Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2018, filière MP

Sciences industrielles

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : modélisation du comportement du moteur de coupe
- Partie II : optimisation de la réalisation d'un patron (partie informatique)
- Partie III : modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe
- Partie IV : optimisation du comportement dynamique de la tête de coupe

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2018/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUNS
POLYTECHNIQUES

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES

Jeudi 3 mai : 14 h - 18 h

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet est composé de 4 parties, toutes indépendantes.

Sujet : page 1 à page 16
Documents réponse : DR1 à DR5

A

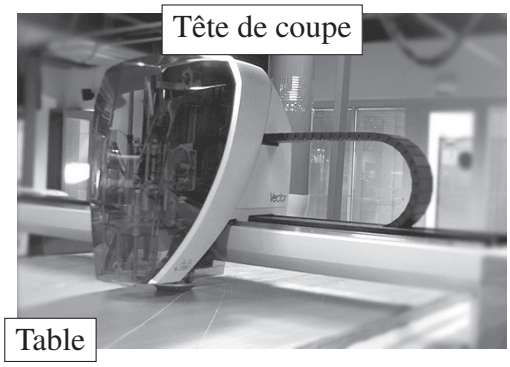
Tête de coupe de tissus

Le système étudié dans ce sujet est une tête de coupe de tissus conçue et réalisée par la société française Lectra, leader mondial dans la découpe automatisée des tissus.

Présentation générale

Un système de découpe automatisé de tissus est composé (**figure 1**) :

- d'une table de découpe sur laquelle le tissus à découper (appelé matelas) est maintenu en position par aspiration ;
- d'un bras transversal qui se déplace en translation de direction $\vec{y}_0$ par rapport à la table ;
- d'une tête de coupe qui se déplace en translation de direction $\vec{x}_0$ par rapport au bras transversal ;
- d'un ordinateur qui pilote l'ensemble du système.



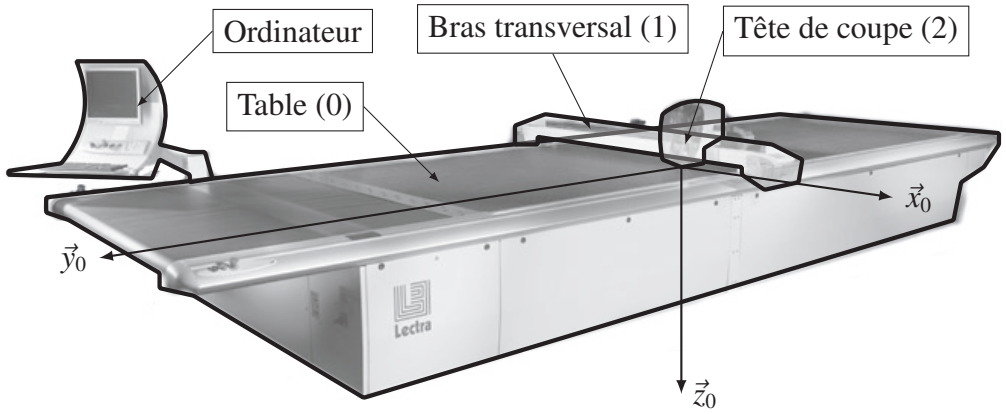


Figure 1 – Structure d'une table de découpe de tissus

Dans ce sujet, nous nous intéresserons plus particulièrement à la tête de coupe proposée par Lectra dans deux versions (initiale et améliorée) dont le diagramme partiel des exigences pour la solution de découpe (logiciel/machine) est présenté dans la **figure 2** page 3.

Nous allons plus précisément étudier, dans les trois permières parties, la tête de coupe dans sa version initiale puis la dernière partie sera consacrée à la version améliorée.

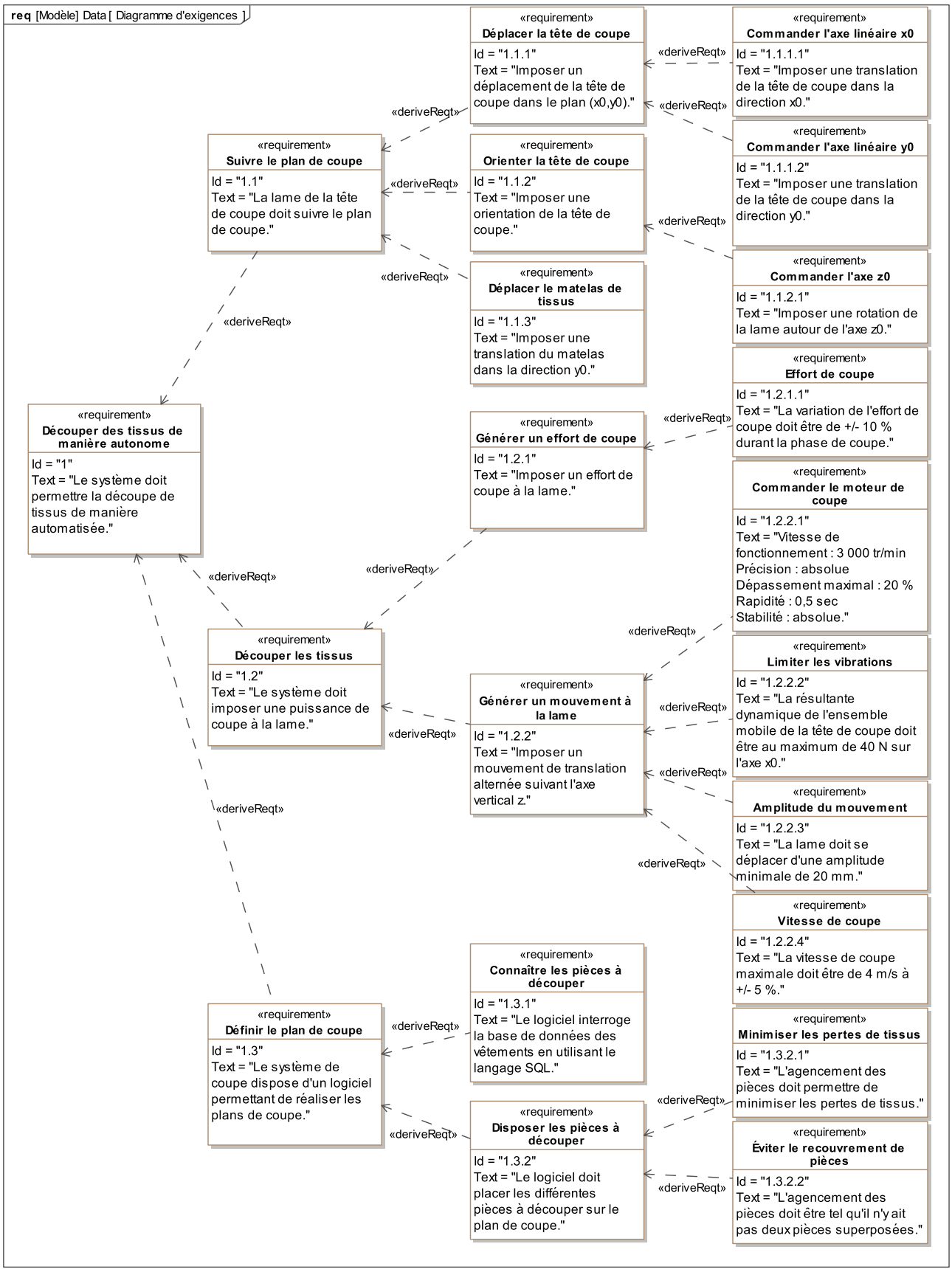


Figure 2 – Diagramme des exigences

Partie I - Modélisation du comportement du moteur de coupe

***Objectif** : modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence 1.2.2.1.*

Le mouvement de coupe est asservi en vitesse. La vitesse de rotation du moteur, notée $\omega_m(t)$, est le paramètre asservi. Elle est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental et de son conditionneur qui fournissent une tension $u_{mes}(t)$, image de la vitesse de rotation du moteur. Cette tension est comparée à la tension consigne $u_{cons}(t)$, image de la vitesse de rotation de consigne $\omega_{cons}(t)$; un adaptateur fournit $u_{cons}(t)$ à partir de $\omega_{cons}(t)$. La tension écart $\varepsilon(t) = u_{cons}(t) - u_{mes}(t)$ est alors transformée en tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$ par l'ensemble correcteur-variateur.

Q1. Compléter le schéma-bloc fonctionnel du **document réponse DR1** en indiquant dans les blocs le nom des composants (moteur, adaptateur, correcteur-variateur, capteur-conditionneur) et les paramètres qui transitent entre les blocs.

I.1 - Modélisation du comportement du moteur

***Objectif** : modéliser le comportement en vitesse du moteur.*

Le moteur utilisé est un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont :

- R, résistance de l'induit ;
- L, inductance de l'induit ;
- k_e, constante de vitesse ;
- k_c, constante de couple.

On donne les quatre équations du modèle d'un moteur à courant continu :

$$u_m(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t)\,,$$

$$J\frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t)\,,$$

$$c_m(t) = k_c i(t)\,,$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t)\,,$$

où :

- $u_m(t)$ est la tension d'alimentation du moteur ;
- $i(t)$ est l'intensité traversant l'induit ;
- $e(t)$ est la force contre-électromotrice ;
- $\omega_m(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- $c_m(t)$ est le couple moteur ;
- $c_r(t)$ est le couple résistant ;
- J est le moment d'inertie de l'ensemble en mouvement ramené à l'arbre moteur, supposé constant dans cette partie.

Notations

La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ est notée $F(p)$.

La fonction de transfert du moteur est notée : $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Q2. Transformer les quatre équations dans le domaine de Laplace en supposant les conditions initiales nulles.

Q3. En supposant le couple résistant nul, $c_r(t) = 0$, donner la forme canonique de la fonction de transfert $H_m(p)$ en fonction de R, L, k_e, k_c et J.

I.2 - Analyse du comportement de la chaîne de mesure

***Objectif** : analyser le comportement du conditionneur associé au codeur incrémental afin de valider son implantation dans la boucle d'asservissement.*

Le capteur est un codeur incrémental. Il est constitué d'un disque comportant deux pistes, une intérieure et une extérieure, composées de zones opaques et translucides (ou fentes) (**figure 3**). Des diodes électroluminescentes (LED) émettent une lumière qui peut traverser les zones translucides. Des récepteurs, situés de l'autre côté du disque en regard des LED, captent cette lumière lorsqu'ils sont face à une fente et délivrent un signal électrique, image de la présence de cette ouverture.

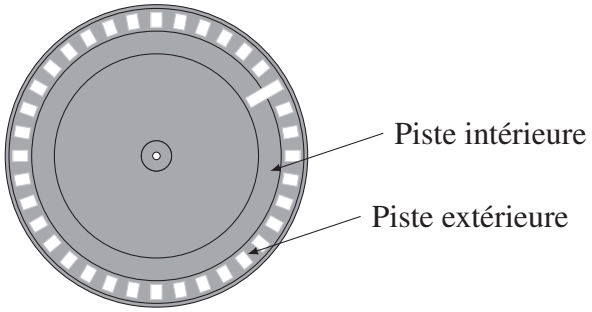


Figure 3 – Pistes du codeur incrémental

Ce codeur incrémental possède trois récepteurs :
- un récepteur est affecté à la piste intérieure et délivre une impulsion par tour ;
- deux récepteurs sont placés sur la piste extérieure et sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de largeur de fente. Les signaux ainsi émis sont décalés dans le temps.

Notations
- N_m est la fréquence de rotation en tr/min (tour/min) associée à la vitesse angulaire de l'arbre moteur ω_m ;
- a (respectivement b) est la variable binaire indiquant la réception d'un signal du premier (respectivement du deuxième) récepteur sur la piste extérieure, $a = 1$ (respectivement $b = 1$) si le récepteur est en face d'une fente ;
- *pulse_a* (respectivement *pulse_b*) est la variable binaire du front montant de a (respectivement b), c'est-à-dire que *pulse_a* = 1 (respectivement *pulse_b* = 1) lorsque a (respectivement b) passe de 0 à 1, sinon *pulse_a* = 0 (respectivement *pulse_b* = 0) ;
- *sens_mot* est la variable binaire indiquant le sens du moteur : *sens_mot* = 1 lorsque $\omega_m > 0$ et *sens_mot* = 0 lorsque $\omega_m \leq 0$;
- N est le nombre de fentes sur la piste extérieure ($N = 2\,500$).

Le **document réponse DR2** représente l'évolution temporelle des variables a et b lorsque l'arbre moteur tourne à $N_m = 3\,000$ tr/min.

Q4. Déterminer les valeurs numériques des durées T_1 et T_2 définies sur le **document réponse DR2**.

Q5. Compléter, sur le **document réponse DR2**, l'évolution temporelle des variables a et b pour $N_m = 1\,500$ tr/min puis $N_m = -3\,000$ tr/min en conservant la même échelle temporelle que celle du chronogramme tracé pour $N_m = 3\,000$ tr/min.

Pour la question suivante, on suppose que le moteur est en mouvement.

Q6. Compléter les évènements des transitions du diagramme d'états, du **document réponse DR3**, permettant d'affecter la variable *sens_mot*. Les entrées utilisées sont a, b, *pulse_a* et *pulse_b*.

On note θ_m l'angle en radian de l'arbre moteur.

Q7. Quelle est l'amplitude de l'erreur maximale en radian sur θ_m induite par cette démarche de comptage ?

I.3 - Optimisation des performances de l'asservissement en vitesse du moteur

Objectif *: analyser les performances de l'asservissement en vitesse du moteur afin de concevoir un correcteur permettant de vérifier l'exigence 1.2.2.1.*

Le correcteur de l'asservissement en vitesse du moteur est un proportionnel-intégrateur de fonction de transfert $H_{cor}(p) = K_p + \dfrac{K_i}{p}$.

Les résultats de simulation de la réponse du moteur $N_m(t)$, en boucle fermée, pour une entrée échelon d'amplitude $N_0 = 3\,000$ tr/min pour différentes valeurs de K_p et de K_i sont donnés sur la **figure 4**.

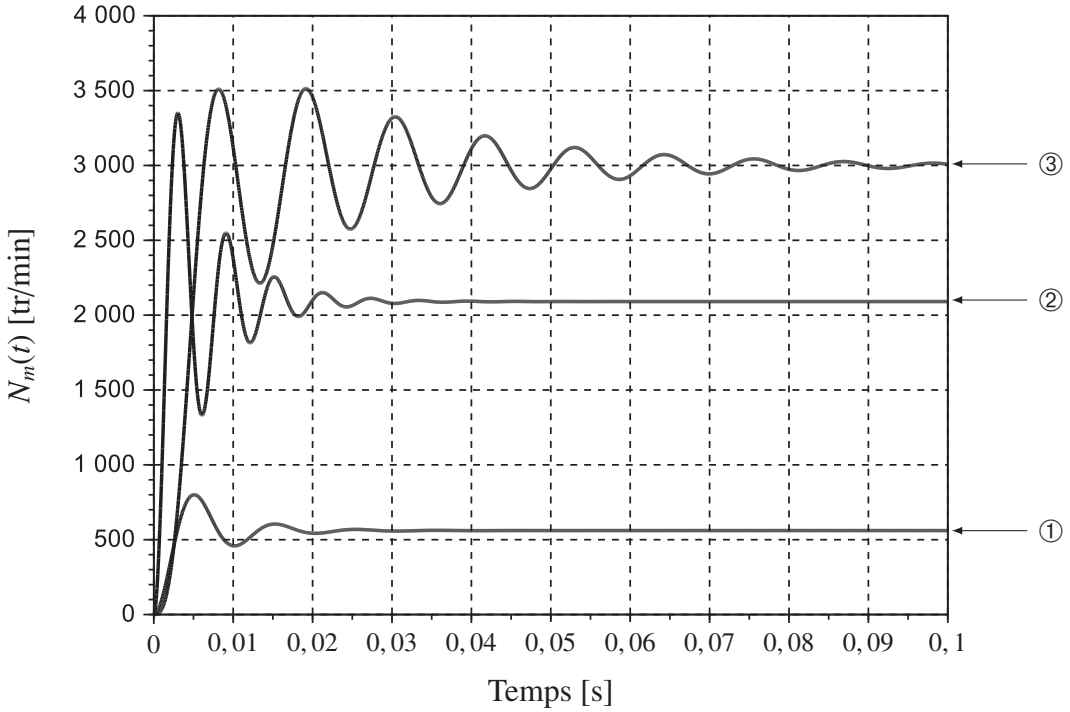


Figure 4 – Évolutions simulées de $\omega_m(t)$ pour une consigne $N_0 = 3\,000$ tr/min et pour différentes valeurs des gains K_p et K_i

Q8. Pour chaque courbe de la **figure 4**, préciser, en le justifiant, si la valeur de K_i est nulle ou non.

Q9. Pour les courbes ① et ②, préciser, en le justifiant, la simulation qui est associée à la plus grande valeur de K_p.

Q10. Déterminer les valeurs associées aux quatre critères de performances de l'exigence 1.2.2.1. Conclure sur le correcteur à adopter.

Partie II - Optimisation de la réalisation d'un patron (partie informatique)

Les questions d'informatique doivent être traitées en langage Python.

***Objectif** : concevoir des fonctions informatiques nécessaires à un programme optimisant la position de pièces de tissus sur un plan de coupe afin de respecter l'exigence 1.3.2.*

Avant de passer à l'étape de découpe du matelas de tissus, il est nécessaire pour le fabricant de réaliser un plan de coupe. Le but principal de ce plan est une utilisation minimale de tissus pour un maximum de pièces. Les principales étapes de la réalisation de ce plan sont :

- choix des dimensions du matelas,
- choix des formes des pièces,
- choix des critères de performances : temps de découpe minimal, perte minimale, etc.,
- mise en place manuelle ou au hasard des premières pièces sur le plan (généralement les plus grandes),
- exécution d'un algorithme de mise en place des autres pièces suivant les critères d'optimisation.

Nous nous intéresserons ici uniquement au dernier point et, plus particulièrement, à l'algorithme de gestion de non-recouvrement des pièces pour la réalisation du plan de coupe.

Principe général

La **figure 5** présente le résultat issu d'un algorithme d'optimisation de placement de pièces de tissus nécessaires à la réalisation de pantalons. La solution à ce type de problème d'optimisation n'est généralement pas unique et l'aspect aléatoire de mise en place des pièces intervient dans de nombreux types d'algorithmes. Une fois les plus grandes pièces mises en place, l'algorithme place au hasard d'autres pièces et vérifie si elles se superposent aux pièces déjà présentes. Dans le cas d'une superposition, l'algorithme détermine s'il est possible de décaler la pièce pour résoudre le problème ou s'il est préférable de la placer ailleurs.

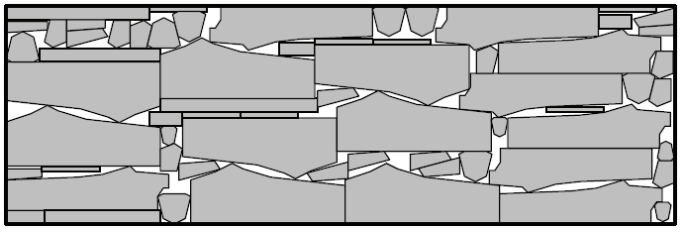


Figure 5 – Exemple de plan de coupe optimisé pour la réalisation de pièces de pantalons

Gestion du non-recouvrement des pièces

Une des méthodes fréquemment utilisée pour tester le recouvrement de pièces est basée sur les **polygones de non-recouvrement** (*Not-Fit Polygon, NFP*).

Soient deux polygones P_1 et P_2. Le polygone P_1 est considéré comme fixe et le polygone P_2 comme glissant (ici, on considère uniquement une translation du polygone dans le plan). La position de P_2 est repérée à l'aide d'un point de référence, représenté par un point noir sur la **figure 6** page 8. Les polygones de non-recouvrement, NFP, seront définis par rapport à ce point de référence. Le polygone de non-recouvrement définit la trajectoire du point de référence tel que les deux polygones P_1 et P_2 soient en contact tout en conservant P_2 à l'extérieur de P_1. Si le point de référence de P_2 est contenu à l'intérieur de ce polygone, alors il y a collision entre P_1 et P_2.

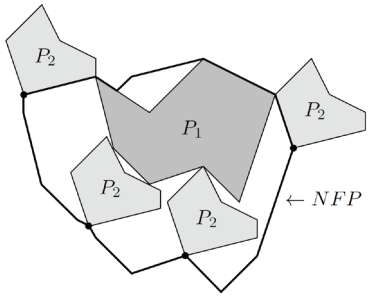
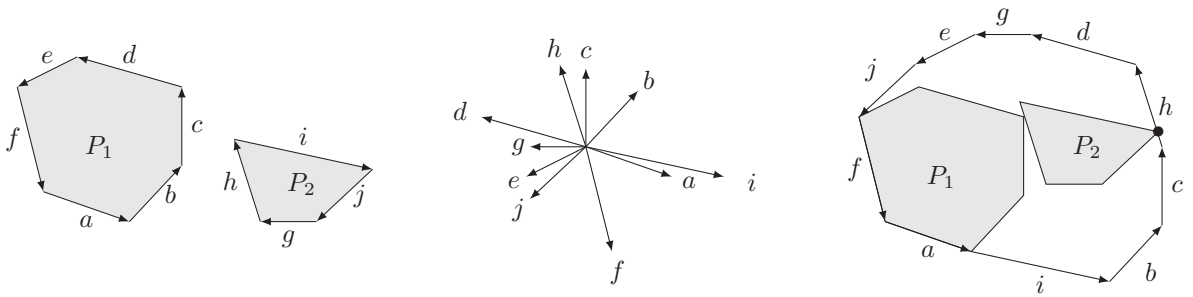


Figure 6 – Polygone de non-recouvrement NFP

Dans le cas où les deux polygones sont convexes, le calcul des polygones de non-recouvrement est relativement simple. Les différentes étapes du calcul sont (**figure 7**) :

- a) les segments du premier polygone sont orientés dans le sens anti-horaire et ceux du deuxième polygone dans le sens horaire ;
- b) l'ensemble des segments orientés des deux polygones est translaté vers un seul et même point, où il va être ordonné suivant la pente des segments ;
- c) l'ensemble des vecteurs ordonnés est enfin concaténé pour former le polygone de non-recouvrement. Ce dernier comportera au maximum $m + n$ segments, avec m et n désignant le nombre de segments de chacun des deux polygones.



a) Orientation des segments

b) Centrage et ordonnancement des segments

c) Construction du polygone de non-recouvrement

Figure 7 – Construction du polygone de non-recouvrement dans le cas de deux polygones convexes

Nous nous proposons ici de réaliser l'algorithme permettant la construction du polygone de non-recouvrement pour deux polygones convexes P_1 et P_2 et de vérifier le critère de non-recouvrement (exigence 1.3.2.2).

Notations

Chaque polygone P_i est défini par l'ensemble de ses points ordonnés dans le sens anti-horaire. Ainsi, au polygone P_1 de la **figure 7** correspondra une liste de dimensions 2×7, notée `P1`, reprenant l'abscisse et l'ordonnée de chacun des sommets qui le composent (le dernier sommet correspond au premier pour fermer le polygone). Les coordonnées du premier point correspondent toujours à l'origine $(0, 0)$.

On considère que les procédures `Orientation(A,B)` et `Norme(A,B)` permettent respectivement de déterminer l'orientation (comprise entre 0 et 2π) et la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$, pour lesquelles les points A et B sont pris comme paramètres.

II.1 - Construction du polygone de non-recouvrement

***Objectif** : définir un programme qui permet la construction d'un polygone de non-recouvrement à partir de deux polygones convexes donnés.*

On considère que les polygones `P1` et `P2` sont déjà définis dans le programme.

Q11. Proposer un programme qui permet de construire la liste des segments du polygone de non-recouvrement, `segNFP`, où `segNFP[i][0]` correspond à l'orientation du $i^{ème}$ segment du polygone `P1` puis `P2` et `segNFP[i][1]` à sa norme. On rappelle que le polygone `P2` doit être « lu » dans le sens inverse de `P1` et que l'ordonnancement des segments n'est pas pris en compte dans cette question.

Afin de réaliser l'ordonnancement des segments de `segNFP` suivant le critère d'orientation croissante, on se propose d'utiliser la méthode de tri de l'algorithme donné, dans le **document réponse DR4**, proposé pour un tableau `tab[N]` de `N` éléments.

Q12. Compléter l'algorigramme du **document réponse DR4**.

Q13. Quel nom porte cette méthode de tri ? Quelle en est la complexité dans le pire des cas et dans le meilleur des cas ?

Il ne reste plus qu'à construire le polygone NFP, c'est-à-dire établir la liste de ses points successifs comme décrit sur la **figure 7 c** (page 8). On considère `segNFP_tri` la liste des segments orientés de `segNFP` déjà réalisée via la méthode de tri précédente.

Q14. Proposer un programme permettant d'obtenir la liste des points de coordonnées `(x, y)` du polygone NFP.

Q15. Quelle est la complexité de la méthode globale de construction du polygone NFP dans le meilleur et dans le pire des cas ?

II.2 - Condition de non recouvrement

***Objectif** : définir le programme de test de recouvrement de deux polygones.*

Le polygone de non recouvrement étant créé, il faut maintenant tester si le polygone P_2, dans sa position imposée par l'algorithme principal, ne se superpose pas au polygone P_1, c'est-à-dire, vérifier qu'aucun des points du polygone P_2 ne se trouve à l'intérieur du polygone P_1.
Un des critères possibles est de montrer que si un point est strictement à l'intérieur d'un polygone, alors la somme des angles orientés formés par ce point et chacun des sommets consécutifs du polygone est nulle (ou égale à 2π) (**figure 8**).

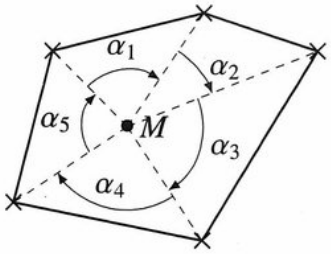


Figure 8 – Test d'appartenance d'un point à un polygone

Q16. Déterminer l'algorithme de la fonction `TestPoly` qui prend comme arguments un point test M de coordonnées $[x, y]$ et un polygone `poly`, qui calcule la somme des angles orientés et qui renvoie l'information `TRUE` dans le cas où le point est strictement à l'intérieur du polygone, et `FALSE` sinon. Pour traiter cette question, vous utiliserez au maximum les fonctions déjà définies.

Partie III - Modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe

***Objectif** : modéliser le comportement dynamique de la tête de coupe afin d'identifier un phénomène de vibration néfaste au regard de l'exigence 1.2.2.*

III.1 - Modélisation du comportement cinématique de la tête de coupe

***Objectifs** : déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la tête de coupe et valider son comportement vis-à-vis des exgiences 1.2.2.3 et 1.2.2.4.*

La découpe du tissu est réalisée par un mouvement de translation alternative d'une lame par rapport au matelas de tissus. Ce mouvement est obtenu par un système *bielle-manivelle* dont le schéma cinématique est donné par la **figure 9**. Les mouvements de translation de la tête de coupe par rapport à la table impliquent que les bases $(\vec{x}_2,\ \vec{y}_2,\ \vec{z}_2)$ et $(\vec{x}_0,\ \vec{y}_0,\ \vec{z}_0)$, liées respectivement à la tête de coupe et à la table, sont identiques (**figure 1** page 2).

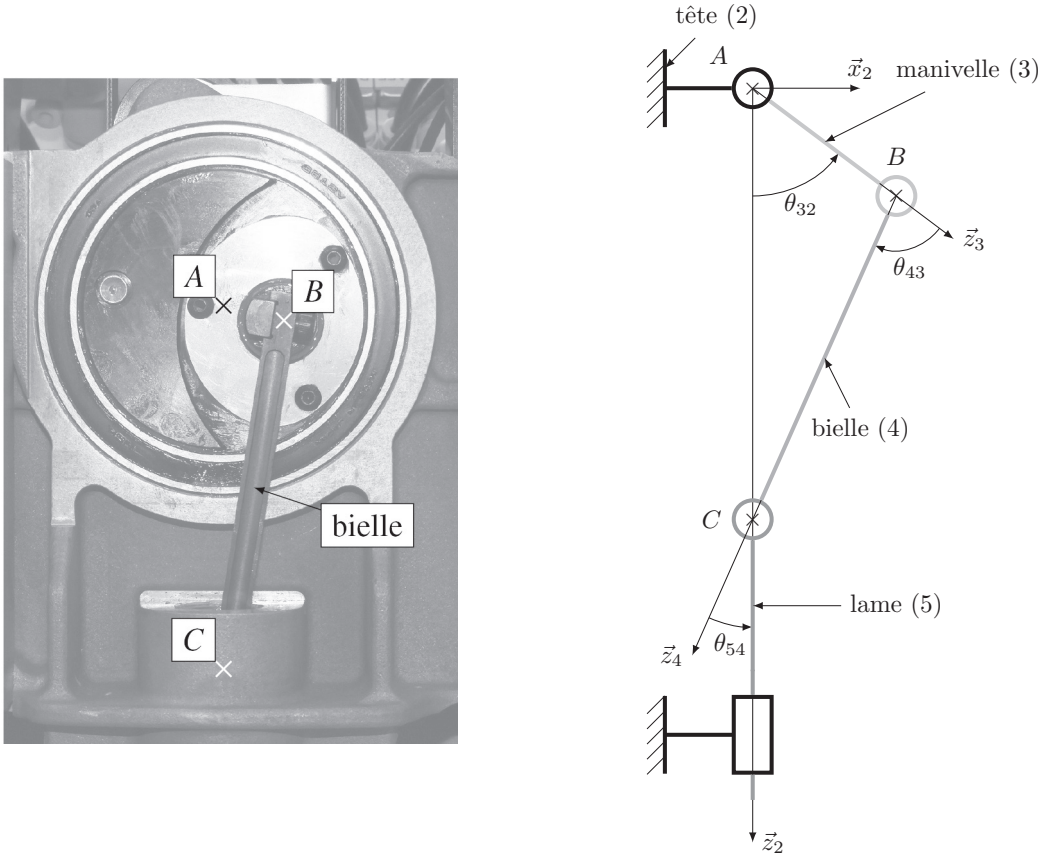


Figure 9 – Système d'entraînement de la lame de coupe et schéma cinématique associé

Modélisation des liaisons et paramétrage du système

On associe le repère $\mathcal{R}_2 = (A,\ \vec{x}_2,\ \vec{y}_2,\ \vec{z}_2)$ à la tête 2, le repère $\mathcal{R}_3 = (A,\ \vec{x}_3,\ \vec{y}_3,\ \vec{z}_3)$ à la manivelle 3, le repère $\mathcal{R}_4 = (B,\ \vec{x}_4,\ \vec{y}_4,\ \vec{z}_4)$ à la bielle 4 et le repère $\mathcal{R}_5 = (C,\ \vec{x}_2,\ \vec{y}_2,\ \vec{z}_2)$ à la lame 5.

La manivelle 3 est en liaison pivot avec la tête 2, d'axe $(A,\ \vec{y}_2)$ et d'angle $\theta_{32}(t) = (\vec{x}_2,\ \vec{x}_3) = (\vec{z}_2,\ \vec{z}_3)$.
La manivelle 3 est en liaison pivot avec la bielle 4, d'axe $(B,\ \vec{y}_2)$ et d'angle $\theta_{43}(t) = (\vec{x}_3,\ \vec{x}_4) = (\vec{z}_3,\ \vec{z}_4)$.

La bielle 4 est en liaison pivot avec la lame 5, d'axe $(C,\ \vec{y}_0)$ et d'angle $\theta_{54}(t) = (\vec{x}_4,\ \vec{x}_2) = (\vec{z}_4,\ \vec{z}_2)$.
La lame 5 est en liaison glissière avec la tête 2, de direction $\vec{z}_2$ et de paramètre linéaire $\lambda(t)$.

On pose $\omega_{ij}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_{ij}(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_{ij}(t)$, $\overrightarrow{AB} = L_3\vec{z}_3$ avec $L_3 = 12,5$ mm, $\overrightarrow{BC} = L_4\vec{z}_4$ avec $L_4 = 80$ mm et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\vec{z}_2$.

Q17. Déterminer la relation entre les paramètres angulaires $\theta_{32}(t)$, $\theta_{43}(t)$ et $\theta_{54}(t)$.

Q18. À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer la relation entre le paramètre $\lambda(t)$, l'angle $\theta_{32}(t)$ et les données géométriques du système.

Q19. En déduire l'expression littérale de l'amplitude des oscillations de la lame, notée Δz. Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3.

Q20. Calculer le rapport $\left(\dfrac{L_4}{L_3}\right)^2$ et le comparer à la valeur 1. Montrer alors que la loi obtenue à la **question Q17** peut se mettre sous la forme $\lambda(t) \approx L_3 \cos\theta_{32}(t) + L_4$.

Afin de valider cette approximation, les deux fonctions mathématiques ont été tracées sur un tour de l'arbre moteur (**figure 10**).

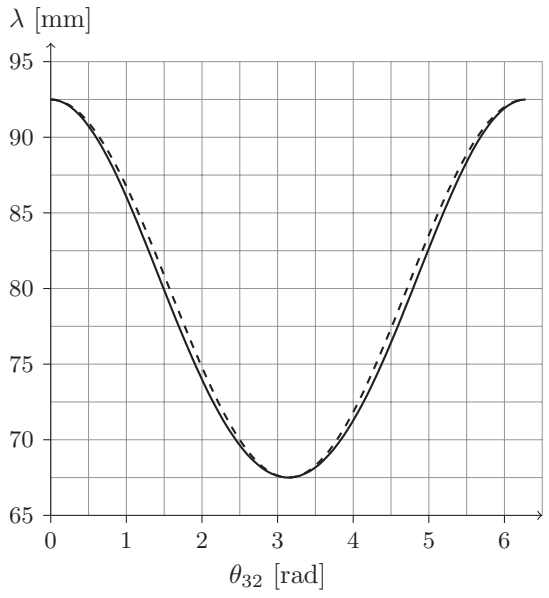


Figure 10 – Évolutions théorique (___) et approximée (_ _ _) du paramètre λ

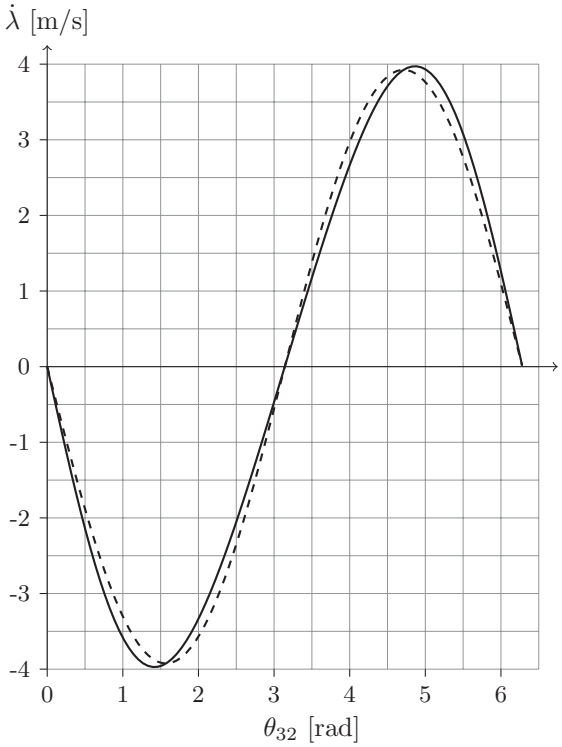


Figure 11 – Évolutions théorique (___) et approximée (_ _ _) de la vitesse $\dot{\lambda}$ pour une vitesse $\dot{\theta}_{32} = 3\,000$ tr/min

Q21. Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude.

Afin de valider le critère associé à l'exigence de vitesse de coupe, il est nécessaire de déterminer la loi en vitesse de la lame notée $\dot{\lambda}(t)$.

Q22. Déterminer l'expression littérale de $\dot{\lambda}(t)$ à partir du modèle simplifié de $\lambda(t)$.

Cette loi en vitesse simplifiée a été tracée (**figure 11** page 11) pour être comparée à la loi obtenue à partir du modèle établi en **question Q17** (page 11).

Q23. La simplification de la loi en vitesse permet-elle de valider l'exigence 1.2.2.4. ?

III.2 - Modélisation du comportement dynamique de la tête de coupe

***Objectif** : identifier la cause des vibrations à partir de la modélisation dynamique du comportement de la tête de coupe.*

L'étude précédente a permis de montrer que la vitesse de coupe n'était pas constante. Des essais sur le système réel ont permis d'obtenir l'évolution de l'effort de coupe au cours du temps pour une vitesse du moteur de $\dot{\theta}_{32} = 3\,000$ tr/min (**figure 12**).

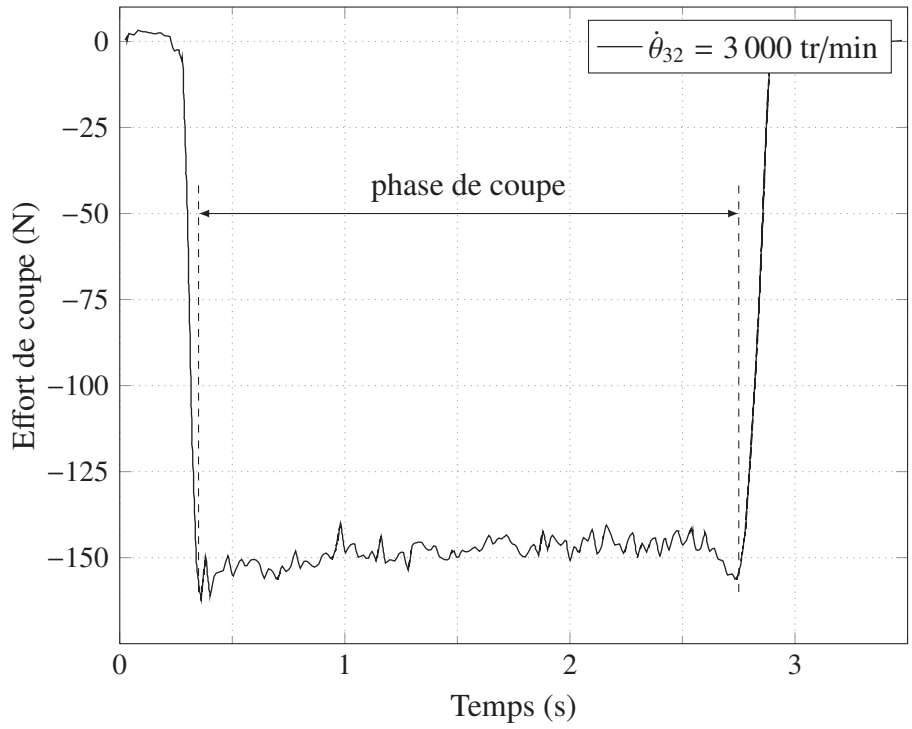


Figure 12 – Évolution de l'effort de coupe

Q24. Durant la phase de coupe, déterminer les valeurs moyenne, maximale et minimale de l'effort de coupe.

Q25. Conclure sur la validation de l'exigence 1.2.1.1. Justifier.

Hypotèses de modélisation et notations

- le référentiel lié à la table de découpe est supposé galiléen ;
- les liaisons sont supposées parfaites ;
- l'action mécanique du moteur sur la manivelle 3 est modélisée par un couple $\vec{C}_m = C_m(t)\vec{y}_2$;
- lors de la coupe, le matelas de tissus exerce une action mécanique sur la lame

$$\vec{F}_{matelas \to lame} = F_a\vec{y}_0 + F_c\vec{z}_0$$

avec F_a l'effort d'avance et F_c l'effort de coupe ;

- la lame, en mouvement de translation par rapport à la table, a une vitesse notée

$$\vec{V}_{lame/table} = V_a\vec{y}_0 + \dot{\lambda}(t)\vec{z}_0$$

avec V_a la vitesse d'avance du bras par rapport à la table, supposée constante et $\dot{\lambda}(t)$ la vitesse de coupe telle que $\dot{\lambda}(t) = -L_3\omega_{32}\sin\theta_{32}(t)$;
- l'effet de la pesanteur est négligeable devant les autres actions mécaniques ;
- le moment d'inertie suivant l'axe $(A, \vec{y}_2)$ de la manivelle, de masse $M_3 = 0,350$ kg, ramenée à l'arbre moteur est $J_3 = 1,2 \times 10^{-4}$ kg·m^2 ;
- la masse et l'inertie de la bielle sont négligées ;
- la masse de l'ensemble mobile lié à la lame est $M_5 = 0,1$ kg.

Q26. Déterminer l'énergie cinétique $T_{i/\mathcal{R}_0}$ par rapport au bâti 0 pour chaque solide $i \in [3, 4, 5]$.

Q27. En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble $\mathcal{S} = \{3, 4, 5\}$ par rapport au bâti 0, que vous mettrez sous la forme $T_{\mathcal{S}/\mathcal{R}_0} = \dfrac{1}{2}J_{eq}(\theta_{32})\,\omega_{32}^2 + \dfrac{1}{2}M_{eq}V_a^2$. Préciser les expressions littérales de $J_{eq}(\theta_{32})$ et M_{eq}.

Q28. Déterminer les expressions littérales des puissances intérieures P_{int} et extérieures au système $\mathcal{S}$ par rapport au bâti 0, $P_{ext\to\mathcal{S}/\mathcal{R}_0}$.

Q29. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer l'expression littérale du couple moteur $C_m(t)$.

Q30. Montrer qu'en régime permanent $\left(\dot{\theta}_{32} = cte\right)$, l'expression du couple moteur est :

$$C_m = \left[F_c + M_5L_3\dot{\theta}_{32}^2\cos\theta_{32}\right]L_3\sin\theta_{32} - \frac{F_aV_a}{\dot{\theta}_{32}}.$$

Q31. Pourquoi le couple moteur n'est-il pas constant en régime permanent ? Quelle en est la conséquence sur le comportement du système ?

Partie IV - Optimisation du comportement dynamique de la tête de coupe

***Objectifs** : identifier le paramètre physique responsable des vibrations et proposer une solution d'équilibrage permettant de valider l'exigence 1.2.2.2.*

IV.1 - Analyse théorique du phénomène vibratoire

***Objectif** : identifier la pièce à l'origine des vibrations à partir du modèle de comportement dynamique de la tête de coupe.*

Hypothèses de modélisation et notations :

- seules les vibrations créées par les effets inertiels des pièces sont étudiées dans cette partie ;
- le problème est considéré plan, dans le plan de normale $\vec{y}_0$;
- l'étude sera faite en régime permanent $\dot{\theta}_{10} = cte$;
- soit le point G_3, centre d'inertie de la manivelle 3 de masse M_3 tel que $\overrightarrow{AG_3} = a_3\vec{z}_3$;
- soit le point G_5, centre d'inertie de la lame 5 de masse M_5 tel que $\overrightarrow{CG_5} = a_5\vec{z}_0$;
- l'inertie et la masse de la bielle 4 sont négligées ;
- on note $\vec{V}(P \in i/j)$ la vitesse d'un point P lié au solide i en mouvement par rapport au solide j ;
- on note $\left\{\mathcal{T}_{i\to j}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{R}_{i\to j}\\ \vec{\mathcal{M}}_{P,i\to j}\end{array}\right\}_P$ le torseur des actions mécaniques du solide i sur le solide j au point P ;
- on suppose $V_a = 0$ m/s.

Valeurs numériques		
$a_3 = 0,5$ mm	$a_5 = 120$ mm	$\omega_{32} = \dot{\theta}_{32} = 3\,000$ tr/min
$M_3 = 350$ g	$M_5 = 100$ g	

Q32. Déterminer l'expression des vecteurs vitesses $\vec{V}(G_3 \in 3/2)$ et $\vec{V}(G_5 \in 5/2)$ en fonction de $\dot{\lambda}$, $\dot{\theta}_{32}$ et des données géométriques.

Q33. En déduire l'expression, dans la base $\mathcal{B}_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, de la résultante dynamique de l'ensemble $\mathcal{S} = \{3, 4, 5\}$ dans le référentiel lié à la table, notée $\vec{R}_d(\mathcal{S}/0)$.

On rappelle l'hypothèse de modélisation adoptée : $\lambda(t) = L_3 \cos\theta_{32}(t) + L_4$ avec $L_3 = 12,5$ mm et $L_4 = 80$ mm.

Q34. Déterminer l'expression du maximum de chacune des composantes de la résultante dynamique $\vec{R}_d(\mathcal{S}/0)$ sur $\vec{x}_2$ et $\vec{z}_2$. Faire l'application numérique.

Q35. En comparant l'expression des deux maxima, identifier la pièce qui semble être à l'origine des vibrations.

IV.2 - Modélisation du comportement mécanique de la tête de coupe en version améliorée

***Objectif** : réaliser la démarche de dimensionnement de l'équilibrage de la tête de coupe.*

Afin d'améliorer les conditions de coupe (moins de vibrations, effort de coupe constant), Lectra propose un modèle de tête de coupe plus évolué. Il intègre deux masses excentrées montées sur des roues dentées (**figure 13** page 15), dont le mouvement de rotation, synchronisé sur celui du moteur par le biais d'une courroie crantée, doit atténuer les vibrations verticales du système de coupe. L'implantation de ce dispositif est présenté sur la **figure 14** (page 15).

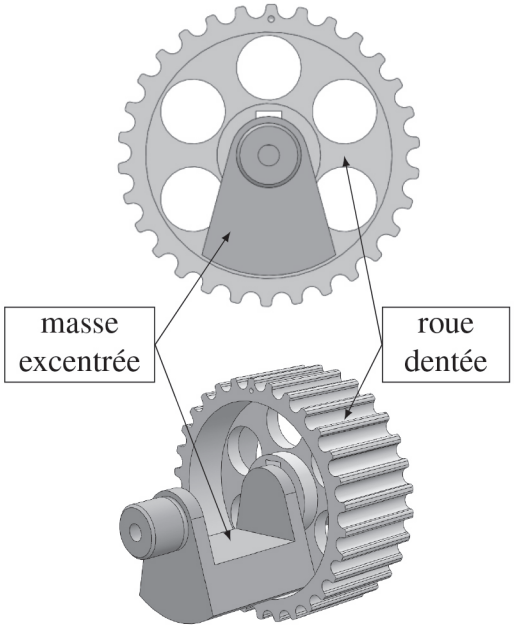


Figure 13 – Montage d'une masse excentrée sur la roue dentée

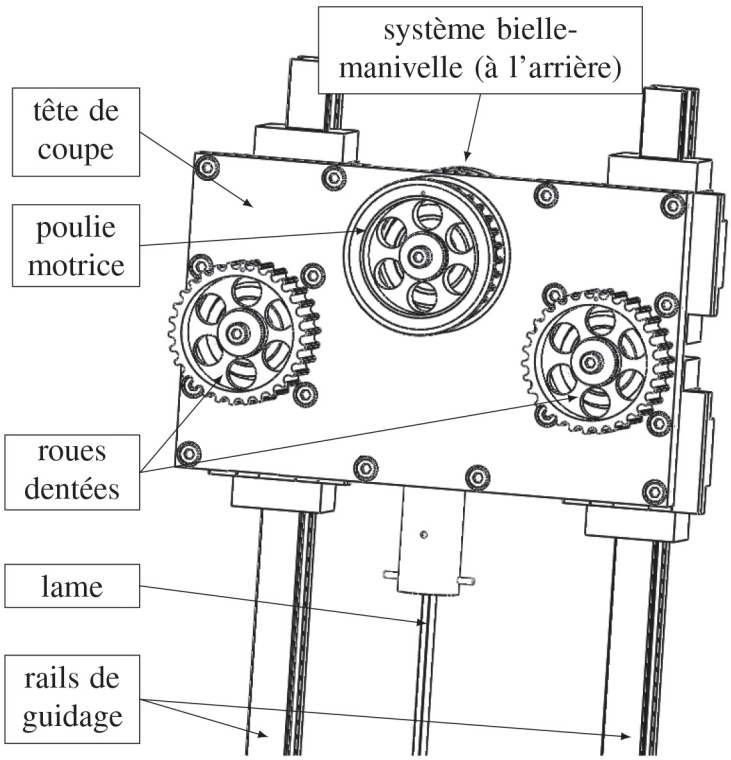


Figure 14 – Tête de coupe en version améliorée avec les deux roues dentées pour l'équilibrage (masses excentrées et courroie non représentées)

Différentes propositions de montage des masses excentrées sont données sur **le document réponse DR5**.

Q36. Pour chacune des configurations et pour le sens de rotation du moteur donné, préciser le sens de rotation des masses excentrées sur le **document réponse DR5**.

Q37. Pour chacune des configurations, préciser si les vibrations verticales peuvent être supprimées. Justifier.

Q38. Quelle configuration faut-il retenir pour assurer le moins de vibrations dans le système de coupe ? Justifier.

Pour simplifier l'étude, la masse excentrée sera considérée comme une masse ponctuelle de masse m située à une distance $r = 8$ mm de son axe de rotation, dont le paramétrage est donné sur la **figure 15**.

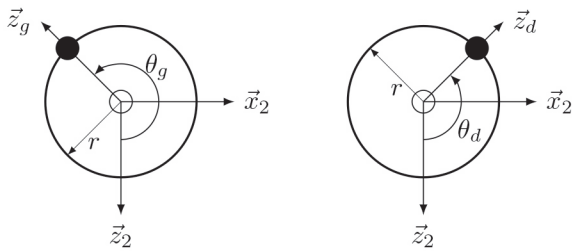


Figure 15 – Paramétrage des masses ponctuelles

L'étude sera menée en régime permanent : $\ddot{\theta}_g = \ddot{\theta}_d = 0$ avec $\left|\dot{\theta}_d\right| = \left|\dot{\theta}_g\right| = \left|\dot{\theta}_{32}\right|$.

Q39. Déterminer les composantes suivant $\vec{x}_2$ et $\vec{z}_2$ de la résultante dynamique des masses excentrées dans le référentiel lié à la table.

Q40. En déduire la relation entre θ_d et θ_g pour que les masses excentrées ne génèrent pas de vibration suivant $\vec{x}_2$.

Q41. En déduire l'expression de la masse m pour respecter l'exigence 1.2.2.2. Faire l'application numérique.

IV.3 - Validation de l'amélioration de la tête de coupe

***Objectif** : valider la solution d'équilibrage dynamique retenue pour la tête de coupe au regard de l'exigence 1.2.2.2.*

La **figure 16** présente une comparaison d'effort de coupe pour les deux types de tête de coupe initiale et améliorée avec une vitesse moteur respective de 3 000 tr/min et 6 000 tr/min.

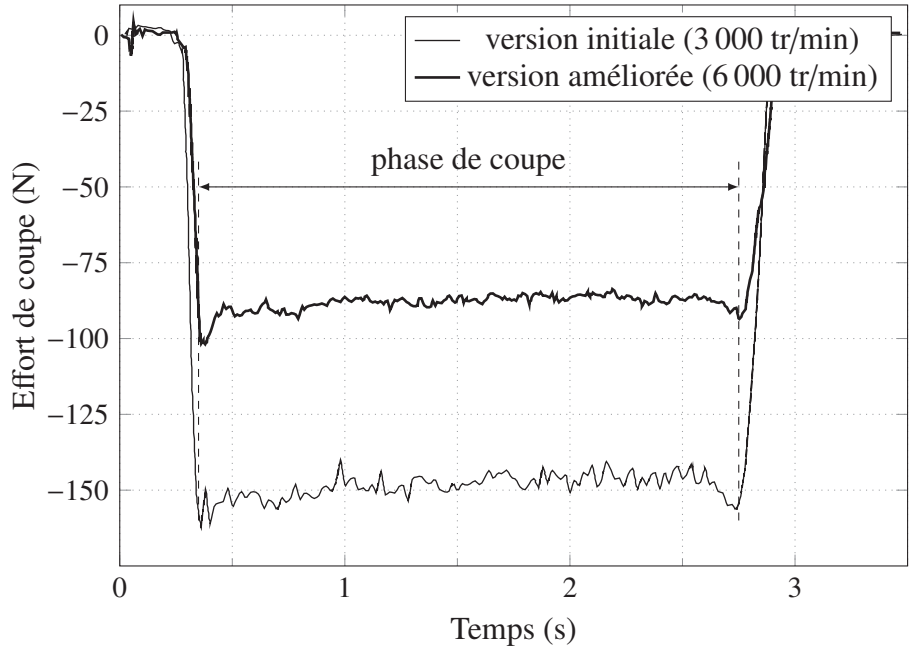


Figure 16 – Évolution de l'effort de coupe pour les deux types de tête de coupe

Q42. D'après l'expression de la résultante dynamique de la **question Q33** (page 14), comment devrait évoluer l'effort de coupe en régime permanent en fonction de la vitesse de rotation du moteur ?

Q43. Conclure sur l'utilité des masses excentrées mises en place sur la tête de coupe en version améliorée.

Synthèse

Q44. Réaliser la synthèse de la démarche d'identification du phénomène vibratoire et la validation de la solution retenue en regard du cahier du charges.

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 18 1056 – D'après documents fournis

DANS CE CADRE

Académie : Session :

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **MP**

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Sciences Industrielles**

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

Né(e) le

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **MP**

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve : **Sciences Industrielles**

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

Note : /20

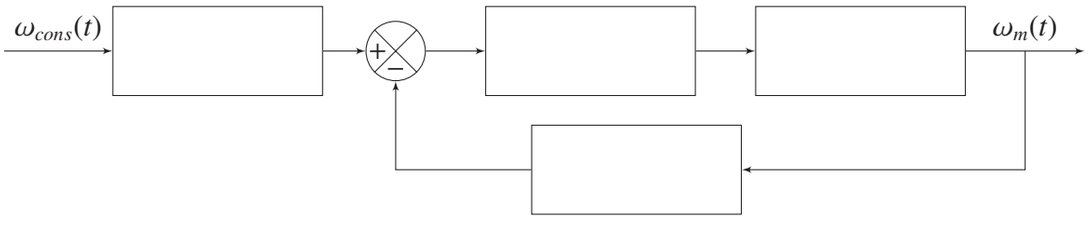
Appréciation du correcteur :*

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

MPSI007

Documents réponse

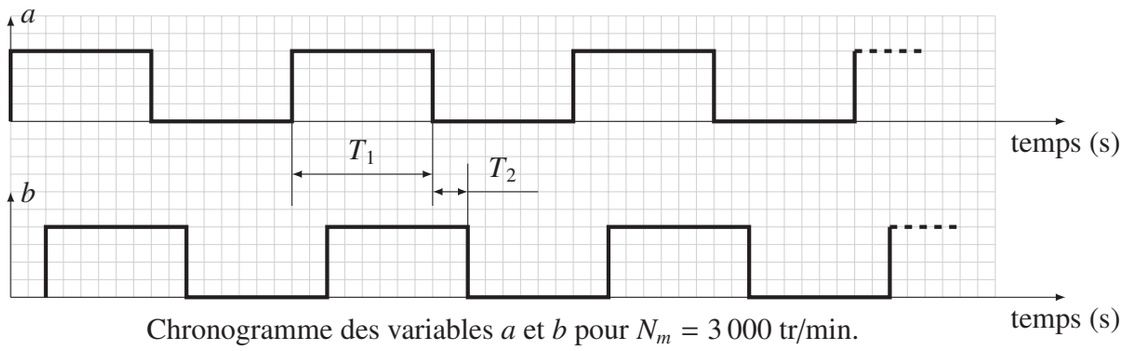
DR1 – Schéma-bloc fonctionnel associé à la modélisation de l'asservissement en vitesse du moteur



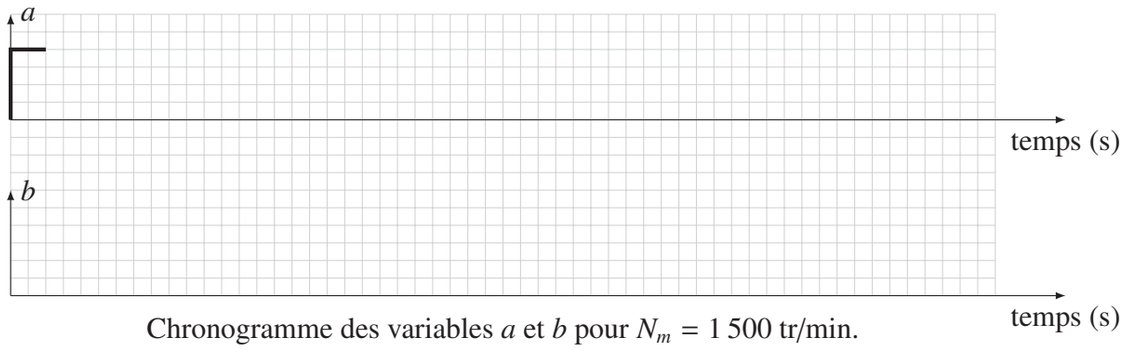
B

NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

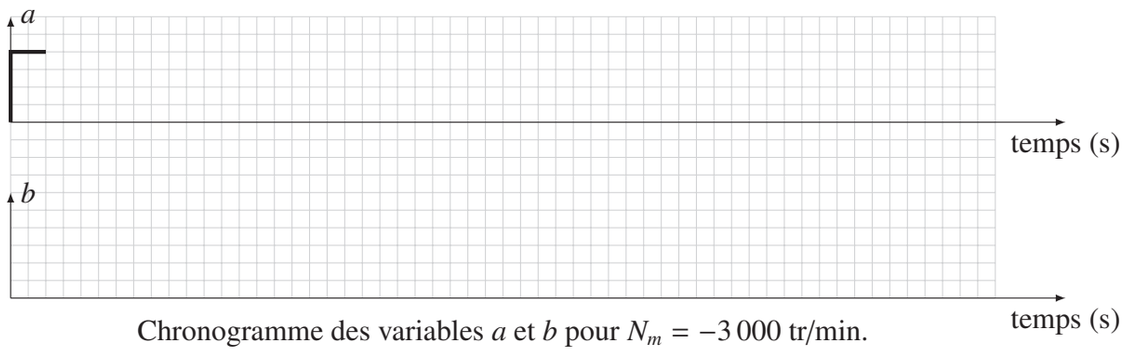
DR2 – Chronogrammes des variables du codeur



Chronogramme des variables a et b pour $N_m = 3\,000$ tr/min.



Chronogramme des variables a et b pour $N_m = 1\,500$ tr/min.



Chronogramme des variables a et b pour $N_m = -3\,000$ tr/min.

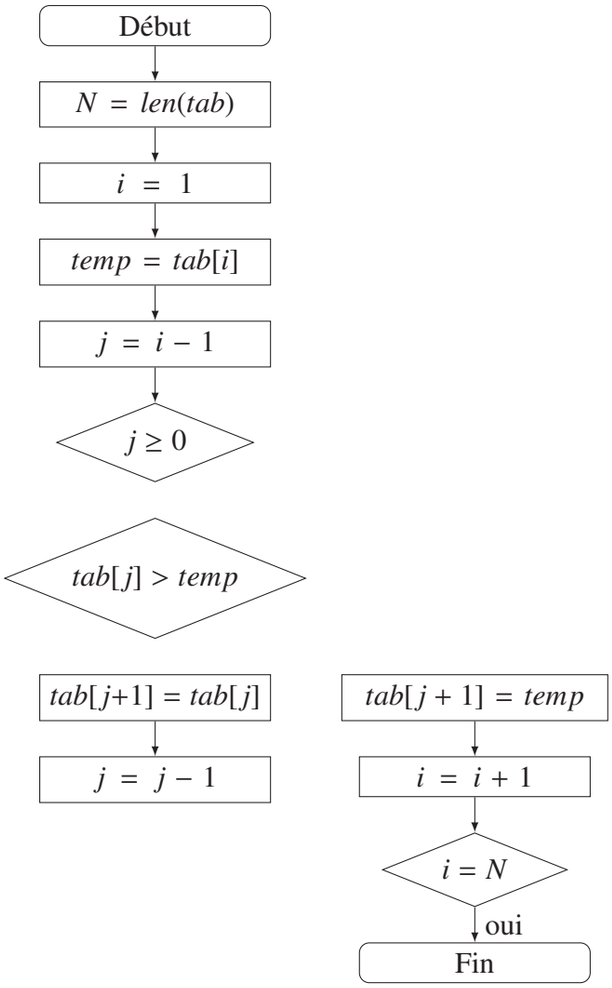
NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR3 – Diagramme d'états d'affectation de la variable *sens_mot*



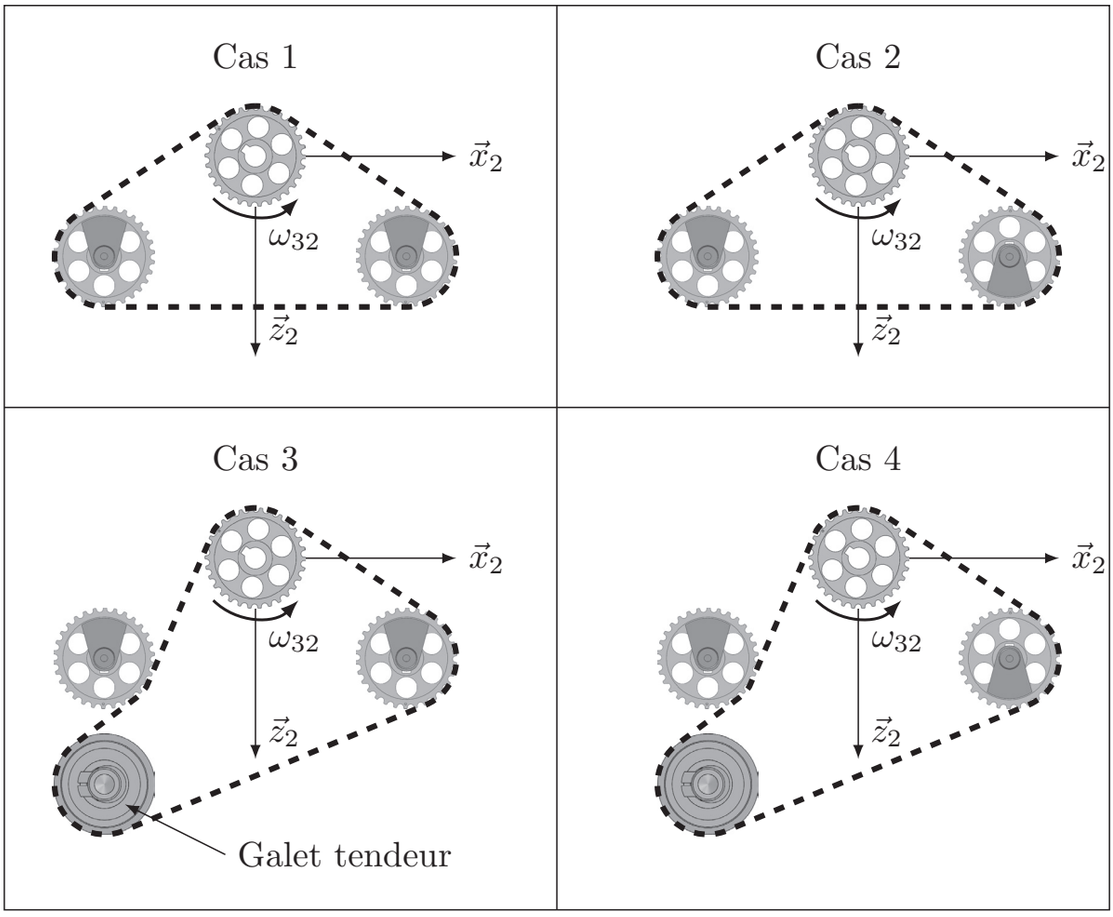
DR4 – Algorithme et algorigramme d'un processus de tri

```
1:  N ← len(tab)
2:  pour i = 1 à N faire
3:      temp ← tab[i]
4:      j ← i − 1
5:      tant que j ≥ 0 et tab[j] > temp
        faire
6:          tab[j + 1] ← tab[j]
7:          j ← j − 1
8:      fin tant que
9:      tab[j + 1] ← temp
10: fin pour
```



NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR5 – Configurations sélectionnées des masses d'équilibrage



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Tris par sélection, à bulles, par insertion et par comptage
- Complexité des algorithmes itératifs et récursifs
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp