Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2015, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : présentation
- Partie II : modélisation du manipulateur maître
- Partie III : modélisation du manipulateur esclave
- Partie IV : réalisation de la commande de l'esclave

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/psi/2015/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGENIEUR

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet comporte 20 pages dont :
- 16 pages de texte de présentation et énoncé du sujet ;
- 4 pages de documents réponses **à rendre obligatoirement avec la copie.**

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

REMARQUES PRELIMINAIRES

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur la copie.

Il est demandé au candidat de bien vouloir inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, **en précisant bien le numéro de la question traitée et, si possible, dans l'ordre des questions.** Les résultats attendus seront obligatoirement entourés.

Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

I Présentation

I.1 Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

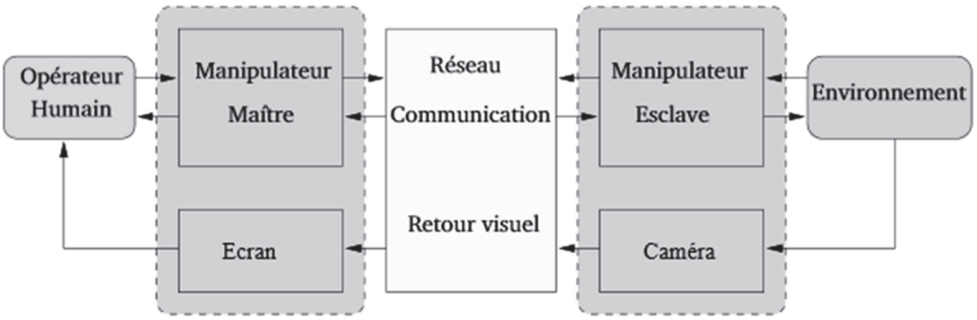


Figure 1 – Schéma de principe de la téléopération

Le cas d'utilisation étudié dans ce sujet est la téléopération sur organe mobile. Lors d'une opération, les organes sont soumis à des mouvements induits notamment par la respiration et les battements cardiaques. Lorsque le champ visuel est réduit, ces mouvements apportent une gêne au praticien qui doit les compenser manuellement.

I.2 Nécessité d'un retour haptique

Les dispositifs présentés et utilisés jusqu'à ce jour dans les hôpitaux sont des systèmes de téléopération unilatéraux : c'est-à-dire que l'information (généralement une position) ne circule que du maître vers l'esclave. Dans ce cas, le manipulateur maître est généralement passif car il ne dispose d'aucune information sur l'environnement manipulé. De ce fait, il est très difficile d'évaluer l'effort appliqué aux organes. Le chirurgien ne peut s'appuyer que sur le retour visuel, sa connaissance anatomique et son expérience pour opérer.
Différentes études ont démontré qu'il était beaucoup plus facile de réaliser certaines tâches quand l'utilisateur dispose d'informations haptiques[1]. Certains gestes de chirurgie, comme la dissection des tissus (25 % à 35 % du temps d'opération), ont été particulièrement analysés. Les résultats ont montré que le retour de force permet de limiter l'intensité et la durée des pics d'effort sur l'organe opéré.
Contrairement aux systèmes de téléopération unilatéraux qui peuvent être vus comme une succession de systèmes en boucle ouverte, les différents éléments des systèmes bilatéraux sont reliés par des boucles de contre-réaction et nécessitent une attention particulière (stabilité, précision, temps de réponse...).

1. Le terme haptique est utilisé pour désigner le retour d'effort au sens kinesthésique mais également au sens tactile.

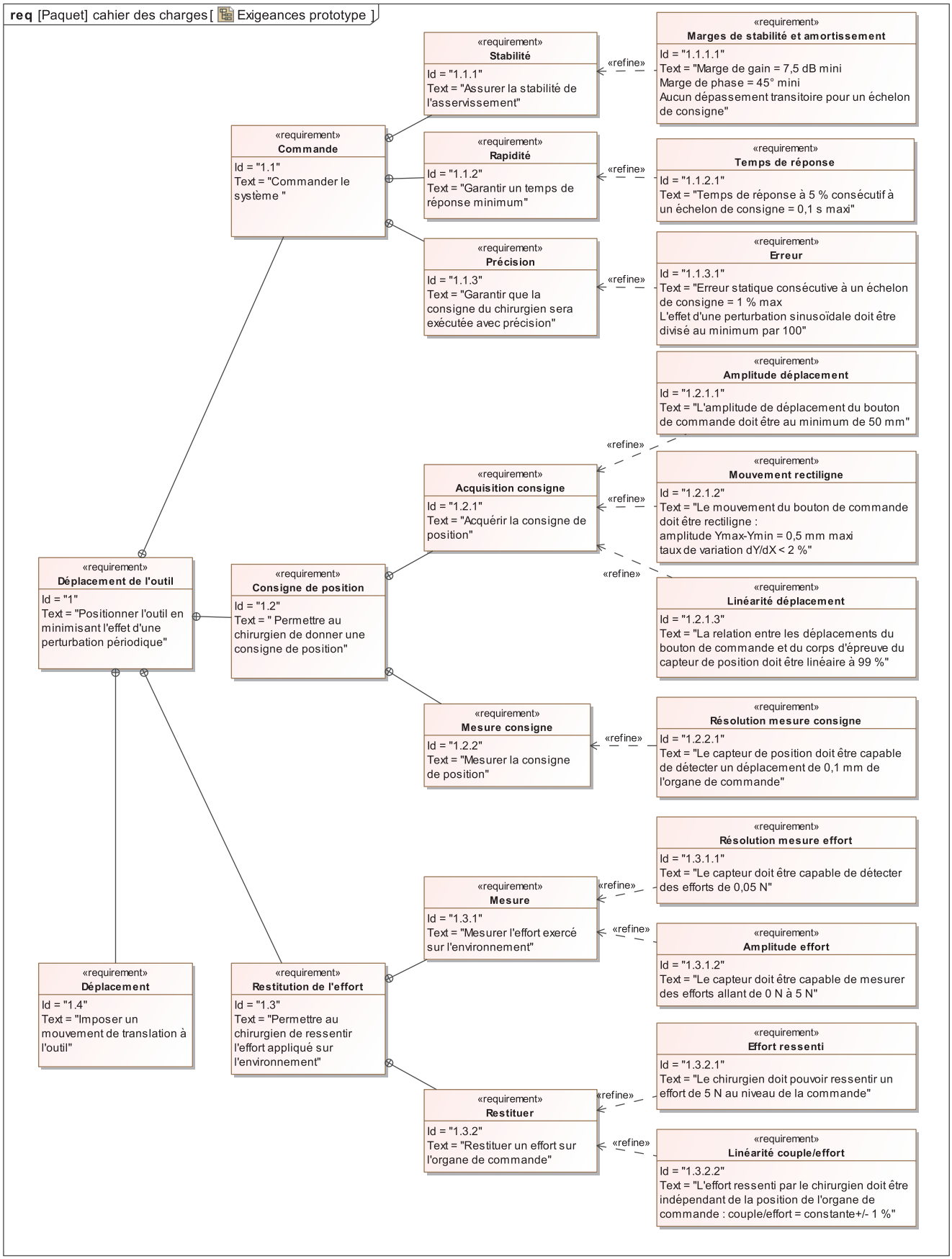


Figure 2 – Diagramme des exigences

I.3 Problème posé

Les effets du mouvement cardiaque sont négligeables lorsque la zone d'intérêt ne se situe pas dans le voisinage du cœur. En revanche, les effets du mouvement respiratoire se propagent sur une grande partie des organes tels que les poumons, le diaphragme, le foie, les reins et le pancréas. Ils occasionnent une gêne importante en chirurgie abdominale.

Le dispositif expérimental étudié dans le sujet est réalisé à partir de 2 interfaces haptiques à 1 degré de liberté.

Objectif
L'objectif de cette étude est de concevoir et valider une commande permettant de rejeter une perturbation périodique.

I.4 Démarche de résolution

1. Modélisation cinématique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre le déplacement simulé et le déplacement souhaité du levier de commande.
2. Modélisation statique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre l'effort simulé et l'effort souhaité sur le levier de commande.
3. Modélisation du comportement dynamique de l'esclave afin de choisir une commande adaptée.
4. Modélisation de l'environnement et mesure de l'écart généré par la conversion analogique numérique.
5. Modélisation de la commande permettant d'annuler l'effet d'une perturbation sinusoïdale.
6. Evaluation des écarts de performance entre le système modélisé, le système réel et le système souhaité.

II Modélisation du manipulateur maître

II.1 Diagramme de blocs internes

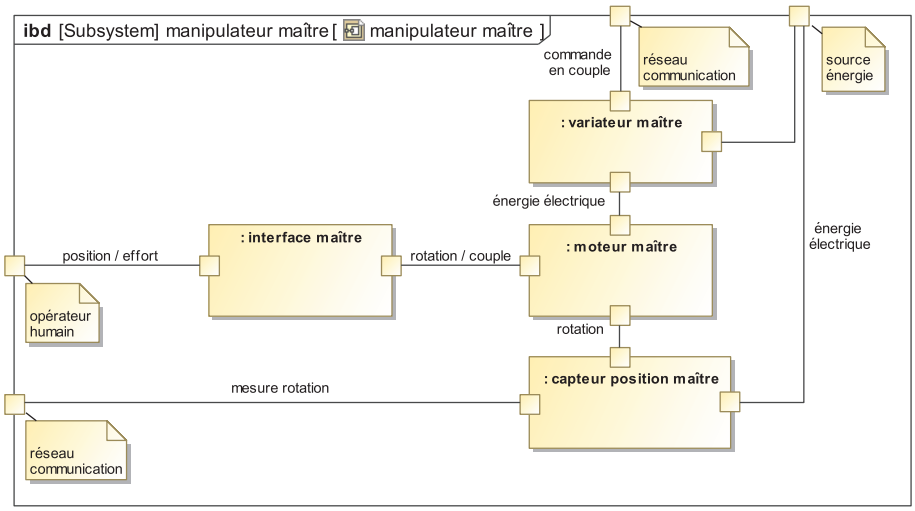


Figure 3 – Diagramme de blocs internes du manipulateur maître

Le manipulateur maître est constitué de :

- **une interface** (mécanisme de HOEKEN) permettant de transformer le mouvement de translation imposé par l'opérateur en mouvement de rotation (voir figure 4) ;
- **un variateur analogique** asservi en courant permettant au moteur de restituer un couple précis ;
- **un moteur rotatif** pour générer un retour d'effort sur l'opérateur humain ;
- **un capteur de position** (codeur incrémental) pour mesurer la consigne de position.

II.2 Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme (figure 4) est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots (figure 5).

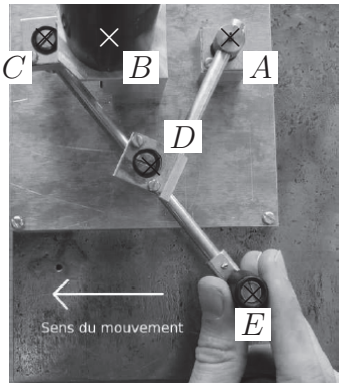


Figure 4 – Mécanisme de HOEKEN

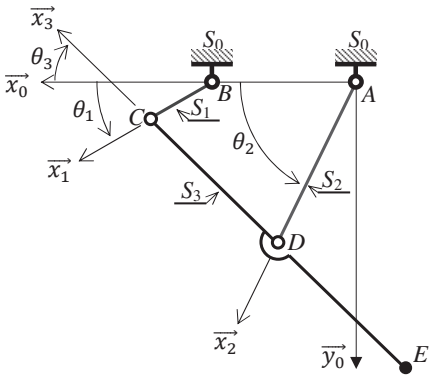


Figure 5 – Modélisation cinématique

Solide	**Repère associé**	**Paramètres géométriques**
S_0 (bâti AB)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AB} = L_0\,\vec{x}_0$ avec $L_0 = 50\,\text{mm}$
S_1 (barre BC)	$\mathcal{R}_1(B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{BC} = L_1\,\vec{x}_1$ avec $L_1 = 25\,\text{mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
S_2 (barre AD)	$\mathcal{R}_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AD} = L_2\,\vec{x}_2$ avec $L_2 = 62{,}5\,\text{mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$
S_3 (barre CDE)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = L_2\,\vec{x}_3$ $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$

Tableau 1 – Paramétrage de l'interface maître

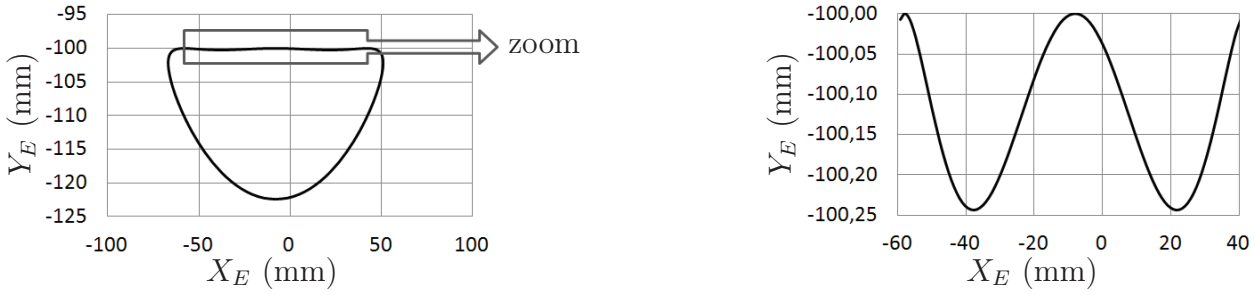
II.2.1 Mesure de l'écart entre les performances géométriques souhaitées et simulées

Objectif
Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) (voir figure 2 page 3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

Q1. En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère $\mathcal{R}_0$, donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

Q2. De même, exprimer le vecteur position du point E ($\overrightarrow{AE}$) dans la base du repère $\mathcal{R}_0$ en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



(a) Trajectoire du point E

(b) $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$

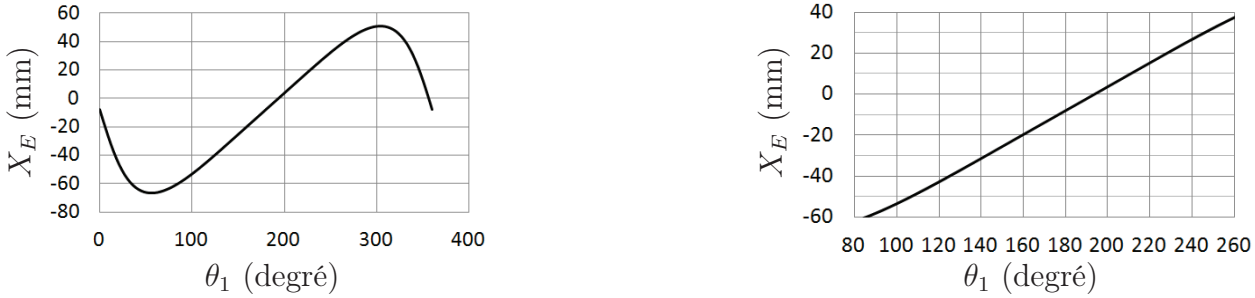
Figures 6 – Trajectoire du point E dans le repère $\mathcal{R}_0$



(a) Taux de variation

(b) $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$

Figures 7 – Taux de variation $\dfrac{dY_E}{dX_E}$ en fonction de l'abscisse du point E



(a) Abscisse du point E

(b) $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$

Figures 8 – Abscisse du point E en fonction de la rotation θ_1

Q3. Vérifier, à l'aide des figures 6 et 7, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$.

Q4. Proposer, à partir de la figure 8, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$.

II.2.2 Mesure de l'écart entre les performances statiques souhaitées et simulées

Objectif
Vérifier que l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) peut être satisfaite par le mécanisme de HOEKEN.

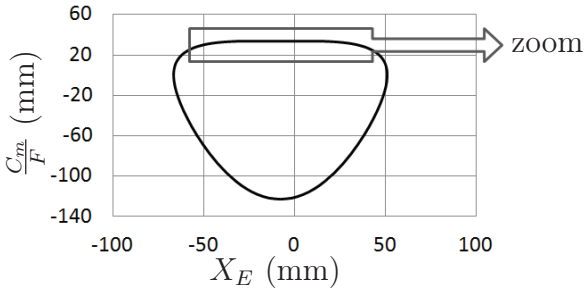
- On notera $\{T_{S_i \to S_j}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{(P,\mathcal{B}_0)}$ l'expression au point P, en projection dans la base $\mathcal{B}_0$, du torseur de l'action mécanique exercée par le solide S_i sur le solide S_j ; toutes les inconnues seront exprimées dans la base $\mathcal{B}_0$.
- L'action mécanique exercée par le moteur sur S_1 sera modélisée par un couple $C_m(t)\,\vec{z}_0$.
- L'action mécanique exercée par l'opérateur sur S_3 sera modélisée par une force $F(t)\,\vec{x}_0$ appliquée au point E.
- L'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g\vec{z}_0$.
- Les inerties des solides en mouvement et les frottements dans les guidages seront négligés.

Q5. Déterminer les équations algébriques issues du développement des 4 relations suivantes :
- Théorème du moment statique en B appliqué à l'équilibre de S_1, en projection sur $\vec{z}_0$.
- Théorème du moment statique en A appliqué à l'équilibre de S_2, en projection sur $\vec{z}_0$.
- Théorème du moment statique en D appliqué à l'équilibre de S_3, en projection sur $\vec{z}_0$.
- Théorème de la résultante statique appliqué à l'équilibre de S_3, en projection sur $\vec{y}_2$.

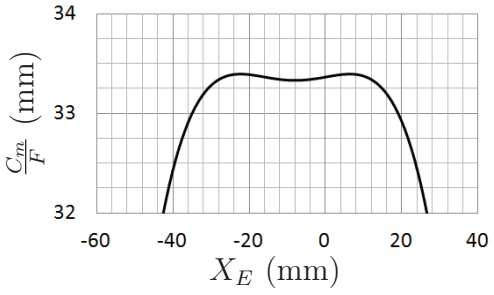
Les équations élaborées à la question **Q5** permettent d'exprimer le couple moteur $C_m(t)$ en fonction de l'action $F(t)$ exercée par l'opérateur :

$$C_m = \frac{L_1\,F}{sin(\theta_2 - \theta_3)}\left(sin(\theta_1)\,sin(\theta_2+\theta_3) - 2cos(\theta_1)\,sin(\theta_2)\,sin(\theta_3)\right).$$

Cette relation n'étant pas linéaire, on propose à nouveau d'analyser les résultats d'une simulation numérique.



(a) Rapport couple/effort



(b) $X_E \in [-60\,\text{mm}, 40\,\text{mm}]$

Figures 9 – Couple moteur/effort opérateur en fonction de l'abscisse du point E

Q6. Déterminer, à partir de la figure 9, sur quel intervalle de l'abscisse X_E l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) est satisfaite. Indiquer si cet intervalle est compatible avec les exigences précédemment vérifiées.

II.3 Modélisation du codeur optique

Objectif
Vérifier que l'exigence « Résolution mesure consigne » (id 1.2.2.1) peut être satisfaite par ce codeur.

Un codeur incrémental est constitué d'un disque comportant 1 ou 2 voies avec éventuellement un index permettant de compter le nombre de tours (voir figure 10). Le disque est lié à l'arbre tournant dont on souhaite connaître la position. D'un côté du disque se trouvent des diodes électroluminescentes et de l'autre, des phototransistors.
Chaque voie du disque, excepté l'index, possède des zones alternativement opaques et transparentes. Le signal émis par le phototransistor, après un traitement électronique, est un signal carré de type TTL (train d'impulsions plus ou moins espacées dans le temps).

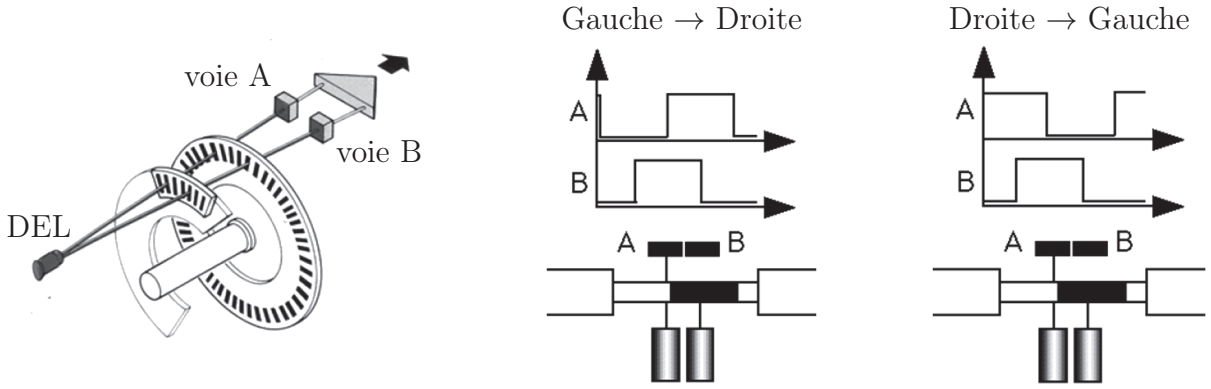


Figure 10 – Principe de fonctionnement d'un codeur incrémental

Le codeur utilisé pour mesurer l'angle moteur θ_1 possède 1 piste de 1 000 fentes et 2 détecteurs décalés d'1/2 fente. On notera A et B les variables logiques associées à ces 2 détecteurs.

Q7. Sachant qu'une mesure est réalisée sur chaque front montant (passage de 0 à 1 d'une variable) et front descendant (passage de 1 à 0 d'une variable), déterminer la résolution du codeur. Vérifier la satisfaction de l'exigence « Résolution mesure consigne » (id : 1.2.2.1).

III Modélisation du manipulateur esclave

III.1 Diagramme de blocs internes

Le mécanisme de HOEKEN choisi pour l'interface maître réalise une bonne approximation de la trajectoire rectiligne mais ne permet pas une orientation constante du solide en mouvement. Cette solution n'est donc pas la plus appropriée pour mesurer (à l'aide d'un capteur) l'effort exercé par l'organe terminal.

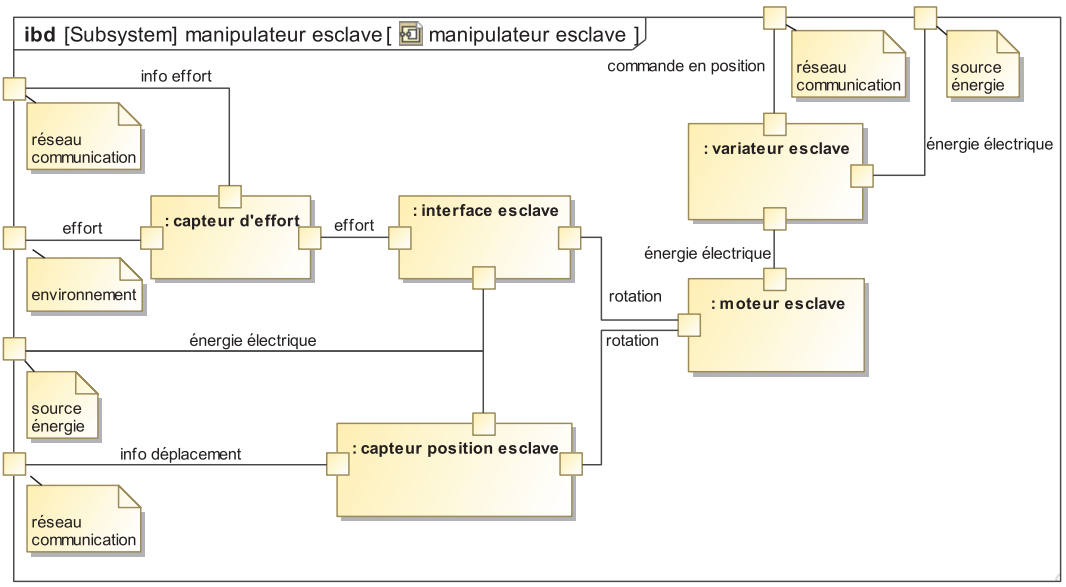


Figure 11 – Diagramme de blocs internes du manipulateur esclave

Le manipulateur esclave est constitué de :

- **une interface** permettant de transformer le mouvement de rotation imposé par le moteur en mouvement de translation rectiligne ;
- **un moteur rotatif** pour générer le mouvement ;
- **un variateur analogique** permettant de commander le moteur ;
- **un capteur de position** (codeur incrémental) pour mesurer le déplacement de l'organe terminal ;
- **un capteur d'effort** pour mesurer l'effort exercé par l'organe terminal sur l'environnement.

III.2 Modélisation de l'interface esclave

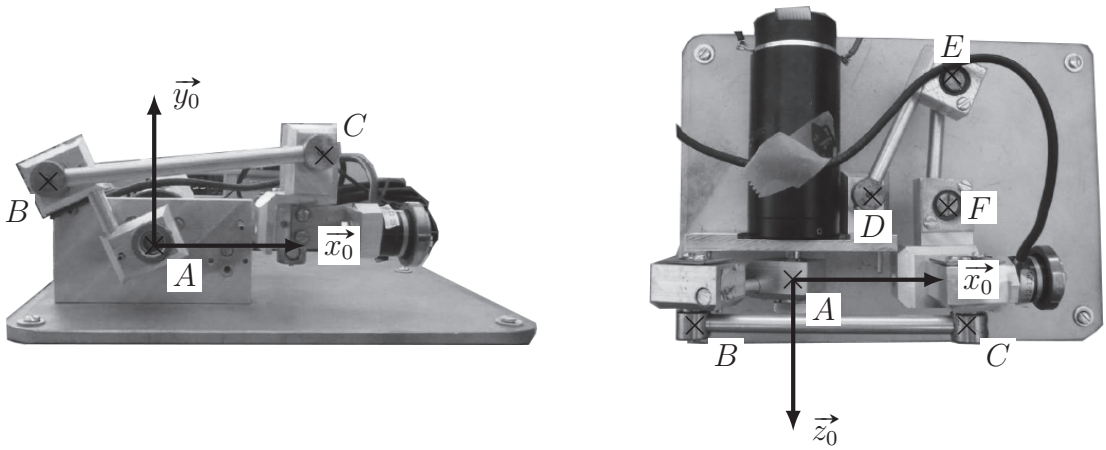


Figure 12 – L'interface esclave

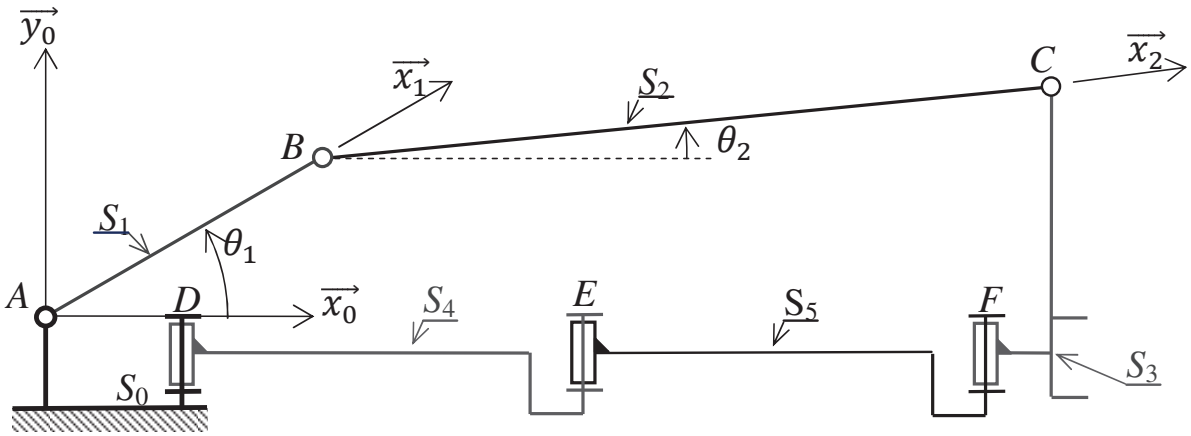


Figure 13 – Modélisation cinématique

Solide	**Repère associé**	**Paramètres géométriques**	**Paramètres dynamiques**
S_0 (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
S_1 (barre AB + rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35\,\text{mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \vec{z}_0)$: $I_1 = 5{,}7 \times 10^{-5}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1{,}6 \times 10^{-3}\,\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
S_2 (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80\,\text{mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
S_3 (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25\,\text{mm}$	Masse : $M_3 = 0{,}1\,\text{kg}$
S_4 (barre DE)			Masse et inertie négligées
S_5 (barre EF)			Masse et inertie négligées

Tableau 2 – Paramétrage du dispositif esclave

Objectif
Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

- On note $\{T_{mot \to S_1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_m \end{array} \right\}_{(\forall P, \mathcal{B}_0)}$ l'expression, dans la base $\mathcal{B}_0$ du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide S_1.
- L'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g\,\vec{y}_0$.

Q8. Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

Q9. Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

Q10. Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction $\vec{x}_0$.

Q11. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres C_m, $\dot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_1$, $\dot{x}_s$, $\ddot{x}_s$, f_v, M_3 et I_1.

Q12. La relation géométrique liant les paramètres x_s et θ_1 n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_1(t) \approx \alpha \cdot x_s(t)$ avec $\alpha = -30\,\mathrm{m}^{-1}$. En déduire l'équation différentielle liant les paramètres C_m, $\dot{x}_s$, $\ddot{x}_s$, f_v, M_3, I_1 et α.

Q13. Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave : $H(p) = \dfrac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$ et $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$. Faire l'application numérique.

IV Réalisation de la commande de l'esclave

Objectif
Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).

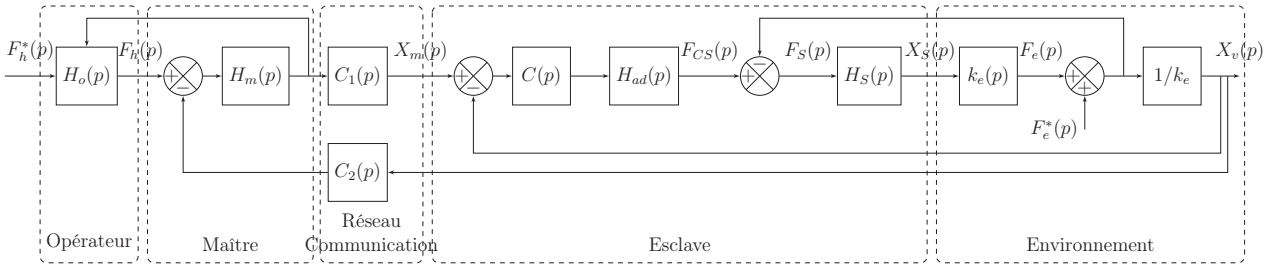


Figure 14 – Schéma bloc simplifié de la commande

IV.1 Modélisation de l'environnement

Objectif
Modéliser la perturbation liée à l'environnement.

Afin de modéliser la pénétration de l'aiguille dans les tissus, un essai a été réalisé sur l'organe d'un porc. La figure 15 page suivante montre le profil d'effort lors d'une insertion d'aiguille robotisée sur le foie d'un porc vivant anesthésié. Le déplacement du robot est représenté en pointillé et la force mesurée selon l'axe de l'aiguille en trait plein.

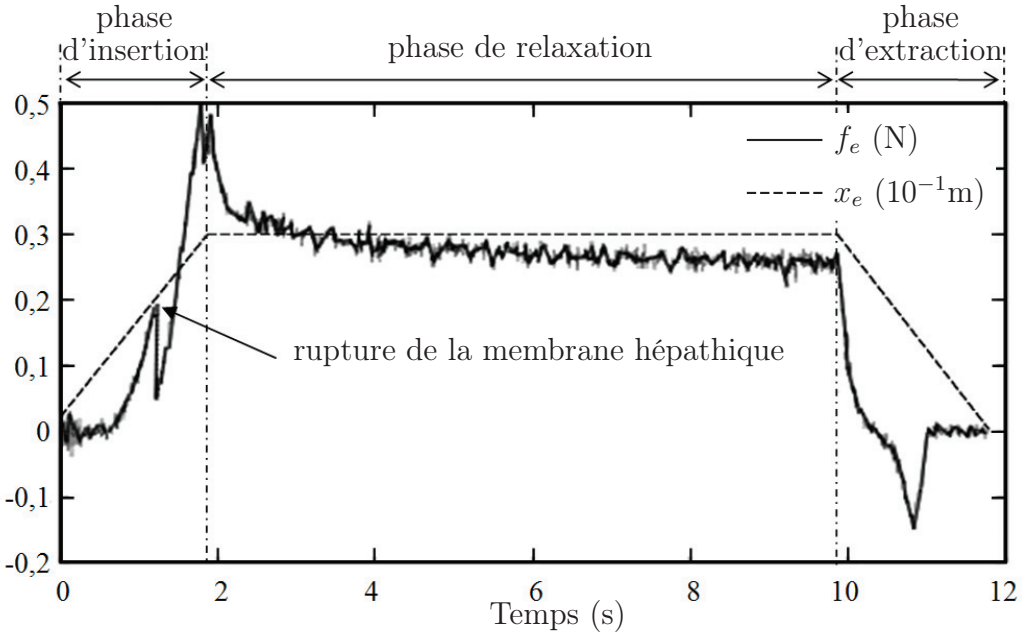


Figure 15 – Pénétration d'une aiguille dans le foie d'un porc

Q14. En considérant uniquement la fin de la phase d'insertion, justifier le choix de modéliser (en première approche) l'effort de pénétration d'une aiguille dans un tissus par une fonction linéaire : $f_e(t) = k_e\, x_e(t)$. Evaluer la valeur de k_e.

Dans la suite du sujet, nous prendrons : $f_e(t) = k_e\, x_e(t)$ avec $k_e = 200\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ qui correspond à une moyenne sur plusieurs organes.

Afin de modéliser les mouvements dûs à la respiration d'un patient, des mesures ont été effectuées (figure 16). Elles représentent la position $x_e(t)$ de la partie supérieure de l'organe à opérer en fonction du temps.

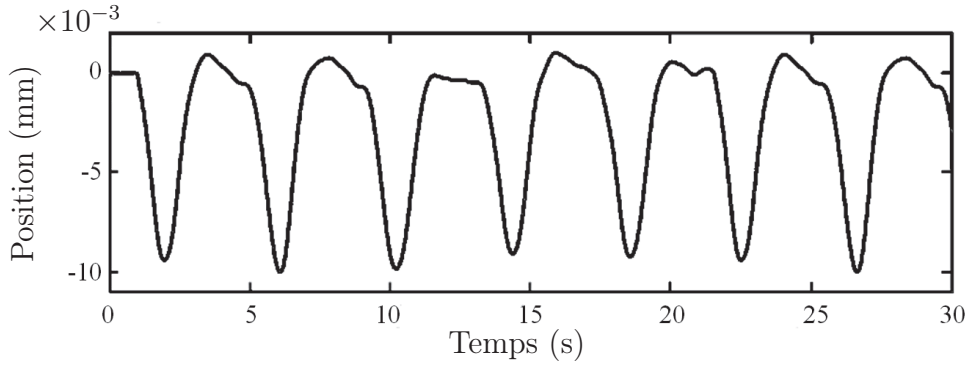


Figure 16 – Mouvement respiratoire

Q15. Justifier la modélisation du déplacement par la fonction : $x_e(t) = A\left[-1 + \sin\left(\dfrac{f\,t}{2\,\pi} + \varphi\right)\right]$ et donner les valeurs de A et f. En déduire l'expression de $f_e(t)$.

Pour simuler ce mouvement respiratoire, un dispositif composé d'un moteur linéaire, d'un ressort et d'un capteur d'effort est ajouté en sortie du manipulateur esclave (figure 17 page suivante).

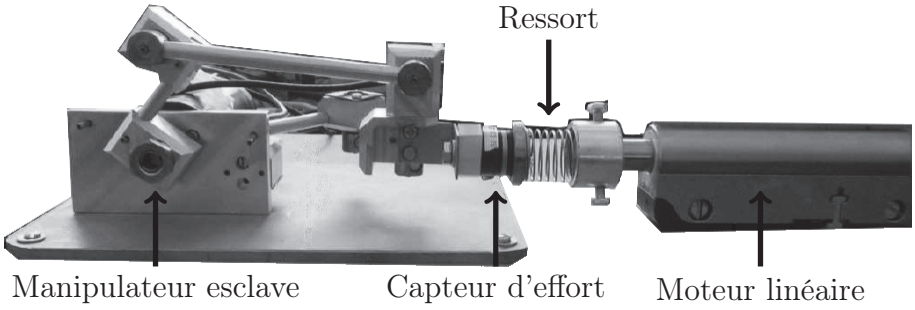


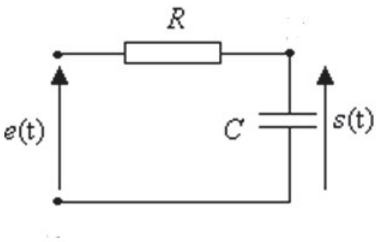
Figure 17 – Manipulateur esclave associé au dispositif de simulation du mouvement respiratoire

Les performances de l'asservissement dépendent (entre autres) de la qualité de la chaîne d'acquisition. Cela passe notamment par le réglage de la fréquence d'échantillonnage et la quantification du convertisseur analogique numérique (figure 18).



Figure 18 – Schéma de la chaîne d'acquisition

Q16. Il est nécessaire d'ajouter un filtre avant la Conversion Analogique Numérique. Ce filtre « anti-repliement » est généralement réglé à la fréquence $f_0 = \dfrac{f_{ech}}{2}$ où f_{ech} est la fréquence d'échantillonnage qui est ici de 50 Hz. Calculer le produit RC du filtre passe-bas schématisé sur la figure ci-contre pour que sa fréquence propre soit f_0.



Dans une chaîne de traitement numérique du signal, l'échantillonnage est généralement suivi par une opération de quantification. La quantification est l'approximation de chaque valeur du signal $s(t)$ par un multiple entier d'une quantité notée q et appelée « pas de quantification » ; ce pas est directement lié au nombre de bits du convertisseur analogique numérique « N » et à la plage de tension du convertisseur « A » par la relation $q = \dfrac{A}{2^N}$ en volts/bit.

Le signal quantifié $s_q(t)$ diffère du signal d'origine par un terme d'erreur $e(t)$ selon l'expression $s(t) = s_q(t) + e(t)$.

Ce terme d'erreur $e(t)$ est appelé bruit de quantification. Il traduit l'écart entre les signaux quantifiés et non quantifiés.

Q17. La plage de tension du convertisseur étant de 5 V, calculer le nombre de bits N nécessaires pour avoir une erreur $e(t)$ de 0,005 V maximum.

IV.2 Modélisation et étude des performances du système sans correction

Objectif
Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

La modélisation permettant de relier la consigne $x_m(t)$ issue du dispositif maître au déplacement $x_v(t)$ de l'organe terminal est représentée par le schéma bloc de la figure 19.

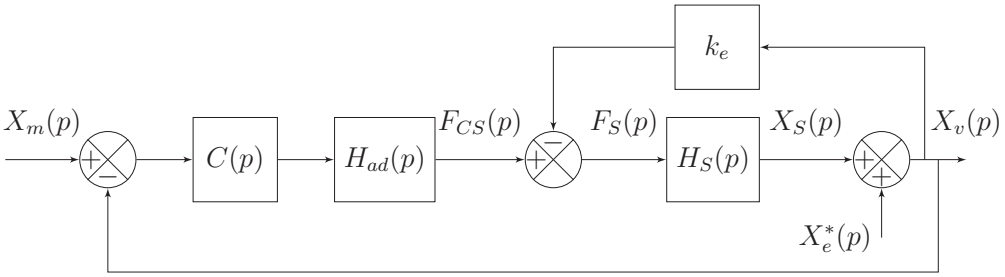


Figure 19 – Modélisation du dispositif esclave avec son environnement perturbé

- $H_{ad}(p) = k_a = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ permet d'adapter la consigne position en consigne force ;
- $H_S(p) = \dfrac{X_S(p)}{F_S(p)} = \dfrac{k_s}{p\,(m_S\,p + b_S)}$ avec $k_s = 1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{N}^{-1}$, $m_S = 0{,}152\,\mathrm{kg}$ et $b_S = 1{,}426\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^{-1}$;
- $k_e = 200\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Q18. Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure 20. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e, k_a et $H_s(p)$.

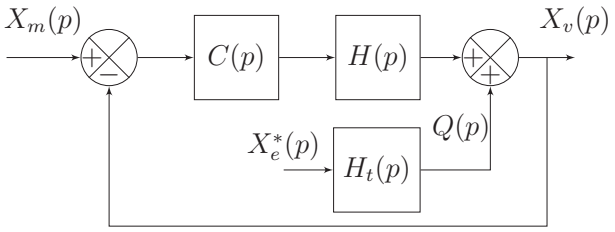


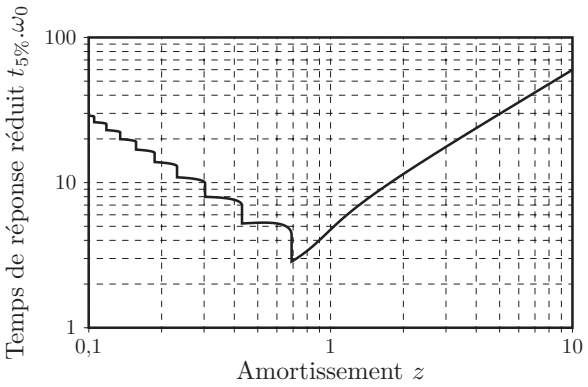
Figure 20 – Modélisation simplifiée du dispositif esclave

Pour la suite du problème, on prendra : $H(p) = \dfrac{1}{m_s\,p^2 + b_s\,p + k_e}$.

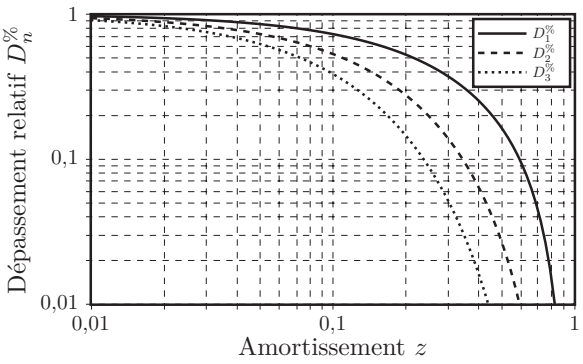
IV.3 Vérification des exigences sans correction : $C(p) = 1$

Q19. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$) : $F_{BF1}(p) = \dfrac{X_v(p)}{X_m(p)}$, puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique (K), pulsation propre (ω_0) et coefficient d'amortissement (z). Faire l'application numérique.

Q20. En vous aidant des abaques de la figure 21 page suivante, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

Figures 21 – Abaques pour un système linéaire d'ordre 2

IV.4 Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale : $C(p) = \frac{K_i}{p}$.

Objectif
Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

Q21. Les résultats d'une simulation pour un gain $K_i = 100$ sont donnés sur le document réponse DR1 . Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique) et compléter le tableau du document réponse DR1.

Q22. Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain K_i. Déterminer la valeur K_{imax} du coefficient K_i qui permet de respecter les marges de stabilité.

Q23. En analysant la courbe réponse du document réponse, compléter le tableau du document réponse DR2 puis conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».

Q24. Le diagramme de Bode de la figure 22 représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction $F_{BF2}(j\omega) = \dfrac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$ pour $K_i = K_{imax}$. Quelle sera l'atténuation minimale $|F_{BF2}(j\omega)|_{min}$ de la perturbation x_e^* (en %) sur l'intervalle $[1{,}25\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}; 12{,}5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$. Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».

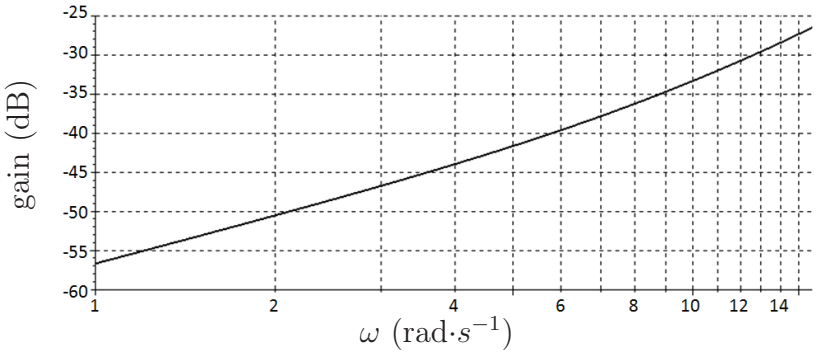


Figure 22 – Diagramme de Bode du système sollicité uniquement par la perturbation sinusoïdale.

IV.5 Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC

Objectif
Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma bloc est donné sur la figure 23 :

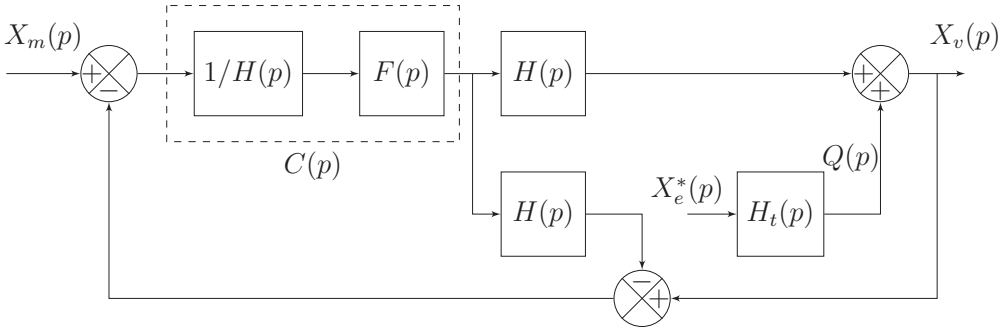


Figure 23 – Modélisation avec correcteur IMC

Avec $F(p)$ la fonction de transfert d'un filtre de la forme $F(p) = \dfrac{1}{(1+T\,p)^2}$ et la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{1}{(m_s\,p^2 + b_s\,p + k_e)}$.

La grandeur de sortie $X_v(p)$ peut s'exprimer par l'équation :

$$X_v(p) = A(p)\,X_m(p) + B(p)\,Q(p) \text{ avec } A(p) = \frac{1}{(1+T\,p)^2} \text{ et } B(p) = \frac{T\,p(2+T\,p)}{(1+T\,p)^2}.$$

Q25. Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne $x_m(t) = x_0$ (on prendra $Q(p) = 0$ pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

Q26. Le diagramme de Bode de $B(j\omega)$ pour $T = 1\,\text{s}$ est donné sur le document réponse DR3. Indiquer sur la copie s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle $[1{,}25\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}; 12{,}5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$. Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.

V Synthèse

Q27. Les courbes du document réponse DR4 montrent la réponse mesurée sur la maquette et le résultat provenant du calcul sur le modèle obtenu. Conclure sur les écarts.

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 15 1324 – D'après documents fournis

Document réponse

Question 21

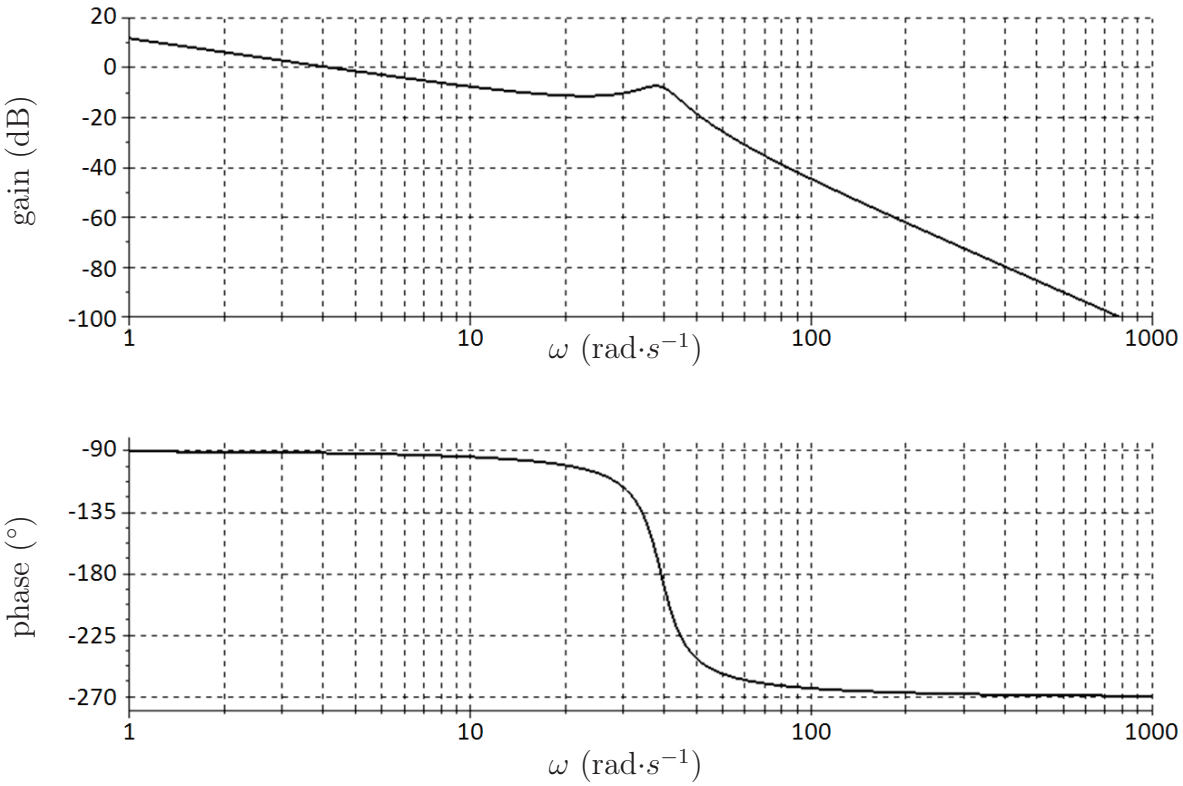
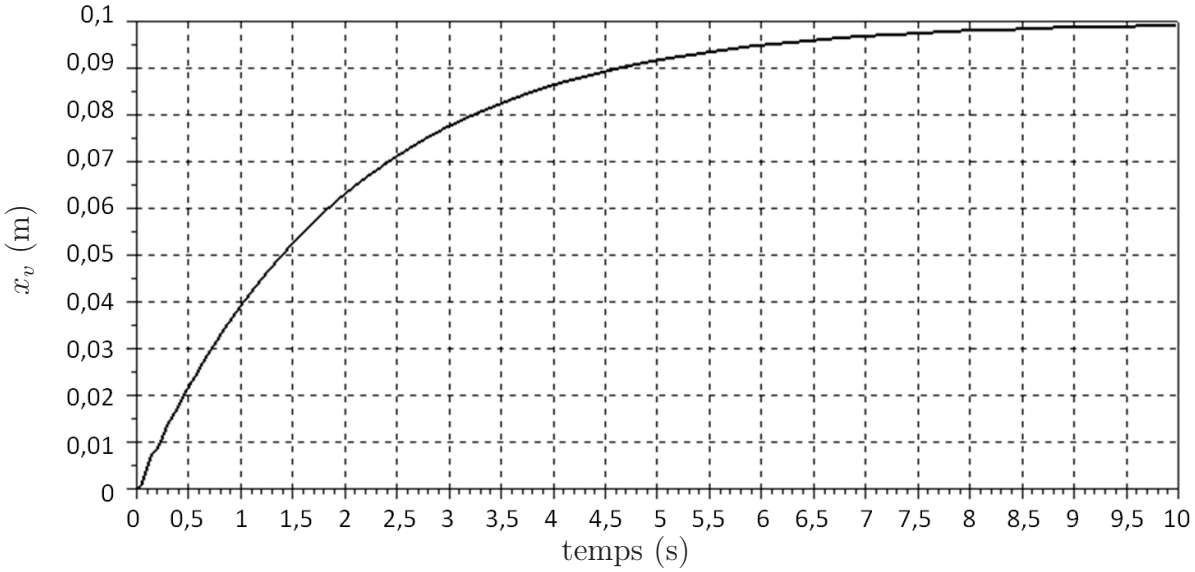


Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_i = 100$

B

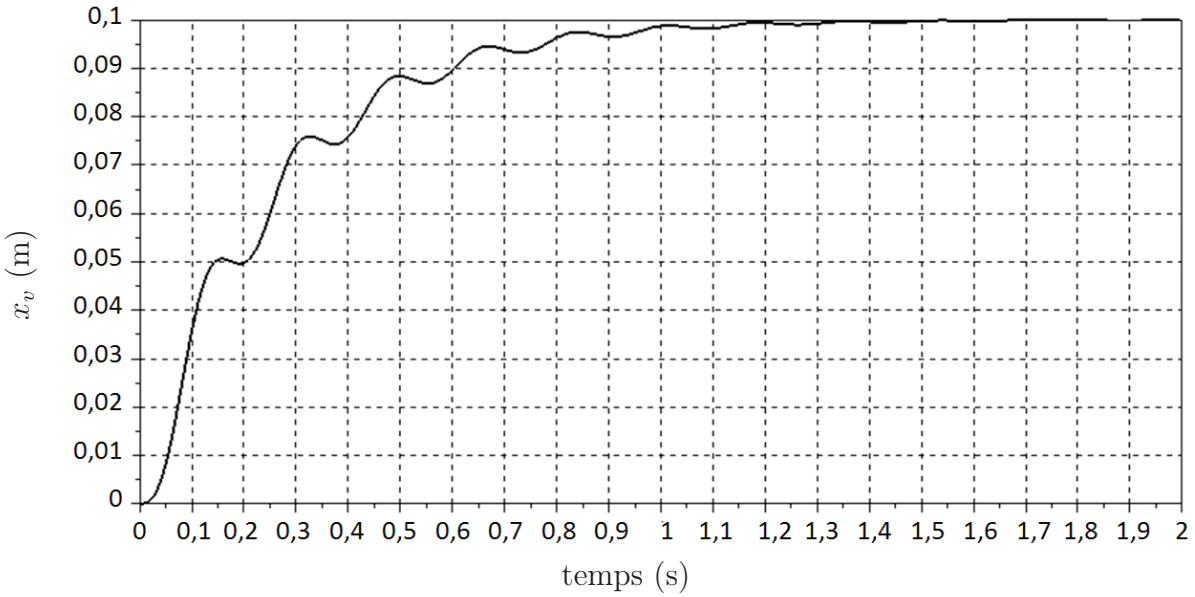


Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et $K_i = 100$

Temps de réponse à 5 %	
Amplitude du premier dépassement	
Erreur statique	
Marge de phase	
Marge de gain	

DR1 – Performance de l'asservissement avec correction PI et $K_i = 100$

Question 23



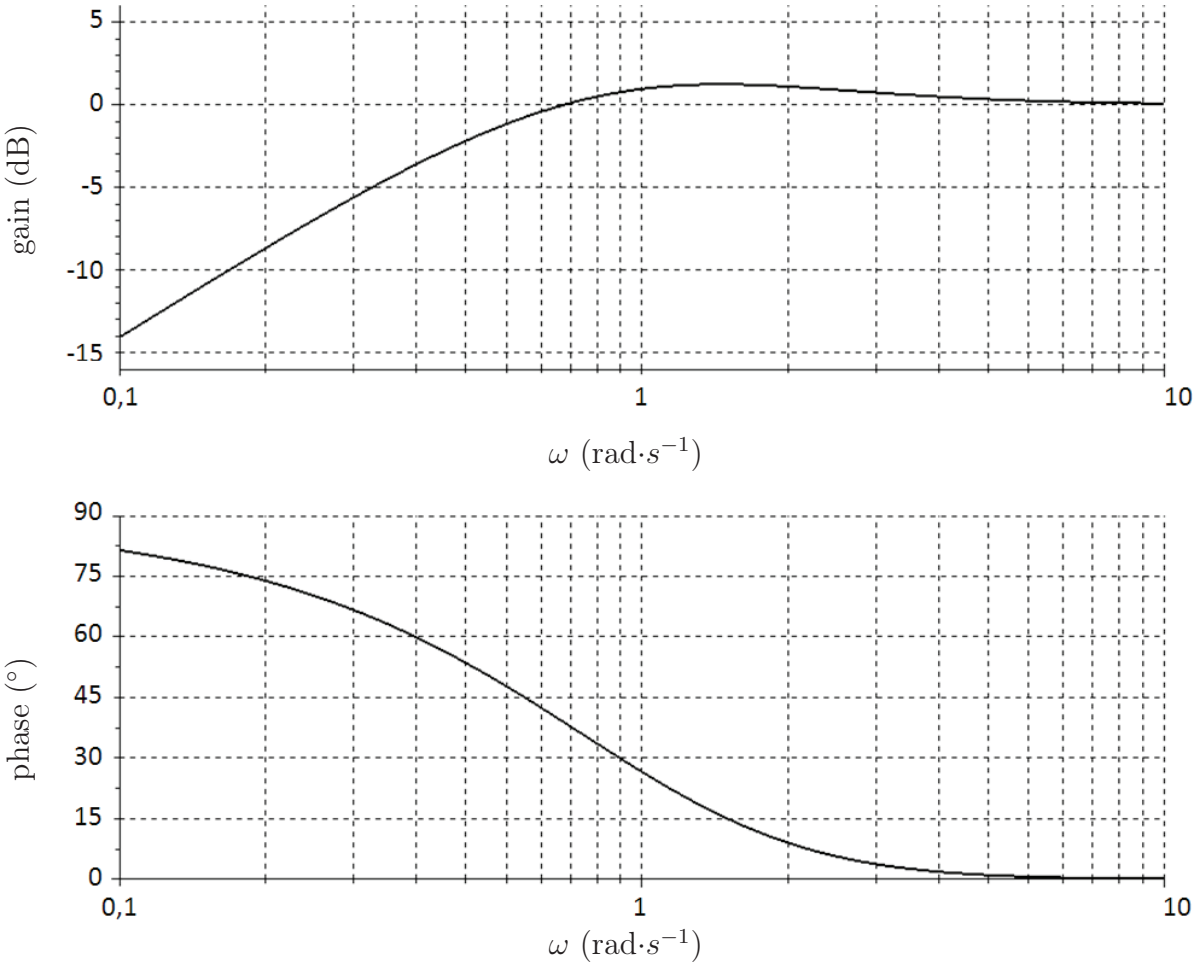
Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm avec le réglage K_{imax}

Temps de réponse à 5 %	
Amplitude du premier dépassement	
Erreur statique	

Conclusion :

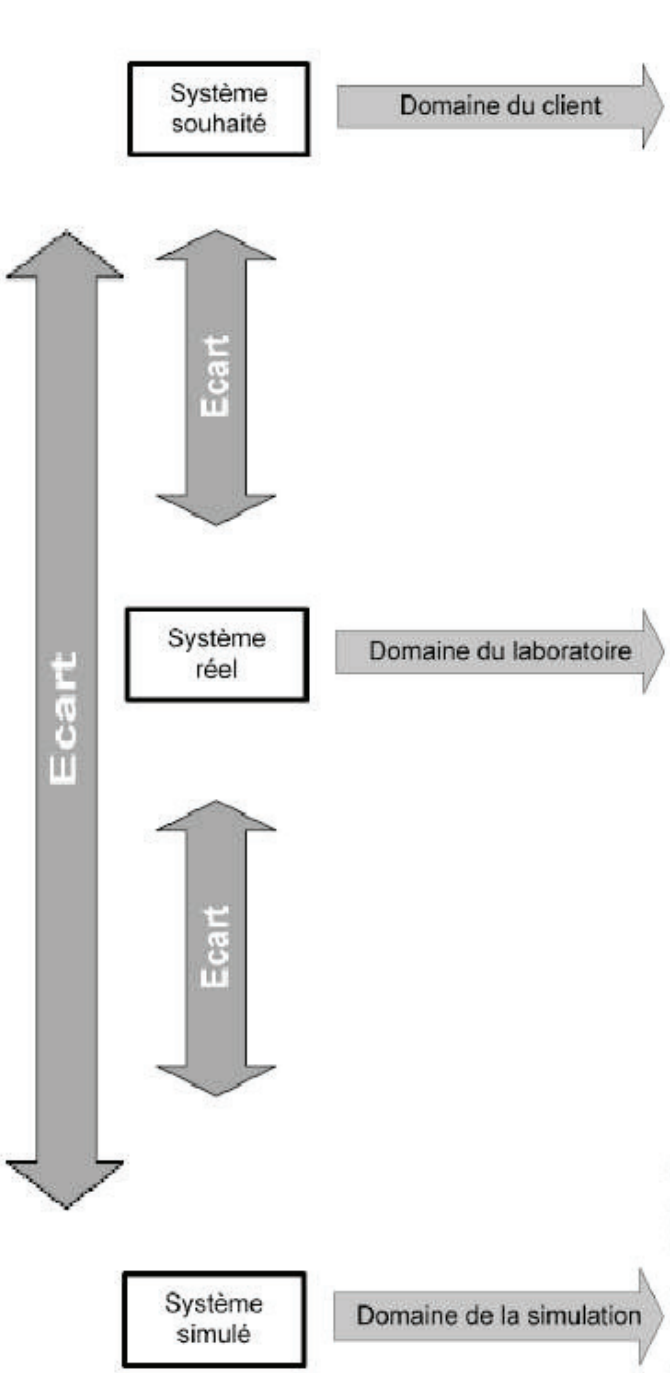
DR2 – Performance de l'asservissement avec correction PI et $K_i = K_{imax}$

Question 26

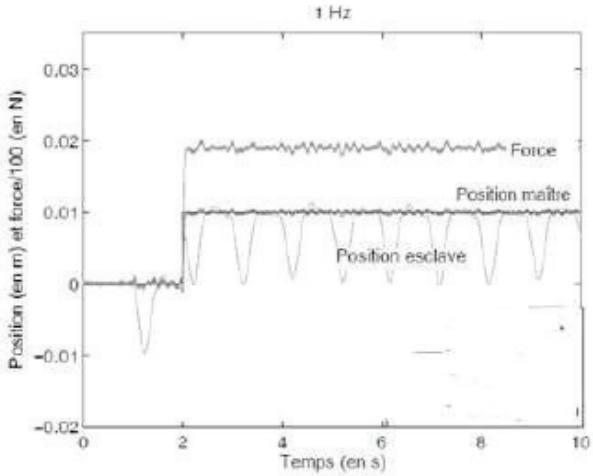


DR3 – Réponse fréquentielle de $B(j\omega)$

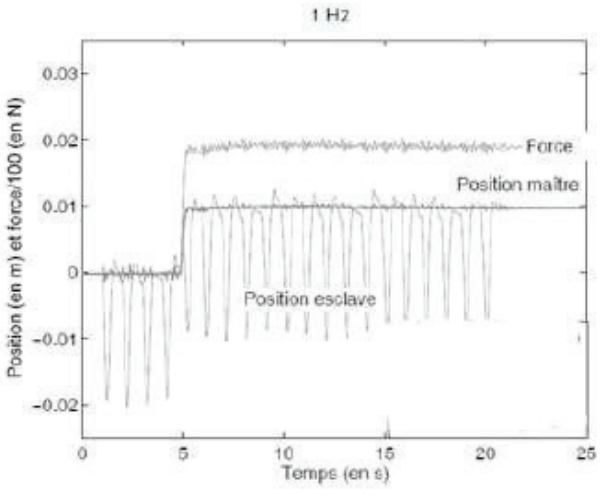
Question 27



« requirement »
Déplacement de l'outil
Id= « 1 » Text= « positionner l'outil en minimisant l'effet d'une perturbation périodique »



Performances simulées : au bout de 2 s le maitre impose un déplacement de 1 cm



Performances mesurées : au bout de 5 s le maitre impose un déplacement de 1 cm

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/psi