Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2006, filière PC

Physique 2

Ce que traite le sujet

- Problème I : fibre optique
- Problème II : effet de réverbération

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.
Copie du sujet officiel dont l'en-tête du concours a été retiré ; le contenu de l'énoncé est complet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/ccinp/pc/2006/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Les calculatrices sont autorisées

***

Les deux problèmes sont indépendants.
Leur poids est approximativement 2/3 pour le premier et 1/3 pour le second.

***

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

***

PROBLÈME I - FIBRE OPTIQUE

Ce problème présente cinq questions indépendantes, bien que d'inégales longueurs.
L'accent est notamment mis sur les propriétés des lames quart-d'onde antireflet qui, déposées sur les faces d'entrée et de sortie, conditionnent - comme dans tout système optique - la propagation d'une onde progressive. Le principe d'un capteur gyroscopique à fibre optique sera abordé pour terminer.

1) Equations de Maxwell et relations de passage

1.1.a) - Rappeler, en donnant leur nom, les 4 équations de Maxwell dans le vide (ni charges ni courants) caractérisé par sa permittivité diélectrique ε_o et sa perméabilité magnétique μ_o .

1.1.b) - Retrouver l'équation de propagation du champ électrique puis en déduire la vitesse de propagation c des ondes électromagnétiques dans le vide.

1.1.c) - Réécrire l'équation de Maxwell-Ampère dans le cas d'un milieu diélectrique linéaire homogène transparent, caractérisé par une permittivité diélectrique relative réelle ε_r .

1.1.d) - Définir alors la vitesse de propagation v d'une onde électromagnétique dans un tel milieu en fonction de $\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r$, ε_o et c.

- Comment appelle - t - on le rapport : $\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}}$?

1.2) - Préciser les relations de passage pour le champ électromagnétique, à la surface de séparation entre deux milieux diélectriques, en l'absence de charges et de courants.

1.3) Le champ électrique d'une onde incidente se propage, selon un axe $x'x$, dans un milieu d'indice n_1 avec la vitesse de propagation v_1 en conservant une amplitude constante $\hat{E}$. Il est défini dans un repère cartésien orthonormé (O,x,y,z) par ses composantes, telles que :

$$\vec{E}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{E}\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{v_1}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.3.a) - Préciser les trois caractéristiques principales de cette onde.

1.3.b) - Rappeler la relation de structure de l'onde plane progressive puis en déduire l'expression du champ magnétique $\vec{B}_i$ associé au champ électrique $\vec{E}_i$.

1.3.c) - Démontrer que la puissance moyenne incidente P_i rayonnée par cette onde à travers une surface S perpendiculaire à la direction de propagation est donnée par la relation :

$$P_i = \frac{n_1 \hat{E}^2}{2 \mu_o c} S$$

1.4) Cette onde vient frapper en $x = 0$ la frontière - constituée par le plan yOz - avec un second milieu d'indice n_2, semi-infini pour $x > 0$ et dans lequel elle possède une vitesse de propagation v_2.

1.4.a) - En écrivant le champ électrique réfléchi $\vec{E}_r$ et le champ électrique transmis $\vec{E}_t$ sous la forme :

$$\vec{E}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho\,\hat{E}\cos\omega\left(t + \dfrac{x}{v_1}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_t = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau\,\hat{E}\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{v_2}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

déduire des relations de passage en $x = 0$, une première relation liant entre eux les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ.

1.4.b) - Exprimer les champs magnétiques $\vec{B}_r$ et $\vec{B}_t$ associés aux champs électriques respectifs puis, toujours à l'aide des relations de passage, écrire une seconde relation reliant les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ.

1.4.c) – Démontrer alors que : $\rho = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ et $\tau = \dfrac{2\,n_1}{n_1 + n_2}$

1.4.d) - La puissance moyenne réfléchie P_r et la puissance moyenne transmise P_t étant définies dans les mêmes conditions que la puissance moyenne incidente P_i en (1.3.c), exprimer le rapport $R = P_r / P_i$ puis le rapport $T = P_t / P_i$.

2) Lame antireflet

2.1) - La face d'entrée d'une fibre optique d'indice $N = 1{,}69$ est éclairée, en incidence normale, par un faisceau laser en transit dans l'air d'indice $n = 1$ (Figure 1). Calculer la valeur numérique des coefficients ρ et τ. En déduire la proportion d'énergie réfléchie par la face d'entrée et la proportion d'énergie transmise à la fibre optique.

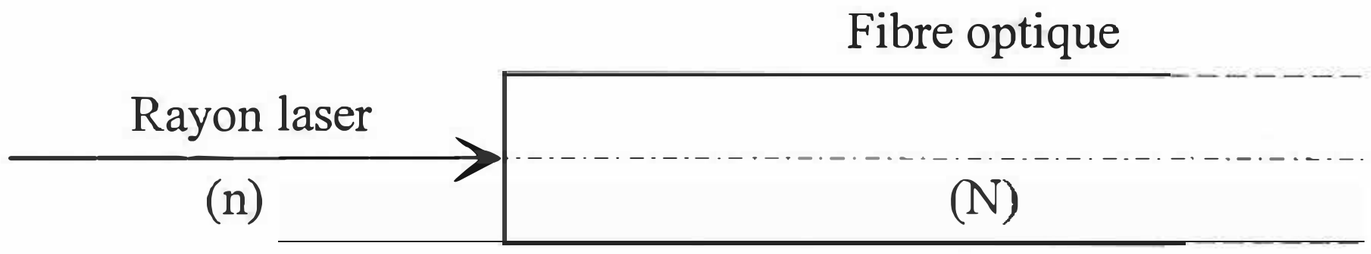


Figure 1

2.2) Une couche mince de cryolithe (Na_3 Al F_6) d'indice n' et d'épaisseur D égale au quart de la **longueur d'onde** λ de la lumière **dans ce milieu**, est déposée sur la face d'entrée de la fibre optique (Figure 2).

2.2.a) - Quelle relation y a-t-il, pour une onde de fréquence donnée, entre sa longueur d'onde λ dans un milieu d'indice n et sa longueur d'onde λ_o dans le vide ?

2.2.b) - Exprimer, en fonction des indices n , n' et N , les coefficients de transmission en amplitude τ_1 , τ_2 , τ_3 et les coefficients de réflexion en amplitude ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , notés sur la figure 2.

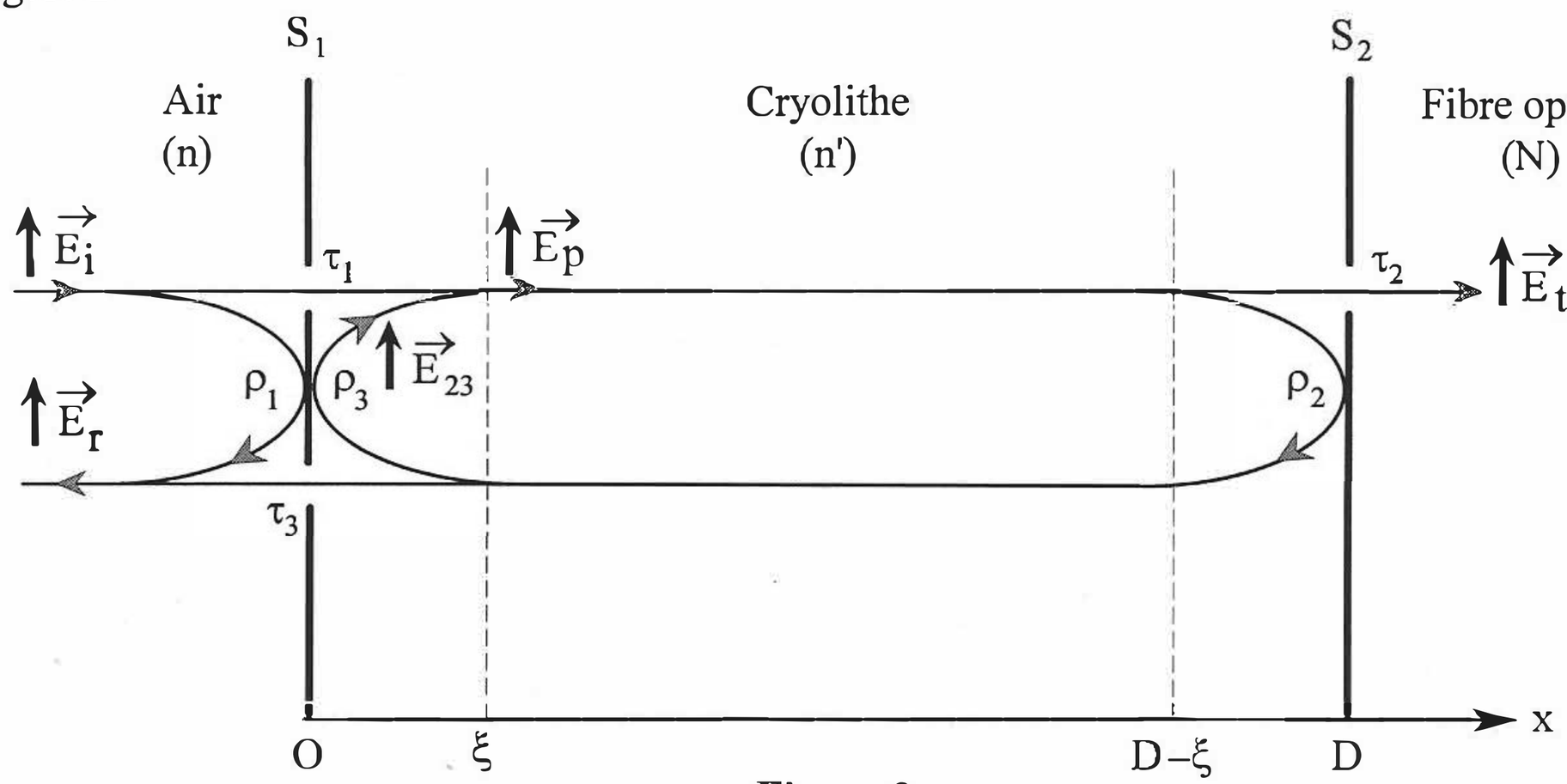


Figure 2

τ_1 pour la transmission de l'air vers la cryolithe
τ_2 pour la transmission de la cryolithe vers la fibre
τ_3 pour la transmission de la cryolithe vers l'air
ρ_1 pour la réflexion "air - cryolithe - air"
ρ_2 pour la réflexion "cryolithe - fibre - cryolithe"
ρ_3 pour la réflexion "cryolithe - air - cryolithe"

2.2.c) - Exprimer ρ_3 en fonction de ρ_1 .

2.3) *Dans ce qui suit, tous les champs électriques seront décrits* ***par leur composante algébrique****, nommée* E , *selon l'axe de polarisation. Leur amplitude, indépendante du temps mais éventuellement complexe, sera notée* $\underline{\hat{E}}$ *tandis que* $\hat{E}$ en *désignera le module.*

Le champ électrique incident dans l'air à l'abscisse x = 0 sera désigné par E_i .

Il sera représenté en notation complexe par : $\underline{E_i}(0,t) = \underline{\hat{E}_i}\, e^{j\omega t}$, la lettre j désignant le nombre complexe de module unité et d'argument $\pi/2$.

Le champ électrique sortant, défini dans le verre, en $x = D = \lambda/4$, sera désigné par E_t .
A l'instant t , au voisinage de la surface S_1 à l'abscisse ξ tendant vers zéro, un champ électrique global E_p se propage dans le sens positif de l'axe. Il sera représenté, en notation complexe, sous la forme :

$$\underline{E}_p(\xi, t) = \underline{\hat{E}}_p \, e^{j\omega t}$$

Ce champ résulte de la superposition du champ $\tau_1 E_i$ et d'un champ E_{23} dont la valeur est égale à celle qu'avait E_p à l'instant $t-2D/v$ (précédemment à un aller-retour à la vitesse de propagation v dans la cryolithe), atténuée par deux réflexions successives.

2.3.a) - En tenant compte du fait que $D = \frac{\lambda}{4}$, écrire l'expression complexe $\underline{E}_{23}(\xi, t)$ en fonction de $\underline{E}_p(\xi, t)$ et des coefficients ρ_2 et ρ_3 .

2.3.b) - Exprimer $\underline{E}_p$ en fonction de $\underline{E}_i$ et de $\underline{E}_{23}$ puis en déduire $\underline{\hat{E}}_P$ en fonction de $\underline{\hat{E}}_i$ et des autres données.

2.3.c) - Exprimer en conséquence le champ globalement réfléchi $\underline{E}_r$ au voisinage de l'abscisse $x = 0$ puis réduire son expression en fonction des seuls coefficients ρ_1 et ρ_2 et de $\underline{E}_i$.
- En déduire une condition entre ρ_1 et ρ_2 qui permette d'annuler ce champ.

2.4.a) - Transposer la relation précédente en fonction des indices n , n' et N . Ce résultat serait-il modifié si l'on intervertissait les indices n et N ?
- Calculer la valeur numérique de l'indice de la cryolithe qui réalise cette condition.

2.4.b) - Quelle est alors la proportion d'énergie transmise à la fibre ?

2.4.c) - La face de sortie de la fibre est revêtue d'une même lame mince de cryolithe. Quelle est la puissance transmise en bout de ligne ? Conclure. Quelle est la valeur du coefficient de réflexion global de l'ensemble constitué par la fibre et les deux couches de cryolithe ?

3) Guidage par une gaine réfléchissante

Une fibre optique d'indice N = 1,69 et dont les faces d'entrée et de sortie ont subi le traitement antireflet décrit précédemment, est étirée (Figure 3) sous forme d'un cylindre de révolution d'axe Ox.

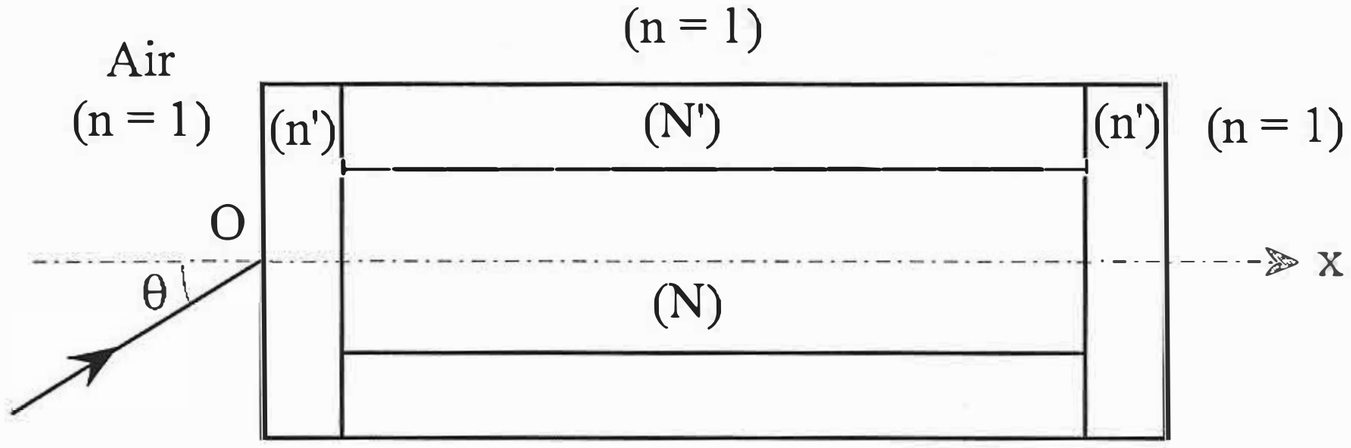


Figure 3

- Démontrer que l'angle de pénétration d'un rayon lumineux dans la fibre d'indice N est indépendant de la couche d'indice n', quelle que soit son incidence initiale.

- Cette fibre est gainée par une couche transparente d'indice $N' = 1,30$ dont l'épaisseur est très supérieure à la longueur d'onde. Expliquer et justifier la raison pour laquelle un rayon lumineux incident, situé dans un plan méridien et incliné d'un angle θ par rapport à l'axe, est conduit le long de l'axe sans jamais traverser la gaine. Avec le présent choix des indices, cette propriété est-elle vérifiée quel que soit l'angle θ ou existe-t-il une valeur limite pour θ ?

4) Face de sortie focalisante

La fibre étant utilisée en "monomode", c'est-à-dire en lumière paraxiale pour éviter les réflexions multiples, on recherche un profil de sortie (Figure 4) qui fasse converger vers un foyer F tout faisceau de lumière parallèle à l'axe Ox. Le calcul se fera en négligeant l'épaisseur de la couche antireflet. On désignera par S le sommet de la face de sortie et par $f = SF$ la distance focale. La position du point d'émergence M sera repérée à l'aide de ses coordonnées polaires r et θ.

4.1) - On considérera ci-après les chemins optiques mesurés jusqu'au point F, à compter d'un plan d'onde (P_o) fixe, positionné en H_o sur l'axe optique, à l'intérieur de la fibre. Exprimer alors, en fonction de f, r, θ et des indices, la différence (Δ) entre le chemin optique selon un rayon lumineux passant par le point courant M et le chemin optique relatif au rayon particulier confondu avec l'axe optique.

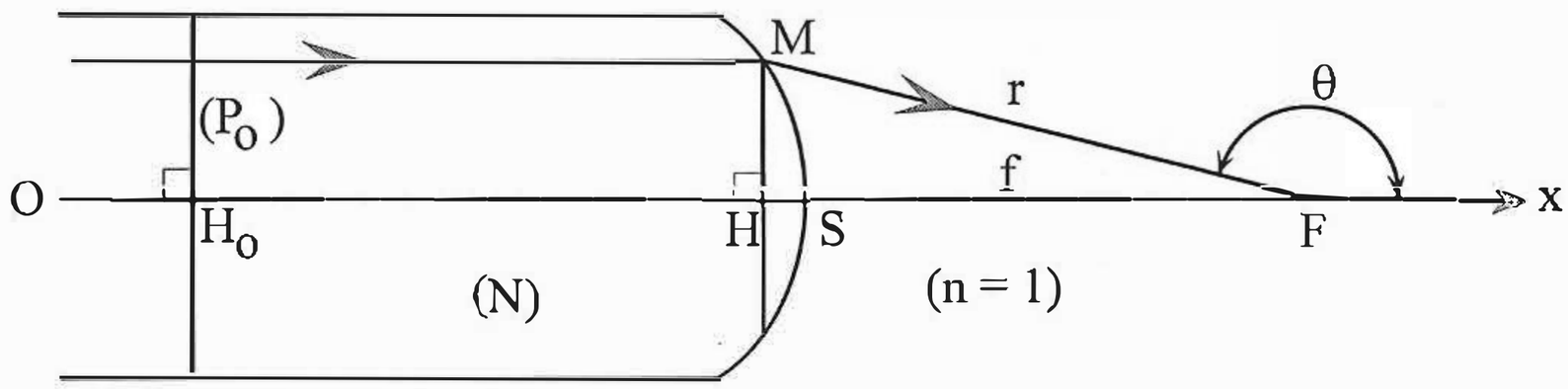


Figure 4

4.2) - Sachant qu'un foyer lumineux est un point où se superposent un grand nombre d'ondes en concordance de phase, traduire cette propriété par une condition relative à la différence (Δ). En déduire alors l'équation $r = g(\theta)$ du profil de la face de sortie dans le plan de figure. Comment se nomme cette courbe ?

4.3) - Les fibres optiques utilisées en monomode ont un diamètre très faible, de l'ordre de 6 µm. En supposant que la valeur maximale de la distance HM soit égale à 3 µm, en déduire la distance focale f puis la flèche $(HS)_{max}$ de la face de sortie, si l'on souhaite que le demi-angle au sommet du cône de lumière atteignant le foyer F, c'est-à-dire $\pi - \theta$, ait pour mesure 30°.

5) Mesure d'une variation de vitesse giratoire

5.1) ***Tous les paramètres introduits ci-après le seront dans le référentiel héliocentrique galiléen.*** On considérera une tige de verre d'indice n et de longueur L en mouvement avec la vitesse V, tout d'abord dans le sens de propagation de la lumière (Figure 5.a), puis dans le sens inverse (Figure 5.b). On considérera que la vitesse V est très petite devant la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3\ 10^8\ m.s^{-1}$.

5.1.a) - L'expérience montre que pendant le temps t_1 de la traversée du verre à co-courant (dans le même sens) la distance A_oB_1 entre le point d'entrée de la lumière et son point d'émergence est parcourue avec la vitesse

$$c_1 = \frac{c}{n} + V\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Pendant le même temps la tige s'est déplacée sur une distance telle que $A_oB_0 = V\,t_1$.
Exprimer la distance A_oB_1 en fonction de L et de A_oB_0 puis en déduire t_1 en fonction des paramètres L , c , n et V .

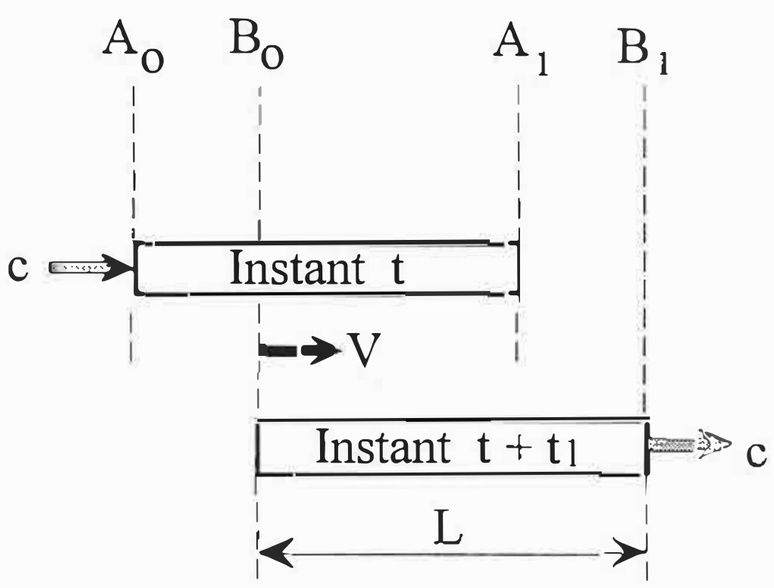


Figure 5.a

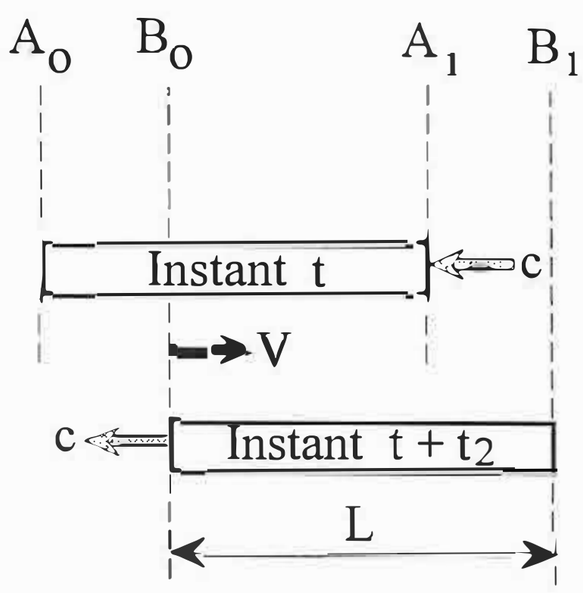


Figure 5.b

5.1.b) - L'expérience montre que pendant le temps t_2 de la traversée du verre à contre-courant la distance A_1B_o entre le point d'entrée de la lumière et son point d'émergence est parcourue avec la vitesse

$$c_2 = \frac{c}{n} - V\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Pendant le même temps la tige s'est déplacée sur une distance telle que $A_1B_1 = V\,t_2$.
Exprimer la distance A_1B_o en fonction de L et de A_1B_1 puis en déduire t_2 en fonction des paramètres L , c , n et V .

5.1.c) - En effectuant un développement ***limité au premier ordre*** en $V/(nc)$ exprimer le décalage temporel $\Delta t = t_1 - t_2$ entre les temps de transit dans la tige de verre dans l'un et l'autre sens.
- En déduire le déphasage ϕ qu'auraient deux ondes cohérentes traversant le verre en sens opposés et dont la longueur d'onde dans le vide est donnée par λ_o .

5.2) Un montage astucieux consiste à remplacer la tige de verre par une fibre optique d'indice N, enroulée sur plusieurs tours et refermée de manière à amener en coïncidence les points d'incidence et les points d'émergence précédents. On arrive ainsi à faire circuler, en sens inverse dans la fibre, deux fractions dédoublées d'un même faisceau de lumière cohérente. Il suffit alors de superposer les deux fractions émergentes et de mesurer l'éclairement qui en résulte pour en déduire la vitesse de rotation du système.

5.2.a) - Tout l'ensemble dessiné (figure 6) est en rotation, avec la vitesse angulaire Ω , autour d'un axe fixe passant par le point O et perpendiculaire au plan de figure. En s'inspirant du dispositif interférométrique de Michelson, préciser la position de la lame séparatrice.

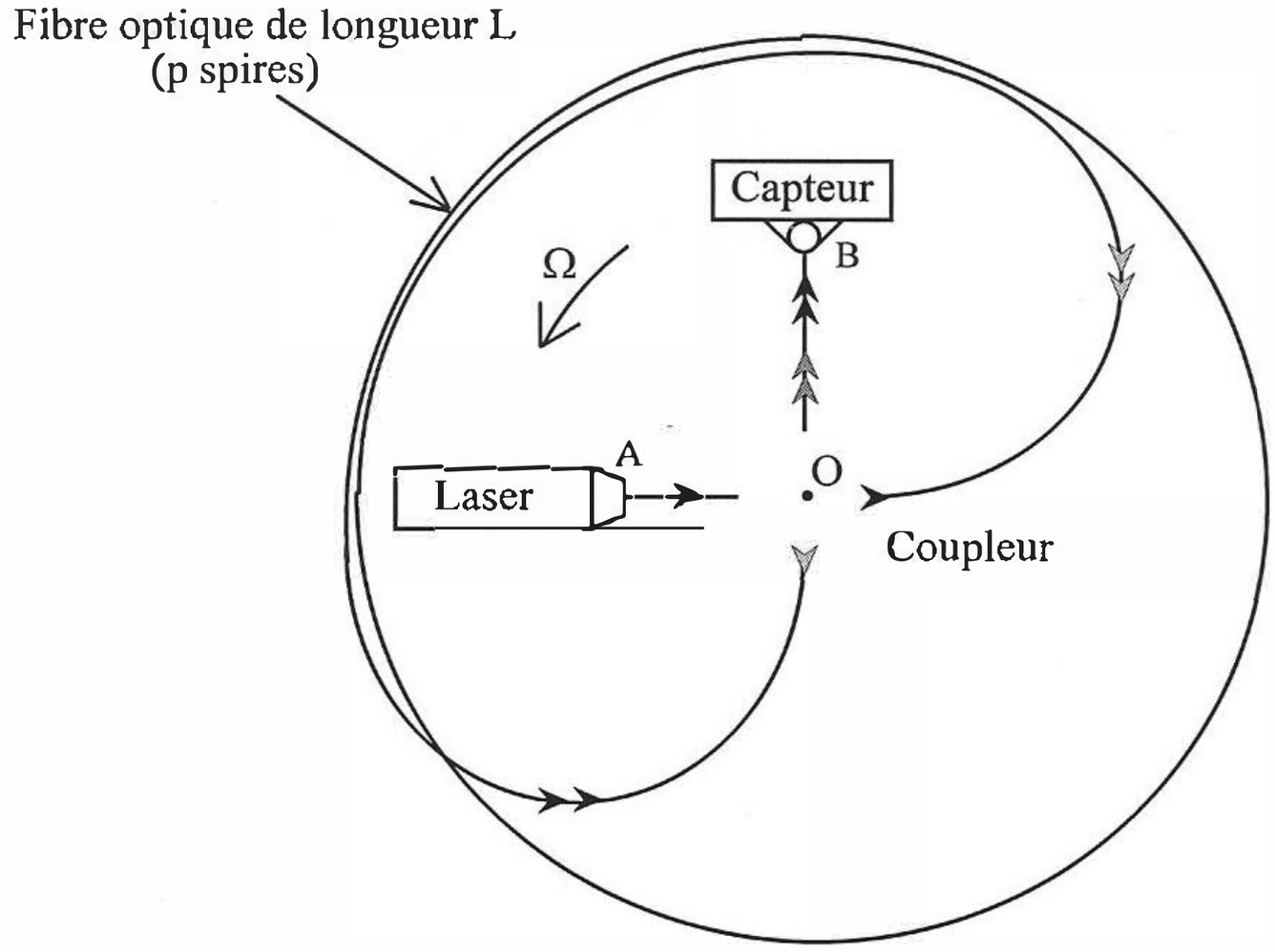


Figure 6

5.2.b) - Le capteur est en fait une cellule photosensible qui mesure l'éclairement $\mathcal{E}$ (puissance ***moyennée dans le temps***, reçue par unité de surface captrice), dû à la superposition des deux ondes émergentes. En supposant que chaque fraction du faisceau possède une même amplitude $\hat{E}$, déterminer l'expression de l'éclairement $\mathcal{E}$ de l'onde résultante au point B en fonction des paramètres μ_o, c, $\hat{E}$ et du déphasage ϕ. Expliciter ensuite ce déphasage en remplaçant la vitesse V par son expression en fonction du rayon R d'une spire et de la vitesse angulaire Ω. Celle-ci devient alors mesurable sous certaines conditions.

5.2.c) - Exprimer la sensibilité $|d\mathcal{E} / d\Omega)|$ et montrer qu'elle est d'autant plus grande que la longueur L de la spire est grande, à condition toutefois que le déphasage soit optimisé.
- Préciser la valeur du déphasage optimal et celle qui rend ce gyromètre "aveugle".

5.2.d) ***Dans le cas d'un réglage de phase optimal*** :

- Préciser, en fonction de $\hat{E}$, μ_o et c, la valeur particulière $\mathcal{E}_o$ de l'éclairement défini précédemment.
- En supposant que $c = 3\ 10^8\ m.s^{-1}$, $\lambda_o = 1{,}55\ \mu m$ et qu'en moyenne $R \approx 10\ cm$, donner une estimation de la longueur de fibre et du nombre p de spires nécessaires pour mesurer une variation de vitesse angulaire égale à $\delta\Omega = 1$ degré par seconde, sachant que la limite de sensibilité pour observer le contraste est telle que $\delta\mathcal{E} / \mathcal{E}_o = 5\ \%$.

* * *

PROBLÈME II - EFFET DE RÉVERBÉRATION

Ce problème comporte trois questions indépendantes.
- La première se rapporte à la propagation du son dans l'air.
*- La seconde étudie le phénomène de réverbération qui apparaît lorsqu'à un signal sonore d'origine se superposent plusieurs échos réfléchis sur différents obstacles, l'ensemble donnant une impression de volume caractéristique du lieu d'audition. Pour ce faire, on se limitera à l'étude d'un seul écho - **non atténué** - additionné à un signal d'origine sinusoïdal.*
- La troisième question concerne un procédé particulier, anciennement utilisé, capable de reproduire artificiellement un écho avec un retard donné.

1) Propagation du son dans l'air

Afin d'étudier la propagation des vibrations acoustiques dans l'air, on peut considérer que celui-ci est enfermé dans un long tube de section S, d'axe horizontal Ox, divisé lui-même en un grand nombre de compartiments de longueur L_o renfermant chacun - au repos - sous la pression P_o, un volume $V_o = S\ L_o$ (Figure 1). Sous l'effet d'une perturbation d'origine externe, on peut imaginer que les cloisons de ces volumes élémentaires subissent au cours du temps t des déplacements $\xi(x,t)$ très petits devant L_o. Bien que ces cloisons soient immatérielles, on peut attribuer à chacune d'elles toute la masse de gaz m_o contenue dans l'un des deux compartiments plus proches voisins. Leur mouvement peut alors s'étudier sous l'action des forces dues aux surpressions exercées à gauche et à droite, consécutives aux variations de volume des deux cellules plus proches voisines.

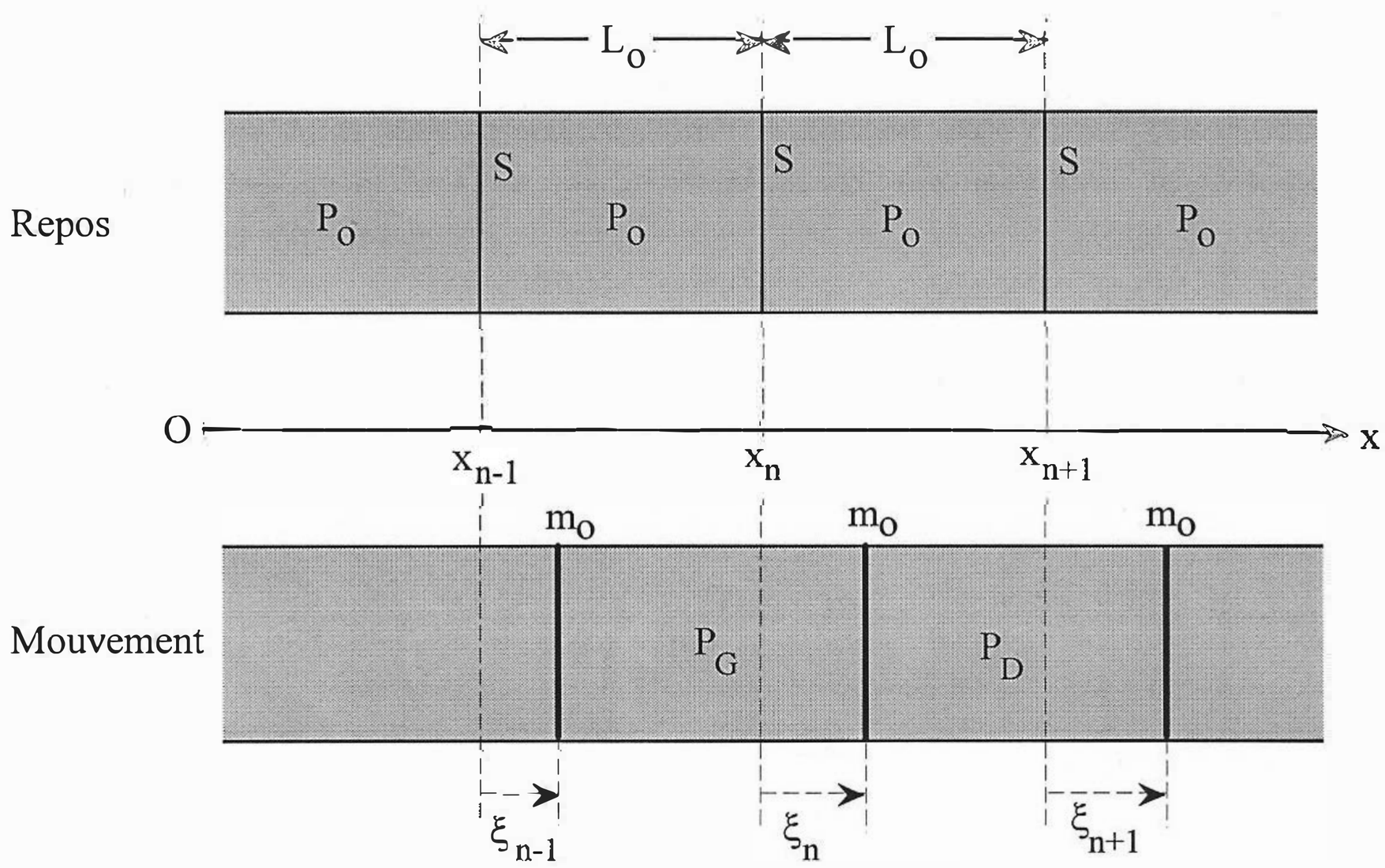


Figure 1

1.1) - Calculer à l'instant t, le volume des deux compartiments jouxtant la cloison de rang n positionnée en $x_n + \xi_n$: V_G à gauche et V_D à droite.

1.2) On supposera que la pression P de l'air enfermé dans le volume V obéit à la loi de Laplace que l'on écrira sous la forme :

$$P = P_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^{-\gamma}$$

1.2.a) - Exprimer le paramètre γ en fonction des capacités calorifiques à pression et à volume constant.

1.2.b) - Enoncer les quatre conditions d'application de cette loi. Laquelle est-elle justifiée par la disproportion entre les constantes de temps acoustiques et thermiques ? Préciser comment.

- Expliquer pourquoi l'on peut admettre ici que les transformations subies par l'air sont réversibles.

1.2.c) - En effectuant un développement limité au premier ordre, exprimer en fonction des paramètres γ , P_o , L_o et des déplacements ξ_i , la pression P_G de l'air dans la cellule à gauche de la cloison de rang n .

1.2.d) - Dans les mêmes conditions, exprimer la pression P_D de l'air dans la cellule de droite.

1.2.e) - En déduire la valeur algébrique F_n selon l'axe Ox , de la résultante des forces agissant sur la cloison "n" .

1.3) - Afin d'affiner l'analyse précédente, on peut remplacer le découpage en cellules discrètes de longueur L_o par une répartition continue de cellules ayant chacune une longueur dx infiniment petite. Alors, la cellule de rang n étant positionnée au repos à l'abscisse x , on peut, à un instant donné t , transposer ξ_n en $\xi(x , t)$, transposer ξ_{n-1} en $\xi(x-dx , t)$ et ξ_{n+1} en $\xi(x+dx , t)$.
Réécrire, dans ces conditions, la résultante des forces obtenue précédemment en "1.2.e" , laquelle devient alors une fonction continue infinitésimale que l'on écrira dF_n . On pourra, par exemple, simplifier son expression en remplaçant $\xi(x-dx , t)$ et $\xi(x+dx , t)$ par des développements de Taylor limités au second ordre.

Rappel de la formule de Taylor : $$f(x+h , t) = f(x , t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^n}{n!} \left(\frac{\partial^n f}{\partial x^n} \right)_x$$

1.4) - En désignant par μ_o la masse volumique de l'air au repos sous la pression P_o , écrire en projection sur l'axe Ox , au temps t , le principe fondamental de la dynamique pour la cloison affectée de la masse $\mu_o S\, dx$, qui était positionnée au repos à l'abscisse x . En déduire que son déplacement $\xi(x , t)$ est régi par une équation de d'Alembert unidimensionnelle.

1.5.a) - Identifier la vitesse de propagation c du son en fonction des paramètres P_o , μ_o et γ .

1.5.b) - En faire le calcul numérique sous une pression P_o d'une atmosphère (1013 hPa) et à 20°C , sachant qu'alors la masse volumique de l'air est égale à $\mu_o = 1{,}2 \text{ kg.m}^{-3}$ et que $\gamma = 1{,}4$.

1.5.c) - La vitesse de propagation du son dans le vide est-elle très différente de sa vitesse dans l'air ? Le son se propage-t-il plus vite dans les solides que dans l'air ou est-ce le contraire ?

2) Superposition de deux signaux sinusoïdaux identiques, décalés dans le temps

2.1) - Le signal acoustique original peut être converti sous forme d'une tension $v_o(t)$ et l'écho obtenu artificiellement au moyen d'une copie $v_r(t)$ reproduisant la tension $v_o(t)$ retardée d'un temps τ . L'effet de réverbération est alors obtenu en réalisant la somme $v_s = v_o + v_r$ puis en l'appliquant après amplification à l'entrée d'un haut-parleur. Déterminer en fonction de la valeur R des résistances schématisées Figure 2 , la valeur de la résistance X qui permet de réaliser un montage sommateur à amplificateur opérationnel tel qu'en sortie : $v_s = v_o + v_r$.

On supposera que l'amplificateur fonctionne en régime linéaire et qu'il est idéal : préciser les simplifications qui résultent de l'ensemble de ces hypothèses.

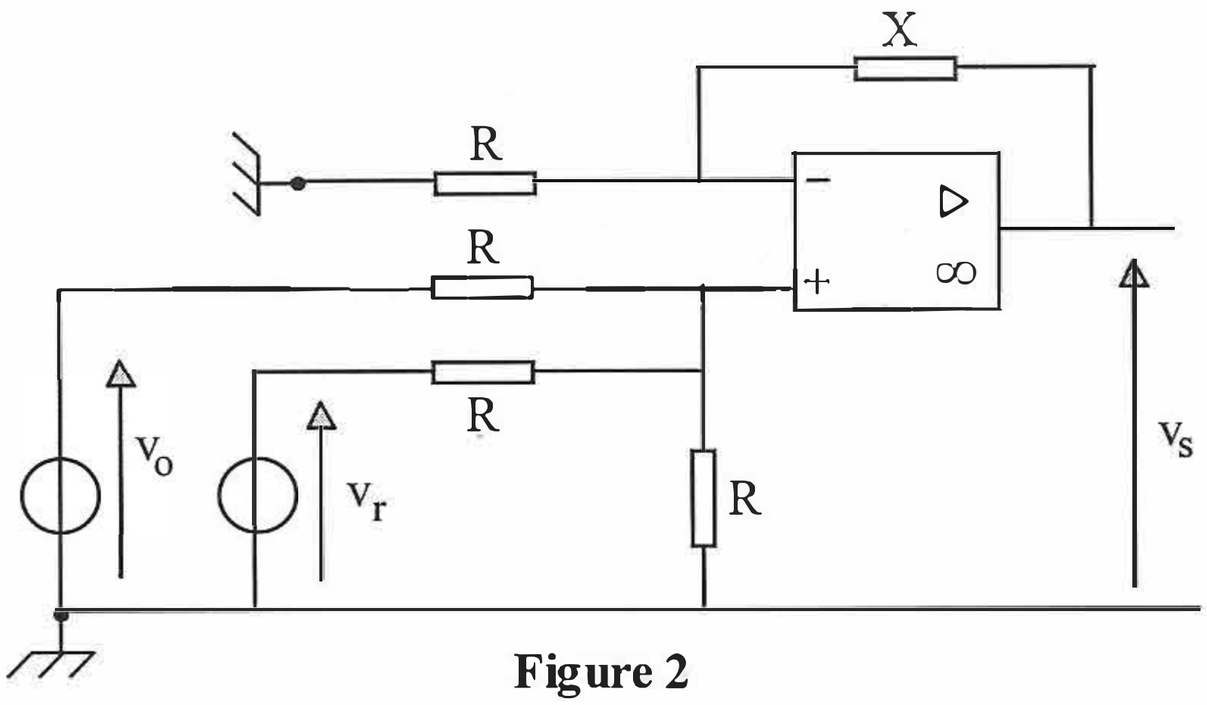


Figure 2

2.2) – En supposant que $v_o(t) = \hat{V}\cos\omega t$ et que $v_r(t) = \hat{V}\cos\omega(t-\tau)$ exprimer la tension de sortie $v_s(t)$ du montage puis sa valeur efficace V_s en fonction de ω , τ et de la valeur efficace V_o du signal $v_o(t)$.

2.3) - Représenter la transmittance $T = V_s / V_o$ en fonction de la fréquence.
- Définir l'ensemble des fréquences pour lesquelles la tension de sortie sera nulle.
- Situer sur le graphe l'ensemble des bandes passantes définies à – 3 dB.

2.4) - Quelles sont approximativement les limites de la bande de fréquences auxquelles l'oreille humaine est sensible ?
- Si l'on souhaitait que toutes les fréquences inférieures à 20 kHz appartiennent sans interruption à une même bande passante définie à – 3 dB , quelle serait la valeur maximale du retard acceptable ? Ce filtrage-ci privilégierait-il les graves ou les aigus ?

3) Reproduction artificielle électromécanique d'un écho

3.1) - En considérant que le son se propage à raison de 340 m/s, calculer le temps de retard ressenti par l'oreille, pour un son réfléchi qui a parcouru, dans l'air, 17 mètres de plus que par le trajet direct.

3.2) - On peut provoquer artificiellement ce retard grâce à un moyen électromécanique, en construisant des dispositifs (Figures 3.a ou 3.b) dans lesquels les vibrations de la membrane d'un haut-parleur actif (alimenté par un amplificateur) se propagent le long d'un ressort à boudins. Dans le cas de la figure 3.a, le ressort transmet les vibrations à la membrane d'un haut-parleur passif. Dans le cas de la figure 3.b, les vibrations reviennent interférer sur l'émetteur après réflexion sur un obstacle immobile.

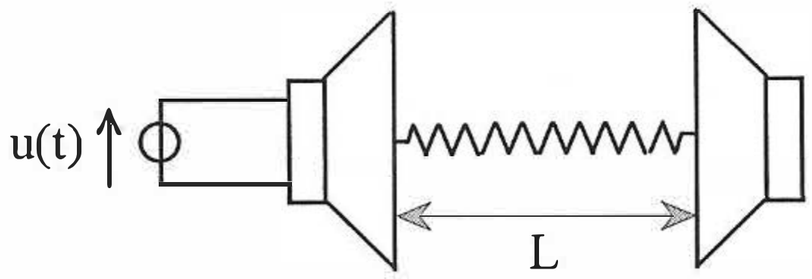


Figure 3.a

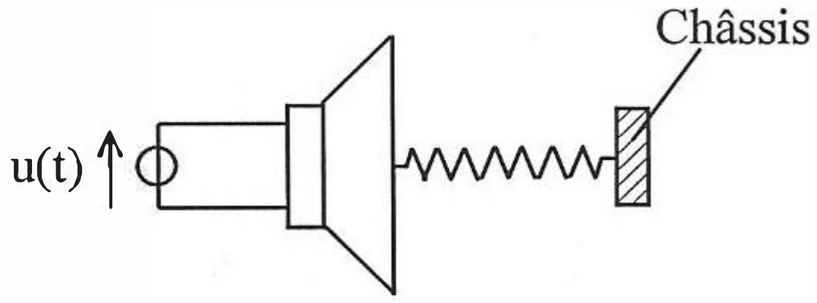


Figure 3.b

On se limitera dans ce qui suit au cas de la Figure 3.a

Afin d'étudier la propagation des vibrations d'un haut-parleur à l'autre, connaissant la masse M , la longueur L et la raideur K du ressort de liaison, on peut modéliser ce ressort selon une succession de masses dM séparées par des liaisons élastiques identiques (quant à elles dépourvues de masse), de longueur au repos dx et de raideur individuelle k (Figure 4). On peut imaginer que ces masses effectuent, à partir de leurs positions d'équilibre respectives x–dx , x et x+dx , de petites oscillations ξ(x–dx , t) , ξ(x , t) et ξ(x+dx , t) , comptées positivement dans le sens de l'axe Ox .

Exprimer, à l'instant t , la résultante $d\mathrm{F_e}$ des forces élastiques qui s'exercent sur la masse dM en mouvement autour de l'abscisse x . On pourra - comme en (1.3) - simplifier l'expression obtenue en faisant usage de développements de Taylor limités au second ordre.

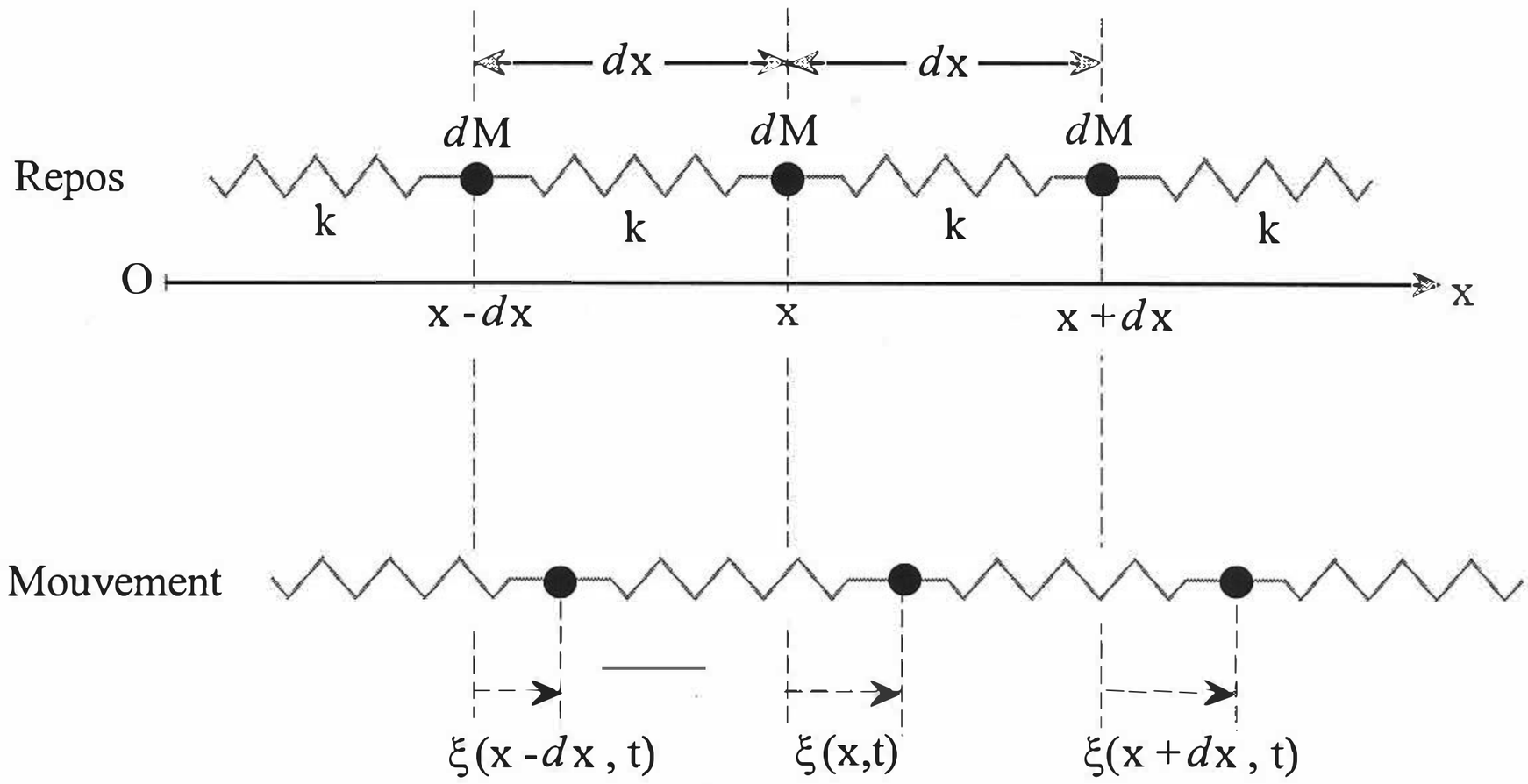


Figure 4

3.3.a) - Un nombre N de ressorts en série, de longueur L_o et raideur k est équivalent à un ressort unique de longueur $L = N L_o$ et de raideur globale K : démontrer que $K = k/N$.

- A partir de ce résultat, exprimer k en fonction de K , de L et de dx .

3.3.b) - Ecrire, en projection sur l'axe Ox , le principe fondamental de la dynamique qui régit le déplacement ξ(x,t) , abstraction faite des frottements. Simplifier cette équation en remplaçant k par l'expression qui vient d'être trouvée et la masse dM par son expression en fonction de M , L et dx .

3.3.c) - Faire apparaître une équation de d'Alembert et identifier la vitesse de propagation c' des ébranlements dans le ressort. Montrer que le retard τ de l'onde transmise entre les deux haut-parleurs peut se déduire de la connaissance de K et de M exclusivement.

3.3.d) - En supposant que le ressort ait une raideur globale K = 24 N/m et une masse linéique égale à 2 g/cm , calculer sa longueur L afin de simuler le retard considéré plus haut (3.1).

Fin de l'énoncé

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Optique géométrique et formation des images
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Propagation d'un signal
- Filtrage linéaire
- Amplificateur linéaire intégré

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/pc