Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2004, filière PC

Physique 2

Ce que traite le sujet

- Problème I, A : optique géométrique
- Problème I, B à D : théorie électromagnétique et interférences
- Problème II : propagation dans une ligne coaxiale

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie du sujet officiel dont l'en-tête du concours a été retiré ; le contenu de l'énoncé est complet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/pc/2004/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

L'utilisation des calculatrices est autorisée. Les deux problèmes sont indépendants.

***

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

***

PROBLEME I - OPTIQUE GEOMETRIQUE ET PHYSIQUE

A. Optique géométrique.

On considère un rayon lumineux incident situé dans un milieu 1 d'indice de réfraction n_1, venant frapper un dioptre plan qui le sépare du milieu 2 d'indice de réfraction n_2.

A.1. Lois de Snell - Descartes.

A.1.1. Enoncer les lois de la réflexion, accompagnées d'un schéma succinct.

A.1.2. Enoncer les lois de la réfraction, accompagnées également d'un schéma.

A.1.3. Expliquer brièvement les phénomènes de réflexion totale et d'angle limite.

A.2. Réfraction dans un prisme - Mesure de l'indice d'un verre.

On considère un prisme d'angle A, transparent, homogène et isotrope d'indice n plongé dans l'air d'indice 1 (cf. Fig. 1). Les angles apparaissent sur la figure 1 et correspondent aux conventions traditionnelles.

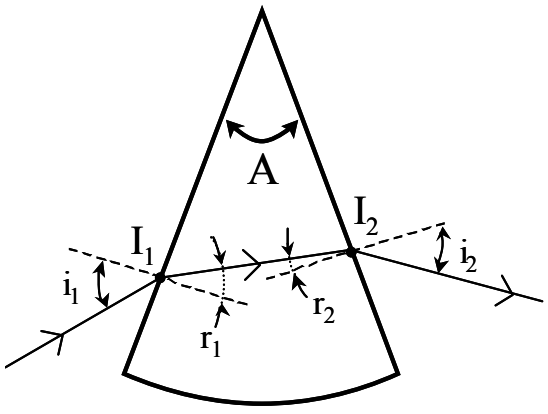


Fig. 1 : Vue en coupe du prisme perpendiculairement à son arête.

Tournez la page S.V.P.

A.2.1. Montrer qu'un rayon incident pénètre forcément dans le prisme.

A.2.2. Ecrire les lois de Descartes aux points I_1 et I_2.

A.2.3. Montrer la relation entre les angles A, r_1, et r_2.

A.2.4. Définir l'angle de déviation, noté D, et l'exprimer en fonction des angles A, i_1 et i_2.

A.2.5. On constate expérimentalement que l'angle D prend une valeur minimum D_m lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i_1.
Montrer que lorsque $D = D_m$ alors $i_1 = i_2 = i_m$ et $r_1 = r_2$.
Démontrer que l'indice n est donné par la relation : $n = \sin[(D_m+A)/2] / \sin(A/2)$

A.3. <u>Application à la mesure de l'indice d'un verre.</u>
La technique du minimum de déviation permet de mesurer expérimentalement l'indice du verre d'un prisme. Cette mesure est effectuée à l'aide d'un goniomètre (cf. Fig. 2.) constitué d'un plateau mobile gradué en degrés et en minutes, sur lequel est placé le prisme. Un collimateur, constitué d'une source lumineuse ponctuelle monochromatique, placée au foyer d'une lentille convergente, permet d'envoyer sur le prisme un faisceau de rayons lumineux parallèles. Une lunette de visée, réglée à l'infini et placée sur un bras mobile, permet l'observation des faisceaux émergent ou réfléchi.

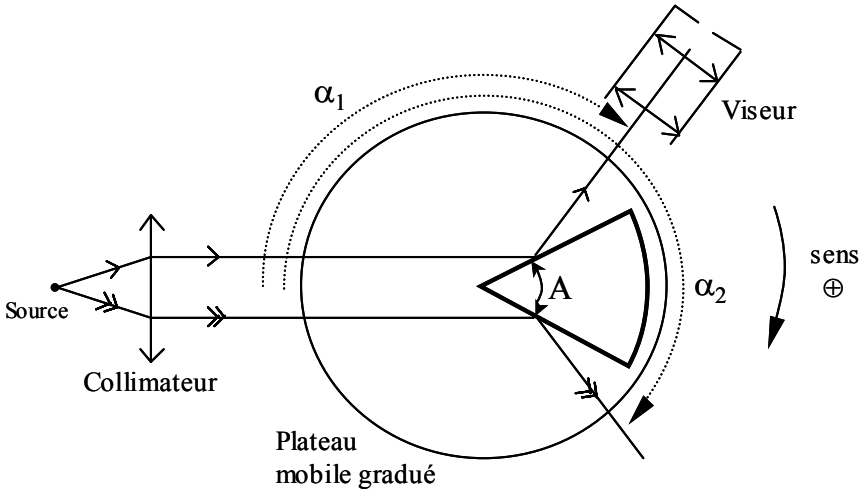


Fig. 2 : Goniomètre - Mesure de A.

A.3.1. Mesure de l'angle A du prisme.
Le prisme est placé vis à vis du collimateur de façon à ce que ses deux faces reçoivent à peu près autant de lumière (cf. Fig. 2). Avec le viseur on relève les angles α_1 et α_2 des faisceaux réfléchis par les deux faces.
Exprimer A en fonction de α_1 et α_2.
A.N. : Expérimentalement on relève $\alpha_1 = 119°58'$ et $\alpha_2 = 240°04'$; calculer A.

A.3.2. Mesure de D_m.
On dispose l'ensemble plateau-prisme de façon à observer le minimum de déviation ; on relève alors l'angle β_1 indiqué sur la Fig. 3.
On recommence la même opération en faisant entrer le faisceau incident par l'autre face du prisme ; on relève alors l'angle β_2.

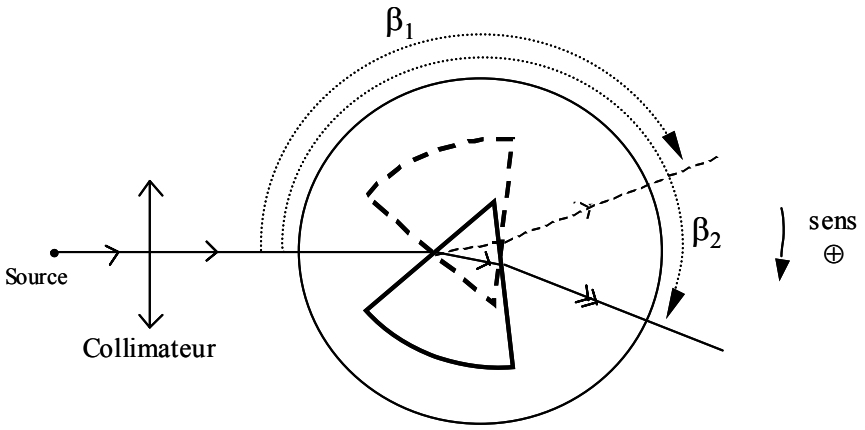


Fig. 3 : Mesure de D_m.

Exprimer D_m en fonction de β_1 et β_2.
A.N. : $\beta_2 = 218°42'$ et $\beta_1 = 141°16'$; calculer Dm.

A.3.3. En déduire l'indice n du verre utilisé pour fabriquer le prisme.

A.3.4. Incertitude.
On considère que l'erreur de mesure est identique pour les angles A et D_m et telle que $\Delta A = \Delta D_m = 2'$.
En déduire l'incertitude absolue Δn sur la mesure de n.

B. Théorie électromagnétique de la lumière.
Les vecteurs sont notés en caractères **gras**.

B.1. Le champ électromagnétique dans le vide.

B.1.1. Ecrire les équations de Maxwell *dans le vide*, en l'absence de charges et de courants.

B.1.2. En déduire les équations vérifiées par le champ électrique **E** et le champ magnétique **B**.
Que peut-on alors affirmer concernant le champ électromagnétique (**E,B**) ?

B.1.3. Dans quel(s) référentiel(s) les équations obtenues sont-elles valables ? Quelle en est la conséquence et quel nom porte la théorie qui en découle ?

B.2. Onde électromagnétique dans le vide.
L'espace est rapporté au repère cartésien orthonormé (O ; $\mathbf{e_x}$, $\mathbf{e_y}$, $\mathbf{e_z}$).
On considère un champ électrique **E** solution de l'équation obtenue en B.1.2., sous la forme $\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t - kz - \varphi)\, \mathbf{e_y}$ où E_0 et φ sont des constantes.

B.2.1. Caractériser complètement l'onde associée à ce champ électrique.

B.2.2. Etablir la relation de dispersion du vide et donner l'expression du vecteur d'onde **k**. Le vide (supposé illimité ici) est-il un milieu dispersif ? Justifier.

B.2.3. Rappeler la structure de l'onde plane progressive et en déduire l'expression du vecteur champ magnétique **B** associé à cette onde.

B.2.4. Déterminer le vecteur de Poynting **R** de l'onde.

B.2.5. Que représente la moyenne dans le temps du flux de **R** à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde ? L'exprimer.

Tournez la page S.V.P.

B.3. Ondes lumineuses et interférences dans un milieu.
On caractérise une onde lumineuse en un point P d'un milieu diélectrique, linéaire, homogène et isotrope (DLHI), à la date t, par une grandeur lumineuse scalaire $\underline{s}(P,t)$ associée au vecteur champ électrique **E** de l'onde.
En notation complexe, on écrira : $\underline{s}(P,t) = s_0 \exp[i(\mathbf{k}.\mathbf{r} + \varphi - \omega t)]$ où s_0 est l'amplitude supposée constante, **k** le vecteur d'onde, **r = SP** (S étant le point source lumineux) le vecteur position et φ la phase à l'origine.

B.3.1.
a) Rappeler l'expression du vecteur d'onde **k** en fonction de λ, longueur d'onde *dans le milieu* de propagation de l'onde.

b) Que représente physiquement le terme exp(i **k.r**) présent dans l'expression de $\underline{s}(P,t)$?

c) Quelle particularité possède ici la phase à l'origine φ ?

B.3.2. On considère, en un point P du milieu DLHI, la superposition de deux ondes issues de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 monochromatiques (pulsations respectives ω_1 et ω_2, phases à l'origine respectives φ_1 et φ_2). On appelle n l'indice du milieu dans lequel on opère.

a) Ecrire, au point P, les grandeurs lumineuses complexes $\underline{s_1}(P,t)$ et $\underline{s_2}(P,t)$ associées aux deux ondes. On prendra la même amplitude s_0 pour les deux grandeurs lumineuses.
En déduire la grandeur lumineuse complexe $\underline{s}(P,t)$ résultant de la superposition des deux ondes.

b) Calculer alors l'intensité lumineuse I que l'on définit simplement ici par $I = < \underline{s}.\underline{s}^* >$, $\underline{s}^*$ étant le complexe conjugué de $\underline{s}$. On notera $I_0 = < s_0^2 >$.

c) En déduire les conditions d'obtention d'un phénomène d'interférences.

d) Donner l'expression de I, lorsque ces conditions sont réunies, en fonction de I_0, n, λ_0 la longueur d'onde dans le vide et des distances S_1P et S_2P.

C. Interférences.

C.1. Figure d'interférences créée par deux sources monochromatiques cohérentes.
On considère deux ondes de même amplitude s_0, émises par deux sources ponctuelles monochromatiques situées *dans le vide*, S_1 et S_2, distantes de la longueur a, ces deux sources étant cohérentes et en phase. On négligera la variation des amplitudes en fonction des parcours r_1 et r_2 .

C.1.1. On considère un plan d'observation parallèle à la droite des sources et situé à une distance D de celle-ci (cf. Fig. 4), le point courant P décrivant l'axe OX. On suppose que D>>a et D>>X.

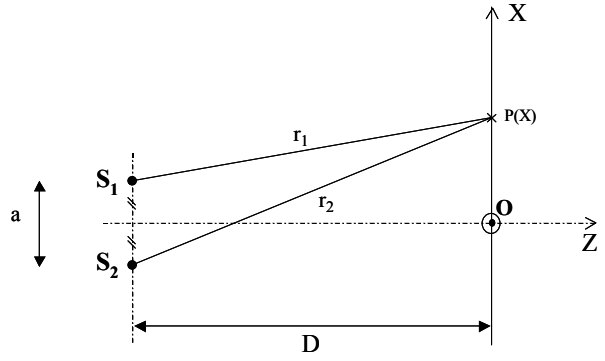


Fig. 4 : Plan d'observation parallèle à la droite des sources.

Exprimer I en fonction de X, position du point P de l'écran.

C.1.2. Définir et exprimer l'interfrange i.

C.1.3. On considère maintenant un plan d'observation perpendiculaire à la droite des sources et situé à une distance D de leur point milieu (cf. Fig. 5). On suppose que D>>a et D>>ρ.

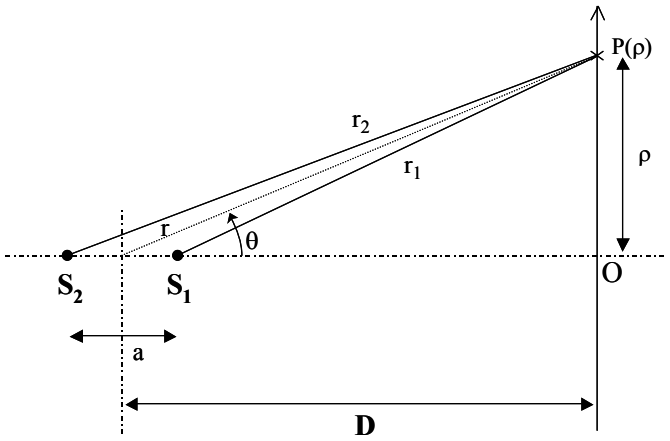


Fig. 5 : Plan d'observation perpendiculaire à la droite des sources.

a) Exprimer la différence de marche δ en fonction de a et θ.
b) Justifier la figure d'interférences observée à l'écran.
c) Exprimer l'intensité I au point P de l'écran.

D. Applications.

D.1. Franges d'égale inclinaison.

D.1.1. Franges de Pohl - Source ponctuelle.
L'utilisation d'une lame mince en verre ou en mica à faces parallèles d'indice n permet d'observer un phénomène d'interférences connu sous le nom de «franges d'égale inclinaison». La figure 6 présente le dispositif expérimental pour une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ_0 (dans le vide).

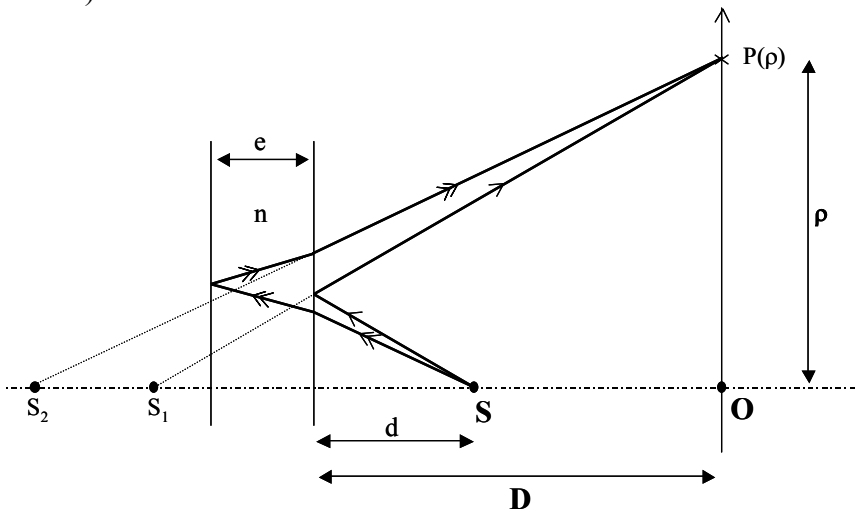


Fig. 6 : Dispositif à franges de Pohl.

Tournez la page S.V.P.

L'écran est situé parallèlement à la lame à une distance D de celle-ci, la source S étant située à une distance d de la lame (d << D). Deux rayons issus de S interfèrent en P situé à la distance ρ de O. Le premier se réfléchit sur la face avant de la lame, ce qui rajoute un déphasage supplémentaire de π. Le second se réfléchit sur la face arrière sans introduire de déphasage.

a) Décrire la figure d'interférences observée à proximité de O.

b) Exprimer le chemin optique $(SP)_1$ parcouru par le rayon issu de S et se réfléchissant sur la face avant de la lame, en fonction de d, D, ρ, et $\lambda_0/2$.

c) Exprimer le chemin optique approché $(SP)_2$ parcouru par le rayon issu de S et se réfléchissant sur la face arrière de la lame, en fonction de d, D, ρ, e, et n.
Nota : On considèrera que les angles étant très faibles, les trajets représentés au sein de la lame d'indice n (Fig. 6) sont quasiment parallèles à la direction OS.

d) En déduire la différence de marche δ ainsi que l'ordre p d'interférence entre les deux rayons.

e) En supposant que les deux ondes interférant en P sont d'amplitude semblable, exprimer I, intensité lumineuse en P.

D.1.2. On réalise expérimentalement le dispositif des franges de Pohl en utilisant une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 0{,}58\mu m$ (dans le vide) située à une distance d = 25 cm d'une lame de mica d'indice n = 1,617 et d'épaisseur e = 13μm. L'écran est situé à une distance D = 1m de la lame.

a) Calculer l'ordre d'interférence p_0 au point O de l'écran. Conclure.

b) On note p_1 l'ordre d'interférence du premier anneau brillant. Donner la valeur de p_1. En déduire l'expression de son rayon ρ_1 et le calculer.

c) On considère le $m^{ième}$ anneau brillant d'ordre d'interférence p_m et de rayon ρ_m. Exprimer ρ_m en fonction de ρ_1 et de m. Calculer les rayons ρ_5 et ρ_6 des cinquième et sixième anneaux brillants.

d) Comment caractérise-t-on un anneau sombre ? Calculer le rayon ρ_1' du premier anneau sombre.

D.1.3. Source étendue.

a) Que constate-t-on si on déplace la source S, parallèlement à l'écran, d'une distance L ?

b) On substitue à S une source large (sa largeur étant considérée parallèlement à l'écran). Est-il toujours possible d'obtenir une figure d'interférences à l'écran ?
Quelle est la largeur maximale de la source permettant d'observer distinctement les cinq premiers anneaux lumineux ?

c) Si l'écran est placé à grande distance de la lame, que se passe-t-il ? Que peut-on en déduire sur l'utilisation d'une source large ?

d) Proposer un dispositif pratique permettant d'observer le phénomène d'interférences à l'infini. Faire un dessin et justifier le nom donné à la figure d'interférences observée : "Franges d'égale inclinaison".

PROBLEME II - PROPAGATION DANS UNE LIGNE COAXIALE

La transmission des signaux électriques dans les câbles est sujette à des limitations dues aux effets Joule liés à l'imperfection des matériaux utilisés, qu'ils soient considérés conducteurs ou isolants. En outre, l'analyse de Fourier montre que les signaux de formes quelconques ne peuvent être transmis sans déformation que si le traitement subi par chaque composante spectrale est indépendant de la fréquence. La première partie de ce problème est limitée à l'étude de la transmission en régime continu. La seconde aborde, en régime sinusoïdal, l'optimisation du comportement fréquentiel d'un câble coaxial.

Préliminaire : adaptation d'impédance

Un générateur de fem $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ d'impédance interne $Z_o = R_o + jX_o$ alimente un réseau d'utilisation d'impédance $Z_u = R_u + jX_u$ (j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$).

a) Déterminer la puissance active fournie au réseau d'utilisation en fonction de E_m et des caractéristiques des impédances.

b) Les caractéristiques du générateur étant imposées, quelles sont les conditions sur X_u puis sur R_u qui permettent d'obtenir une puissance active maximale. Exprimer Z_u en conséquence.

1. Modélisation de la ligne coaxiale en régime continu

Un générateur équivalent à une source de tension V_o en série avec une résistance R_o est branché à l'entrée (à l'abscisse x = 0) d'une ligne continue de longueur X. Lorsque cette ligne présente, *par unité de longueur,* une résistance longitudinale r et une conductance transversale g, elle est modélisable selon le réseau en échelle dessiné figure [1], chaque maillon correspondant à une section d'épaisseur infiniment petite *d*x.

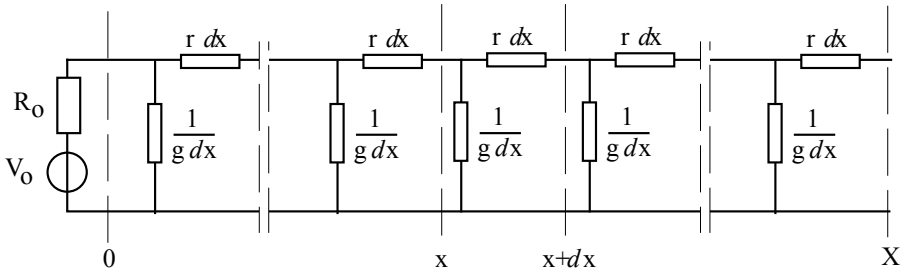


Fig.[1]

1.1. On désire établir le modèle équivalent de Thévenin du montage de la figure 1, en regard vers la source, à l'abscisse x+*d*x, en fonction de celui correspondant à l'abscisse x (cf. Fig. [2]).

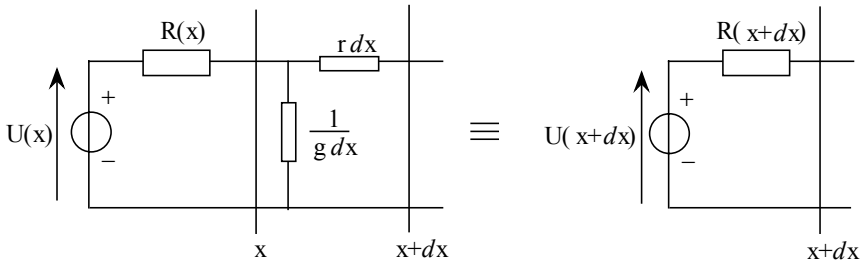


Fig.[2]

Tournez la page S.V.P.

1.1.a. Rappeler l'énoncé du théorème de Thévenin (fem et résistance équivalentes).

1.1.b. *Détermination de la résistance équivalente de Thévenin* R(x) :
Exprimer la résistance équivalente de Thévenin R(x + *d*x) en fonction de R(x) et des caractéristiques de la ligne.
En effectuant un développement limité au premier ordre en *d*x, écrire une équation différentielle du premier ordre en R(x). On posera $r = g\,R_c^2$.
Montrer alors que R(x) peut s'écrire sous la forme :

$$R(x) = R_c \frac{a_1 e^{bx} + a_2 e^{-bx}}{a_1 e^{bx} - a_2 e^{-bx}}$$

où a_1, a_2 et b sont des constantes à préciser en fonction des caractéristiques de la ligne.

On donne : $\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + \text{Cte}$

1.1.c. *Détermination de la tension équivalente de Thévenin* U(x) :
Par un raisonnement analogue, établir l'équation différentielle du premier ordre régissant la tension de Thévenin U(x). Exprimer alors cette tension U(x).

On donne : $\int \frac{a_1 e^{bu} + a_2 e^{-bu}}{a_1 e^{bu} - a_2 e^{-bu}} du = \frac{1}{b} \ln\left|a_1 e^{bu} - a_2 e^{-bu}\right| + \text{Cte}$

1.2. On adapte la résistance R_o du générateur de manière à rendre la résistance R(x) indépendante de la longueur de la ligne. Exprimer dans ce cas R_o et R en fonction de R_c puis exprimer U(x).

2. Adaptation de la charge au maximum de puissance
La condition précédente étant réalisée, de sorte que R(x) soit bien indépendante de x, quelle résistance doit-on brancher à l'extrémité X de la ligne pour en extraire le maximum de puissance active ? Cette charge étant mise en place et V(x) désignant la tension en un point d'abscisse x, montrer que la relation V(x) = U(x)/2 est vérifiée en tout point de la ligne. Exprimer alors V(x) en fonction des paramètres V_o, R_c et g.

3. Modélisation de la ligne coaxiale en régime sinusoïdal ; pupinisation
Pour étudier le comportement réel de cette ligne on doit ajouter, *par unité de longueur*, une auto-inductance longitudinale ℓ et une capacité transversale c. Le schéma d'un maillon élémentaire est dessiné figure [3].

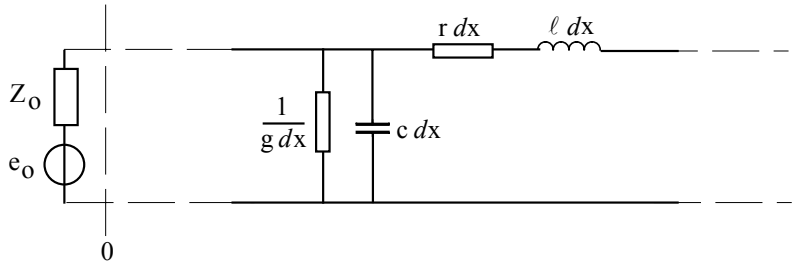


Fig.[3]

La ligne est maintenant alimentée par un générateur basse fréquence qui délivre une tension sinusoïdale que l'on écrira sous forme complexe : $e_o = V_o\, e^{j\omega t}$. L'impédance complexe interne du générateur est notée Z_o. ***On utilisera la notation complexe dans toute cette partie.***

3.1. Simplifier le schéma électrique de l'élément de ligne de longueur *d*x en regroupant les deux éléments en série sous forme d'une seule impédance écrite $dZ = z\, dx$ et les deux éléments en parallèle sous forme d'une seule admittance écrite $dY = y\, dx$.
Préciser z et y en fonction des données.

3.2. Les résultats de l'étude en régime continu vus à la question 1, restent valables pour le régime sinusoïdal à condition de remplacer résistances par impédances.
La relation $r = g\, R_c^2$ étant à remplacer par $z = y\, Z_c^2$, exprimer Z_c en fonction des données.
Z(x) se substituant à R(x), en déduire l'impédance complexe Z_o du générateur permettant d'obtenir une impédance complexe de Thévenin Z(x) indépendante de x.
Quelle doit être alors l'impédance complexe à brancher en sortie de ligne afin d'extraire de celle-ci le maximum de puissance active ?

3.3. Les paramètres r, ℓ, g et c peuvent être optimisés de manière à rendre l'impédance Z_c indépendante de la fréquence. Etablir la condition $r/g = f(\ell/c)$ correspondante. Simplifier dans ce cas les expressions de Z_c et de Z_o.

3.4. On note $V(x,t) = V(x)\, e^{j\omega t}$ la tension à la position x de la ligne et $U(x,t) = U(x)\, e^{j\omega t}$ la tension de Thévenin à la même position x de la ligne.
Lorsqu'on connecte en sortie de ligne une résistance $R_c = (r/g)^{1/2}$, la tension V(x) reste toujours égale à U(x)/2 quel que soit x. En s'appuyant sur la condition et les résultats précédents, donner alors l'expression de V(x,t) en fonction des paramètres V_o, r, g, ℓ, c et ω.
Montrer qu'il y a propagation d'une onde électrique et caractériser cette propagation. Exprimer la vitesse de phase et l'atténuation. L'onde est-elle dispersive ? Est-elle filtrée ?
La pupinisation est un procédé pratique, utilisé dans le but de réaliser la condition établie en (3.3.). On intercale des bobinages, de distance en distance, afin d'augmenter globalement l'auto-inductance ℓ. Quel effet produit ce procédé sur la vitesse de propagation de l'onde ?

3.5. Les données pour un câble coaxial, dont le conducteur axial possède un rayon a et le conducteur périphérique possède un rayon b, sont :

$$\ell = \frac{\mu_o}{2\pi}\, ln\left|\frac{b}{a}\right| \qquad c = \frac{2\pi\ \varepsilon_o\, \varepsilon_r}{ln\left|\frac{b}{a}\right|} \qquad et \qquad r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_o\, \omega}{2\sigma}}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

Permittivité du vide $\varepsilon_o = 1/(36\ \pi\ 10^9)$ F/m - Perméabilité du vide $\mu_o = 4\ \pi\ 10^{-7}$ H/m - Permittivité relative de l'isolant $\varepsilon_r = 2{,}1$. La résistance par unité de longueur dépend de la conductivité σ des conducteurs, mais aussi de la pulsation ω, à cause de l'effet de peau.
Le paramètre g répondant à la condition établie en (3.3), rechercher une valeur du rapport b/a qui minimise le facteur d'atténuation de la ligne.
Quelle est alors la valeur de l'impédance caractéristique de la ligne, c'est-à-dire la valeur de l'impédance Z_c qui, branchée en bout de câble, permet de fonctionner dans ces conditions ?

Fin de l'énoncé

Tournez la page S.V.P.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Optique géométrique et formation des images
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Propagation d'un signal
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Notation complexe, régime sinusoïdal forcé et fonctions de transfert

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/pc