En déduire la valeur de la section S et donc le diamètre D des vérins.*

6 Détermination des caractéristiques techniques

On se propose dans cette partie de déterminer certaines caractéristiques techniques de la transmission Fendt.

6-1 Détermination du rayon R_p

On note $r_{arr} = \frac{\omega_S}{\omega_R}$ (voir Figure 29) le rapport de réduction entre l'arbre *R* et les roues arrière du tracteur.

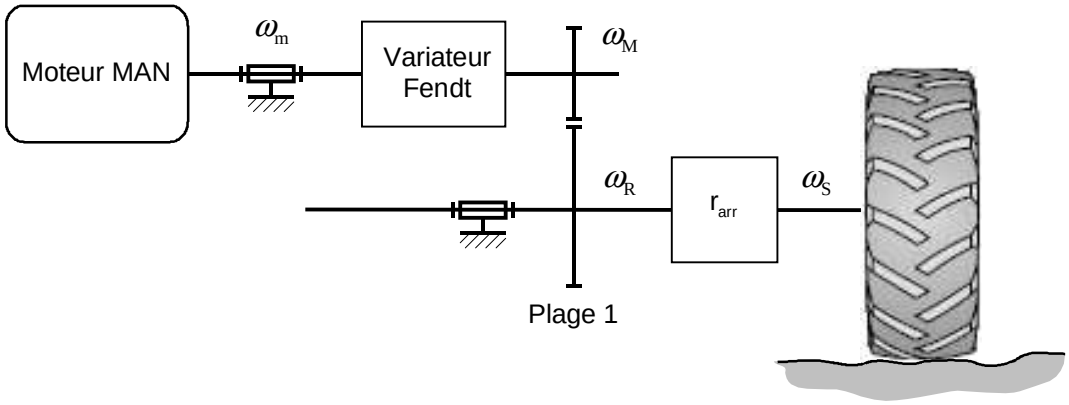


Figure 29 : *Transmission globale*

On se situe étape 3 du mode de fonctionnement de la transmission Vario défini Annexe 1 soit :

- plage 1 sélectionnée,
- tracteur à vitesse maximale de 50 km/h,
- vitesse de rotation du moteur MAN égale à N_{PM}.

Question 24 : *Déterminer le rapport de réduction r_{arr} permettant de respecter ces conditions de fonctionnement.*

On se situe étape 4 du mode de fonctionnement de la transmission Vario défini Annexe 1 soit :

- plage 1 sélectionnée,
- tracteur en marche arrière à la vitesse maximale de 38 km/h,
- vitesse de rotation du moteur MAN égale à N_{PM}.

Question 25 : *Déterminer la valeur du rayon R_P du pignon monté sur l'arbre P permettant de respecter ces conditions de fonctionnement.*

On donne ci-après, à titre indicatif, l'évolution de la vitesse du tracteur en fonction des paramètres *x* et *y* :

- Courbe (1) : $y = 1$, *x* variant de -0,71 à 1.
- Courbe (2) : $x = 1$, *y* variant de 0 à 1.

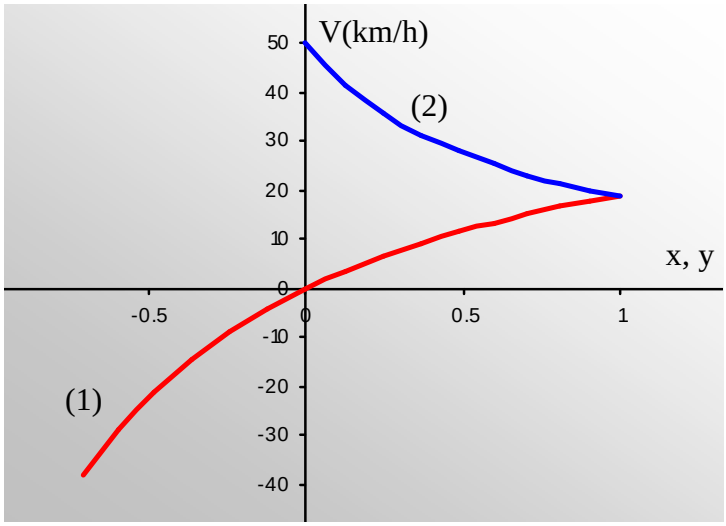


Figure 30 : *Courbe d'évolution de la vitesse en fonction de x et y*

6-2 Analyse de la répartition de la puissance

Pour un engrènement entre les solides *i* et *j*, l'action de *i* sur *j* comprend au niveau du contact une composante tangentielle $\vec{T}_{i\to j}$ et radiale $\vec{R}_{i\to j}$. Ainsi, (voir Figure 31) l'action de contact de **3** sur **2** comprend $\vec{T}_{3\to 2}$ et $\vec{R}_{3\to 2}$. On note $\vec{Y}_{4\to 2}$ et $\vec{Z}_{4\to 2}$ les composantes de l'action de **4** sur **2**.

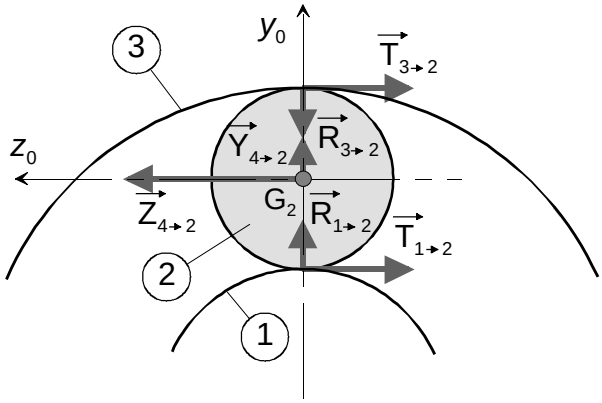


Figure 31 : *Actions de contact*

On considère le satellite **2** dont les caractéristiques sont les suivantes :

- masse m_2,
- centre de gravité G_2 appartenant à l'axe de rotation de **2** par rapport à **4,**
- matrice d'inertie $\begin{bmatrix} A_2 & & \\ & A_2 & \\ & & C_2 \end{bmatrix}$, C_2 désignant le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation de **2** par rapport à **4**.

Question 26 : *Écrire en régime stationnaire (à vitesse constante) :*

a) *l'expression de l'accélération* $\vec{a}_{(G_2/R_0)}$

b) *le principe fondamental de la dynamique concernant :*

- *les résultantes dynamiques en projection sur* $\overrightarrow{y_0}$ *et* $\overrightarrow{z_0}$ *,*
- *le moment dynamique en* G_2 *en projection sur* $\overrightarrow{x_0}$ *.*

On note Cd_1, Cd_3 et Cd_4 les couples associés aux actions des arbres liés à **1**, **3** et **4** sur l'extérieur du train.

Question 27 : *Montrer que l'on peut écrire la relation suivante* :

$$C_{d1} = \frac{C_{d3}}{-\lambda} = \frac{C_{d4}}{\lambda - 1}$$

On note :

- $P_m = C_m \omega_m = C_{d4} \omega_4$ la puissance fournie par le moteur thermique MAN,
- $P_H = C_{d3} \omega_3$ la puissance transmise à la pompe ou puissance hydraulique,
- $P_M = C_{d1} \omega_1$ la puissance migrant par le planétaire **1** ou puissance mécanique.

Question 28 : *Quelle relation existe-t-il entre* P_m, P_H *et* P_M *?*

Question 29 : *Montrer que la relation liant* P_H *à* P_m *est de la forme :*

$$P_H = \frac{Ay}{Ay + Bx} P_m$$

Expliciter et calculer les coefficients A et B.

Question 30 : *Exprimer* P_H *en fonction de* P_m *dans les cas suivants de fonctionnement définis annexe 1 :*

a) *Étape 1 :* $\alpha = 0, \beta = 45°$

b) *Étape 3 :* $\alpha = 45°, \beta = 0°$

La courbe ci-contre montre, à titre indicatif, l'évolution linéaire du rapport $\frac{P_H}{P_m}$ en fonction de la vitesse d'avancement du tracteur.

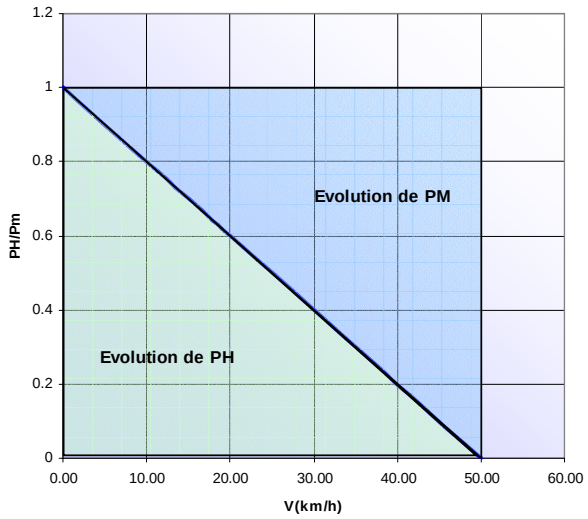


Figure 32 : *Répartition des puissances hydrauliques et mécaniques*

6-3 Caractéristiques de l'accouplement élastique

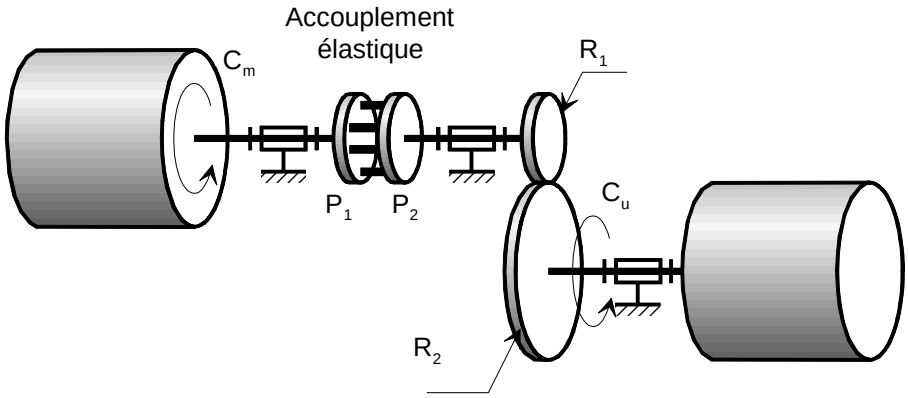


Figure 33 : *Accouplement élastique*

On s'intéresse maintenant à la détermination des caractéristiques de l'accouplement élastique placé entre le moteur et la boîte. On adopte le modèle simplifié représenté Figure 33. Le moteur thermique a une inertie I_1 et fournit un couple $C_m = C_0 + C_1 \sin(2\omega_m t)$. Son paramètre de position est $\theta_m(t)$. L'utilisation est représentée par une inertie I_2 et est soumise à un couple C_u. Le paramètre de position est $\theta_2(t)$. Entre le moteur et l'utilisation, on a interposé un accouplement élastique de raideur k_{ac} (en mN par radian) qui, sous l'action d'un couple C_{tr}, a un écart $\Delta\theta$ entre les deux plateaux P_1 et P_2 tel que :

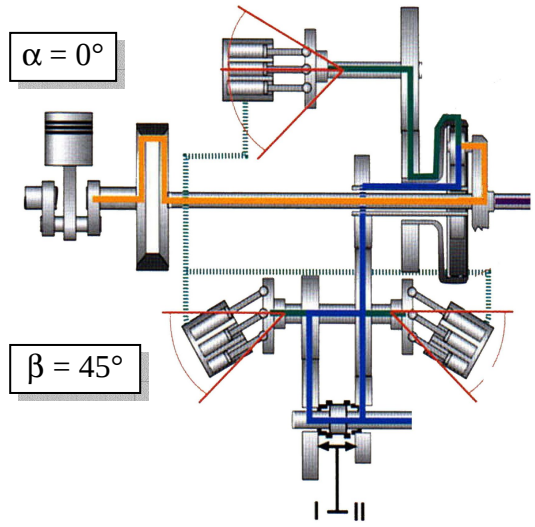
$$C_{tr} = k_{ac}.\Delta\theta$$

Question 31 : *Écrire les équations différentielles gérant les paramètres $\theta_m(t)$ et $\theta_2(t)$.*

Question 32 : *Que peut-on préconiser pour que $\theta_2(t)$ ne soit pas perturbé par le couple $C_1 \sin(2\omega_m t)$?*

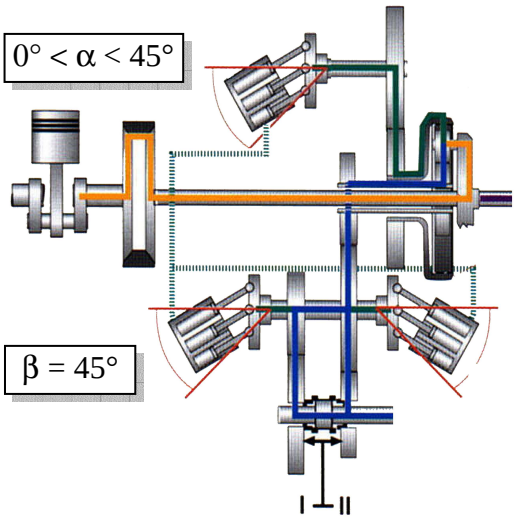
Annexe 1 : Fonctionnement de la transmission Fendt-Vario

Les quatre étapes du fonctionnement sont résumées dans le tableau ci-dessous :



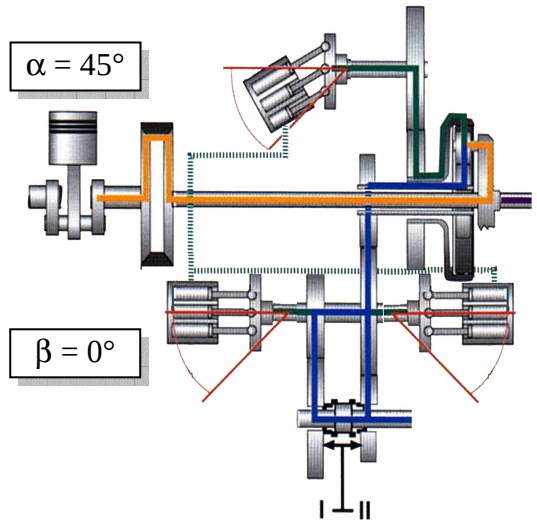
Etape 1 : Tracteur à l'arrêt, moteur tournant

Quand le tracteur se trouve à l'arrêt, la pompe n'est pas pivotée et ne débite pas (cylindrée nulle). Par contre, les moteurs sont inclinés au maximum (45°) leur cylindrée est maximale mais leur rotation est bloquée par la pompe. L'arbre sommateur et donc le tracteur sont à l'arrêt, pignons en prise (et non au point mort), cette position est appelée «arrêt dynamique».



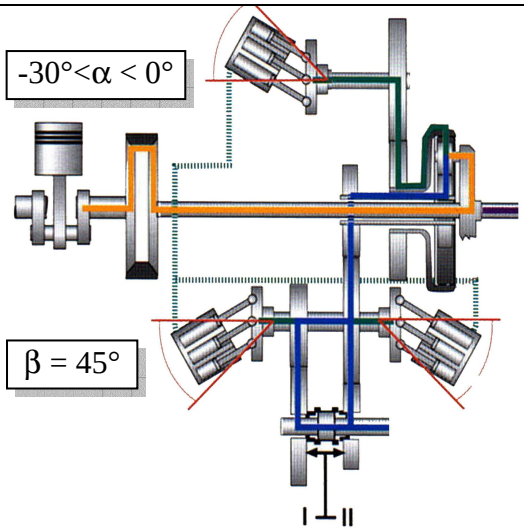
Etape 2 : Démarrage du tracteur

Au démarrage la pompe pivote et commence à débiter de l'huile. Les moteurs hydrauliques entrent en mouvement, l'arbre sommateur tourne, le tracteur démarre. La majeure partie de la puissance du moteur est transmise par la partie hydraulique.



Etape 3 : Tracteur à la vitesse maximale

Le pivotement des moteurs et donc la réduction de leur cylindrée commence juste avant que la pompe atteigne sa position finale. Plus la vitesse augmente, moins les moteurs sont inclinés, jusqu'à atteindre la position 0°. Dans cette position ils ne peuvent plus absorber d'huile et bloquent maintenant la pompe à leur tour. Toute la puissance du moteur est transmise à présent par la partie mécanique.



Etape 4 : Tracteur en marche arrière

La pompe peut pivoter suivant un angle positif ou négatif. Si, à partir de la position 0°, la pompe prend un angle négatif, le sens de rotation des moteurs s'inverse et le tracteur recule.

Fin de l'énoncé

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Modèles de comportement et réponse temporelle : premier ordre, second ordre, identification

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp