Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2009, filière MP

Sciences industrielles

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- 1. Présentation
- 2. Analyse préalable des actions
- 3. Analyse de la fonction de service FP1
- 4. Analyse de la fonction de service FP2

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2009/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

SESSION 2009

MPSI007

CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES (S.I.)

Durée : 3 heures

---

*Les calculatrices sont **autorisées***

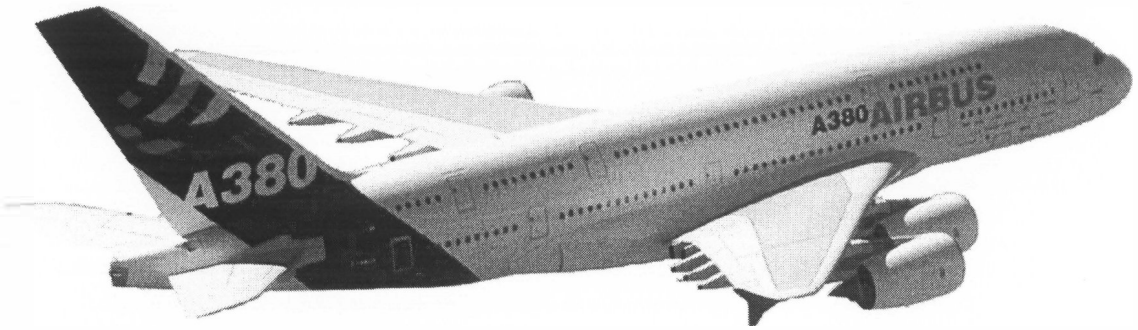
* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

Le thème proposé concerne l'aéronautique et plus particulièrement la commande en position des gouvernes de profondeur de l'Airbus A380.

L'Airbus A380 est un avion de ligne civil gros-porteur long-courrier quadriréacteur à double pont produit par Airbus, filiale d'EADS. Il est construit principalement en Allemagne, Espagne, France et Royaume-Uni et est assemblé à Toulouse.



Caractéristiques de l'AIRBUS A380	
Longueur hors-tout	73 m
Hauteur	24,1 m
Diamètre du fuselage	7,14 m
Envergure	79,8 m
Surface alaire	845 m^2
Poussée des moteurs	310 kN × 4
Vitesse de croisière	1040 km/h (Mach 0,85)
Vitesse maximale	1090 km/h (Mach 0,89)
Masse maxi au décollage	560 t

1 PRÉSENTATION

1.1 Les commandes de vol primaires

Pour piloter un avion, il est nécessaire de pouvoir contrôler en permanence ses évolutions dans l'espace suivant trois directions ou axes (voir Figure 1 page 2) :

- l'axe de lacet (vertical) ;
- l'axe de roulis (horizontal et dans la direction de la marche) ;
- l'axe de tangage (horizontal et perpendiculaire à la marche).

Pour cela, le pilote agit sur les commandes de vol de l'avion. En pratique, on distingue deux types de commandes :

- Les commandes de vol primaires utilisées pendant tout le vol qui permettent de contrôler l'évolution de l'avion autour de ses axes de référence :
  - la gouverne de direction ou gouvernail pour le lacet,
  - les ailerons et les spoilers pour le roulis,
  - les gouvernes de profondeur et le plan horizontal réglable (PHR) pour le tangage.
- Les commandes de vol secondaires utilisées pendant les phases d'atterrissage et de décollage qui permettent de modifier la configuration aérodynamique de l'avion :
  - hypersustentateurs (volets et becs) pour la portance ;
  - les spoilers (ou aérofreins) pour la traînée.

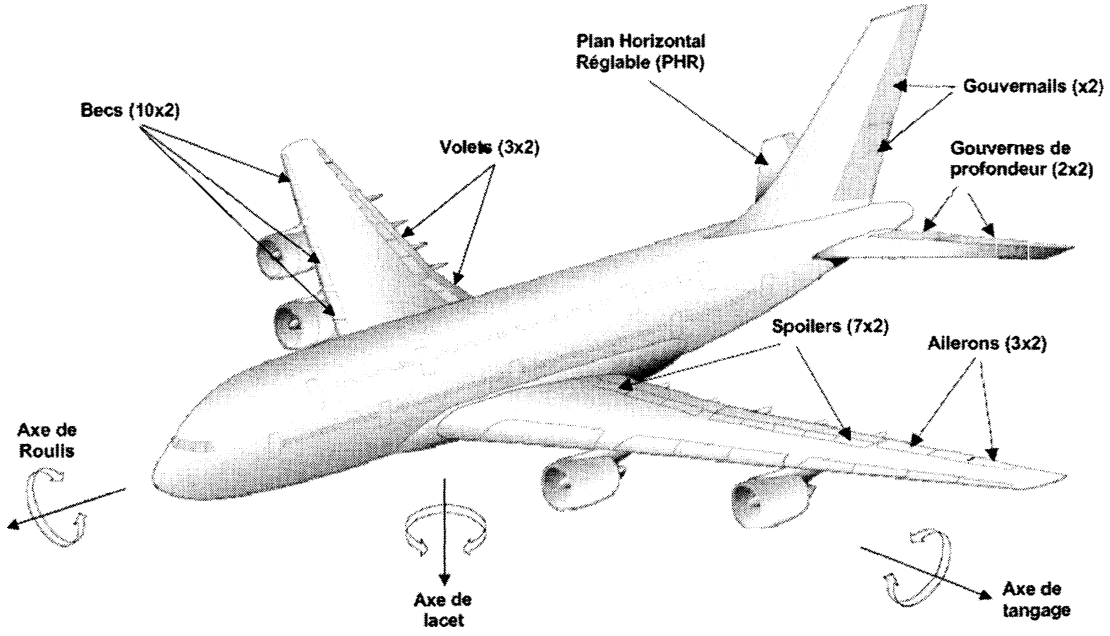


Figure 1 : *Les commandes de vol de l'A380*

1.2 Les gouvernes de profondeur

L'Airbus A380 est équipé de quatre gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le plan horizontal réglable (PHR) de l'avion (voir Figure 2 page 3).

Chaque gouverne de profondeur est reliée au PHR par des charnières ou liaisons pivots (voir Figure 3 page 3) et est mue en rotation par une unité de commande constituée de deux actionneurs (voir Figure 4 page 4) :

- une servocommande (SC), actionneur principal relié au circuit hydraulique de l'avion (voir Figure 5 page 4) ;
- un EHA (Electro Hydraulic Actuator : actionneur électro-hydrostatique), utilisé en cas de défaillance de la servocommande ou du circuit hydraulique principal. Cet actionneur est alimenté électriquement et produit localement, via un moteur électrique

entraînant une pompe, l'énergie hydraulique nécessaire à son fonctionnement (voir Figure 6 page 4).

Ces unités de commande sont identiques pour les quatre gouvernes de profondeur.

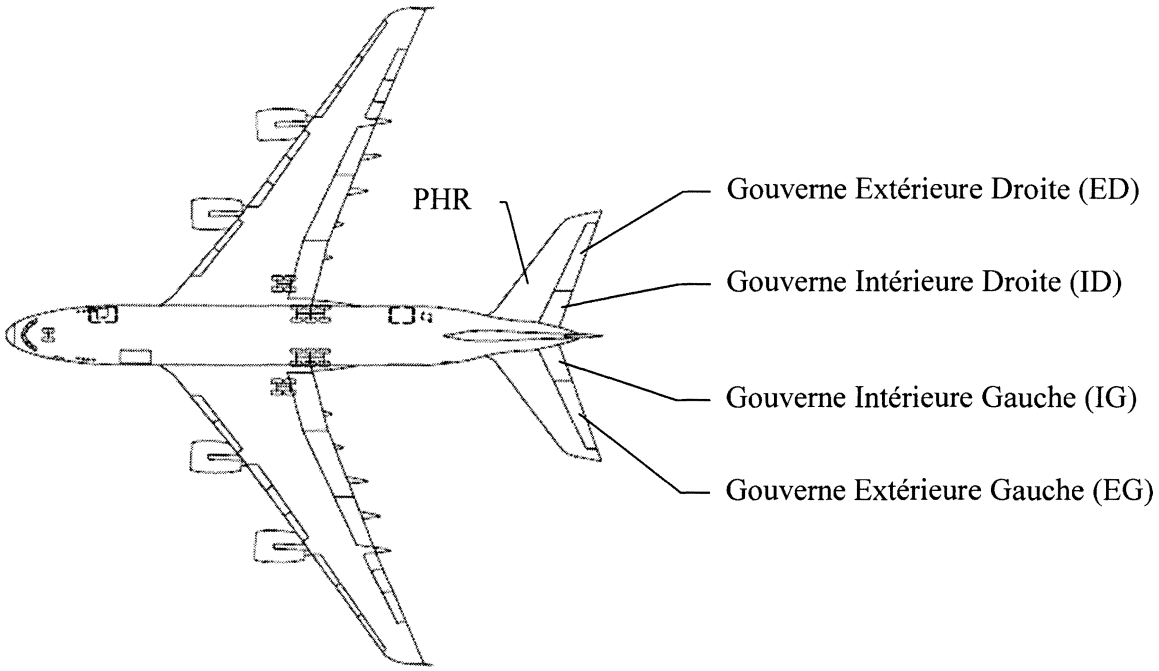


Figure 2 : *Les gouvernes de profondeur*

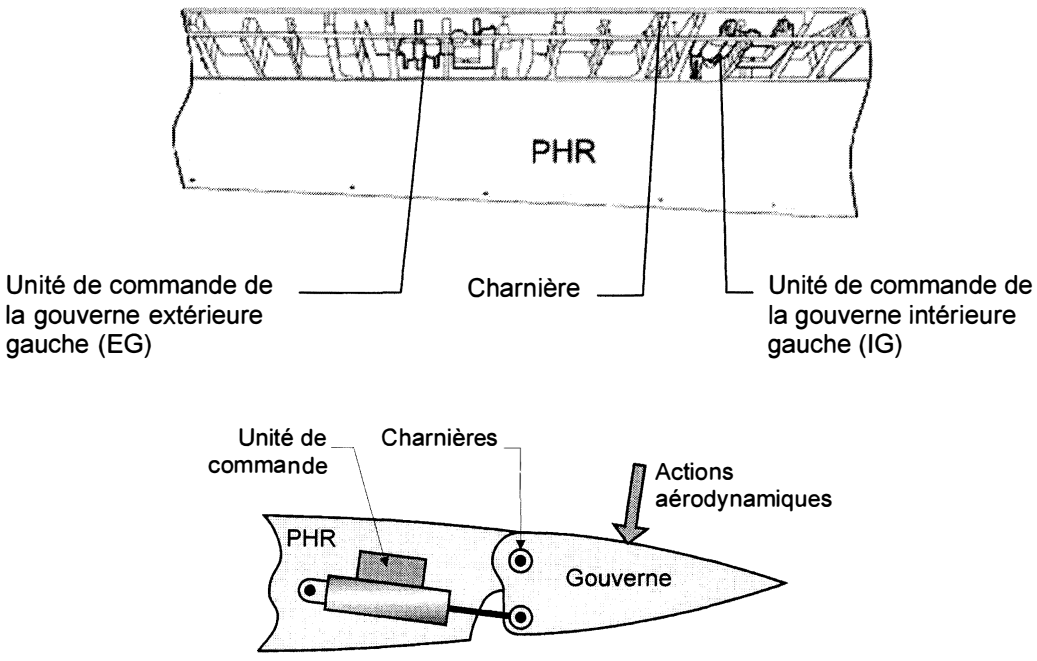


Figure 3 : *Unités de commande des gouvernes gauches*

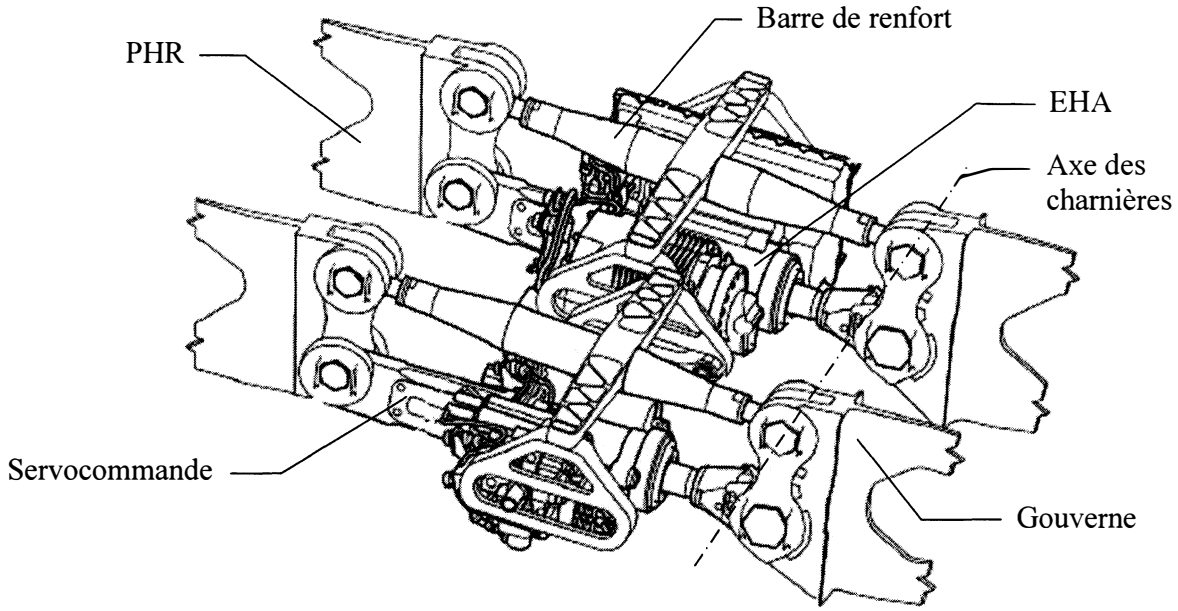


Figure 4 : *Représentation partielle (sans les charnières) de l'unité de commande*

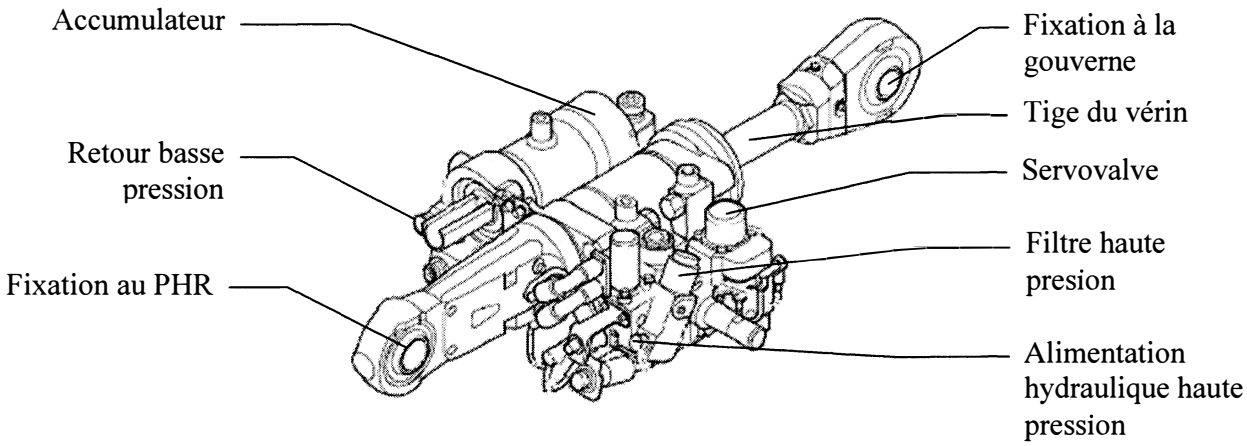


Figure 5 : *Servocommande*

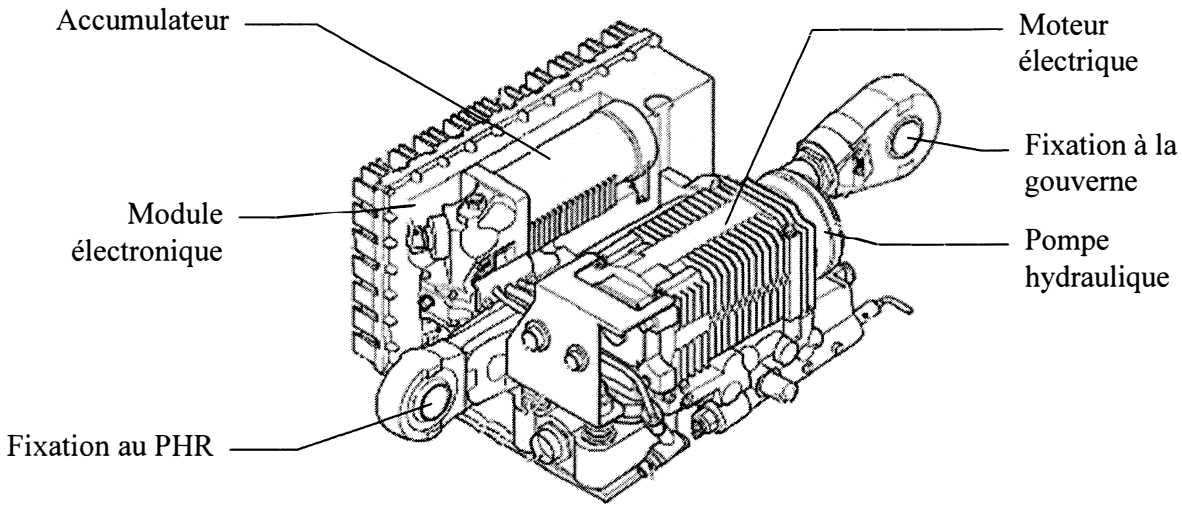


Figure 6 : *EHA*

1.3 Les sources d'énergie

Deux types d'énergie sont utilisés pour l'alimentation des unités de commande :

- l'énergie hydraulique pour l'alimentation des servocommandes,
- l'énergie électrique pour l'alimentation des EHA.

1.3.1 Alimentation en énergie hydraulique

Deux circuits hydrauliques indépendants vert et jaune (voir Figure 7) alimentent, entre autre, les servocommandes des gouvernes de profondeur :

- le circuit hydraulique vert (HV) alimente les servocommandes des gouvernes de profondeur gauches (intérieures et extérieures).
- le circuit hydraulique jaune (HJ) alimente les servocommandes des gouvernes de profondeur droites (intérieures et extérieures).

La mise en pression de chaque circuit est réalisée par quatre pompes entraînées en rotation par les moteurs de l'avion (deux pompes A et B par moteur).

En raison de la taille de l'A380, la pression hydraulique a été portée à 350 bars contre 207 bars sur les programmes précédents. L'augmentation de la pression permet de diminuer le diamètre des tuyauteries hydrauliques et, par conséquent, de transmettre l'énergie hydraulique sur de plus longues distances sans que la masse de l'avion ne soit pénalisée.

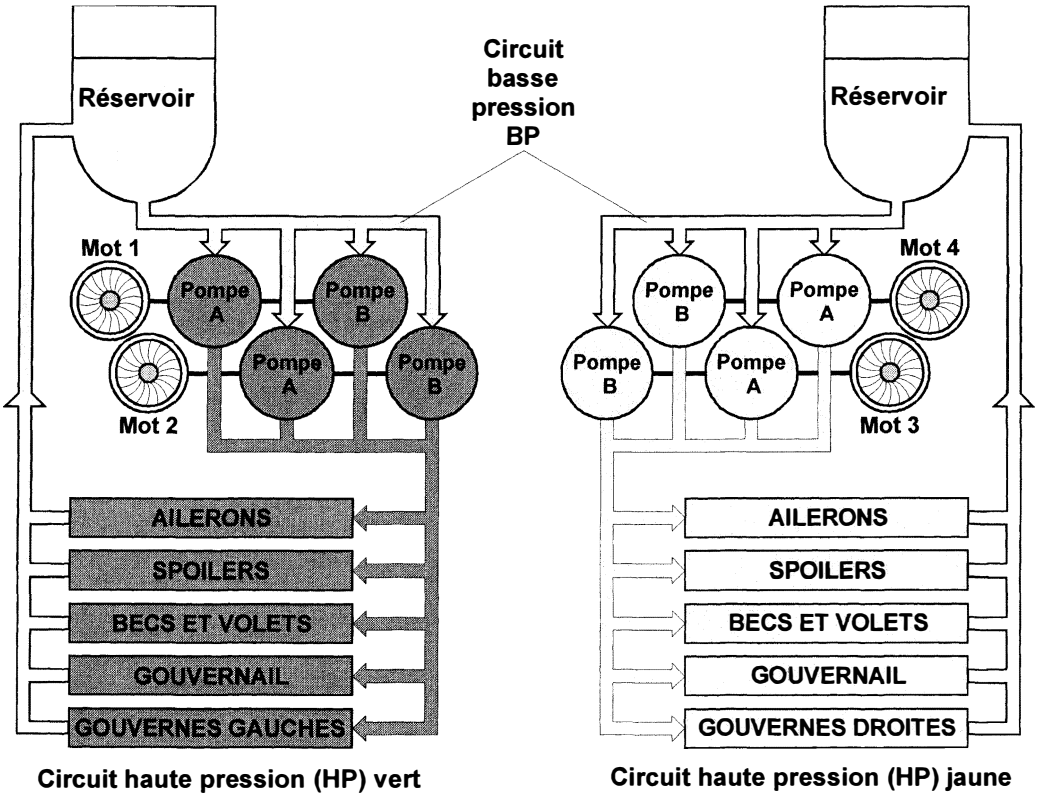


Figure 7 : *Circuits hydrauliques de l'A380*

1.3.2 Alimentation en énergie électrique

Généralement, sur les avions de ligne, trois circuits hydrauliques indépendants alimentent les commandes de vol afin d'obtenir une fiabilité maximale : si l'un d'eux subit une avarie, le contrôle de l'avion est assuré par les deux autres. En raison des dimensions de l'A380, le troisième circuit a été remplacé par deux réseaux électriques indépendants E1 et E2 triphasés 115/200 V – 400 Hz/800 Hz alimentés par quatre générateurs directement accouplés à l'étage haute pression des moteurs (voir Figure 8). Les avantages d'une telle solution concernent :

- le gain de masse : de l'ordre de 1600 kg,
- l'amélioration de la sécurité par la dissemblance et la redondance des sources de puissance : leur quantité passe de 3 (3H) à 4 (2H2E).

Le réseau électrique E1 alimente les moteurs électriques des EHA des gouvernes intérieure gauche (IG) et extérieure droite (ED).

Le réseau électrique E2 alimente les moteurs électriques des EHA des gouvernes extérieure gauche (EG) et intérieure droite (ID).

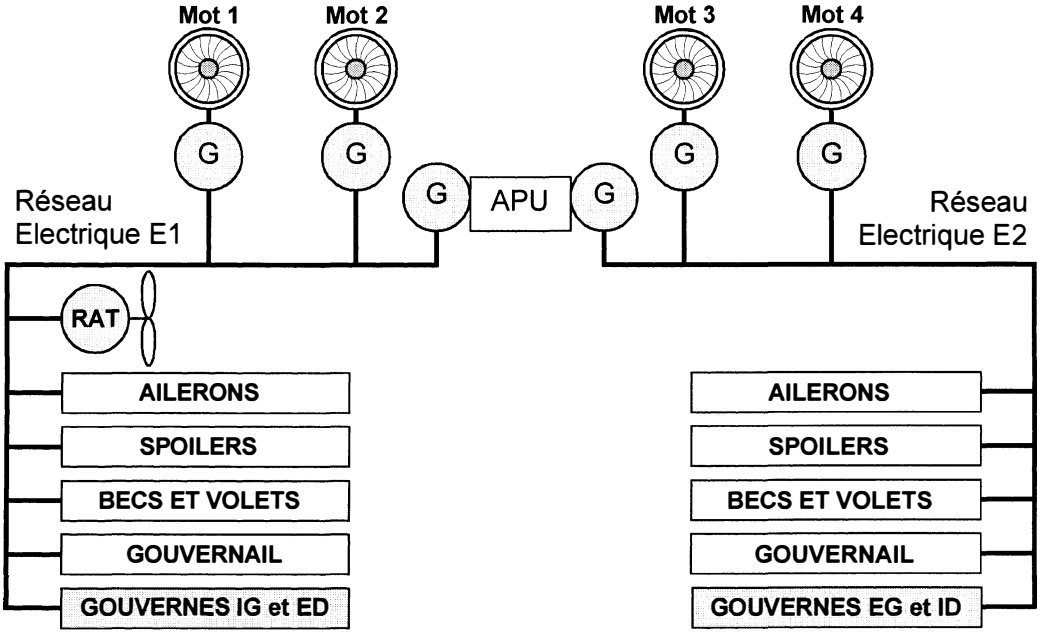


Figure 8 : *Réseaux électriques primaires E1 et E2*

Tableau 1 : *Synthèse des alimentations des différents actionneurs*

GOUVERNES							
EG		IG		ID		ED	
SC	EHA	SC	EHA	EHA	SC	EHA	SC
HV	E2	HV	E1	E2	HJ	E1	HJ

1.4 Les modes de fonctionnement

Chaque actionneur d'une unité de commande d'une gouverne de profondeur peut avoir deux modes de fonctionnement :

- le mode **actif** qui permet la mise en mouvement des gouvernes ;
- le mode **amortissement** qui évite le flottement (flutter) de la gouverne à grande vitesse, phénomène dû aux variations de la répartition des pressions sur la gouverne et générant des oscillations pouvant se transmettre à l'ensemble de la structure.

En mode de fonctionnement normal, la servocommande est en mode actif et l'EHA en mode amortissement.

En cas de défaillance du circuit hydraulique ou du système de commande, la servocommande passe en mode amortissement et l'EHA en mode actif.

Exceptionnellement, dans des configurations de vol particulières telles que la traversée de zones de turbulence, les deux actionneurs peuvent passer en mode actif.

On se limitera, dans le cadre de ce sujet, à l'étude des modes actif et amortissement d'une servocommande.

1.4.1 Servocommande en mode actif

La Figure 9 page 8 représente la servocommande en mode actif. Dans ce mode, le circuit hydraulique **HP** alimente la servocommande et maintient la valve **2** ouverte tant que la pression est supérieure à 338 bars. La valve **11** maintient une pression de 7 bars dans le circuit de retour de l'actionneur supérieure à la pression du circuit **BP**.

La bobine **YV2** du sélecteur de mode **4** étant non excitée, le circuit **HP** maintient le distributeur **9** en mode actif, les orifices de sortie **U1** et **U2** de la servovalve **3** communiquent avec les chambres du vérin **7**. La servovalve **3** assure la communication entre les orifices **P** (alimentation HP) et **R** (Retour) et les orifices de sortie **U1** ou **U2**. Le débit en sortie de la servovalve est proportionnel à l'intensité du courant parcourant la bobine **YV1**.

1.4.2 Servocommande en mode amortissement

La Figure 10 page 8 représente la servocommande en mode amortissement. Dans ce mode, le circuit hydraulique HP est défaillant, la valve **2** est fermée. La valve **11** maintient une pression de 7 bars dans le circuit de retour de l'actionneur supérieure à la pression du circuit **BP**.

La bobine **YV2** du sélecteur de mode **4** étant excitée, le distributeur **9** passe en mode amortissement sous l'effet de son ressort de rappel, mettant ainsi les deux chambres du vérin en communication. La tige du vérin est alors mue par la gouverne, le fluide transitant d'une chambre à l'autre via un régulateur de débit (ou étranglement) **8** assurant la fonction amortissement.

Dans les deux modes de fonctionnement, l'accumulateur **10** permet d'absorber les fluctuations de volume du fluide essentiellement dues aux variations de température.

Question 1-1 : *Compléter, sur le document réponse DR1, les schémas de câblage de la servocommande dans les modes actif et amortissement en utilisant la symbolisation normalisée du Tableau 2 (page 9).*

Modes de fonctionnement actif et amortissement des servocommandes

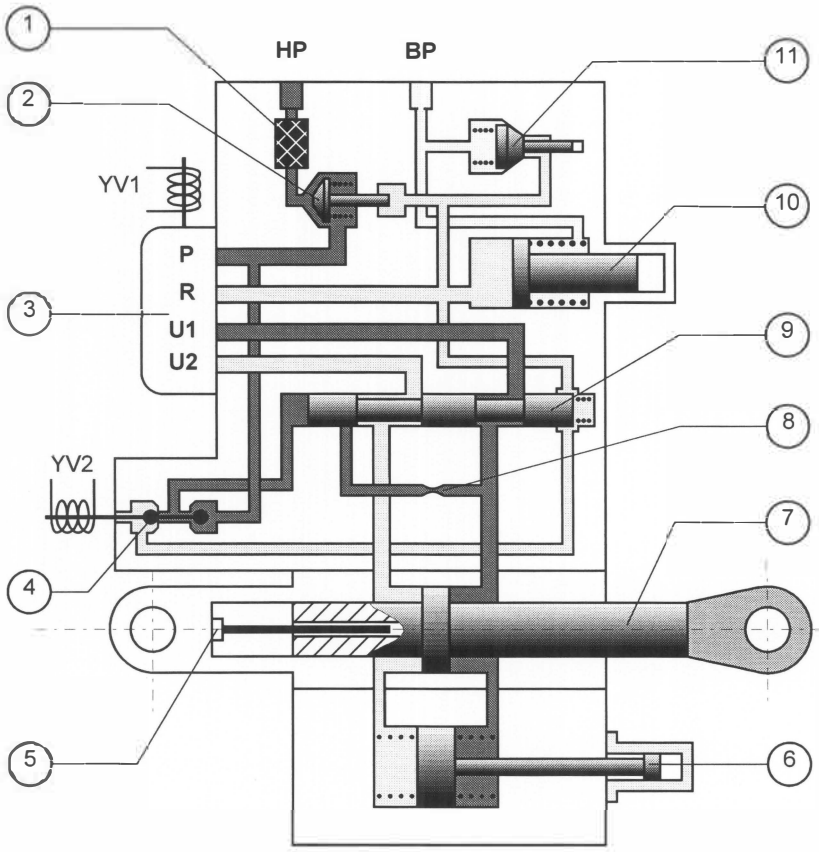


Figure 9 : *Servocommande en mode actif*

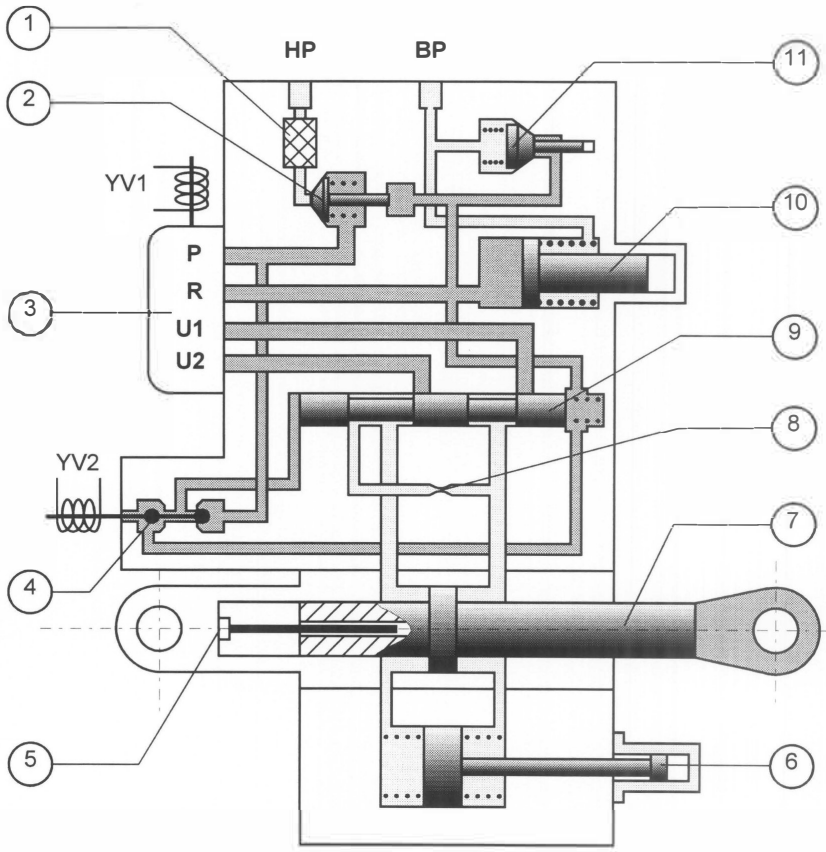
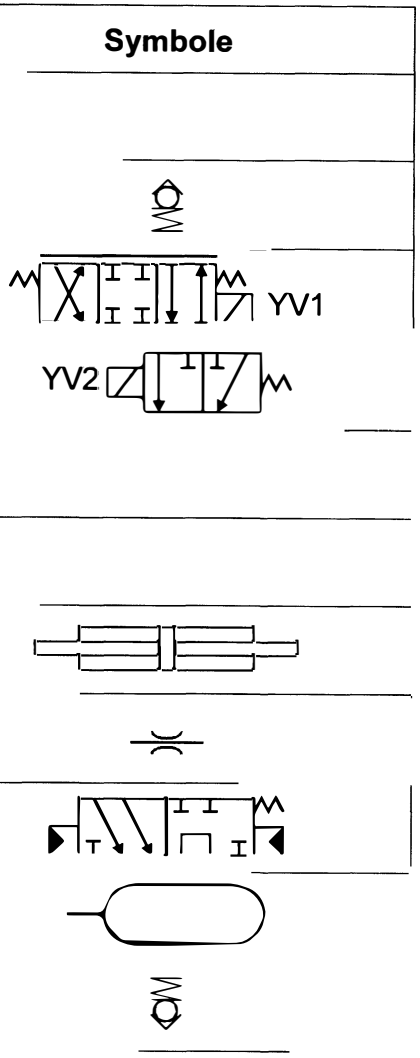


Figure 10 : *Servocommande en mode amortissement*

Tableau 2 : Désignation et symbole des constituants de la servocommande

Rep	Désignation	Symbole
1	Filtre Haute Pression	
2	Valve de maintien HP	
3	Servovalve	
4	Sélecteur du mode de fonctionnement actif ou amortissement	
5	Capteur inductif linéaire de position de la tige du vérin	
6	Capteur de mesure de la pression différentielle	
7	Vérin à sections égales	
8	Régulateur de débit	
9	Distributeur de mode	
10	Accumulateur	
11	Valve de maintien BP	



1.5 Commande des actionneurs

1.5.1 Architecture du système de commande

La consigne de position des gouvernes de profondeur peut être définie :

- soit manuellement à l'aide de joysticks situés dans la cabine de pilotage (un pour le capitaine, un autre pour le copilote),
- soit par le pilote automatique si cette fonction est activée.

Ces consignes sont transmises aux ordinateurs de commande de vol (trois ordinateurs principaux PRIM 1, 2 et 3 et trois ordinateurs secondaires SEC 1, 2 et 3). Le Tableau 3 ci-dessous précise, pour chaque gouverne, les ordinateurs en service et les actionneurs qu'ils commandent suite à une défaillance d'un ou de plusieurs ordinateurs. Ainsi, pour la gouverne intérieure droite ID, les priorités sont les suivantes :

1. SC en mode actif commandée par PRIM 3 ;
2. EHA en mode actif commandée par PRIM 2 si PRIM 3 en panne ;
3. SC en mode actif commandée par SEC 3 si PRIM 3 et PRIM 2 en panne ;
4. EHA en mode actif commandée par SEC 2 si PRIM 3, PRIM 2 et SEC 3 en panne.

Tableau 3 : *Commande des modes actifs des actionneurs des gouvernes de profondeur*

	GOUVERNES							
	EG		IG		ID		ED	
	SC	EHA	SC	EHA	EHA	SC	EHA	SC
PRIM	1		3			3		2
		2		1	2		1	
SEC	1		3			3		2
		2		1	2		1	

On utilise les variables booléennes suivantes :

- H_X (X = J ou V) : Circuit hydraulique X en fonctionnement normal ;
- E_i (i = 1 ou 2) : Réseau électrique Ei en fonctionnement normal ;
- P_i (i = 1, 2 ou 3) : Ordinateur PRIMi en fonctionnement normal ;
- S_i (i = 1, 2 ou 3) : Ordinateur SECi en fonctionnement normal.

On peut ainsi définir les modes actifs des SC et des EHA sous la forme d'une équation logique. Par exemple, le mode actif de la servocommande (SC) de la gouverne intérieure droite (ID) sera noté :

$$SC - ID = H_J.(P_3 + (\overline{E_2} + \overline{P_2}).S_3)$$

Question 1-2 : *Déterminer, par application du théorème de De Morgan, l'équation booléenne du mode amortissement de la servocommande de la gouverne intérieure droite.*

Question 1-3 : *Déterminer l'équation booléenne du mode actif de l'EHA de la gouverne intérieure droite EHA-ID.*

1.5.2 Asservissement en position

Les consignes émises par le pilote à l'aide du joystick ou par le pilote automatique sont transmises aux ordinateurs de commande de vol (voir Figure 11). Ces derniers déterminent, en fonction de lois de pilotage prenant en compte un certain nombre de paramètres (altitude, vitesse, etc.), les mouvements des gouvernes limitant éventuellement les évolutions de l'avion à son enveloppe de vol, c'est-à-dire aux régimes et attitudes sûrs.

Il existe des différences de philosophie à ce sujet entre les deux principaux avionneurs du marché :

- Boeing permet au pilote de transgresser ces limites par pression au-delà d'une butée,
- Airbus empêche toute évolution au-delà des limites de sécurité.

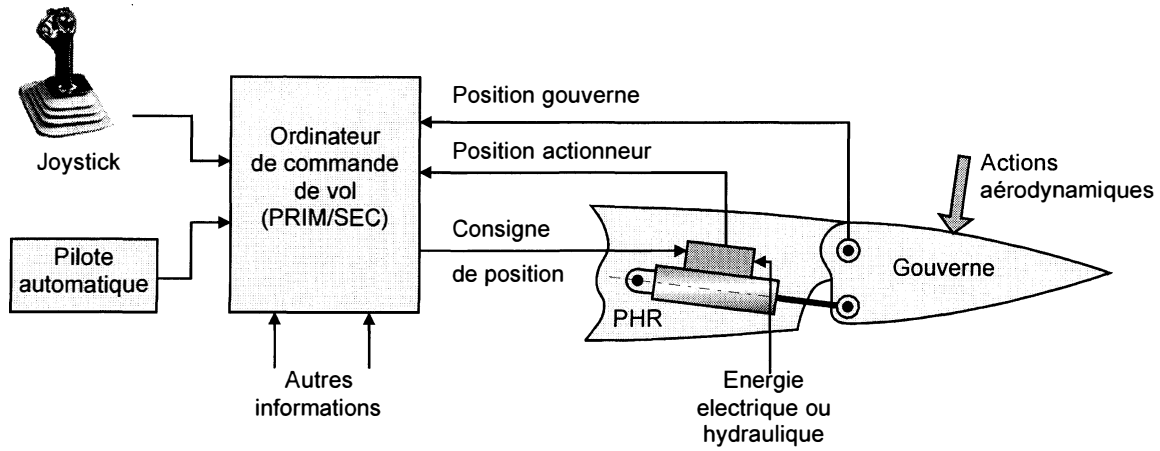


Figure 11 : *Boucle d'asservissement en position*

La position de l'actionneur est déterminée par le capteur inductif linéaire de position **5** implanté dans la tige du vérin (voir Figure 9 page 8).

La position de la gouverne est déterminée par un capteur rotatif dont l'axe de rotation coïncide avec l'axe des charnières.

Les autres informations transmises aux ordinateurs de commande de vol proviennent essentiellement :

- des gyromètres : vitesses de rotation autour des axes de tangage, lacet et roulis ;
- des accéléromètres : accélérations verticales et latérales.

1.6 ANALYSE FONCTIONNELLE D'UNE UNITÉ DE COMMANDE

1.6.1 Objectif

Identifier les fonctions de service et techniques assurées par l'unité de commande d'une gouverne de profondeur.

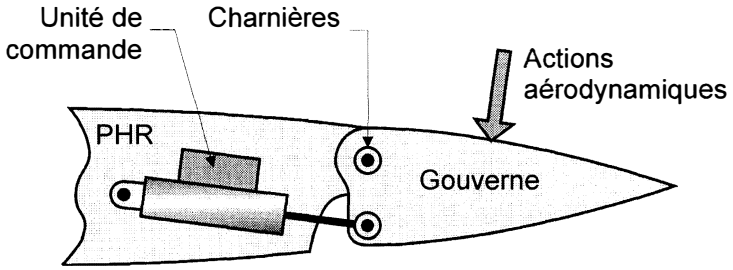


Figure 12 : *Environnement de l'unité de commande*

1.6.2 Diagramme des intéracteurs de l'unité de commande

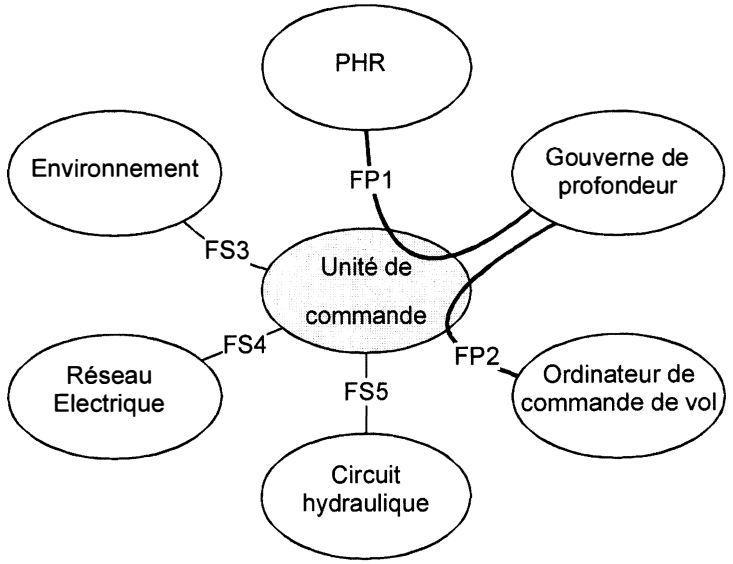


Figure 13 : *Diagramme des interacteurs de l'unité de commande*

1.6.3 Fonctions de service de l'unité de commande

FP1	Pivoter la gouverne de profondeur autour de l'axe des charnières
FP2	Asservir en position la gouverne de profondeur
FS3	Résister à l'environnement (température, pression,...)
FS4	Alimenter en énergie électrique l'actionneur électro-hydrostatique (EHA)
FS5	Alimenter en énergie hydraulique la servocommande (SC)

1.6.4 Diagrammes FAST

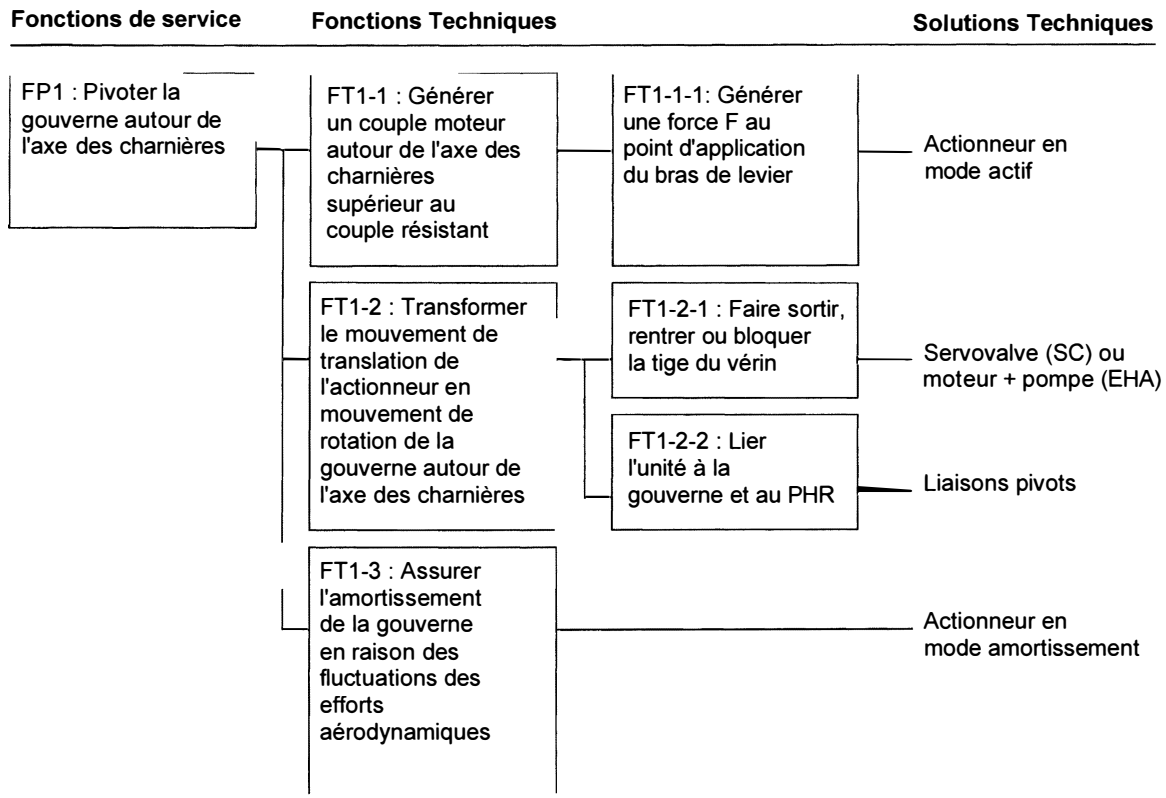


Figure 14 : *Diagramme FAST partiel de la fonction FP1*

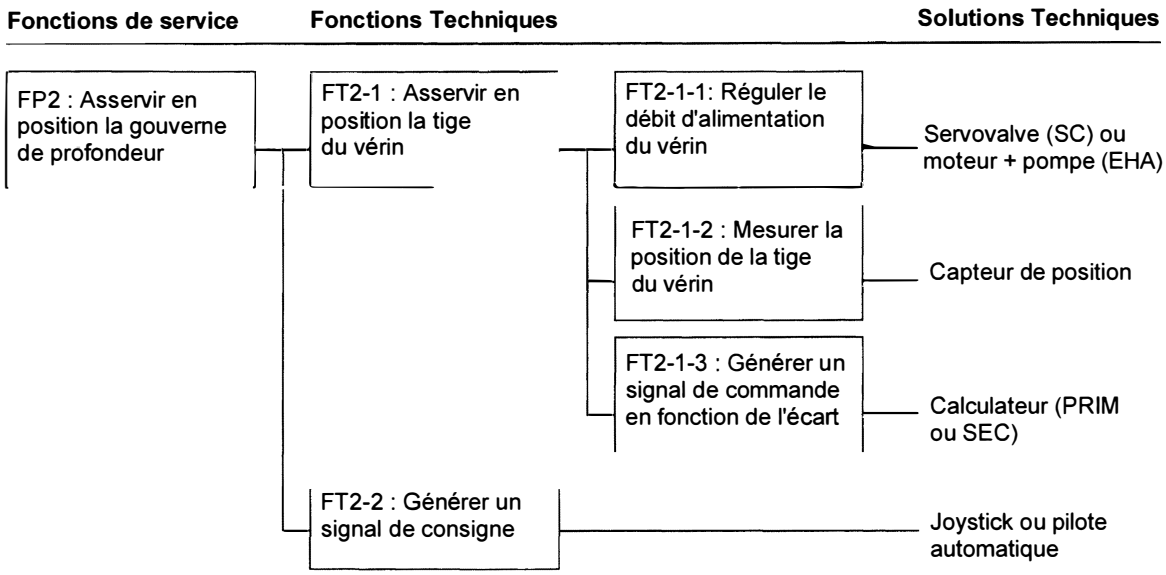


Figure 15: *Diagramme FAST partiel de la fonction FP2*

2 ANALYSE PRÉALABLE DES ACTIONS AÉRODYNAMIQUES

On se propose de déterminer les actions aérodynamiques exercées sur la gouverne de profondeur et leurs conséquences sur le comportement de l'avion.

2.1 Repères et paramètres angulaires associés à l'avion

Afin d'étudier le comportement de l'avion, on définit (voir Figure 16) les repères R_0, R_A, et R_B passant par le point G, centre de gravité de l'avion ainsi que les repères R_P et R_C passant par le point B, centre de poussée du PHR et des gouvernes de profondeur :

- $R_0 = \left(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$: repère animé d'un mouvement de translation par rapport au galiléen où $\overrightarrow{z_0}$ est la verticale descendante du lieu ;
- $R_A = \left(G, \overrightarrow{x_A}, \overrightarrow{y_A}, \overrightarrow{z_A}\right)$: repère aérodynamique tel que la vitesse de l'avion par rapport à la terre est $\overrightarrow{V} = V(t).\overrightarrow{x_A}$;
- $R_B = \left(G, \overrightarrow{x_B}, \overrightarrow{y_B}, \overrightarrow{z_B}\right)$: repère lié à l'avion avec $(G, \overrightarrow{x_B})$ axe longitudinal de l'avion ;
- $R_P = \left(B, \overrightarrow{x_P}, \overrightarrow{y_P}, \overrightarrow{z_P}\right)$: repère lié au PHR avec $(B, \overrightarrow{x_P})$ axe de symétrie longitudinal ;
- $R_C = \left(B, \overrightarrow{x_C}, \overrightarrow{y_C}, \overrightarrow{z_C}\right)$: repère lié aux gouvernes avec $(B, \overrightarrow{x_c})$ axe de symétrie longitudinal.

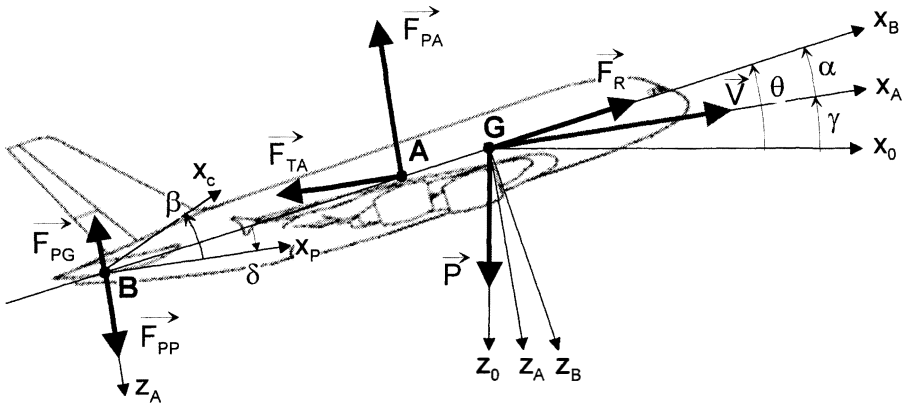


Figure 16 : *Repères associés à l'avion*

Remarque : attention pour la suite du sujet au sens de z utilisé en aéronautique.

La mise en place de ces repères permet de définir, dans le cas d'un vol symétrique, c'est-à-dire dans le cas où les plans $\left(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ et $\left(G, \overrightarrow{x_B}, \overrightarrow{z_B}\right)$ sont confondus, les paramètres de position angulaire de l'avion :

- θ : assiette longitudinale ou angle entre l'horizontale $\overrightarrow{x_0}$ et l'axe $\overrightarrow{x_B}$ de l'avion :
  - quand θ augmente, on dit que l'avion se cabre,
  - quand θ diminue, on dit que l'avion pique.
- γ : pente ou angle entre l'horizontale $\overrightarrow{x_0}$ et le vecteur vitesse $\overrightarrow{V} = V.\overrightarrow{x_A}$ de l'avion ;
- α : incidence de l'aile ou angle $\left(\overrightarrow{x_A}, \overrightarrow{x_B}\right)$.

On note d'autre part :

- δ : inclinaison du PHR par rapport à l'avion ou angle $\left(\overrightarrow{x_B}, \overrightarrow{x_P}\right)$;
- β : inclinaison des gouvernes par rapport au PHR ou angle $\left(\overrightarrow{x_P}, \overrightarrow{x_C}\right)$.

2.2 Les forces appliquées à l'avion

Les forces appliquées à l'avion sont :

- le poids de l'avion :

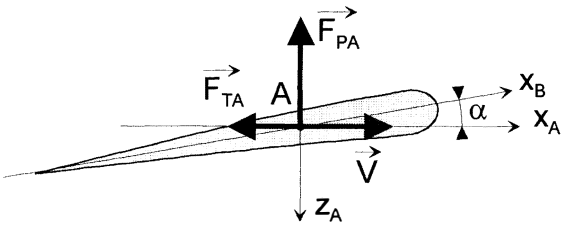
  $\overrightarrow{P} = mg\overrightarrow{z_0}$ avec m masse de l'avion

- la force de poussée des réacteurs :

  $\overrightarrow{F_R} = F_R \overrightarrow{x_B}$

- les forces aérodynamiques dues à la vitesse V de l'avion qui s'exercent au centre de poussée des surfaces portantes (Ailes, PHR et une partie du fuselage) et qui admettent deux composantes, une force de portance $\overrightarrow{F_P}$ et une force de traînée $\overrightarrow{F_T}$.

Dans les expressions suivantes les angles α, β et δ sont exprimés en degré.



Ailes : Centre de poussée **A**

$$\overrightarrow{F_{PA}} = -\frac{1}{2}\rho.Cz_A.A_A.V^2\overrightarrow{z_A} \text{ avec :}$$

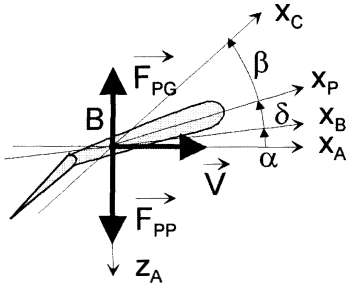
$$Cz_A = 0{,}2 + 0{,}1.\alpha$$

$$\overrightarrow{F_{TA}} = -\frac{1}{2}\rho.Cx_A.A_A.V^2\overrightarrow{x_A} \text{ avec :}$$

$$Cx_A = 0{,}02 + 2.10^{-3}.|\alpha|$$

$$A_A = 845\,\text{m}^2$$

La force de portance $\overrightarrow{F_{PB}}$ du PHR appliquée au centre de poussée B admet deux composantes, $\overrightarrow{F_{PP}}$ (force de portance du PHR sans les gouvernes) et $\overrightarrow{F_{PG}}$ (force de portance des gouvernes seules). La force de traînée est négligée soit $\overrightarrow{F_{TB}} = \vec{0}$.



PHR et gouvernes : Centre de poussée **B**

$$\overrightarrow{F_{PP}} = -\frac{1}{2}\rho.Cz_P.A_P.V^2\overrightarrow{z_A} \text{ avec :}$$

$$Cz_P = -0{,}2 + 0{,}1.(\alpha + \delta)$$

$A_P = 114\,\text{m}^2$ (surface du PHR sans les gouvernes)

$$\overrightarrow{F_{PG}} = -\frac{1}{2}\rho.Cz_G.A_G.V^2\overrightarrow{z_A} \text{ avec :}$$

$$Cz_G = 3.10^{-3}.(\alpha + \delta + \beta)$$

$A_G = 50\,\text{m}^2$ (surface totale des gouvernes)

Avec :

- ρ : masse volumique de l'air ;
- A_i : aire de la surface i ;
- Cz_i : coefficient de portance de la surface i ;
- Cx_i : coefficient de traînée ou résistance à l'avancement de la surface i.

En raison de la symétrie des surfaces, les centres de poussée sont alignés sur l'axe x_B. La position du centre de gravité peut varier en fonction du nombre de passagers, du fret, de la quantité de carburant restant dans les réservoirs, etc.

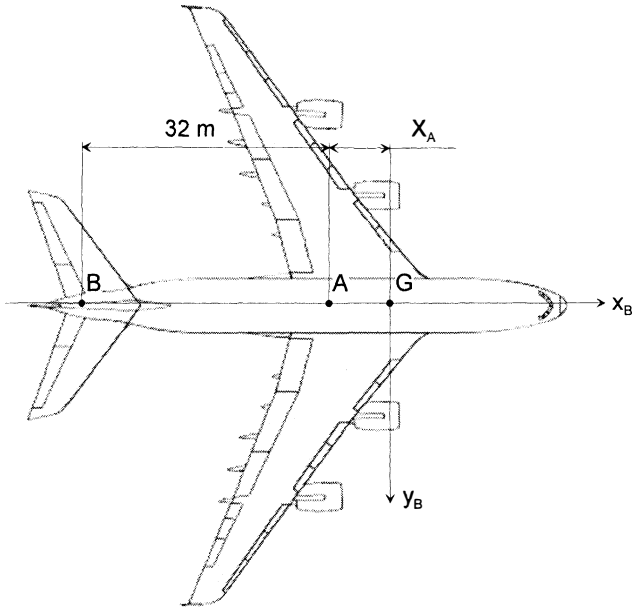


Figure 17 : *Centres de gravité et de poussée*

2.3 Influence des gouvernes sur le comportement de l'avion

On se place dans le cas d'un vol stationnaire (voir Figure 18), l'avion vole à vitesse et altitude constante. La configuration est la suivante : $\alpha = 3°$, $\delta = -4°$, $\beta = 0°$.

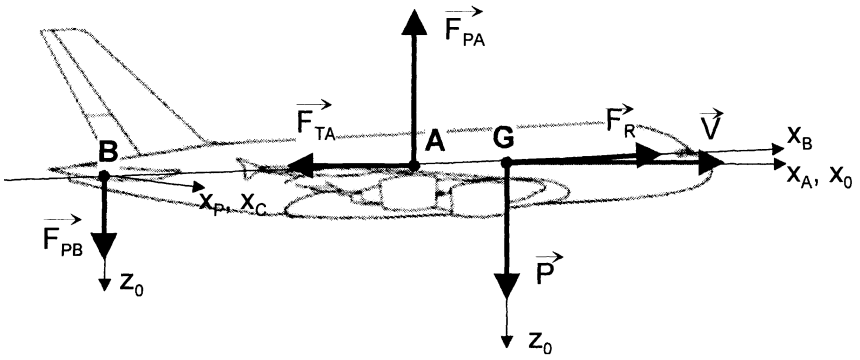


Figure 18 : *Vol stationnaire*

Les données sont les suivantes :

- masse de l'avion : $m = 5.10^5$ kg ;
- densité de l'air à l'altitude considérée : $\rho = 0{,}6$ kg/m^3 ;
- accélération de la pesanteur : $g = 10$ m/s^2.

Question 2-1 : *Déterminer, pour que de telles conditions de vol soient possibles :*

a) la vitesse V (en m/s et en km/h) à laquelle doit voler l'avion ;

b) la force de poussée F_R des réacteurs ;

c) la position x_A du centre de gravité G.

Le pilote incline la gouverne de profondeur d'un angle $\beta < 0$ ce qui provoque une croissance instantanée de l'angle d'incidence α.

Question 2-2 : *Sachant que la vitesse de l'avion par rapport au galiléen est $\vec{V} = V(t).\overrightarrow{x_A}$, déterminer le vecteur accélération $\vec{\Gamma} = \left[\frac{d\vec{V}}{dt}\right]_{R_0}$ de l'avion par rapport au galiléen.*

Question 2-3 : *Sachant que $m\vec{\Gamma} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$, écrire les équations associées à cette relation :*

a) en projection sur $\overrightarrow{x_A}$;

b) en projection sur $\overrightarrow{z_A}$.

On désigne par $\begin{bmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{bmatrix}$ la matrice d'inertie en G de l'avion dans le repère R_B.

Question 2-4 : *Donner les expressions :*

a) du moment cinétique en G ;

b) du moment dynamique en G.

Sans développer les calculs, quelle information complémentaire aux deux déjà écrites question 2-3 apporte le principe de la dynamique ?

La vitesse de l'avion s'étant à nouveau stabilisée à une valeur moindre que sa valeur initiale, se manifeste alors le phénomène dit de rappel de propulsion.

Question 2-5 : *Montrer, à partir des équations établies question 2-3, que les évolutions de Cx_A et Cz_A ont pour conséquence une diminution de la vitesse de l'avion soit $\frac{dV}{dt} < 0$ et une prise d'altitude soit $\frac{d\gamma}{dt} > 0$ (γ angle de pente de l'avion).*

3 ANALYSE DE LA FONCTION DE SERVICE FP1

Dans la réalité, les centres de poussée des gouvernes de profondeur diffèrent de celui du PHR et sont pratiquement confondus avec leur centre de gravité CP_G comme l'illustre la Figure 19. Le moment résultant $\overrightarrow{M_R} = M_R.\overrightarrow{y_C}$ maxi des forces aérodynamiques et du poids des gouvernes sur l'axe des charnières C a été évalué, pour une vitesse maximale de 1090 km/h et un angle $\beta = -30°$ à $M_R = 1{,}6.10^4$ Nm.

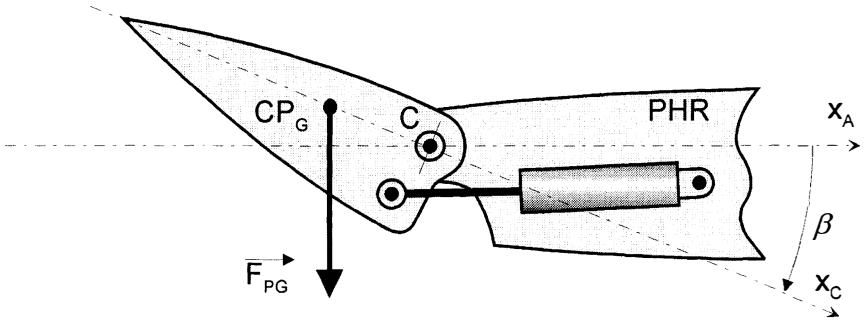


Figure 19 : *Force de portance sur une gouverne*

3.1 Vérification des caractéristiques du vérin.

Objectif : vérifier que les caractéristiques du vérin permettent de satisfaire la fonction technique FT1-1 : « *Générer un couple moteur autour de l'axe des charnières supérieur au couple résistant* ».

Éléments du cahier des charges

Fonction	Critères	Niveaux
FT1-1	Moment M_R maxi des actions aérodynamiques pour $\beta = -30°$	$1{,}6.10^4$ Nm
	Pression d'alimentation HP mini/maxi	338/350 bars
	Pression de retour BP	7 bars
	Section utile du vérin S	57,1 cm^2
	Distance nominale L_0 entre attachements en position neutre	700 mm
	Longueur du bras de levier CB_0	155 mm

Nota : En position neutre (voir Figure 20), $\beta = 0°$, $L_0 = AB_0 = 700\,\text{mm}$ et AB_0 perpendiculaire à B_0C.

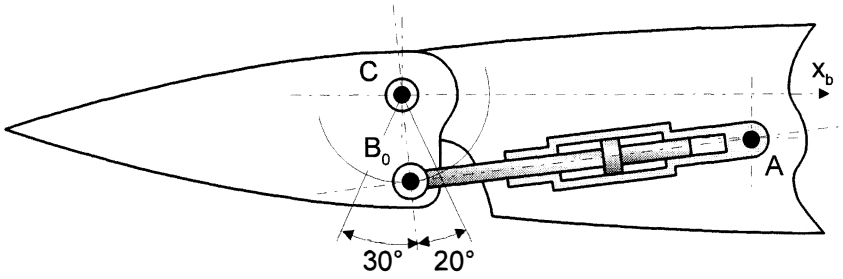


Figure 20 : *Gouvernes en position neutre* ($\beta = 0°$)

Le signe du moment $\overrightarrow{M_V}$ exercé en C par le vérin sur la gouverne de profondeur dépend du sens de déplacement de la tige du vérin. On note $\overrightarrow{M_R}$ le moment résultant en C des forces aérodynamiques sur la gouverne.

Question 3-1 : *Indiquer dans le tableau ci-dessous que l'on reproduira sur feuille de copie les signes (+ ou -) de $\overrightarrow{M_V}$ et $\overrightarrow{M_R}$ suivant que la tige du vérin sort ou rentre. En déduire les situations les plus défavorables.*

		$-30° \leq \beta < 0°$	$0° \leq \beta < 20°$
Sortie de tige du vérin	$\overrightarrow{M_V}$		
	$\overrightarrow{M_R}$		
Rentrée de tige du vérin	$\overrightarrow{M_V}$		
	$\overrightarrow{M_R}$		

On considère que la tige du vérin rentre. On utilise les repères et notations suivants (voir Figure 21 page 19) :

- $R_0(C, x_0, y_0, z_0)$: Repère lié au PHR **0**
- $R_1(C, x_1, y_1, z_1)$: Repère lié à la gouverne **1**
- $R_2(B, x_2, y_2, z_2)$: Repère lié à la tige du vérin **2**
- $R_3(A, x_3, y_3, z_3)$: Repère lié au corps du vérin **3**

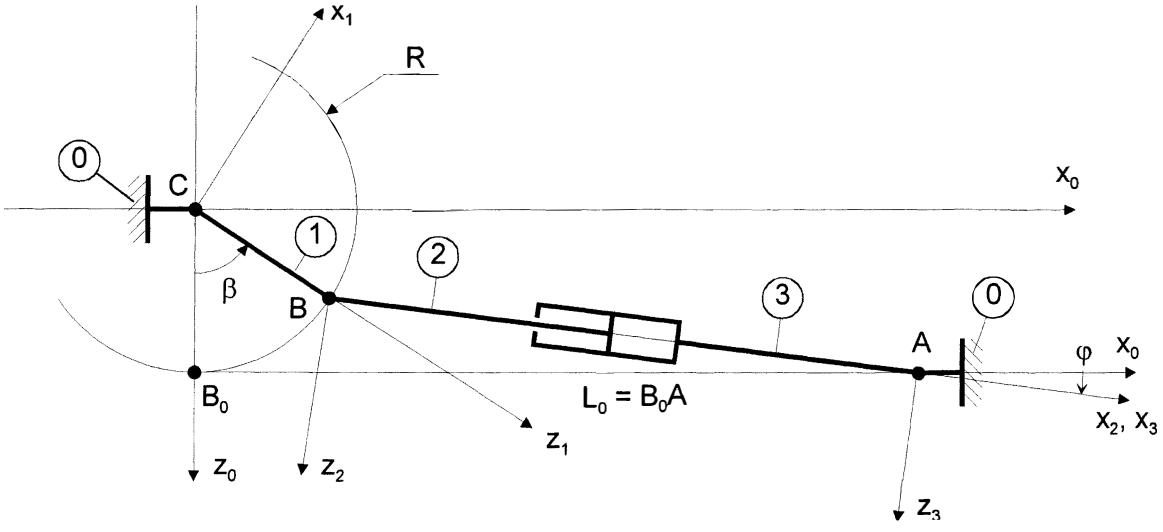


Figure 21 : *Repères associés*

Le PHR a une liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{y_0})$ avec le corps du vérin et une liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{y_0})$ avec la gouverne. La tige du vérin a une liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{y_0})$ avec la gouverne et une liaison pivot glissant avec le corps du vérin. L'angle $\varphi = (x_0, x_3) < 0$.

Rappel : 1 bar = 10^5 Pascal = 10^5 N/m^2.

Question 3-2 : *Déterminer, pour une pression minimale de 338 bars, le module de la force* $\overrightarrow{F_V}$ *développée par le vérin.*

Question 3-3 : *Les angles* β *et* φ *étant dépendants, démontrer* ***rigoureusement*** *la relation suivante liant ces deux paramètres :*

$$\tan\varphi = \frac{R(\cos\beta - 1)}{L_0 - R.\sin\beta}$$

Question 3-4 : *Donner l'expression du moment* $\overrightarrow{M_V}$ *exercé par le vérin sur l'axe C des charnières en fonction de* β *et* φ.

Question 3-5 : *Calculer le moment exercé par le vérin sur l'axe des charnières C dans les deux cas suivants :*

a) $\beta = 0°$

b) $\beta = -30°$

Conclure quant à la satisfaction ou non satisfaction de la fonction technique FT1-1.

A titre indicatif, la Figure 22 ci-contre montre l'évolution du moment exercé par le vérin en rentrée de tige pour une pression de 350 bars.

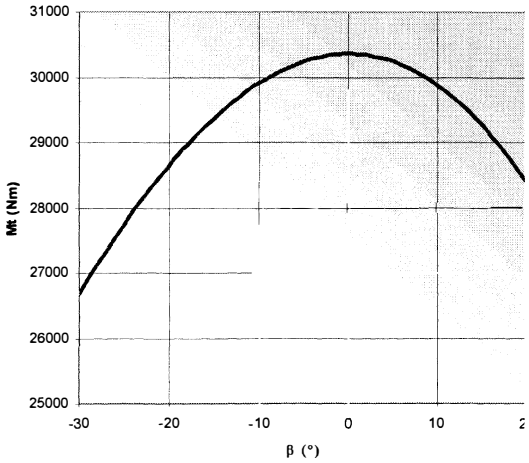


Figure 22 : *Évolution du moment exercé par le vérin pour une pression de 350 bars*

3.2 Analyse de la fonction technique FT1-2

On se propose d'analyser la réalisation de la fonction technique FT1-2 : « *Transformer le mouvement de translation de l'actionneur en mouvement de rotation de la gouverne autour de l'axe des charnières* ».

Objectif : vérifier que la course du vérin est compatible avec le débattement des gouvernes.

Éléments du cahier des charges

Fonction	Critères	Niveaux
FT1-2	Distance nominale L_0 entre attachements en position neutre	700 mm
	Longueur du bras de levier R	155 mm
	Course maxi de la tige du vérin à partir de la position neutre	± 90 mm
	Section utile du vérin S	57,1 cm^2

On utilise les repères et notations définis Figure 21 page 19. On considère que β et φ sont liés par la relation :

$$\tan\varphi = \frac{R(\cos\beta - 1)}{L_0 - R.\sin\beta}$$

Question 3-6 : *Démontrer que la longueur L=AB entre les attachements A et B du vérin pour une position β des gouvernes est donnée par l'expression :*

$$L = \sqrt{2R^2 + L_0^{\,2} - 2R(R\cos\beta + L_0\sin\beta)}$$

Question 3-7 : *En déduire l'expression de la course x_2 du vérin en fonction de β et vérifier qu'elle est compatible avec les spécifications du cahier des charges pour $\beta = -30°$ et $\beta = 20°$.*

Question 3-8 : La Figure 23 représente l'évolution de la course x_2 du vérin en fonction de β. Elle autorise l'hypothèse selon laquelle l'évolution de β en fonction de x_2 est linéaire, c'est-à-dire de la forme $\beta = K_G.x_2$ avec β en radians et x_2 en mètres. *Déterminer K_G.*

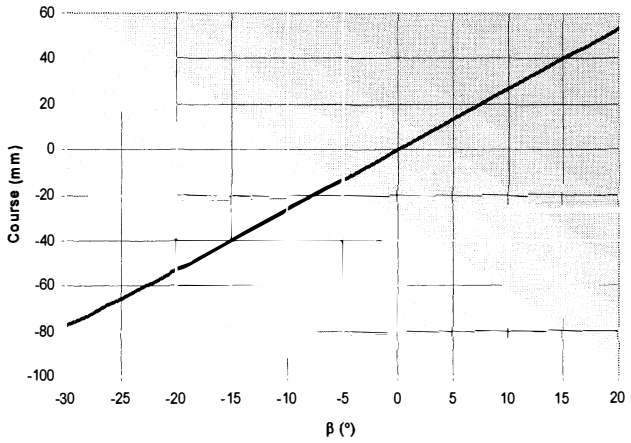


Figure 23 : *Évolution de la course x_2 du vérin en fonction de β*

3.3 Proposition technologique pour les charnières

La gouverne extérieure a une envergure ou longueur de 9 m. Le plan horizontal réglable est déformable sous l'action des efforts aérodynamiques.

Question 3-9 : *Indiquer et justifier le choix des composants que l'on peut prescrire pour réaliser la liaison pivot entre la gouverne et le PHR :*

a) une rotule et une linéaire annulaire très proches,

b) une rotule et une linéaire annulaire très éloignées.

4 ANALYSE DE LA FONCTION DE SERVICE FP2

On se propose d'étudier la réalisation de la fonction de service FP2 « *Asservir en position la gouverne de profondeur* ». On se limitera à l'asservissement en position de la servocommande d'une gouverne intérieure.

En raison des déformations locales dues aux actions auxquelles sont soumis le PHR et la gouverne, la distance L entre les points d'attachement A et B (voir Figure 21 page 19) de l'unité de commande peut fluctuer. Bien que la barre de renfort (voir Figure 4 page 4) en limite considérablement l'importance, la connaissance de la position x_2 de la tige du vérin n'est pas suffisante pour déterminer avec certitude la position angulaire β des gouvernes. D'où une structure avec deux boucles d'asservissement en position représentée Figure 24.

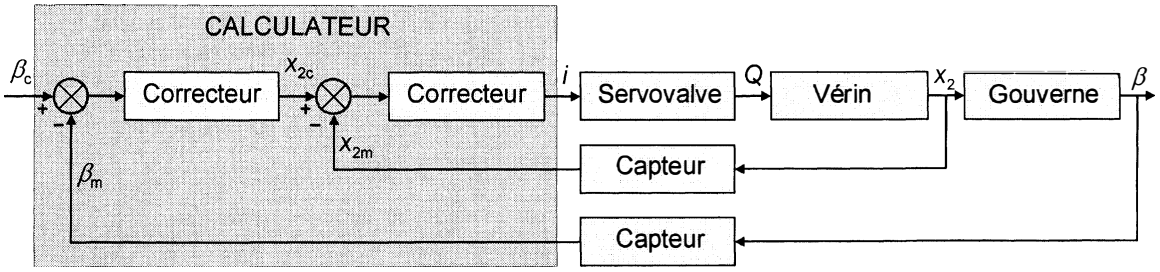


Figure 24 : *Boucle d'asservissement en position d'une servocommande*

4.1 Fonction de transfert du vérin

4.1.1 Equation des débits

On note (voir Figure 25) :

- x_2 : la position de la tige du vérin par rapport à la position neutre ;
- V_i : volume de la chambre i (i = 1 ou 2) ;
- S : section utile du vérin ;
- P_i : pression dans la chambre i ;
- Q_i : débit entrant dans la chambre i.

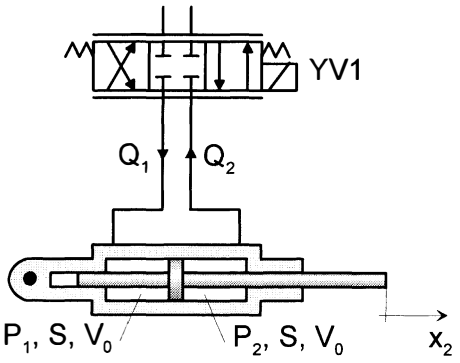


Figure 25 : *Vérin en position neutre*

On considère le vérin en position neutre, on a alors $V_1 = V_2 = V_0$. Les équations de débit s'écrivent :

$$Q_1(t) = S\frac{dx_2}{dt} + \frac{V_0}{B}\frac{dP_1}{dt}$$

$$Q_2(t) = S\frac{dx_2}{dt} - \frac{V_0}{B}\frac{dP_2}{dt}$$

avec :

- $\frac{V_0}{B}\frac{dP_i}{dt}$: débit de compressibilité du fluide dans la chambre i ;

- B : module de compressibilité du fluide ;
- S : section utile du vérin.

On pose :

$$Q(t) \approx Q_1(t) \approx Q_2(t)$$

$$P(t) = P_1(t) - P_2(t)$$

Question 4-1 : *Démontrer alors la relation suivante* :

$$Q(t) = S\frac{dx_2}{dt} + \frac{V_0}{2B}\frac{dP}{dt} \qquad (1)$$

4.1.2 Équations mécaniques

On considère le vérin en position neutre avec un angle d'inclinaison de la gouverne $\beta = 0°$ (voir Figure 26 page 24). On utilise les notations suivantes :

- m_2 : masse de la tige d'un vérin ;
- I_C : inertie de la gouverne autour de l'axe Cy_2 ;
- $\overrightarrow{F_e}$: résultante des forces aérodynamiques appliquée au centre de poussée C_{PG} ;
- $\overrightarrow{F_v} = PS\overrightarrow{x_2}$: force engendrée par le vérin en mode actif ;
- $\overrightarrow{F_c} = -c\frac{dx_2(t)}{dt}\overrightarrow{x_2}$: force engendrée par le vérin en mode amortissement ;
- c : coefficient d'amortissement visqueux ;
- R : distance B_0C ;
- d : distance CC_{PG}.

Hypothèse : On considère petit le mouvement de rotation β de la gouverne autour de la position neutre. Dans ces conditions, on admettra que $\beta = \frac{x_2}{R}$.

On considère la Figure 26 page 24. Le système isolé comprend les deux vérins complets (tige et cylindre) et la gouverne.

Question 4-2 : *Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Démontrer alors que l'on peut écrire l'équation différentielle :*

$$m_e \ddot{x}_2 + c\dot{x}_2 = PS - \frac{d}{R}F_e \qquad (2)$$

avec $m_e = 2m_2 + \frac{I_C}{R^2}$ *la masse équivalente ramenée sur l'axe des vérins.*

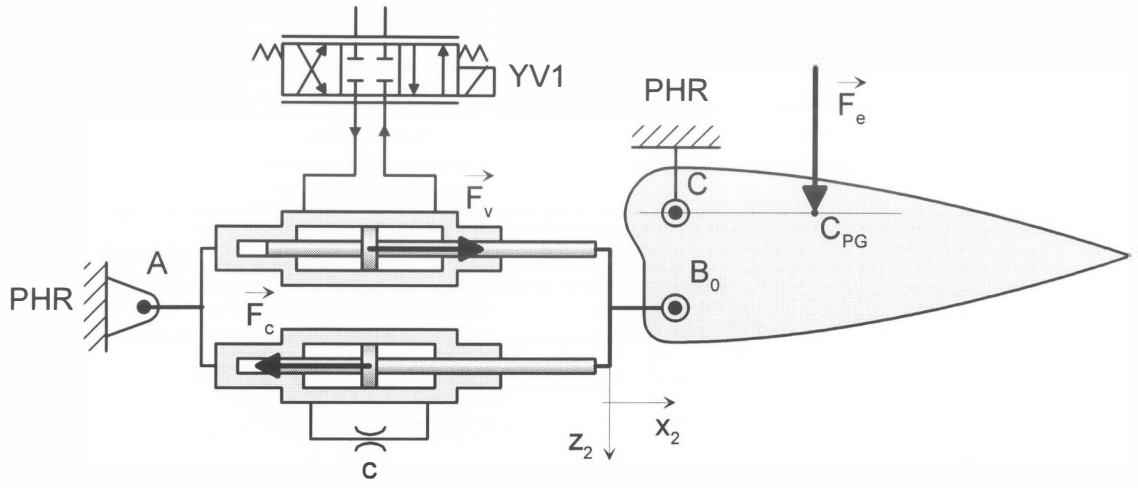


Figure 26 : *Gouverne en position* $\beta = 0°$

4.1.3 Fonction de transfert du vérin

On note :

- $Q(p)$ la transformée de Laplace de la variable $Q(t)$;
- $P(p)$ la transformée de Laplace de la variable $P(t)$;
- $X_2(p)$ la transformée de Laplace de la variable $x_2(t)$;
- $F_e(p)$ la transformée de Laplace de la variable $F_e(t)$.

Question 4-3 : *On considère nulles les conditions initiales. Déterminer les transformées de Laplace des équations (1) et (2).*

On représente ces deux équations par le schéma fonctionnel Figure 27. En ramenant la perturbation sur l'entrée, la réduction de la boucle conduit au schéma bloc simplifié de la Figure 28 page 25.

On note $r_h = \dfrac{2BS^2}{V_0}$ la raideur hydraulique du vérin.

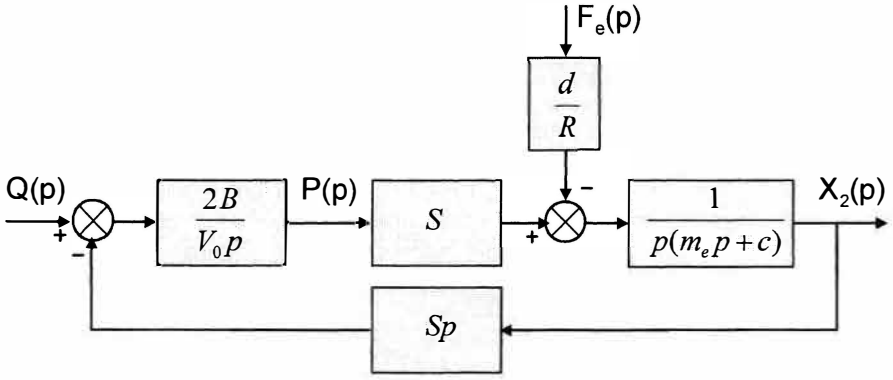


Figure 27 : *Schéma bloc du vérin*

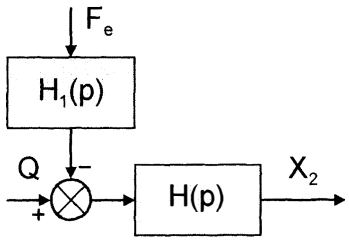


Figure 28 : *Schéma bloc simplifié du vérin*

Question 4-4 : *Déterminer la fonction de transfert $H(p)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique suivante :*

$$H(p) = \frac{K_Q}{p\left(1 + 2\frac{\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

En déduire les expressions de K_Q, ω_0 et ξ en fonction de r_h, S, m_e et c.

Question 4-5 : *Déterminer $H_1(p)$ en fonction de d, R, S, r_h.*

4.2 Schéma fonctionnel de la boucle d'asservissement interne

On admet que le débit $Q(t)$ est proportionnel à l'intensité du courant $i(t)$ parcourant la bobine de commande YV1 de la servocommande soit :

$$Q(t) = K_s.i(t) \qquad (3)$$

Le capteur de position renvoie une tension proportionnelle à la position x_2 de la tige du vérin :

$$x_{2m}(t) = K_p.x_2(t) \qquad (4)$$

La fonction de transfert du correcteur est notée C(p).

La boucle d'asservissement en position de la tige du vérin est représentée Figure 29 avec :

- X_{2c} : consigne de position de même unité que X_2, position de la tige du vérin ;
- X_{2r} : signal de référence de même unité que le signal de retour X_{2m}.

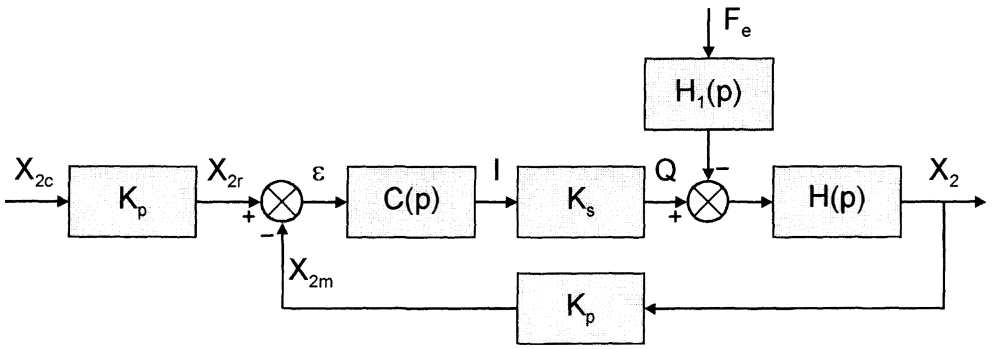


Figure 29 : *Schéma fonctionnel de la boucle d'asservissement en position du vérin*

4.3 Analyse des performances de l'asservissement en position de la tige du vérin

Objectif : déterminer les conditions nécessaires à la satisfaction des performances exigées en terme de précision et de stabilité de la fonction FT2-1 : « *Asservir en position la tige du vérin* ».

Éléments du cahier des charges

Fonction	Critères	Niveaux
FT2-1	Masse m_2 de la tige d'un vérin	8,4 kg
	Inertie *Ic* de la gouverne intérieure	233 kg m^2
	Longueur du bras de levier *R*	155 mm
	Longueur *d*	0,6 m
	Volume V_0	$5{,}14.10^{-4}$ m^3
	Coefficient d'amortissement *c*	10^4 N/(m/s)
	Section utile du vérin *S*	57,1 cm^2
	Module de compressibilité du fluide B	2.10^9 N/m^2
	Marge de phase	$\geq 60°$
	Marge de gain	≥ 10 dB
	Ecart de position	$\varepsilon_P = 0$ mm
	Ecart de traînage pour une consigne $x_{2c}(t) = 0{,}1.t$	$\varepsilon_T \leq 2$ mm

Question 4-6 : *Calculer les valeurs et préciser les unités de :*

a) la masse équivalente m_e et la raideur hydraulique r_h ;

b) le gain K_Q, la pulsation propre ω_0 et le facteur d'amortissement ξ de H(p).

4.3.1 Correcteur à action proportionnelle

Le correcteur est à action proportionnelle de fonction de transfert $C(p) = K_c$. Le schéma bloc à retour unitaire est représenté Figure 30.

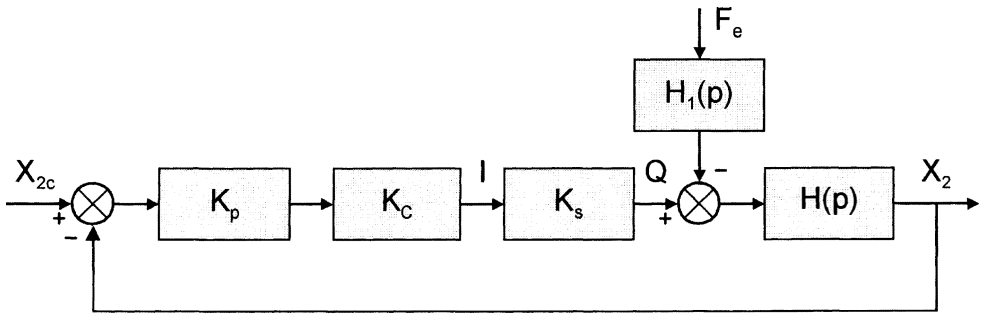


Figure 30 : *Schéma bloc à retour unitaire*

Question 4-7 : *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte* $T(p)$ *et en déduire l'expression du gain de boucle* K_{B0} *ainsi que l'ordre et la classe de T(p).*

On écrit : $X_2(p) = F(p).X_{2c}(p) + F_1(p).F_e(p)$.

Question 4-8 : *Déterminer les fonctions de transfert* $F(p)$ *et* $F_1(p)$ *en fonction, entre autre, de* K_{B0}, ξ *et* ω_0.

Question 4-9 : *Montrer que si* $F_e(t)$ *est un échelon d'amplitude a, soit* $F_e(t) = a.u(t)$, *alors son influence sur la grandeur de sortie* $x_2(t)$ *est nulle en régime permanent et qu'il est donc possible de la négliger ce qui conduit au schéma bloc simplifié de la Figure 31.*

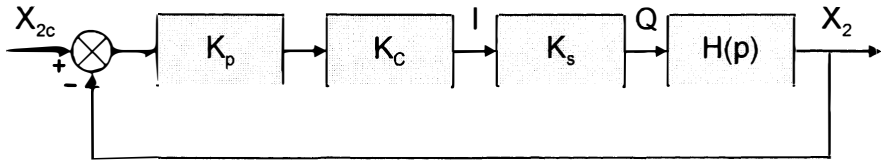


Figure 31 : *Schéma bloc simplifié*

Question 4-10 : *Déterminer l'écart vis à vis de l'entrée principale* $X_{2c}(p)$:

a) pour une consigne $x_{2c}(t) = u(t)$ *de type échelon unitaire ;*

b) pour une consigne $x_{2c}(t) = 0{,}1.t.u(t)$.

En déduire la valeur du gain de boucle K_{B0} *permettant de satisfaire les exigences du cahier des charges.*

La Figure 32 page 28 représente la réponse en fréquence dans Black de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_{B0} = 1$.

Question 4-11 : *En déduire la valeur de* K_{B0} *permettant de respecter la marge de gain spécifiée par le cahier des charges. Quelle marge de phase en résultera t'il ? Conclure quant à la possibilité de satisfaire les exigences du cahier des charges avec un correcteur à action proportionnelle.*

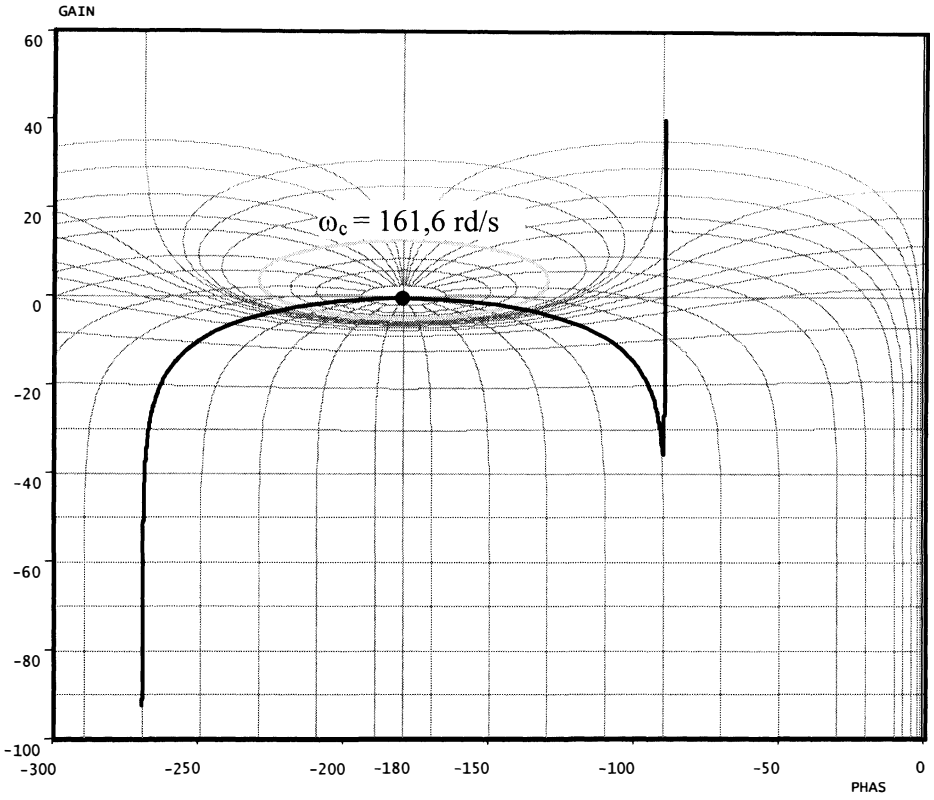


Figure 32 : *Représentation dans Black de la FTBO pour $K_{BO}=1$*

4.3.2 Étude du correcteur

On choisit un correcteur, réalisable numériquement, de fonction de transfert :

$$C(p) = K_c \frac{N(p)}{D(p)} = K_c \frac{1+2\frac{\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}{1+2\frac{\xi_c}{\omega_c}p+\frac{p^2}{\omega_c^2}}$$

Caractéristiques du correcteur :

- le gain K_c du correcteur est choisi de telle sorte que la valeur du gain de boucle K_{B0} soit égale à 50 ;
- le facteur d'amortissement ξ_c est choisi égal à 0,7 ;
- le numérateur $N(p)$ de $C(p)$ est choisi égal au terme du second ordre du dénominateur de la fonction $H(p)$.

La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit alors :

$$T(p) = \frac{50}{p\left(1+2\frac{\xi_c}{\omega_c}p+\frac{p^2}{\omega_c^2}\right)}$$

Question 4-12 : *Justifier les choix de la valeur du gain de boucle K_{B0} et celle du facteur d'amortissement ξ_c .*

Question 4-13 : *On donne Figure 33 deux représentations simplifiées dans Bode de l'évolution du rapport d'amplitude A(ω)dB (tracé asymptotique) et du déphasage $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert en boucle ouverte suivant que ω_c est supérieur ou inférieur à K_{B0}. Dans quel cas la condition de stabilité est-elle assurée ? Justifier votre réponse.*

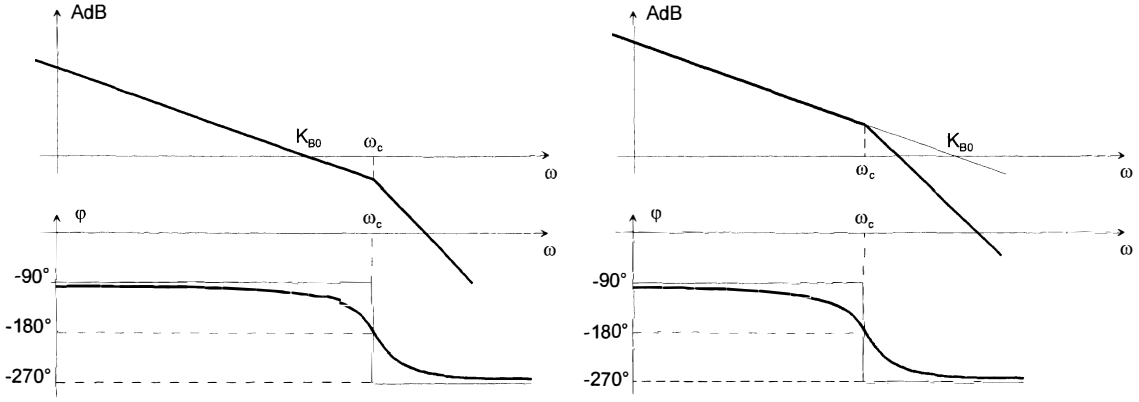


Figure 33 : *Tracé asymptotique dans Bode de la FTBO pour $\omega_c > K_{BO}$ et $\omega_c < K_{BO}$*

Question 4-14 : *En déduire, en considérant le tracé asymptotique de AdB, la valeur de la pulsation propre ω_c permettant de respecter une marge de phase de 60°.*

Fin de l'énoncé

Modèle EN.m

DANS CE CADRE

Académie : Session :

Examen ou Concours : Série* :

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Epreuve/sous-épreuve :

NOM :

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

Né(e) le :

N° du candidat :

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ECRIRE

Examen ou concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* :

Spécialité/option : **FILIERE MP**

Repère de l'épreuve : **Sciences Industrielles**

Epreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens

Note : / 20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen) :

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

MPSI007

A RENDRE AVEC LA COPIE

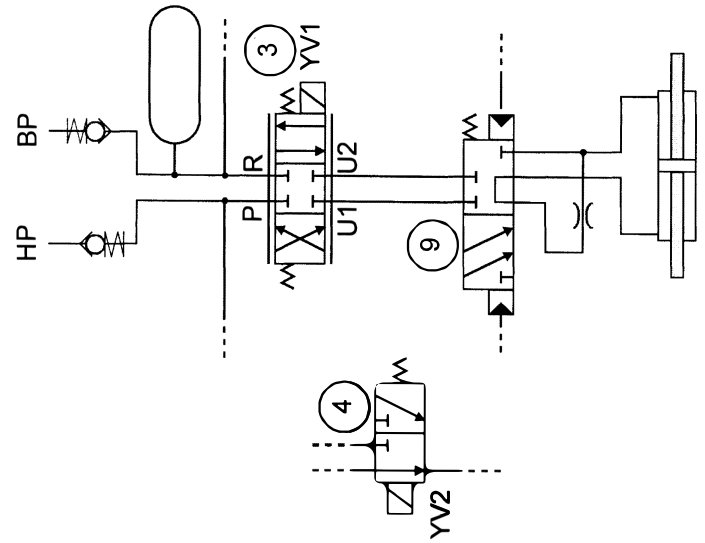


Figure 2 : *Servocommande en mode amortissement*

DOCUMENT REPONSE DR1

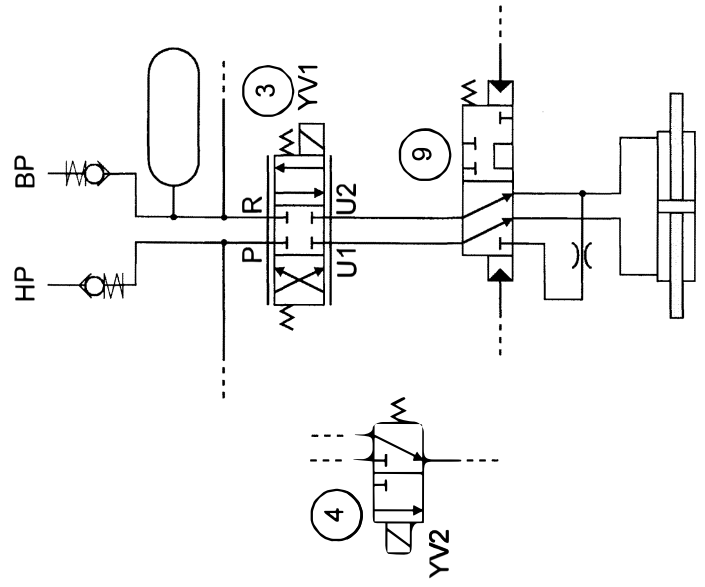


Figure 1 : *Servocommande en mode actif*

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp