Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2026, filière MP

Sciences industrielles

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : étude du déplacement de Bering
- Partie II : étude du basculement du robot dans un virage
- Partie III : étude de l'asservissement du déplacement
- Partie IV : étude de l'élaboration d'un coin
- Partie V : optimisation du parcours de marquage

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/mp/2026/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de cinq parties, toutes indépendantes.

Le sujet est composé de 16 pages : page 1 à page 16.
Le Document Réponse est composé de 16 pages.

Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité (le QR Code doit être collé sur la première page de ce Document Réponse). Les réponses doivent rentrer dans les cadres prévus, faire une version préalable au brouillon si nécessaire.

Bering, le robot de marquage intelligent

Présentation

La société française Conscience Robotics est spécialisée dans le développement d'un moteur d'intelligence artificielle universelle pouvant être intégré à tout type de robot. Elle développe donc également des robots utilisant ce moteur dont le robot Bering fait partie.

Bering (**figure 1**) est un robot de traçage autonome pour les travaux publics, le sport et de nombreux autres domaines. Grâce à ses trois modules de peinture interchangeables (**figure 3**), Bering est capable de tracer sur de nombreux sols. Connecté à l'application Conscience Connect (**figure 2**), il est capable de tracer tout type de motifs.



Figure 1 - Robot Bering en situation



Figure 2 - Interface de programmation des tracés de peinture et de gestion du robot



(a) Système de pré-marquage



(b) Système aérosol



(c) Système haute pression

Figure 3 - Robot Bering équipé de chacun des systèmes de projection de peinture

Structure du robot

Le robot Bering est constitué d'un châssis permettant la mise en place d'un module de peinture. Il est équipé d'une ou deux roues folles à l'avant et de deux roues motrices à l'arrière, toutes deux étant actionnées par un servomoteur permettant leur asservissement en vitesse de rotation.

Il est également équipé d'une antenne GPS associée à un système de correction lui permettant d'avoir une précision centimétrique dans son positionnement. Enfin, une centrale d'inertie est installée sur le robot afin d'assurer un asservissement du mouvement.

Description de l'étude

L'étude porte sur la validation de certaines des exigences référencées dans l'extrait du diagramme des exigences du robot Bering donné **figure 18**. Les parties indépendantes de ce sujet portent ainsi sur l'étude des consignes de vitesse à imposer aux roues motrices, l'étude de la dynamique du robot en virage, la régulation en lacet du robot, l'étude du tracé d'un coin et, enfin, l'étude du choix du parcours.

Partie I - Étude du déplacement de Bering

***Objectifs** : déterminer les consignes de vitesse à imposer aux moteurs pour un déplacement du robot suivant des trajectoires particulières.*

I.1 - Modélisation

Paramétrage

La **figure 4** présente le paramétrage retenu pour l'étude.

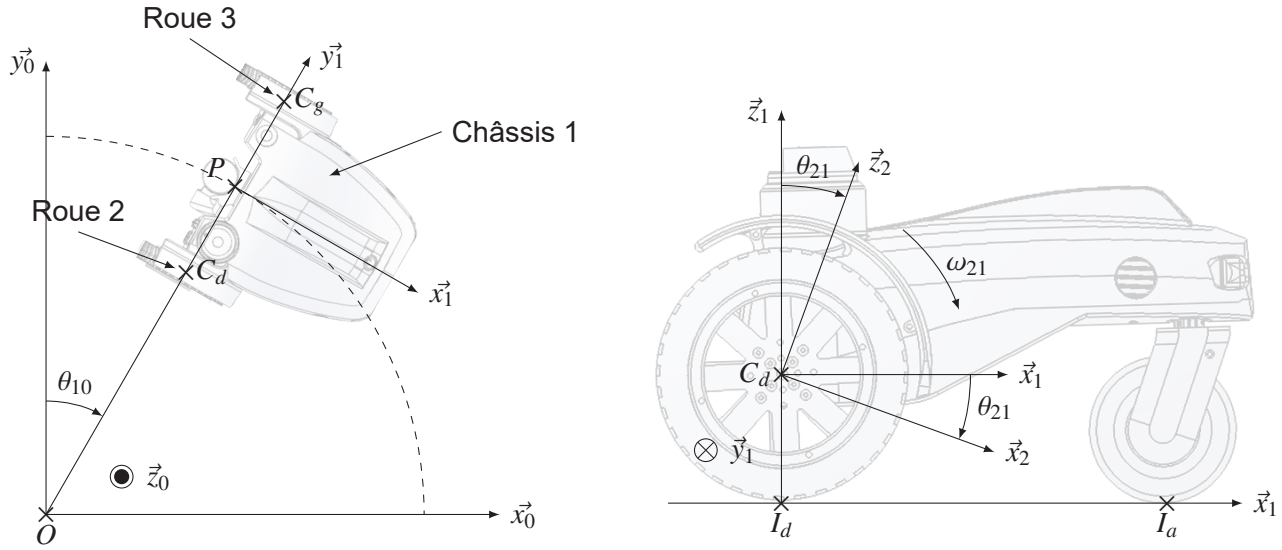


Figure 4 - Paramétrage du Bering en mouvement

Le repère $\mathcal{R}_0 = (O, \mathcal{B}_0)$ de base $\mathcal{B}_0 = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ est associé au sol et considéré comme étant le référentiel terrestre galiléen.
Le repère $\mathcal{R}_1 = (P, \mathcal{B}_1)$ de base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_0})$ est associé au châssis 1. Le point P correspond à la position du centre du jet de peinture tel que $\overrightarrow{OP} = R\vec{y_1}$ où R est le rayon du virage. Les points C_g et C_d sont respectivement les centres de roues gauche et droite tels que $\overrightarrow{PC_g} = a\vec{y_1}$ et $\overrightarrow{PC_d} = -a\vec{y_1}$ avec a la demi-voie [1] du robot Bering. Le châssis 1 se déplace à une vitesse V par rapport au sol telle que $\overrightarrow{V_{P\in 1/0}} = V\vec{x_1}$. On note $\vec{\Omega}_{10} = \omega_{10}\vec{z_0} = \dot{\theta}_{10}\vec{z_0}$ le vecteur taux de rotation du châssis 1 par rapport au sol 0 avec $\theta_{10} = (\vec{x_0}, \vec{x_1}) = (\vec{y_0}, \vec{y_1})$.
Les repères $\mathcal{R}_2 = (C_d, \mathcal{B}_2)$ et $\mathcal{R}_3 = \left(C_g, \mathcal{B}_3\right)$ sont associés respectivement aux roues 2 (droite) et 3 (gauche) de bases respectives $\mathcal{B}_2 = (\vec{x_2}, \vec{y_1}, \vec{z_2})$ et $\mathcal{B}_3 = (\vec{x_3}, \vec{y_1}, \vec{z_3})$. Chacune des roues est en liaison pivot d'axe $(P, \vec{y_1})$ avec le châssis 1 et de paramètres angulaires respectifs $\theta_{21} = (\vec{z_1}, \vec{z_2}) = (\vec{x_1}, \vec{x_2})$ et $\theta_{31} = (\vec{z_1}, \vec{z_3}) = (\vec{x_1}, \vec{x_3})$. On notera $\omega_{21} = \dot{\theta}_{21}$ et $\omega_{31} = \dot{\theta}_{31}$ les vitesses de rotation de chacune des roues.
I_d et I_g sont les points de contact entre le sol et les roues respectives 2 et 3 tels que $\overrightarrow{I_dC_d} = \overrightarrow{I_gC_g} = r\vec{z_1}$ où r est le rayon des roues.

Notations

On note $\left\{\mathcal{V}_{i/j}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega_{i/j}} \\ \overrightarrow{V_{M\in i/j}}\end{array}\right\}_M$ le torseur cinématique du mouvement du solide i par rapport au solide j au point M. Ainsi, $\{\mathcal{V}_{1/0}\} = \left\{\begin{array}{c}\omega_{10}\vec{z_0} \\ V\vec{x_1}\end{array}\right\}_P$.

1. La voie d'un véhicule est la distance entre roues gauche et droite d'un même essieu.

Hypothèses

On considère que les roues 2 et 3 roulent sans glisser sur le sol 0 aux points de contact respectifs I_d et I_g.

I.2 - Consigne de vitesse des moteurs

Q1. Préciser l'expression des torseurs cinématiques du mouvement des roues 2 et 3 par rapport au châssis 1 aux points respectifs C_d et C_g.

Q2. En déduire l'expression littérale du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I_d \in 2/0}}$ en fonction de ω_{10}, ω_{21}, V, a et de r.

Q3. D'après les conditions d'étude, justifier la valeur à retenir pour $\overrightarrow{V_{I_d \in 2/0}}$ et en déduire la relation $\omega_{21} = \dfrac{V + a\omega_{10}}{r}$.

Q4. De manière analogue, déterminer l'expression de ω_{31} en fonction de V, ω_{10}, a et de r.

I.3 - Trajectoires particulières

Dans l'application de tracés de terrains sportifs ou de tracés de signalisation au sol des routes, les trajectoires à suivre par le robot sont généralement des lignes droites ou des arcs de cercle.

Tracés en ligne droite

Q5. Quel est le mouvement suivi par le robot dans le cas d'un tracé de peinture en ligne droite ? Que devient alors le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$?

Q6. En déduire l'expression des consignes de vitesse à imposer aux roues, ω_{21} et ω_{31}, en fonction, entre autres, de la vitesse V imposée au robot.

Tracés en arc de cercle

Soit la trajectoire définie sur la **figure 4** par les traits en pointillés. Celle-ci a pour paramètres le centre du virage, le point O et le rayon du virage R tel que $\overrightarrow{OP} = R\vec{y}_1$.

Q7. Déterminer la relation entre V et ω_{10}.

Q8. À partir du résultat des questions **Q3.** et **Q4.**, déterminer les consignes de vitesse à imposer aux roues, ω_{21} et ω_{31}, en fonction de la vitesse imposée au robot V, du rayon de virage R et du rayon des roues r et de la demi-voie a.

Cas particulier d'un changement de direction, rotation autour du point P

Durant son parcours, le robot sera amené à changer de direction sans changer de place, c'est-à-dire, sans modification de la position du point P, centre du jet de peinture.

Q9. Dans ces conditions, déterminer les consignes de vitesse ω_{21} et ω_{31} à imposer aux roues en fonction de ω_{10} et en déduire le rapport $\dfrac{\omega_{21}}{\omega_{31}}$.

Partie II - Étude du basculement du robot dans un virage

***Objectifs** : écrire un modèle dynamique du robot dans un virage afin de vérifier l'exigence 1.1.1 pour un robot équipé d'une ou deux roues folles.*

II.1 - Modélisation des caractéristiques inertielles du robot

Afin de modéliser le comportement dynamique du robot, un modèle des caractéristiques inertielles du robot est nécessaire. Un modèle simplifié est proposé sur la **figure 5**.

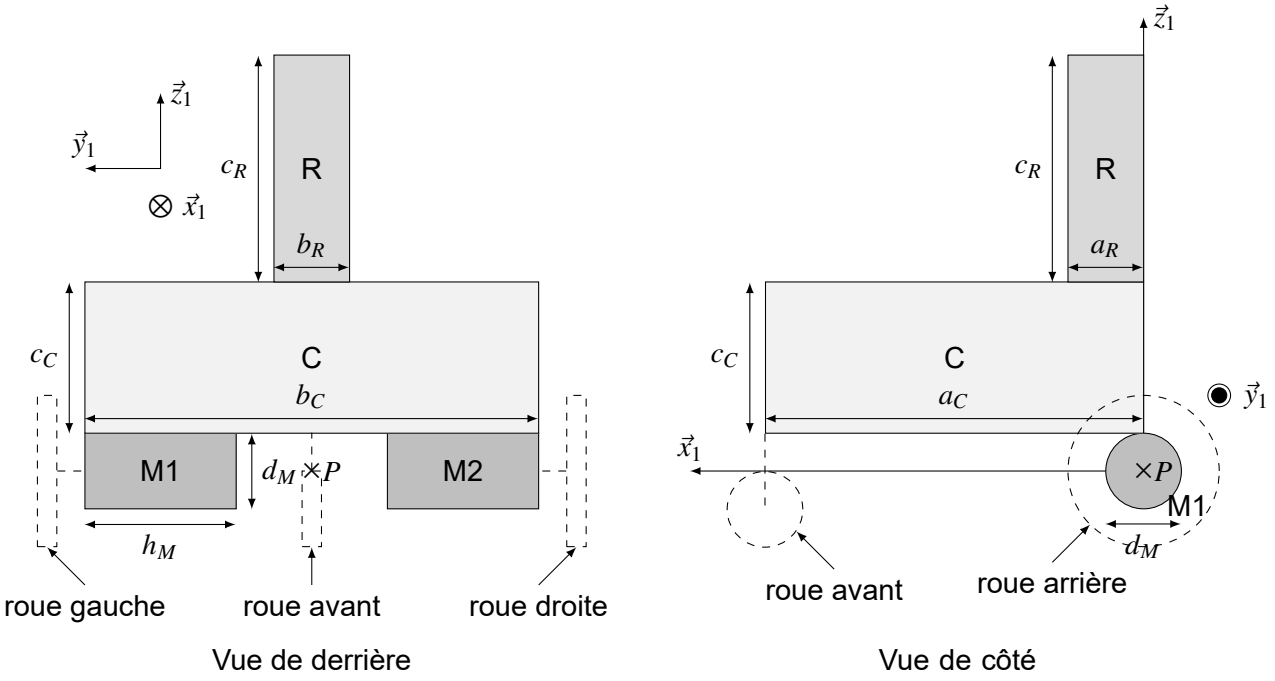


Figure 5 - Modélisation géométrique et inertielle du robot

Notations et hypothèses

Les seules inerties prises en compte dans ce modèle sont celles des stators des moteurs (notés M1 et M2), du châssis (noté C) et du réservoir (noté R). Les inerties des autres pièces du robot (notamment des roues) seront négligées. Les stators sont modélisés comme des cylindres homogènes d'axe $(P, \vec{y}_1)$, symétriques par rapport au plan $(P, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$, de diamètre d_M, de hauteur h_M et de masse m_M. Le châssis est modélisé comme un parallélépipède homogène, symétrique par rapport au plan $(P, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$, de côtés $a_C \times b_C \times c_C$ et de masse m_C. Comme indiqué sur la **figure 5**, les plans du châssis de normale $\vec{y}_1$ sont les mêmes que les sections extrêmes des stators. De plus, le châssis est "posé" sur les stators. Le réservoir est modélisé comme un parallélépipède homogène, symétrique par rapport au plan $(P, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$, de côtés $a_R \times b_R \times c_R$ et de masse m_R. Comme indiqué sur la **figure 5**, on considère que le réservoir est simplement posé sur le châssis.

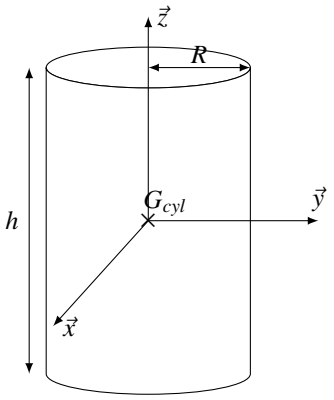
On note G le centre d'inertie du robot, tel que $\overrightarrow{PG} = x_G\vec{x}_1 + y_G\vec{y}_1 + z_G\vec{z}_1$.

Q10. Expliquer pourquoi $y_G = 0$.

Q11. Déterminer x_G et z_G en fonction des données.

Ci-après, on donne la matrice d'inertie en son centre d'inertie G_{cyl} d'un cylindre homogène d'axe $\left(G_{cyl}, \vec{z}\right)$ de rayon R, de hauteur h et de masse m :

$$I\left(G_{cyl}, cylindre\right) = \begin{pmatrix} m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{R^2}{2} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$



Q12. Donner la matrice d'inertie du stator M1 en son centre d'inertie noté G_{M1} en fonction de m_M, d_M et de h_M dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q13. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{GG_{M1}}$ en fonction de x_G, z_G, b_C et de h_M dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q14. Déduire, des deux questions précédentes, le moment d'inertie I_{Gx_1} suivant l'axe $(G, \vec{x}_1)$ du stator M1.

II.2 - Modélisation du comportement dynamique du robot en virage

Torseur dynamique

On suppose que le torseur dynamique du robot ne dépend pas du nombre de roues folles.

Le modèle et les notations proposés sur la **figure 4** seront utilisés pour cette partie.

Notations et hypothèses supplémentaires

Comme l'inertie des roues du robot est négligée, l'ensemble du robot est assimilé au châssis 1 pour son comportement dynamique. Sa matrice d'inertie est :

$$I\left(G, robot\right) = I\left(G, 1\right) = \begin{pmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}.$$

On note le torseur dynamique du robot 1 par rapport au sol 0 au point G :

$$\left\{\mathcal{D}_{1/0}\right\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_d\left(1/0\right) \\ \vec{\delta}\left(G, 1/0\right) \end{Bmatrix}_G.$$

On note m_1 la masse du robot et on suppose que la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_{10}, et le rayon du virage, R, sont constants.

Q15. Exprimer, dans la base $\mathcal{B}_1$, la résultante dynamique du robot par rapport au sol 0, $\vec{R}_d\left(1/0\right)$, en fonction de R, x_G, ω_{10} et de m_1.

Q16. Exprimer, dans la base $\mathcal{B}_1$, le moment dynamique du robot en G par rapport au sol 0, $\vec{\delta}\left(G, 1/0\right)$, en fonction de E et de ω_{10}.

Robot avec une roue folle

Le paramétrage du robot Bering avec une roue folle est donné sur la **figure 6**.

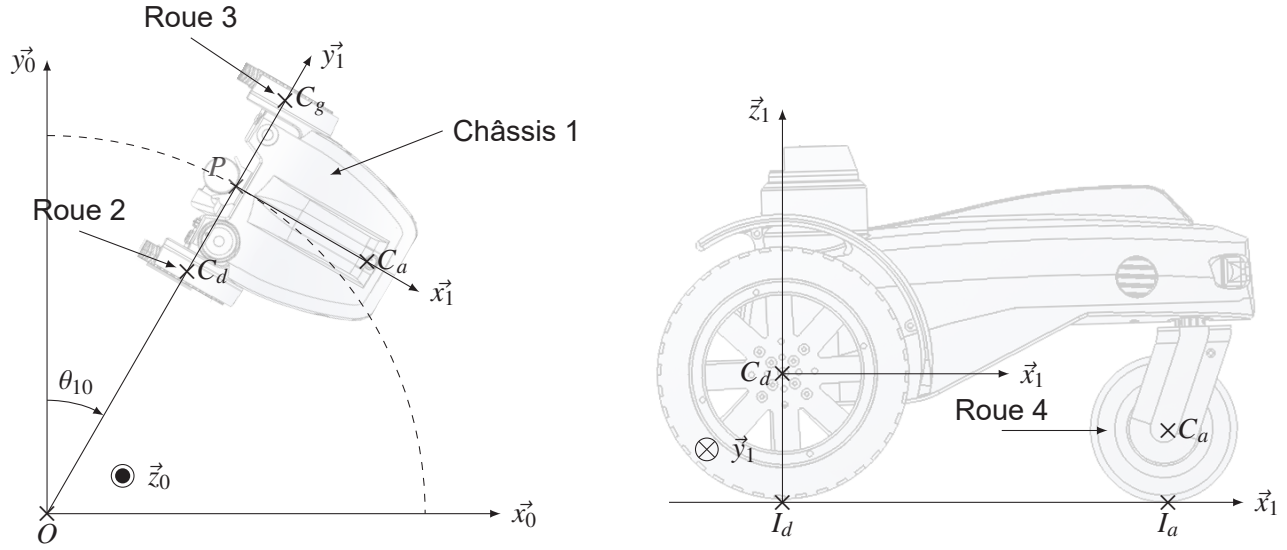


Figure 6 - Paramétrage du Bering avec une roue folle

Notations et hypothèses

On note $\overrightarrow{C_dC_g} = 2a\vec{y}_1$ et $\overrightarrow{I_dI_a} = a\vec{y}_1 + b\vec{x}_1$.
On note l'accélération de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{z}_1$.
Les torseurs des actions mécaniques du sol sur les différentes roues sont :

$$\{\mathcal{T}_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_2\vec{x}_1 + Y_2\vec{y}_1 + Z_2\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_d} \quad \{\mathcal{T}_{0\to3}\} = \left\{\begin{matrix} X_3\vec{x}_1 + Y_3\vec{y}_1 + Z_3\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_g} \quad \{\mathcal{T}_{0\to4}\} = \left\{\begin{matrix} X_4\vec{x}_1 + Y_4\vec{y}_1 + Z_4\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_a}$$

Q17. Écrire, dans la base $\mathcal{B}_1$, les trois équations scalaires du théorème de la résultante dynamique appliqué au robot.

En résolvant le système des 6 équations du principe fondamental de la dynamique appliqué au robot, il est possible de déterminer les expressions de Z_2, Z_3 et de Z_4 :

$$\begin{cases} Z_2 &= \dfrac{-m_1\omega_{10}^2(z_G + r)(x_G a + Rb) + am_1 g(b - x_G) - aE\omega_{10}^2}{2ab} \\ Z_3 &= \dfrac{-m_1\omega_{10}^2(z_G + r)(x_G a - Rb) + am_1 g(b - x_G) - aE\omega_{10}^2}{2ab} \\ Z_4 &= \dfrac{E\omega_{10}^2 + x_G m_1 g + m_1\omega_{10}^2 x_G(z_G + r)}{b} \end{cases}$$

On donne : $|V| = R\,|\omega_{10}|$.

Q18. Lorsque le robot atteindra la vitesse limite de basculement (exigence 1.1.1), quelle roue (roue 2, roue 3 ou roue 4) ne touchera plus le sol ? En déduire la valeur de Z_i (i = 2, 3 ou 4) qui permettrait de déterminer cette vitesse limite.

Robot avec deux roues folles

Le robot Bering avec deux roues folles est présenté sur la **figure 7**.

Pour simplifier les calculs, on suppose que la voie des roues avant et arrière est la même.
Les torseurs des actions mécaniques du sol sur les différentes roues sont :

$$\{\mathcal{T}_{0\to 2}\} = \left\{\begin{array}{c} X_2\vec{x}_1 + Y_2\vec{y}_1 + Z_2\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{I_d}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 3}\} = \left\{\begin{array}{c} X_3\vec{x}_1 + Y_3\vec{y}_1 + Z_3\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{I_g}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 4}\} = \left\{\begin{array}{c} X_4\vec{x}_1 + Y_4\vec{y}_1 + Z_4\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{I_a}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 5}\} = \left\{\begin{array}{c} X_5\vec{x}_1 + Y_5\vec{y}_1 + Z_5\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{I_b}$$

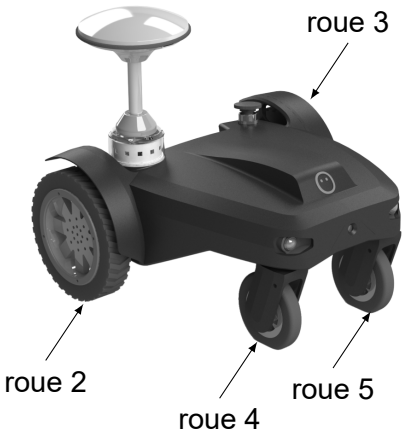


Figure 7 - Paramétrage du Bering avec deux roues folles

Pour déterminer la vitesse maximale que peut avoir le robot avec deux roues folles avant basculement, on applique le principe fondamental de la dynamique au robot et on suppose que deux roues décollent en même temps lors du basculement.

Q19. Indiquer si une augmentation des paramètres géométriques suivants va augmenter ou diminuer la vitesse maximale que peut avoir le robot avec deux roues folles avant basculement : R rayon du virage et a demi-voie du robot.

Validation du cahier des charges

Lorsque le réservoir de peinture est plein ou vide, la coordonnée verticale du centre de gravité du robot z_G change. Le constructeur aimerait connaître quelles valeurs de z_G permettent d'éviter le basculement du robot dans les conditions définies dans le cahier des charges. La **figure 8** donne la vitesse maximale avant basculement pour une ou deux roues folles dans un virage de rayon $0{,}5\,\text{m}$.

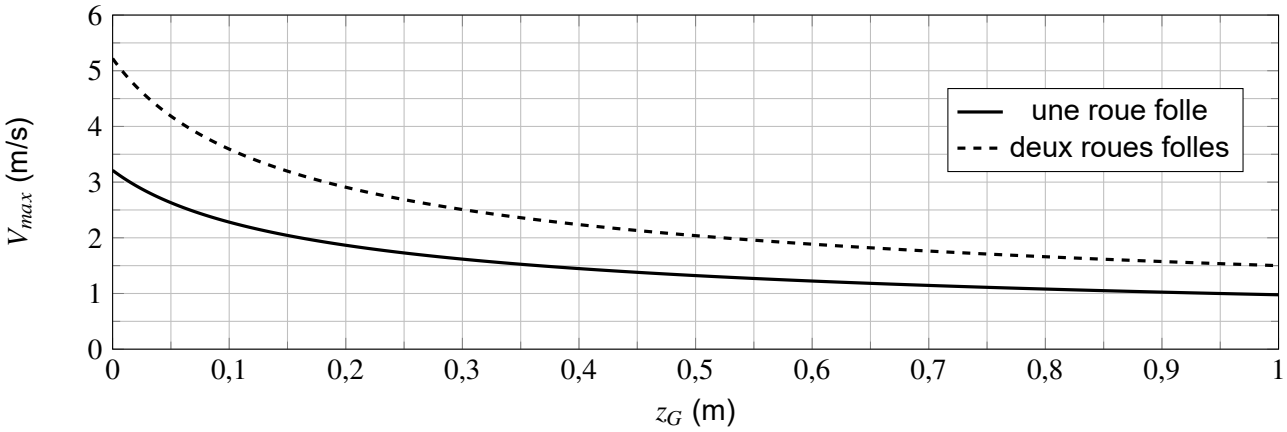


Figure 8 - Vitesse maximale avant basculement pour une ou deux roues folles

Q20. Donner les valeurs de z_G qui permettent d'éviter le basculement du robot avec une ou deux roues folles.

Partie III - Étude de l'asservissement du déplacement

***Objectifs** : définir les paramètres du correcteur de la chaîne d'asservissement en lacet permettant au robot Bering de respecter les exigences dérivées de l'exigence 1.1.3.2.*

Notations – Hypothèses

Pour toute grandeur physique $g(t)$, on notera $G(p) = \mathcal{L}[g(t)]$ sa transformée de Laplace. Dans cette partie, les conditions de Heaviside sont supposées réunies.

III.1 - Présentation de la structure de commande

La **partie I** a permis de mettre en relation les paramètres cinématiques d'entrée (vitesses à imposer aux roues) aux paramètres cinématiques de sortie (vitesse du robot Bering et trajectoire à suivre).

Dans la commande du robot, la vitesse d'avance V est fixée constante et la trajectoire à suivre est discrétisée en une série de n points équidistants P_i (**figure 9**), chaque point à atteindre étant défini par une direction à suivre, l'angle de lacet β_c, tel que $\beta_c = (\vec{x}_0, \vec{x}_i)$ (**figure 10**). L'angle de lacet du robot est, quant à lui, défini par l'angle $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. Afin de garantir le suivi de la trajectoire imposée par le tracé, l'angle de lacet et la vitesse de rotation des roues sont asservis.

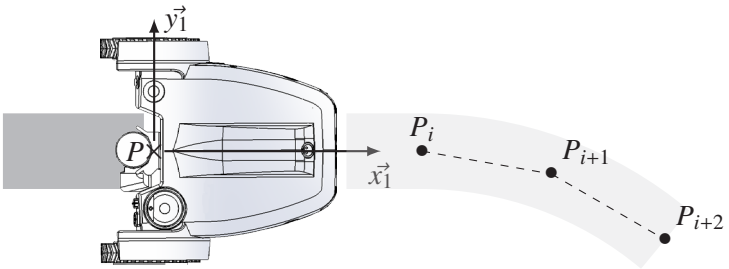


Figure 9 - Définition de la trajectoire à suivre par le robot

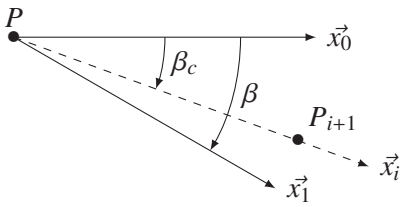


Figure 10 - Définition des angles de lacet

Asservissement en lacet

La **figure 11** présente le schéma-bloc fonctionnel simplifié de l'asservissement de l'angle de lacet β à l'angle de lacet de consigne β_c, imposé par la trajectoire à suivre (par exemple, pour une ligne droite, $\beta_c = 0$).

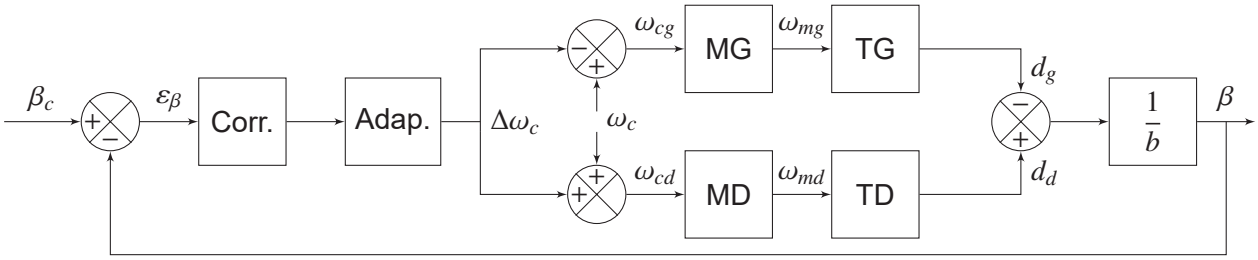


Figure 11 - Schéma-bloc fonctionnel simplifié de l'asservissement en lacet

Pour cela, β_c est comparé à β, mesuré par une centrale d'inertie. L'écart résultant, ε_β, est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ et adapté avec un gain k_a pour fournir une petite variation de vitesse de rotation de consigne $\Delta\omega_c$ à imposer à chacun des moteurs gauche et droit noté MG et MD. Chaque moteur tourne aux vitesses respectives ω_{mg} et ω_{md} qui sont respectivement asservies aux vitesses de consignes ω_{cg} et ω_{cd} (voir **figure 12**) calculées à partir de la vitesse de

consigne ω_c, commune aux deux moteurs, permettant au robot Bering de se déplacer à la vitesse V en ligne droite. La différence de vitesse entre les moteurs gauche et droit entraîne, via les transmissions gauche et droite, notée TG et TD, une distance parcourue d_g et d_d différentes pour les points I_g et I_d (voir **figure 4**), impliquant un angle de lacet β du robot.

Asservissement en vitesse du moteur

La **figure 12** présente l'asservissement en vitesse de rotation du moteur gauche. Celui du moteur droit est rigoureusement le même.

La vitesse de consigne Ω_{cg} (resp. Ω_{cd}) est comparée à la vitesse de rotation réelle du moteur Ω_{mg} (resp. Ω_{md}) pour former l'écart de vitesse de rotation ε_Ω. Cet écart est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C_\Omega(p)$ afin d'établir une tension de consigne U_c imposée au variateur de gain K_v. La tension en sortie du variateur U_m alimente le moteur de fonction de transfert $H_m(p)$ qui tourne alors à la vitesse Ω_{mg}.

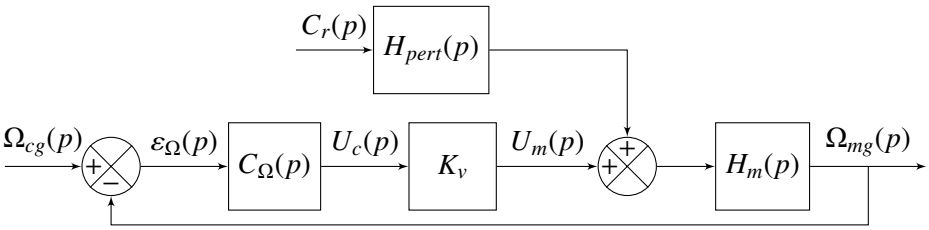


Figure 12 - Schéma-bloc de la modélisation de l'asservissement en vitesse de la roue gauche

III.2 - Modélisation du comportement du moteur

Le fonctionnement des moteurs utilisés sur le robot Bering peut être modélisé par les équations suivantes :

- équation électrique : $u_m(t) = Ri_m(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i_m(t)}{\mathrm{d}t} + e(t)$
- équation mécanique : $J_e\dfrac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t} = c_m(t) + c_r(t)$
- équations de couplage : $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $c_m(t) = k_c i_m(t)$

où $i_m(t)$ est le courant qui traverse le moteur, $e(t)$ la force contre-électro-motrice, $c_m(t)$ le couple délivré par le moteur et $c_r(t)$ le couple résistant. R, L, J_e, k_e et k_c sont respectivement la résistance électrique du moteur, l'inductance du moteur, l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur, la constante électrique et la constante de couple du moteur.

Q21. Déterminer la transformée de Laplace des 4 équations et compléter le schéma-bloc du moteur en précisant les fonctions de transfert et les entrées et sorties de chaque bloc.

Q22. Déterminer les expressions littérales de la forme canonique des fonctions de transfert du moteur $H_m(p)$ et $H_{pert}(p)$ définies **figure 12**. En déduire les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert $H_m(p)$.

On note $J_r = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$ le moment d'inertie d'une roue arrière autour de son axe de rotation et $J_m = 6{,}4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$ celui d'un arbre du moteur autour de son axe de rotation. La masse totale m du robot avec son chargement ne peut pas dépasser $7{,}7\,\mathrm{kg}$. Cette masse est atteinte lorsque le robot est équipé du module de peinture haute pression et de son réservoir de peinture de $5\,\mathrm{L}$ rempli. De plus, la transmission, identique à gauche et à droite, est modélisée par la fonction de transfert $T(p) = \dfrac{r}{p}$ avec $r = 0{,}19\,\mathrm{m}$ le rayon d'une roue arrière.

Q23. Déterminer l'expression de l'inertie équivalente du robot ramenée sur l'arbre d'un seul moteur J_e dans le cas où $\omega_{mg} = \omega_{md}$ et en déduire un encadrement approché de sa valeur.

Q24. Quelle sera l'influence de la quantité de peinture dans le réservoir sur le comportement du moteur ?

III.3 - Modélisation du comportement en lacet

Pour la suite, la fonction de transfert du moteur, sans perturbations, sera telle que $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1 + \tau_m p}$.

On s'intéresse ici à l'asservissement en lacet du robot défini par le schéma-bloc de la **figure 11** pour lequel le correcteur a une fonction de transfert $C(p)$. L'adaptateur est modélisé par un gain pur k_a.

Q25. Compléter le tableau en renseignant le signe de l'écart ε_β et de $\Delta\Omega_c$ et l'évolution ($\searrow$ ou $\nearrow$) à imposer aux vitesses des roues Ω_{mg} et Ω_{md} en fonction du signe de l'angle de lacet mesuré pour une consigne en lacet nulle $\beta_c = 0$.

Q26. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H_1(p) = \dfrac{\beta(p)}{\Delta\Omega_c(p)}$ en fonction de $H_m(p)$, $T(p)$ et de b.

Q27. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ de l'asservissement en lacet en fonction des paramètres de l'étude.

Le document réponse présente la réponse temporelle en lacet du Bering asservi non corrigé ($C(p) = 1$) pour un échelon de consigne en lacet unitaire ($\beta_c = 1^\circ$ pour $t > 0$).

Q28. Confronter les performances du système non corrigé aux exigences associées à l'asservissement en réponse temporelle.

III.4 - Choix du correcteur

Quelque soit le résultat trouvé précédemment, on retient pour la suite $H_{BO}(p) = \dfrac{5}{p\,(1 + 0,05p)}$. L'asservissement est maintenant corrigé par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert $C(p) = K_p \dfrac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$.

Q29. Justifier le choix de ce type de correcteur en vous appuyant sur la **Q28**.

On souhaite une action asymptotique du correcteur sur une décade à partir de la pulsation de cassure de la fonction de transfert en boucle ouverte H_{BO}.

Q30. Déterminer les valeurs des coefficients a et τ pour cette correction.

Q31. Réaliser les tracés asymptotiques et réels des diagrammes de Bode de gain et de phase du correcteur pour $K_p = 1$ en annotant les tracés des valeurs remarquables.

Les diagrammes de Bode de gain et de phase de H_{BO} corrigée sont donnés sur le document réponse pour une valeur de $K_p = 1$.

Q32. Déterminer l'ensemble des valeurs de K_p permettant de respecter l'exigence de stabilité et de rapidité (bande passante). On attend ici des valeurs exprimées sous la forme $10^{p/q}$.

La figure du document réponse présente la réponse indicielle de l'asservissement pour une valeur de K_p dans l'encadrement précédemment trouvé.

Q33. Conclure sur le respect des exigences 1.1.3.2 de l'asservissement en lacet.

Partie IV - Étude de l'élaboration d'un coin

***Objectifs** : définir le comportement du robot dans le cas du tracé d'un coin sans recouvrement de peinture conformément aux normes (exigence 1.2.2).*

Un cas d'utilisation complexe du robot Bering est le tracé de terrains sportifs (**figure 13**). Ces tracés présentent des singularités comme des angles droits, des recouvrements de peinture, etc.



(a) terrain de tennis **(b)** terrain de foot

Figure 13 - Exemples de tracés de terrains sportifs

Pour réaliser des tracés sur un terrain de sport, c'est le module haute-pression (**figures 3c** et **14**) qui équipe le robot Bering. La buse envoie, sur demande, de la peinture sur le sol au niveau du point P (voir **figure 4**) sous la forme d'une ligne de largeur L (délimitée par la présence des deux flasques) qui peut être ajustée en fonction des exigences imposées par les normes des fédérations sportives.
Lors de son parcours, le robot devra réaliser plusieurs fonctions : se déplacer en ligne droite, se déplacer en arc de cercle ou changer de direction (voir **Partie I**) avec ou sans dépose de peinture.

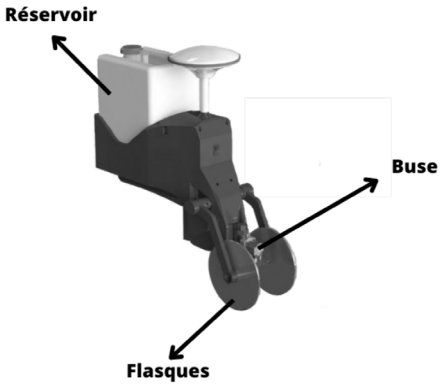


Figure 14 - Module de peinture haute-pression

IV.1 - Réalisation du tracé d'un coin

La réalisation du tracé d'un coin peut présenter des problèmes de recouvrement de peinture. Plusieurs algorithmes de changement de trajectoire ont été réalisés ; le résultat de ceux-ci est présenté sur la **figure 15**, où le niveau de gris est représentatif du nombre de couches de peinture.

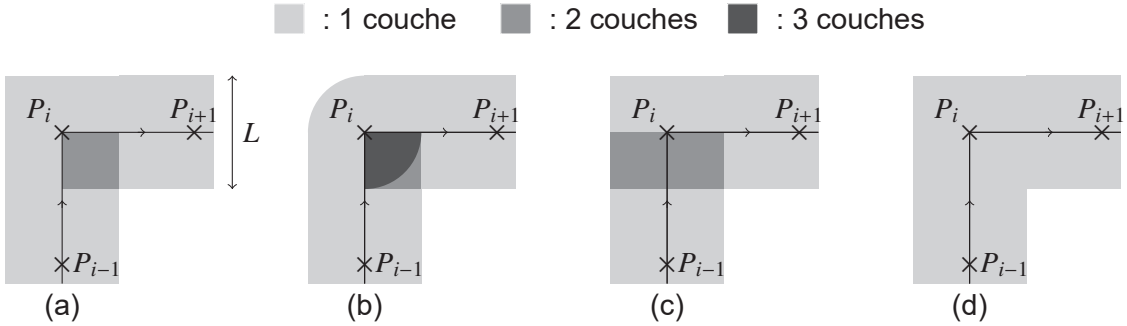


Figure 15 - Traces de peinture lors du tracé d'un coin

Pour représenter ces différents algorithmes, les diagrammes d'états sont utilisés :

- les mouvements de Bering correspondent à des états *Avancer*, *Tourner de 90°*, *Reculer* ayant pour action respective *Avancer le robot*, *Tourner le robot*, *Reculer le robot* ;
- le dépôt de peinture est décrit par l'action *Ouvrir la buse* ; l'arrêt du dépôt de peinture par l'action *Fermer la buse* ;
- les conditions de garde permettant le passage d'un état à un autre peuvent correspondre à l'événement du point P qui atteint un point particulier. Dans cette étude, on ne s'intéresse pas à la façon dont la position du point P est déterminée.

Le diagramme d'états de l'état composite permettant le tracé du coin (a) au niveau du point P_i est donné partiellement sur le **document réponse**. Cet état composite débute lorsque la position du robot, identifiée par le point P (**figure 9**), est au niveau du point P_{i-1} et se termine lorsque celui-ci se trouve au point P_{i+1}.

Q34. Compléter les conditions de garde ① et ② permettant de sortir de l'état `Avancer` et les actions ③ et ④ de l'état `Tourner` permettant la réalisation du coin (a) ou du coin (b). Une cellule du tableau vide sera marquée du signe $\times$.

Afin de réaliser le coin (c), on propose d'établir un nouveau point P_B dont la position dépend de la largeur l du tracé. Le diagramme d'états de l'état composite permettant le tracé du coin (c) est donné par la **figure 16**.

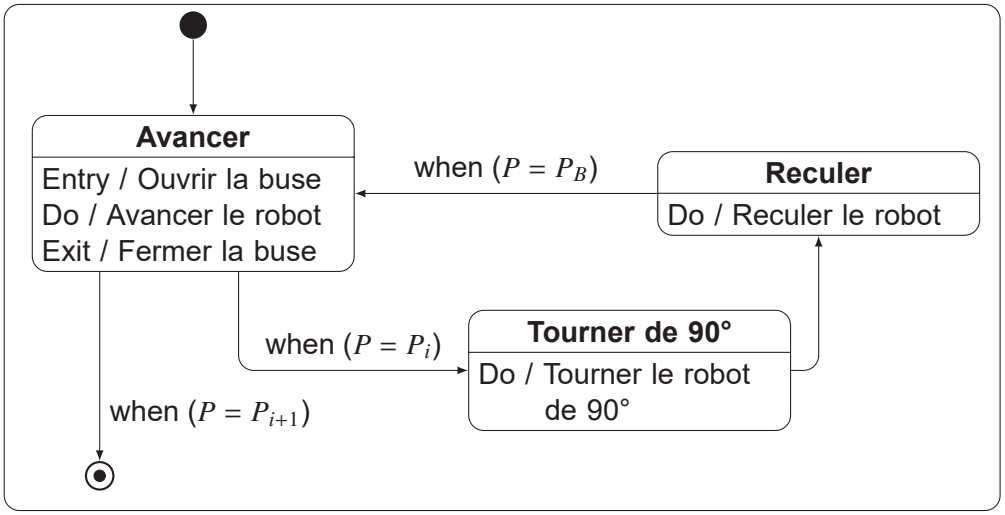


Figure 16 - Diagramme d'états permettant la réalisation du tracé du coin (c)

Q35. Placer rigoureusement le point P_B sur la figure du coin (c) et le reporter sur celle du coin (d).

Pour réaliser le coin (d), le document réponse propose une adaptation du diagramme d'état précédent avec l'introduction d'un nouveau point P_A.

Q36. Placer le point P_A sur la figure du coin (d) et compléter le diagramme d'état qui permet la réalisation du coin (d).

Partie V - Optimisation du parcours de marquage
Partie ITC

***Objectifs** : trier les lignes à tracer afin de respecter l'exigence 1.2.3.*

Afin d'optimiser le parcours (exigence énergétique), on se propose de réaliser un programme qui minimise les trajets entre deux lignes successives.

Quelques syntaxes de manipulation de fichier sont données dans le tableau situé à la fin du document réponse **page 16/16**.

V.1 - Création d'un dictionnaire contenant les lignes à tracer

On considère que l'ensemble de lignes à tracer pour une opération de marquage est extrait d'une base de données sous forme d'un fichier texte d'extension `txt` qui ne contient que les coordonnées (en m) des extrémités de chaque ligne à tracer. Les variables sont séparées par des tabulations.

Les lignes à tracer sont stockées dans un *dictionnaire* tel que :

- les clés sont de type *entier* représentant le numéro de la ligne à tracer par ordre de lecture du fichier `txt` ;
- les valeurs associées sont les coordonnées (type *float*) des extrémités contenues dans un tableau (type *list*) de *2-uplets* (x_i, y_i).

Exemple

Le tracé d'un carré de $1\ \mathrm{m}$ de côté divisé en 4 carrés identiques exploite le fichier `carre.txt` comme l'illustre la **figure 17**.

xp1	yp1	xp2	yp2
0.	0.	1.	0.
0.	0.	0.	1.
1.	1.	0.	1.
1.	1.	1.	0.
0.5	0.	0.5	1.
0.	0.5	1.	0.5

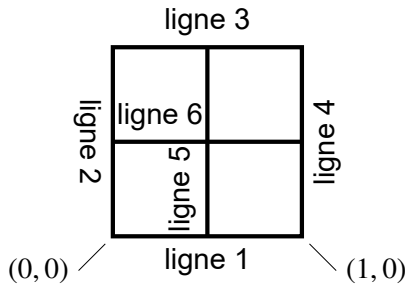


Figure 17 - Fichier `carre.txt` (à gauche) et résultat du tracé en gras (à droite)

Le dictionnaire associé, pour les seules valeurs de clé `0` et `1`, correspond à :

```
{0: [(0.0, 0.0), (1.0, 0.0)], 1: [(0.0, 0.0),(0.0, 1.0)]}
```

Le script python du document réponse **Q38.** permet de créer le dictionnaire défini précédemment à partir d'un fichier `txt`.

Q37. Préciser le rôle de la variable `k` et expliquer les raisons de la structure conditionnelle sur sa valeur.

Q38. Proposer les deux lignes de code manquantes et la valeur de la clé du dictionnaire `traces` permettant de construire le dictionnaire comme défini précédemment.

V.2 - Recherche de l'extrémité de la ligne à tracer la plus proche

Pour garantir un tracé le plus *précis* possible, une ligne doit être tracée en une seule fois. Par contre, aucun sens de tracé n'est imposé : le robot peut débuter la ligne par n'importe quelle extrémité. Ainsi, afin d'optimiser la distance parcourue par le robot pour réaliser le tracé d'un terrain complet, on cherche à minimiser, pour chaque fin de ligne tracée, la distance, au sens de la distance euclidienne, entre le point d'arrivée de la ligne tracée et le point de départ de la ligne suivante.

Q39. En utilisant la fonction `sqrt` du module `math` qui renvoie la racine carrée d'un nombre passé en argument (les commandes nécessaires à sa bonne utilisation seront précisées), donner la fonction `distance` de signature et spéficication suivante :

```
def distance(A:(float,float),B:(float,float))->float :
    """
    Renvoie la distance euclidienne entre les deux points A et B
    """
```

Le document réponse **Q41.** présente le script python de la fonction `PPE`, plus proche extrémité.

Q40. Donner la signature et la spécification de la fonction `PPE`.

Q41. Commenter chacune des lignes du code de la fonction `PPE`.

V.3 - Recherche du parcours le plus court

On se propose maintenant de définir la fonction `trajet` permettant de définir le parcours optimal pour le tracé d'un marquage.

Q42. Compléter le script de la fonction `trajet` qui prend en argument une position initiale sous la forme d'un 2-uplet de type float et un dictionnaire tel que défini au début de la partie et qui renvoie une liste des points du parcours dans l'ordre, représentée par une liste de 2-uplets indiquant la clé de la ligne à tracer et l'indice de l'extrémité de début de ligne dans le dictionnaire initial.

L'appel de la fonction `trajet` est réalisé à partir du point `(0,0)` et du dictionnaire `traces`.

Q43. Justifier s'il est encore possible d'utiliser le dictionnaire `traces` une fois l'appel de la fonction `trajet` terminée.

Q44. La commande `traces1=copy(traces)` placée juste après le commande `fichier.close()` du code de création du dictionnaire (voir début de la partie) peut-elle résoudre le problème ?

V.4 - Retour sur l'exemple du tracé du carré

Dans le cas de l'exemple du carré à tracer (**figure 17**), le document réponse propose deux possibilités pour la condition d'affectation de la variable `dmin` dans la fonction `PPE`.

Q45. Quelle sera la conséquence sur le choix de l'extrémité la plus proche dans chacun des cas ?

Q46. Compléter la figure en considérant l'appel de fonction `trajet((0,0),traces)` où le dictionnaire `traces` a été créé à partir du fichier `carre.txt` (**figure 17**). Pour cela, vous indiquerez :

- l'ordre de tracé des lignes par un numéro sur la ligne ;
- le sens de parcours de la ligne par une flèche sur la ligne ;
- les trajets « sans peinture » par un trait en pointillé numéroté et fléché.

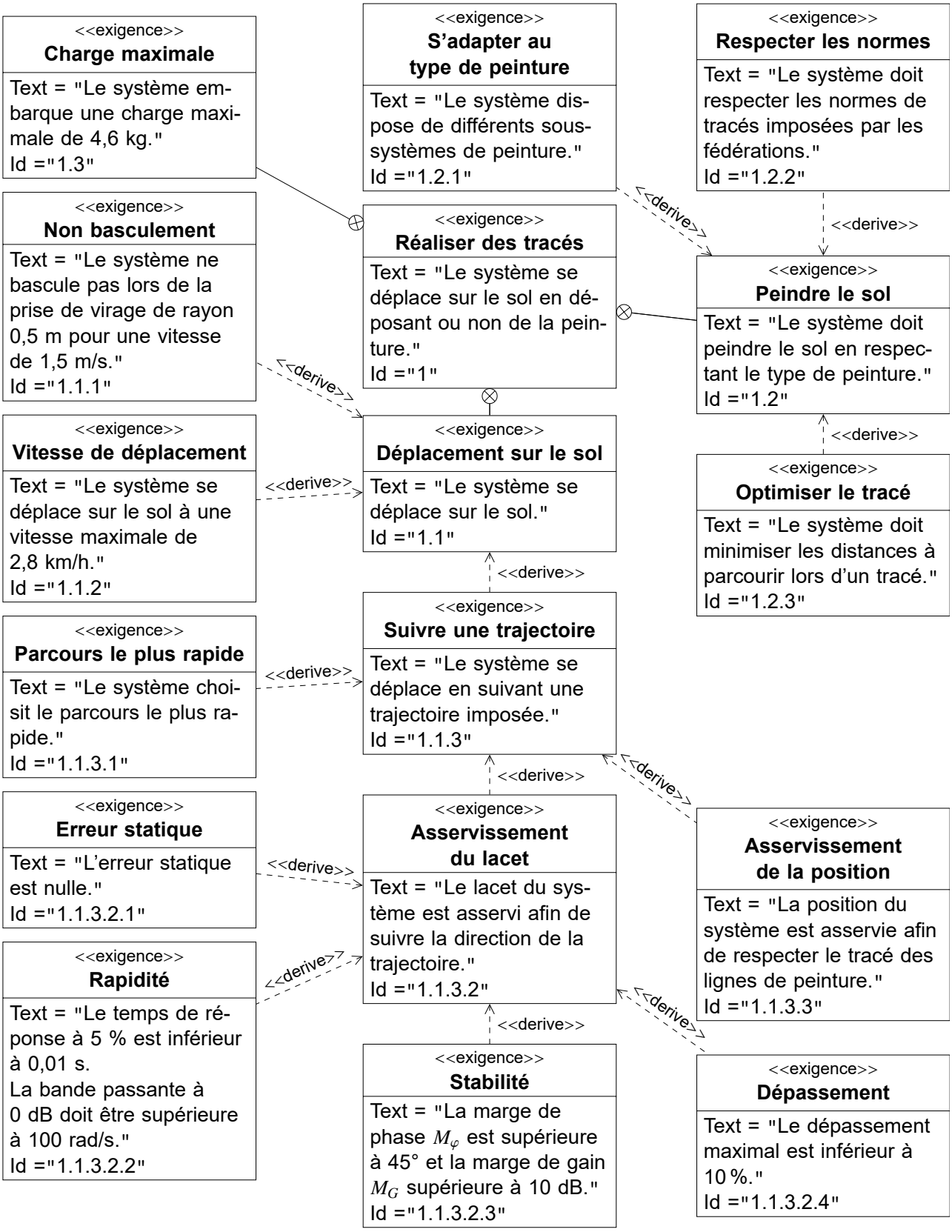


Figure 18 - Extrait du diagramme des exigences du robot Bering

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 26 1004 – D'après documents fournis

CONCOURS COMMUN

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement QR Code

Filière : MP

Session : 2026

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

MP7SI

DOCUMENT RÉPONSE

Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité. Les réponses doivent rentrer dans les cadres prévus, faire une version préalable au brouillon si nécessaire.

Partie I - Étude du déplacement de Bering

Q1. Torseurs cinématiques $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ et $\{\mathcal{V}_{3/1}\}$.

Q2. Expression littérale du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I_d \in 2/0}}$.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q3. Valeur imposée à $\overrightarrow{V_{I_d \in 2/0}}$ et relation entre ω_{21} et ω_{10}.

Q4. Relation entre ω_{31} et ω_{10}.

Q5. Forme du torseur $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ en ligne droite.

Q6. Relation entre ω_{21} et ω_{31} en ligne droite.

Q7. Relation entre V et ω_{10} en trajectoire circulaire.

Q8. Consignes ω_{21} et ω_{31} en trajectoire circulaire.

Q9. Consignes ω_{21} et ω_{31} en rotation autour du point P et le rapport $\frac{\omega_{21}}{\omega_{31}}$.

Partie II - Étude du basculement du robot dans un virage

Q10. Explication de $y_G = 0$.

Q11. Expression de x_G et de z_G.

(espace libre page suivante)

Q12. $I\,(G_{M1}, M1)$ en fonction de m_M, d_M et de h_M dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q13. $\overrightarrow{GG_{M1}}$ en fonction de x_G, z_G, b_C et de h_M dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q14. Expression du moment d'inertie I_{Gx_1} suivant l'axe $(G, \vec{x}_1)$ du stator M1.

Q15. $\vec{R}_d\,(1/0)$ en fonction de R, x_G, ω_{10} et de m_1.

(espace libre page suivante)

CONCOURS COMMUN

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement QR Code

Filière : MP

Session : 2026

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

Q16. $\vec{\delta}(G, 1/0)$ en fonction de E et de ω_{10}.

Q17. Trois équations scalaires du théorème de la résultante dynamique appliqué au robot.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q18. Roue qui ne touchera plus le sol et valeur de Z_i (i=2, 3 ou 4) pour déterminer la vitesse limite.

Q19. Influence de R rayon du virage et de a demi-voie du robot sur V_{max} vitesse maximale que peut avoir le robot avec deux roues folles avant basculement.

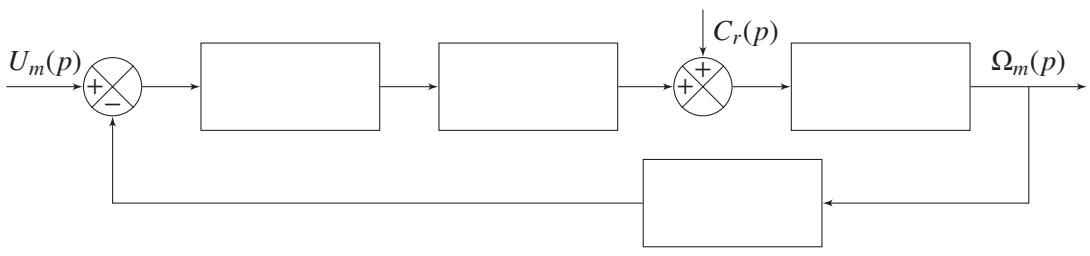
paramètre qui augmente (↗)	influence sur V_{max} (↗ ou ↘)
R ↗	V_{max}
a ↗	V_{max}

Q20. Valeurs de z_G qui permettent d'éviter le basculement du robot avec une ou deux roues folles.

une roue folle	$\leq z_G \leq$
deux roues folles	$\leq z_G \leq$

Partie III - Étude de l'asservissement du déplacement

Q21. Transformées de Laplace des équations du moteur et schéma-bloc à compléter.



Q22. Expression littérale des formes canoniques de $H_m(p)$ et $H_{pert}(p)$ et paramètres caractéristiques de $H_m(p)$.

(espace libre page suivante)

Q23. Expression et valeur approchée de l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur J_e.

Q24. Influence de la quantité de peinture sur le comportement du moteur.

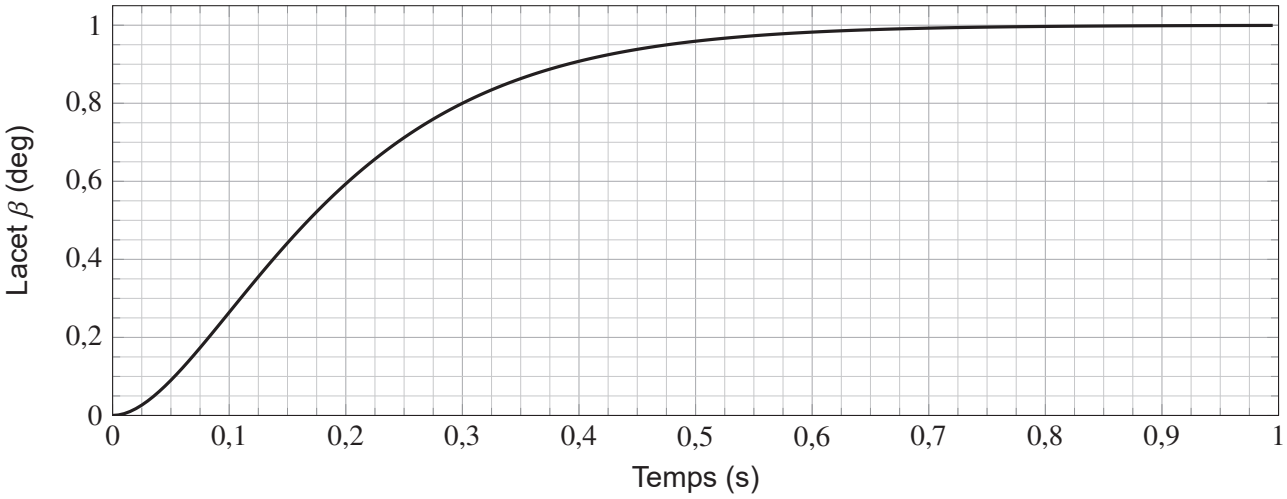
Q25. Valeurs et variations des grandeurs de l'asservissement en lacet.

β	> 0	< 0
signe de ε_β		
signe de $\Delta\Omega_c$		
variations de Ω_{mg}		
variations de Ω_{md}		

Q26. Expression littérale de la fonction de transfert $H_1(p)$.

Q27. Expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ de l'asservissement.

Q28. Performances de l'asservissement en lacet non corrigé.



Q29. Justification du choix du correcteur.

Q30. Valeurs des coefficients a et τ.

CONCOURS COMMUN INP

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement QR Code

Filière : MP

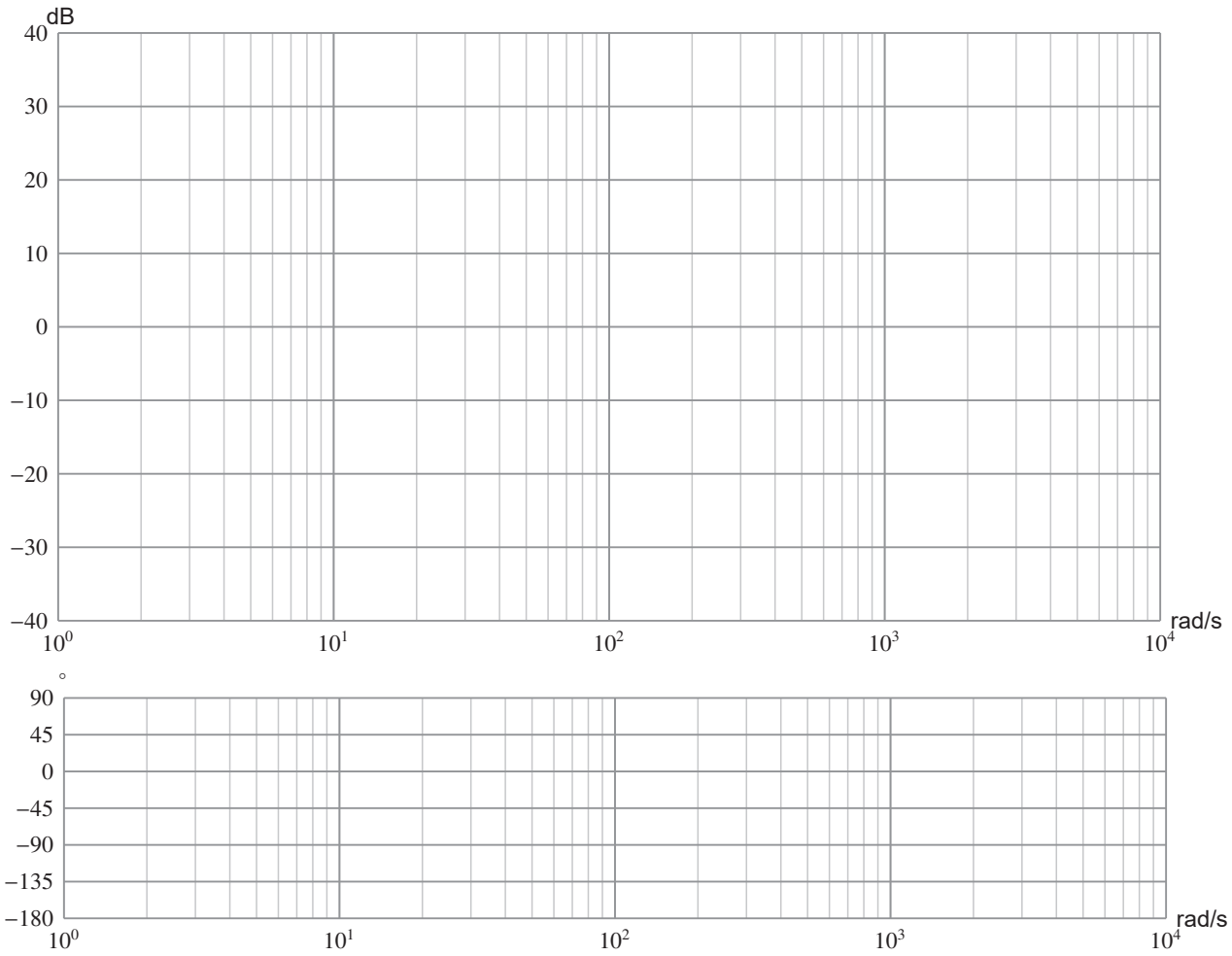
Session : 2026

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

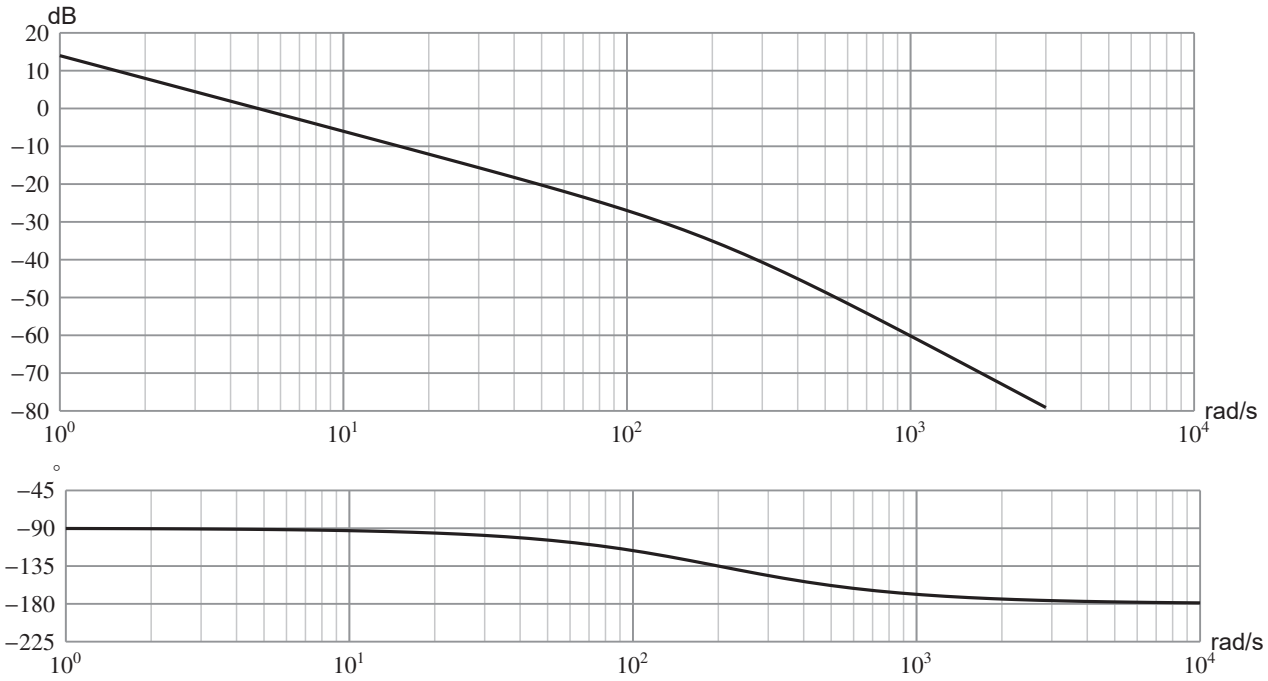
- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

Q31. Tracés des diagrammes asymptotiques et réels de Bode du correcteur pour $K_p = 1$.

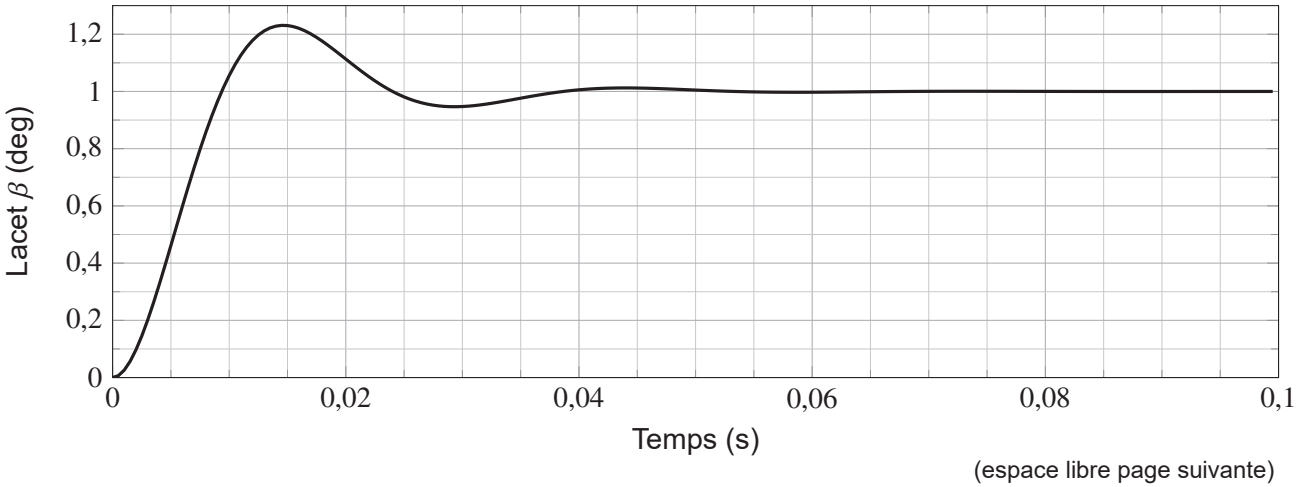


NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q32. Diagrammes de Bode de H_{BO} corrigée avec $K_p = 1$; ensemble des valeurs de K_p qui respectent les exigences de rapidité et de stabilité.



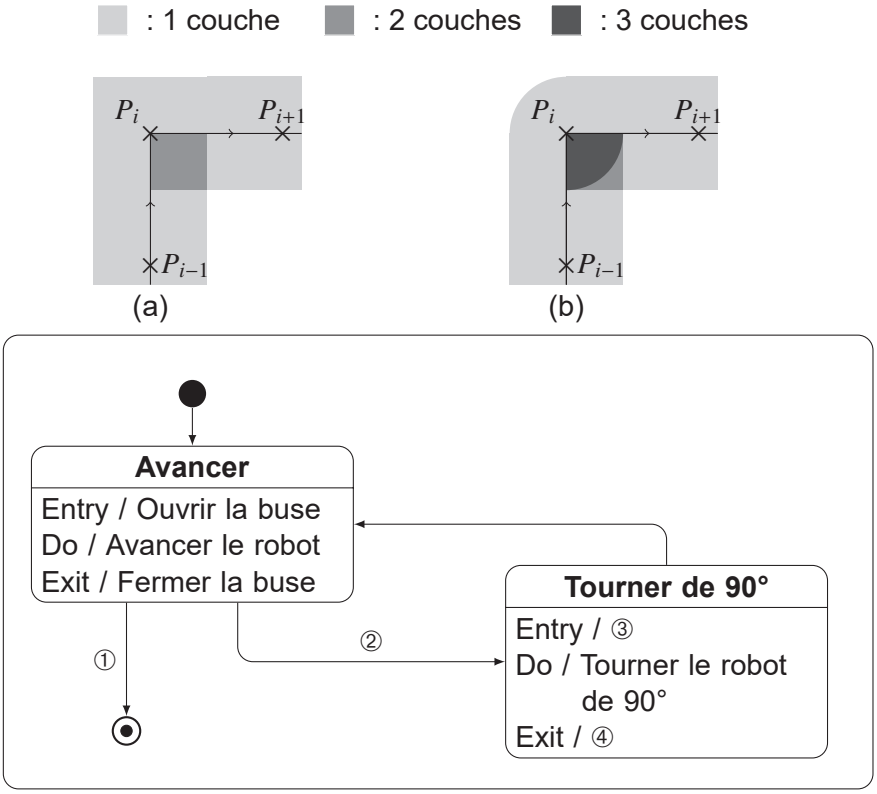
Q33. Conclusions sur les performances du système asservi corrigé.



(espace libre page suivante)

Partie IV - Étude de l'élaboration d'un coin

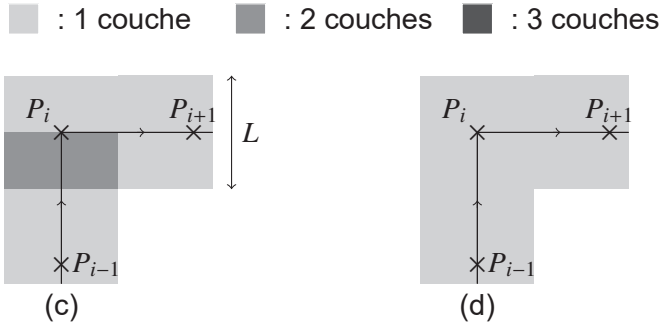
Q34. Diagramme d'états pour réaliser le coin (a) et le coin (b).



Si pas de condition de garde ou pas d'action, mettre × dans le tableau.

	réalisation du coin (a)	réalisation du coin (b)
condition de garde ①		
condition de garde ②		
action ③		
action ④		

Q35. et **Q36.** Position du point P_B pour les coins (c) et (d). Position du point P_A pour le coin (d) et diagramme d'états associé.



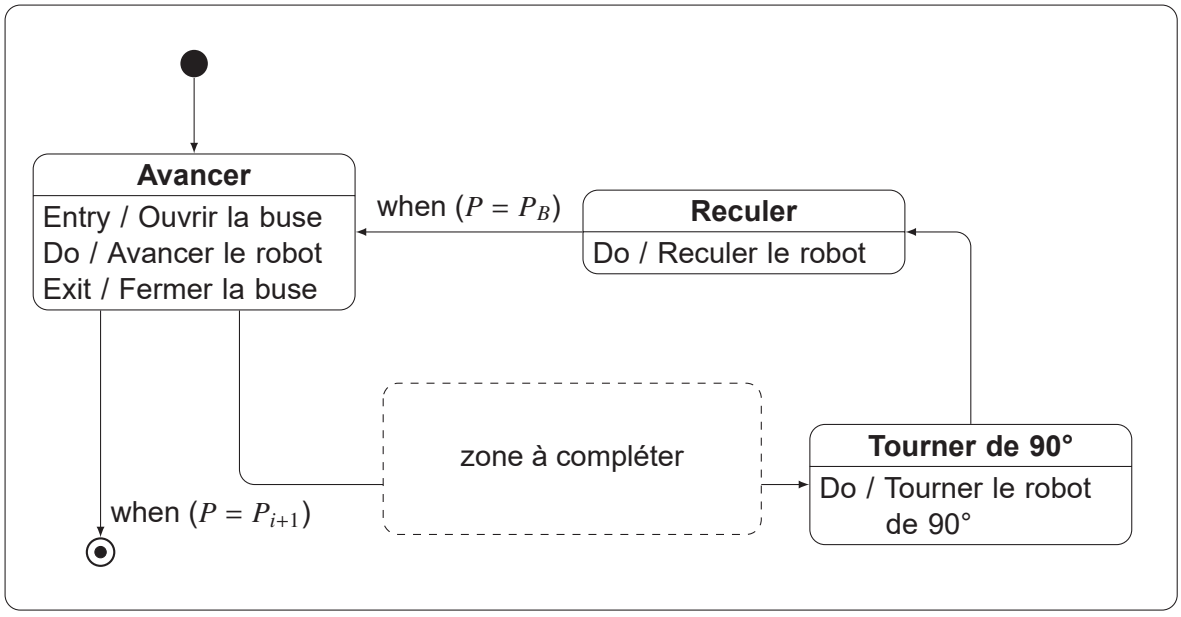


Diagramme d'état permettant la réalisation du coin (d)



Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement QR Code

Filière : MP

Session : 2026

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

Partie V - Optimisation du parcours de marquage
Partie ITC

Q37. Utilité de la variable `k`.

Q38. Compléter le programme de création du dictionnaire.

```
nom_fichier="rugby.txt"
traces={}
fichier=open(nom_fichier,"r"):
    k=0
    for line in fichier:
        if k==0:
            k+=1
        else:
            ligne=line.split()

            ...

            ...

            traces[...]=[P1,P2]
            k+=1
fichier.close()
```

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q39. Script de la fonction `distance`.

Q40. Donner la signature et la spécification de la fonction `PPE`.

Q41. Commenter chacune des lignes du code de la fonction `PPE`.

```
def PPE(init,voisin):
    dmin=float("inf")
    for k in voisin:
        for j in range(2):
            dist_voisin=distance(init,voisin[k][j])
            if dist_voisin<dmin:
                dmin=dist_voisin
                (t,p)=(k,j)
    return (t,p)
```

Q42. Compléter le script de la fonction `trajet`.

```
def trajet(init,traits):
    parcours=[]
    pos_init=init
    for k in range(len(traits)):
        ...

        ...

        ...

        del traits[...]
    return parcours
```

Q43. Utilisation encore possible du dictionnaire `traces` ?

Q44. Justification de la possible solution par la commande `traces1=copy(traces)`.

Q45. Conséquence sur le choix de l'extrémité la plus proche dans chacun des cas.

Cas a

```
...
if dist_voisin<dmin:
    dmin=dist_voisin
    (t,p)=(k,j)
...
```

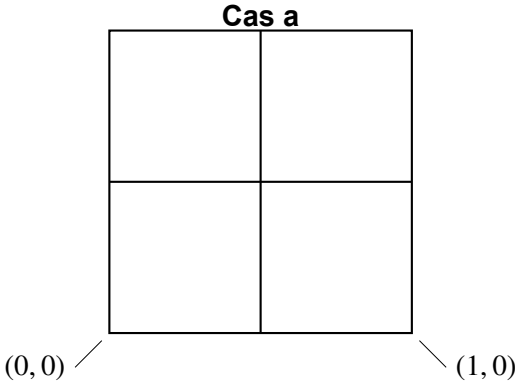
Cas b

```
...
if dist_voisin<=dmin:
    dmin=dist_voisin
    (t,p)=(k,j)
...
```

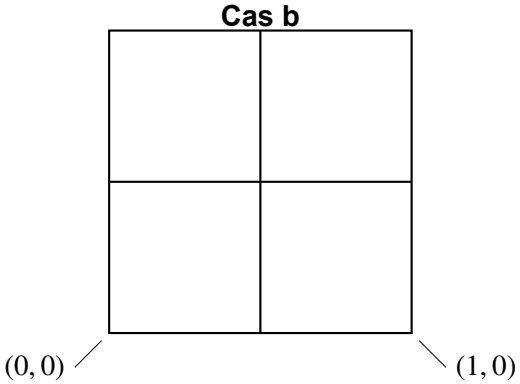
Q46. Dessiner le parcours dans les deux cas en précisant :

- l'ordre de tracé des lignes par un numéro sur la ligne ;
- le sens de parcours de la ligne par une flèche sur la ligne ;
- les trajets « sans peinture » par un trait en pointillé numéroté et fléché.

Cas a



Cas b



Quelques syntaxes de manipulation de fichiers en Python

`f=open("fichier.txt","r")`	ouvre le fichier `fichier.txt` en mode lecture `"r"` (read) et le stocke dans la variable fichier `f`
`line.split()`	renvoie chaque élément de la chaîne `line` séparé par un espace dans une liste de sous-chaînes.
`float(argument)`	renvoie la conversion de `argument` en une valeur de type `float`.

FIN

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/mp