Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2017, filière PSI

Modélisation et ingénierie numérique

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : modélisation du cycle frigorifique
- Partie II : vibrations générées lors du fonctionnement
- Partie III : consommation électrique du moteur asynchrone monophasé
- Partie IV : commande de la variation en température

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/psi/2017/modelisation

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUNS
POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI

MODELISATION ET INGENIERIE NUMERIQUE

Jeudi 4 mai : 8 h - 12 h

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet est composé de 16 pages d'énoncé et de 8 pages de document réponse.
Il comporte 4 parties indépendantes.

MODÉLISATION D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE

Présentation générale

Un des enjeux majeurs de la grande distribution, de l'industrie et du tertiaire dans les années à venir sera de diviser sa consommation d'énergie de moitié. La production frigorifique d'un magasin représente entre 40 et 60 % de la consommation électrique (selon la superficie). La **figure 1** montre une implantation. La production de froid doit être efficace malgré toutes les perturbations d'ouverture et de fermeture des portes des congélateurs.



Figure 1 – Photographies d'un magasin de produits surgelés et d'un compresseur

Aujourd'hui, de nouveaux types de machines permettent d'adapter la puissance du compresseur aux besoins de l'installation frigorifique en effectuant un réglage en continu de la vitesse du compresseur. Ce type d'installation permet de gagner jusqu'à 25 % de consommation d'énergie. Le sujet porte sur la modélisation et la justification des modèles de ces nouvelles machines.

Le sujet comporte 4 parties indépendantes avec pour objectif de :

- comprendre un modèle simple du cycle frigorifique et de pointer les paramètres affectant l'efficacité thermodynamique de la machine. Le contrôle en vitesse du compresseur permet de commander la puissance thermique soutirée à la source froide (nommée « puissance frigorifique ») ;
- trouver les fréquences propres de vibration du compresseur afin d'éviter de se placer à une vitesse critique lors de la variation de vitesse. En effet, une vibration trop grande engendrerait du bruit désagréable pour les clients ;
- mettre en évidence expérimentalement les inconvénients d'une utilisation du compresseur sans dispositif de commande de la vitesse de rotation (pic de courant au démarrage et ses conséquences éventuelles, facteur de puissance dépendant de la charge) ;
- modéliser et justifier la commande prédictive de l'asservissement en température. La commande prédictive est comparée à la commande Proportionnelle Intégrale qui s'avère moins performante pour ce type d'utilisation.

Remarque : dans l'énoncé du sujet, une égalité notée $\overset{\text{def}}{=}$ représente une définition.

I - Modélisation du cycle frigorifique

L'objectif de cette partie est de s'approprier un modèle thermodynamique simple du fonctionnement de la machine et de pointer les facteurs affectant son efficacité.
La machine frigorifique est constituée de quatre organes, représentés sur la **figure 2**.

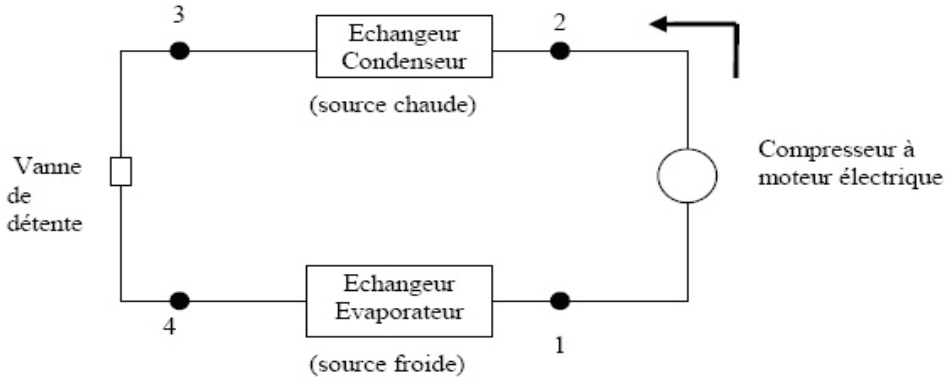


Figure 2 – Les quatre organes de la machine frigorifique

Le fluide frigorigène circulant entre les différents organes est le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane, noté « R134a » par la suite.

La **figure 3** (page suivante) représente en coordonnées (pression P, enthalpie massique h), les transformations subies par ce fluide au cours d'un cycle :

- $1 \rightarrow 2$: compression isentropique du fluide par le compresseur ;
- $2 \rightarrow 3$: échange thermique isobare à haute pression P_{hp} dans le condenseur ;
- $3 \rightarrow 4$: détente adiabatique dans le détendeur ;
- $4 \rightarrow 1$: échange thermique isobare à basse pression P_{bp} dans l'évaporateur.

En plus du cycle, d'autres courbes apparaissent sur le diagramme :

- la courbe de saturation liquide-vapeur (courbe noire en forme de cloche) ;
- un réseau d'isothermes (courbes en trait plein, tracées à $T = C^{te}$) ;
- un réseau d'isentropiques (courbes en pointillés, tracées à entropie massiques $s = C^{te}$) ;
- un réseau d'iso-titres en vapeur à l'intérieur de la courbe de saturation (courbes en pointillés tracées à l'intérieur de la courbe de saturation, à titre en vapeur $x = C^{te}$).

À l'intérieur de la courbe de saturation, le fluide est diphasé liquide-vapeur. À gauche de la courbe de saturation, le fluide est liquide. À droite, le fluide est gazeux.

Remarque : seul le début des courbes isothermes est représenté dans les domaines situés à gauche et à l'intérieur de la courbe de saturation. Cela permet d'alléger le diagramme, les isothermes étant horizontales à l'intérieur de la courbe de saturation et verticales à sa gauche.

Document - Quelques propriétés du fluide R134a

- Masse volumique aux différents points du cycle (en $kg\,.\,m^{-3}$) :

$$\mu_1 = 4{,}2 \quad \mu_2 = 45{,}5 \quad \mu_3 = 1{,}3\ 10^3 \quad \mu_4 = 12{,}5$$

- Ordre de grandeur de capacités thermiques massiques du R134a : $c_v \sim c_p \sim 1\ kJ.\ kg^{-1}.\ K^{-1}$
(ordres de grandeur valables pour la phase liquide et pour la phase vapeur)

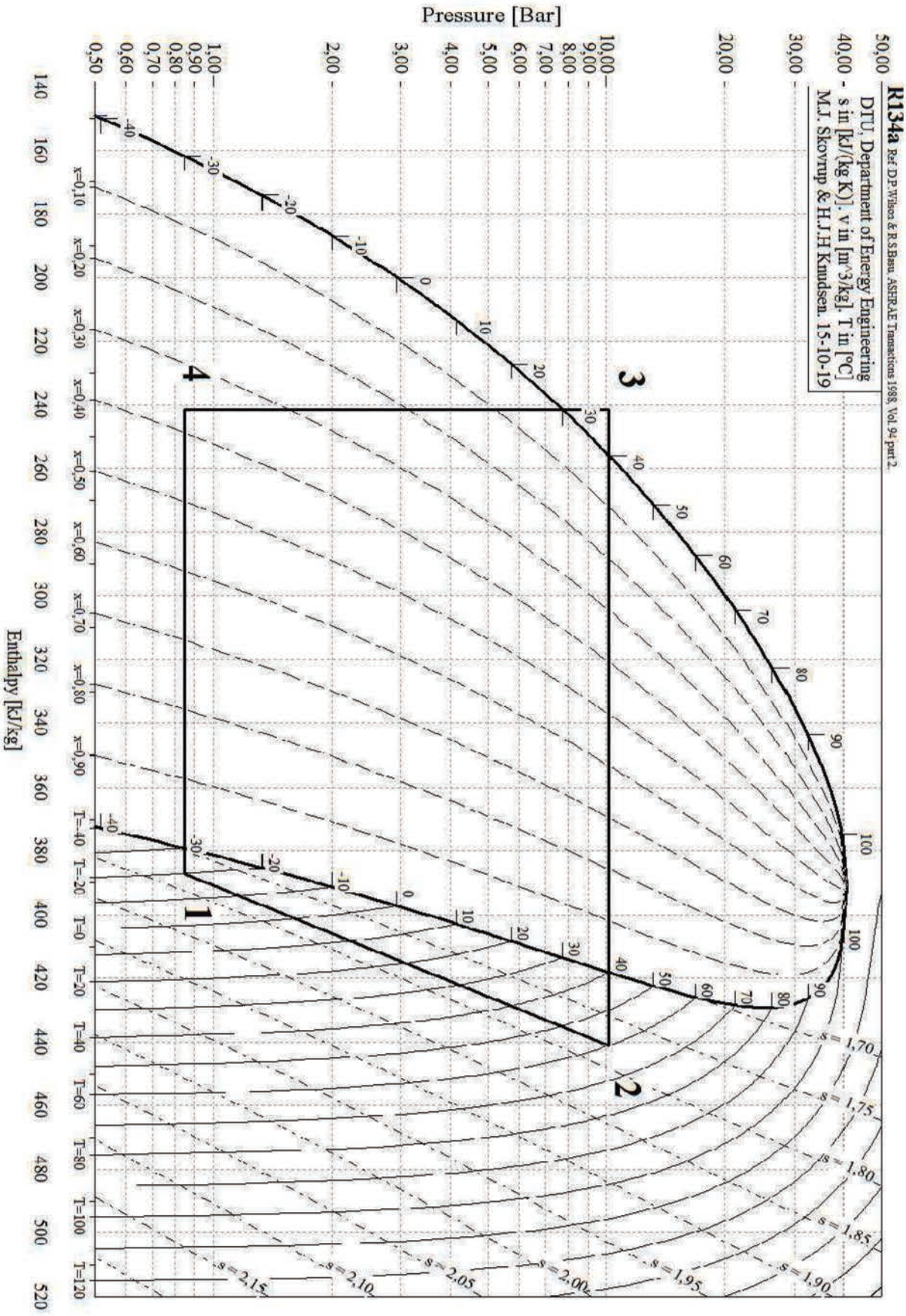


Figure 3 – Cycle subi par le fluide R134a, en coordonnées Pression – Enthalpie massique (tracé avec le logiciel CoolPack)

On rappelle l'expression du premier principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire appliqué à un système ouvert

$$\Delta\left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz\right) = w + q \qquad (1)$$

- $\Delta h \overset{\text{def}}{=} h_{\text{sortie}} - h_{\text{entrée}}$ est la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie ;
- $\Delta\left(\frac{1}{2}v^2\right)$ est la variation d'énergie cinétique massique du fluide entre l'entrée et la sortie ;
- $\Delta(gz)$ est la variation d'énergie potentielle massique de pesanteur entre l'entrée et la sortie ;
- w est le travail massique utile, apporté au fluide par toute pièce mobile en contact avec lui ;
- q est le transfert thermique massique reçu par le fluide.

On rappelle aussi l'expression du deuxième principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire

$$\Delta s = s_e + s_c \qquad (2)$$

- $\Delta s \overset{\text{def}}{=} s_{\text{sortie}} - s_{\text{entrée}}$ est la variation d'entropie massique entre l'entrée et la sortie ;
- s_e est l'entropie massique échangée et s_c est l'entropie massique créée.

On rappelle enfin la définition du titre en vapeur d'un corps diphasé liquide-vapeur $x \overset{\text{def}}{=} \frac{m_{vap}}{m_{liq}+m_{vap}}$.

Notations : les grandeurs associées à l'état 1 du cycle sont indicées "1". Les quantités échangées entre le fluide et l'extérieur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$ sont indicées par "12".
Exemples : enthalpie massique h_1 et travail massique utile w_{12}.
On peut en déduire les autres notations.

I.1 - Questions préalables sur le principe de fonctionnement d'une machine frigorifique

Le principe d'une machine frigorifique ditherme est le suivant : « Un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide refroidit la source froide et réchauffe la source chaude. »

Q1. Donner et justifier les signes des quantités algébriques suivantes : w_{12}, q_{23} et q_{41}.

Q2. Lors de la traversée du condenseur, le fluide frigorigène a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source chaude ? Lors de la traversée de l'évaporateur, le fluide a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source froide ?

Q3. Si l'on considère le réfrigérateur que l'on possède à la maison, où se situe la source froide ? Et la source chaude ?

I.2 - Questions préalables sur l'expression utile du premier principe

Q4. On considère une section de l'écoulement. En supposant les champs uniformes sur cette section, exprimer le débit de masse en fonction notamment de la vitesse d'écoulement.

Q5. D'après les données, on remarque que la masse volumique du fluide est minimale juste avant compression (état 1). En admettant que la section des canalisations est approximativement uniforme au cours du cycle, en déduire qu'en régime permanent la vitesse du fluide est maximale juste avant compression (état 1).

Q6. La vitesse maximale au cours du cycle est de l'ordre de $1\ \mathrm{m.s^{-1}}$. En prenant comme référence la variation d'enthalpie massique au cours de la compression, en déduire que les variations d'énergie cinétique peuvent être négligées dans l'expression du premier principe de la thermodynamique.

Q7. De la même façon, justifier que le terme (gz) peut aussi être retiré de l'expression du premier principe de la thermodynamique.

On utilisera par la suite l'expression simplifiée suivante du 1er principe en écoulement stationnaire :

$$\Delta h = w + q\ . \qquad (3)$$

I.3 - Lecture du diagramme et intérêt de la vaporisation

Pour ne pas dégrader le compresseur, il est crucial que le fluide caloporteur soit purement gazeux à l'entrée de cet organe, toute goutte de liquide entraînant son usure prématurée. C'est pourquoi le fluide à la sortie de l'évaporateur est *« surchauffé »* : sa température T_1 dans l'état 1 est supérieure à celle de la vapeur saturante $T_{sat}(P_{bp})$. La surchauffe est une marge de sécurité qui permet de garantir que le fluide sera bien gazeux à l'entrée du compresseur, même si le fonctionnement de la machine est perturbé.

Q8. Déterminer graphiquement la valeur numérique de la *surchauffe* : $T_1 - T_{sat}(P_{bp})$.

Q9. Le fluide à la sortie du condenseur (état 3) est dit « sous-refroidi » : sa température de sortie T_3 est plus basse que la température de vapeur saturante $T_{sat}(P_{hp})$. Déterminer graphiquement la valeur numérique du *sous-refroidissement* : $T_3 - T_{sat}(P_{hp})$.

Q10. La transformation $3 \rightarrow 4$ est une détente de Joule-Thomson. Le détendeur peut être assimilé à un simple étranglement local de la conduite. Il n'y a pas de pièce mobile et les parois sont calorifugées. Justifier que cette étape est isenthalpique.

L'enthalpie massique d'un corps pur est définie par :

$$h \overset{\text{def}}{=} u(T) + \frac{P}{\mu}$$

où $u(T)$ est l'énergie interne massique, supposée indépendante de la pression.

Q11. Dans la zone située à gauche de la courbe de saturation, les isothermes sont verticales, donc confondues avec les isenthalpiques. Le R134a étant liquide dans cette zone, cela correspond à l'approximation usuelle stipulant que $\Delta h \cong c_p \Delta T$ pour une phase condensée. On souhaite ici vérifier la validité de cette approximation sur la première phase de la détente du R134a, avant vaporisation (du point 3 jusqu'à la courbe de saturation).
Déterminer numériquement la variation de température sur cette première phase et vérifier qu'une isenthalpique est effectivement assimilable à une isotherme.

Q12. La suite de la détente provoque une vaporisation du R134a.
Etablir qu'au cours de cette vaporisation, la variation d'enthalpie massique peut s'écrire :

$$\Delta h = L_{vap}(T_4)\Delta x_{vap} + c_p(T_4 - T_3) \qquad (4)$$

$L_{vap}(T_4) \overset{def}{=} h_{vap}(T_4) - h_{liq}(T_4)$ étant la chaleur latente de vaporisation à la température T_4 et Δx_{vap} étant la variation du titre en vapeur au cours de la vaporisation. On justifiera clairement la démarche utilisée.

Q13. Mesurer graphiquement $L_{vap}(T_4)$. En déduire par le calcul une valeur numérique de la variation de température (T_4 - T_3) attendue lors de la transformation $3 \rightarrow 4$. Cette valeur est-elle du même ordre de grandeur que celle lue sur le diagramme ?

Conclusion : la vaporisation, provoquée mécaniquement, génère une chute de température du fluide frigorigène permettant d'orienter le transfert thermique dans le sens souhaité lors de son passage dans l'évaporateur : de la source froide vers le fluide.

I.4 - Hypothèses simplificatrices et efficacité de la machine

Q14. Quel phénomène faut-il négliger pour modéliser les échanges thermiques considérés comme étant isobares ?

Q15. Quelles hypothèses faut-il faire pour modéliser la compression comme étant isentropique ?

On rappelle la définition qualitative de l'efficacité d'une machine thermique :

$$e \overset{def}{=} \left| \frac{\text{énergie massique utile}}{\text{énergie massique coûteuse}} \right| .$$

Q16. À quoi correspondent ces deux termes énergétiques dans le cas de la machine frigorifique et identifier dans le cycle la transformation associée à chacun. Déterminer leur valeur numérique par lecture graphique sur le diagramme (P, h). En déduire la valeur de l'efficacité.

Q17. En appliquant à 1 kg de fluide frigorigène les deux principes de la thermodynamique sur un cycle réversible, établir l'expression de l'efficacité de Carnot en fonction des températures de la source froide et de la source chaude ($T_{chaud} = 20$ °C et $T_{froid} = -15$ °C). Faire l'application numérique et comparer cette valeur à l'efficacité calculée dans le cadre du modèle étudié. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ? Quelles sont les sources d'irréversibilité du cycle avec lequel a été modélisée la machine frigorifique ?

Q18. Aucune transformation réelle n'est réversible. La compression réelle qui amène le fluide de P_{bp} à P_{hp} est nécessairement irréversible, contrairement à l'hypothèse simplificatrice de notre modèle. Proposer une modification simple de l'allure de la courbe $1 \rightarrow 2$ du diagramme (P, h) pour tenir compte de l'irréversibilité. En déduire graphiquement une conséquence sur l'efficacité. (L'explication sera faite sur la copie.)

Q19. Expliquer en quoi le sous-refroidissement permet d'augmenter l'efficacité de la machine, tous les autres paramètres étant gardés identiques.

II - Modélisation des vibrations générées lors du fonctionnement

L'objectif de cette partie est de trouver les conditions de résonance du compresseur.

Le compresseur repose sur 4 appuis élastiques. Le piston a un mouvement de translation alternatif suivant $\vec{x}$ généré par un mécanisme bielle – manivelle.
Ainsi, lorsque le piston va se translater, il va créer un effort alternatif qui va générer des vibrations.

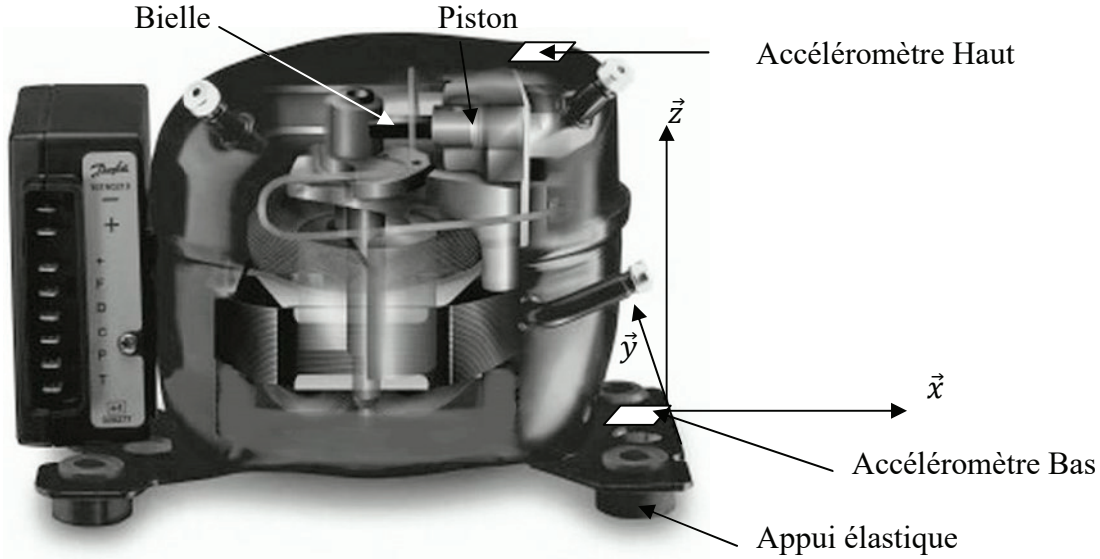


Figure 4 - Compresseur sur 4 appuis élastiques

Analyse expérimentale à l'aide d'accéléromètres

Afin de pouvoir proposer un modèle le plus simple possible, une étude expérimentale est réalisée à l'aide d'accéléromètres qui sont placés en haut et en bas du compresseur (**figure 4**). Les résultats doivent permettre d'effectuer des hypothèses simplificatrices. Les courbes sont données dans le document réponse DR1.

Q20. Tracer sur le document réponse la période des signaux X_haut et X_bas. En déduire la fréquence associée à cette période du signal observé sur les courbes.

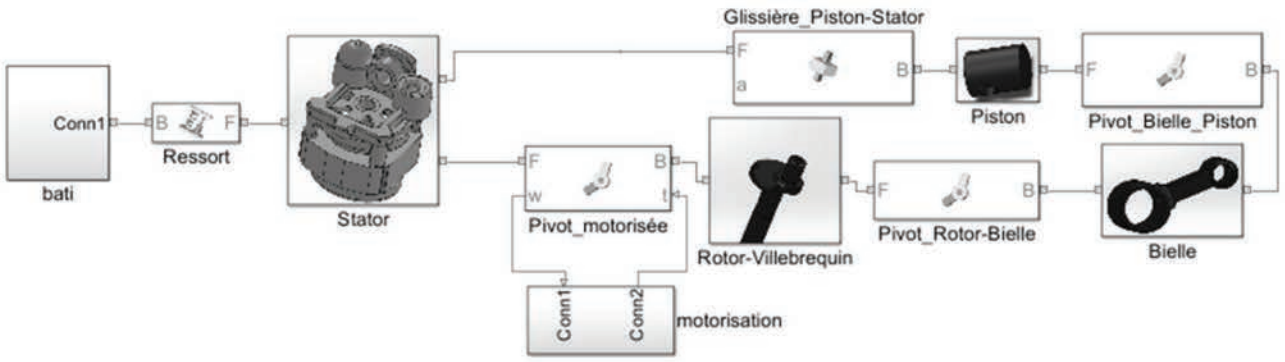
Q21. Le signal est assez bruité. Proposez une technique analogique et une technique numérique permettant d'avoir une courbe lissée. Expliquez le principe de vos solutions (sans calcul).

Q22. En analysant les mesures d'accélération du mouvement du compresseur, indiquer sur la copie en quoi l'effet de la translation suivant $\vec{x}$ est prépondérant devant celui de la translation suivant $\vec{y}$ et celui de la rotation autour de $\vec{y}$. Quel élément en mouvement peut expliquer cela ?

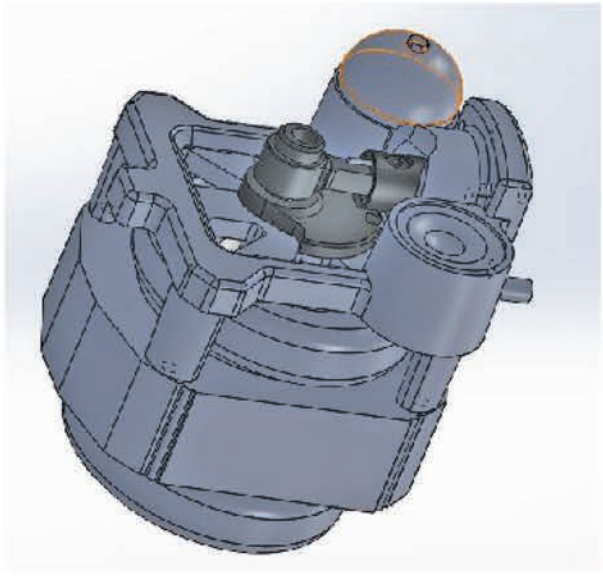
Q23. Justifier l'utilisation d'une modélisation plane.

Q24. La raideur d'un des 4 appuis élastiques (modélisé comme des ressorts) suivant $\vec{x}$ est de 20 N/mm. Calculer la raideur suivant $\vec{x}$ du ressort équivalent aux 4 appuis en parallèle (le mouvement considéré est uniquement suivant $\vec{x}$).

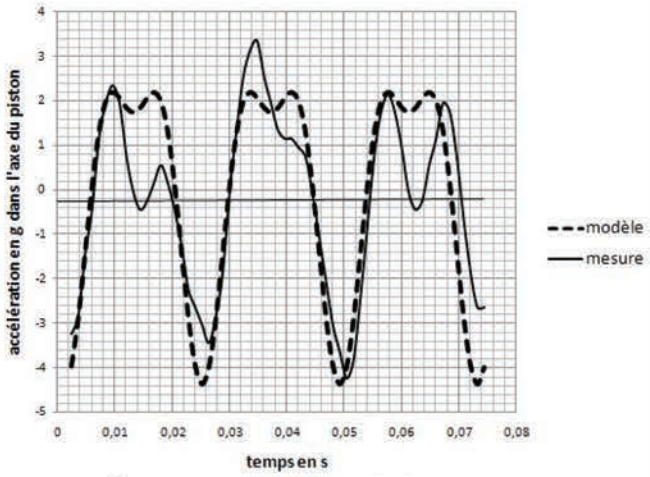
Ces hypothèses permettent de réaliser la modélisation acausale en mécanique dans le plan.



a) modélisation acausale



b) vue 3d du système bielle manivelle



Mesure effectuée à 2500 tours/min

c) comparaison modèle - mesure

Figure 5 - Compresseur sur les ressorts

Q25. Donner deux différences entre une modélisation causale et acausale.

Q26. Le schéma (**figure 5.a**) n'est pas multiphysique puisqu'il ne comporte que des composants mécaniques (solides et liaisons). Faire l'inventaire des blocs « solides » et des blocs « liaisons » du modèle.

Q27. À partir de la vue 3D (**figure 5.b**) et de la modélisation acausale (**figure 5.a**), proposer un schéma cinématique (en couleur) du système dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$.

Q28. Quelles sont les grandeurs de flux et les grandeurs d'effort qui vont transiter entre les blocs ?

Q29. Le graphique (**figure 5.c**) montre la comparaison modèle-mesure au début du mouvement. Commentez l'adéquation modèle-mesures.

Q30. La vitesse du moteur peut varier entre 0 et 3000 tours/min. Proposer un protocole de simulation afin de visualiser l'existence de résonances sur cette plage.

III - Consommation électrique du moteur asynchrone monophasé : une étude expérimentale

Dans cette partie, une étude expérimentale du moteur asynchrone va mettre en évidence deux inconvénients du fonctionnement du compresseur sans dispositif de commande :

- l'existence d'un pic de courant au démarrage ;
- un facteur de puissance dépendant de la charge.

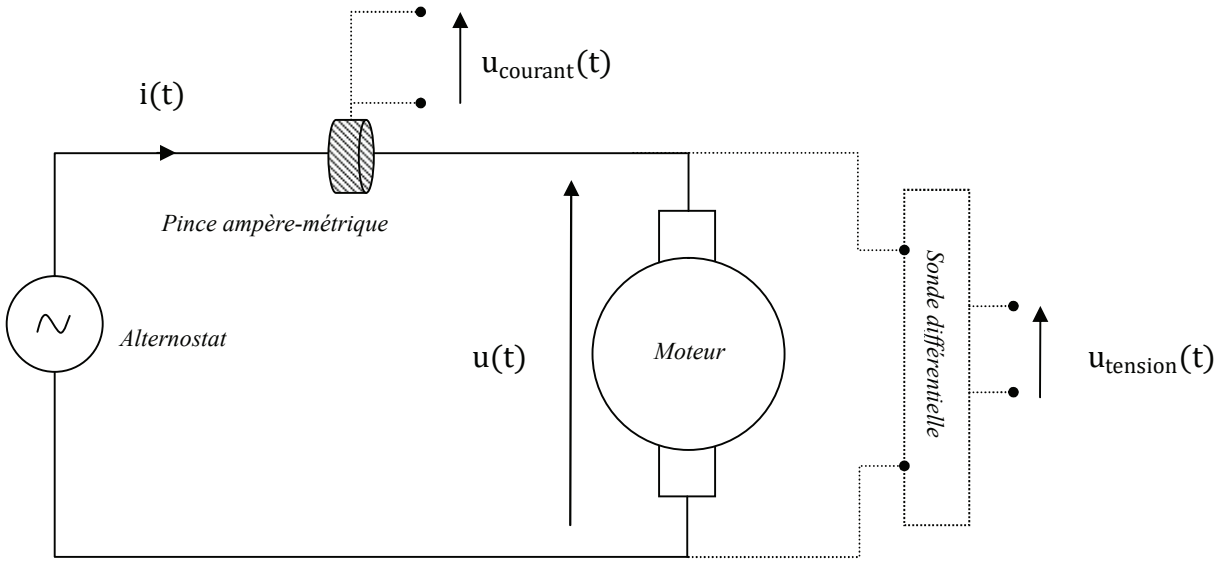


Figure 6 – Dispositif expérimental d'étude du moteur asynchrone
(système d'acquisition non représenté)

La **figure 6** représente le montage expérimental. Le moteur asynchrone est alimenté par un alternostat. Ce dernier délivre une tension sinusoïdale de fréquence $50\ \text{Hz}$, de valeur efficace réglable entre 0 et $220\ \text{V}$. La sonde différentielle délivre une tension $u_{tension}(t)$, représentant la tension $u(t)$ après atténuation d'un facteur 100. Cela permet d'enregistrer la tension délivrée au moteur sans saturer le logiciel d'acquisition (LatisPro). Une pince ampère-métrique est placée en un point du circuit d'alimentation et délivre une tension $u_{courant}(t)$ proportionnelle au courant $i(t)$ du tronçon de circuit autour duquel elle est placée. Le coefficient de proportionnalité vaut $0{,}1\ \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$.

Remarques : pour des raisons liées à l'environnement expérimental, les tests ont été effectués à des tensions efficaces inférieures à 220 V. Par ailleurs, aucune connaissance sur le moteur asynchrone n'est nécessaire pour répondre aux questions suivantes.

III.1 - Pic de courant au démarrage du moteur

La **figure 7** (page suivante) présente un enregistrement de $u_{courant}(t)$ et $u_{tension}(t)$ au démarrage du moteur, celui-ci n'étant pas chargé. Au cours de ce régime transitoire, on observe clairement un pic en courant, qui décroît lorsque l'on tend vers le régime permanent.

Q31. Mesurer le facteur de surintensité du courant d'alimentation lors du démarrage :

$$\frac{\text{amplitude au démarrage}}{\text{amplitude en régime permanent}}.$$

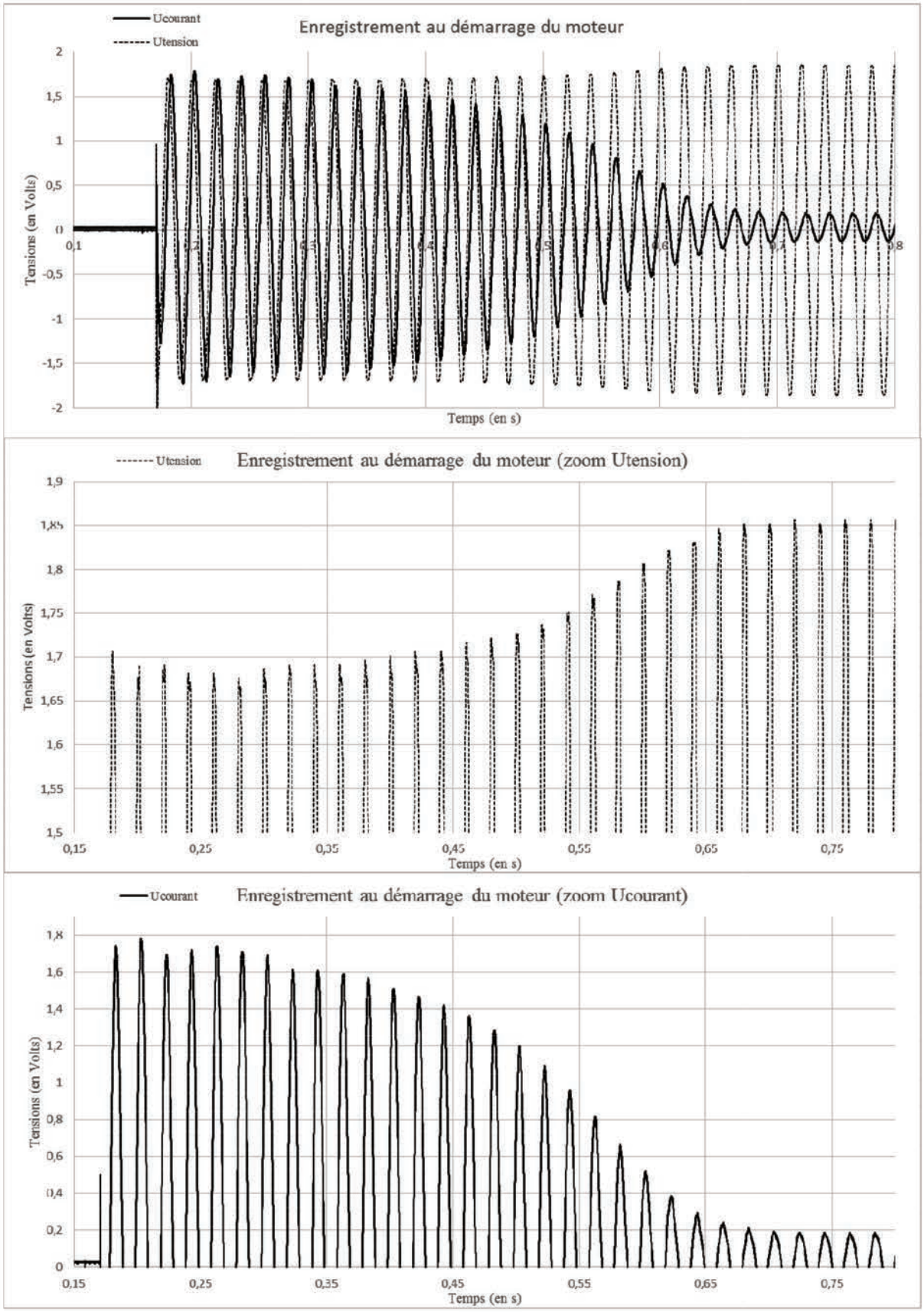


Figure 7 – Enregistrement de $u_{tension}(t)$ et $u_{courant}(t)$ lors du démarrage du moteur non-chargé. Les deux figures du dessous sont des zooms séparés de $u_{tension}(t)$ et $u_{courant}(t)$

On modélise l'alternostat par un générateur de Thévenin sinusoïdal. On note E l'amplitude de sa tension à vide et r_{th} sa résistance interne.

À l'aide de la **figure 7**, on peut montrer que l'impédance électrique du moteur s'écrit $\underline{Z} = -jY$, où $j^2 = -1$. Sur les cinq premières périodes, on peut mesurer $Y = 9{,}7\ \Omega$. En régime permanent, on suppose que $Y \gg r_{th}$ (il n'est pas demandé de démontrer ces affirmations). On notera que l'évolution temporelle de l'impédance électrique du moteur est suffisamment lente pour considérer que le régime sinusoïdal forcé est réalisé à chaque instant.

Q32. À partir des mesures expérimentales, déterminer les valeurs numériques de E et de r_{th}.

Q33. En général, l'enceinte dans laquelle est placée la machine frigorifique contient plusieurs prises de courant, alimentant différents appareils. En supposant ces prises en parallèle, expliquer pourquoi il est préférable d'éviter le pic de courant au démarrage du moteur.

Conclusion : une commande de la machine frigorifique du type « marche – arrêt » génère des pics en courant qui peuvent perturber le réseau d'alimentation électrique. Une commande progressive de la vitesse de rotation du compresseur permet d'éviter ce désagrément. Cela est étudié dans la dernière partie du sujet.

III.2 - Dépendance du facteur de puissance avec la charge du moteur (régime permanent)

Les trois figures nécessaires au traitement de cette partie se trouvent dans le document réponse DR2 à rendre avec la copie. La **figure 13** présente un enregistrement de $u_{courant}(t)$ et $u_{tension}(t)$ en régime permanent, le moteur étant chargé par une génératrice à courant continu connectée à un rhéostat (résistance variable). La **figure 14** est un zoom de la **figure 13**. La **figure 15** représente le facteur de puissance $\cos(\Delta\varphi)$ en fonction de la puissance moyenne électrique consommée par le moteur. On rappelle que $\Delta\varphi \stackrel{def}{=} \varphi_u - \varphi_i$ est le déphasage tension-courant aux bornes du moteur.

La pince ampère-métrique délivre une tension proportionnelle au courant traversant le fil d'alimentation autour duquel elle a été placée. La pince peut être assimilée à une bobine torique en circuit ouvert, similaire à celle représentée sur la **figure 8**. Sur ce schéma, le fil d'alimentation serait placé selon l'axe z.

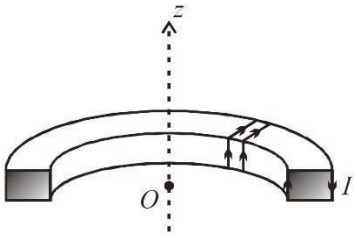


Figure 8 – Schéma d'une moitié de bobine torique

Q34. Expliquer en quelques mots et sans calcul le principe de fonctionnement de la pince, en donnant :

- le nom et l'expression mathématique de la loi physique à l'origine du fonctionnement de la pince ;
- les différents paramètres physiques influençant le facteur de proportionnalité entre le courant mesuré et la tension délivrée.

Q35. Expliquer pourquoi la position de la pince ampère-métrique le long du fil d'alimentation n'a pas d'incidence sur la mesure du déphasage tension-courant.

Q36. Donner (sans démonstration) l'expression de la puissance électrique moyenne $\langle P \rangle$ consommée par le moteur en fonction de l'amplitude I du courant qui le traverse, de l'amplitude U de la tension à ses bornes et du déphasage $\Delta\varphi$ tension-courant.

Q37. À partir des **figures 13 et 14**, déterminer le facteur de puissance et la puissance électrique moyenne consommée par le moteur lors de cet enregistrement. On fera apparaître explicitement sur ces figures les grandeurs relevées. On précisera sur la copie les difficultés rencontrées pour extraire les données nécessaires à la détermination des deux grandeurs recherchées.

La **figure 15** a été tracée d'après huit autres enregistrements similaires à celui présenté sur les **figures 13 et 14.** Chaque point correspond à une charge différente du moteur. Plus le moteur est chargé, plus la puissance moyenne consommée est élevée.

Q38. Ajouter sur la **figure 15** le point correspondant aux mesures effectuées à la question précédente. On souhaite à présent estimer <u>un ordre de grandeur</u> des incertitudes de mesure sur le facteur de puissance et la puissance moyenne consommée par le moteur :

- repérer la source d'incertitude dominante sur la mesure du déphasage, puis estimer sa valeur. Donner alors l'intervalle dans lequel se trouve la valeur expérimentale de $\Delta\varphi$;
- pour estimer l'incertitude sur $\cos(\Delta\varphi)$, calculer les cosinus aux bornes de l'intervalle précédent et en déduire l'incertitude sur le facteur de puissance ;
- estimer les incertitudes relatives sur U, puis sur I ;
- en déduire la source d'incertitude principale sur la puissance moyenne ;
- en déduire l'incertitude sur la puissance moyenne ;
- finalement, dessiner les barres d'incertitudes au niveau du point ajouté sur la **figure 15**.

Q39. Rappeler la raison pour laquelle le fournisseur d'énergie électrique (EDF par exemple) oblige les utilisateurs à avoir un facteur de puissance élevé.

<u>Conclusion</u> : le facteur de puissance n'est optimal que pour une charge élevée, donc lorsque la machine frigorifique fonctionne à pleine puissance. Une commande du moteur en vitesse peut permettre d'optimiser le facteur de puissance quelle que soit la charge du moteur.

IV - Commande de la variation en température

L'objectif est de mettre en place une commande de variation en température de la source froide.

L'objectif principal de la commande est de maintenir les sorties proches d'une valeur de consigne en température C(p) et de se stabiliser après une perturbation. **L'objectif de précision est d'avoir un écart statique de 0 % après 3s pour une consigne en échelon.**

L'ensemble {variateur de vitesse – moteur – système frigorifique} sera appelé processus et se modélise par un premier ordre avec retard de constante de temps T_{pro} (120 s) de gain statique K_{pro} (1,7) et de retard T (50 s). Sa fonction de transfert est $H_{pro(p)} = \frac{S_{pro(p)}}{MV_{(p)}}$.

Le premier correcteur envisagé est un correcteur proportionnel intégral (PI) de constante de temps T_i et de gain statique K (**figure 9**).

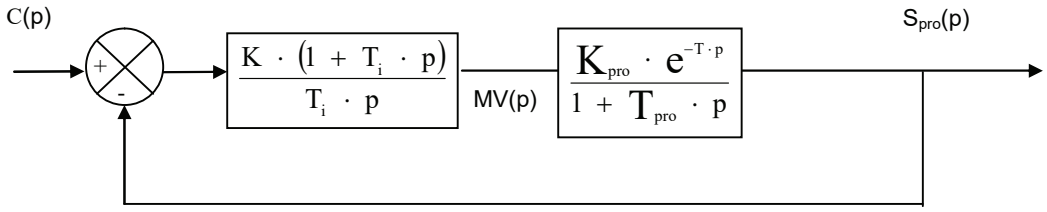


Figure 9 – Structure de la commande avec correcteur PI

Q40. Justifier l'utilisation du correcteur proportionnel intégral vis-à-vis du critère de précision.

Q41. Donner la valeur de T_i afin de compenser le pôle dominant du processus.

La courbe du document réponse DR3 montre le diagramme de Bode de la FTBO sans retard avec K = 1 et la valeur de T_i réglée à la question **Q41.**

Q42. Tracer sur le document réponse DR3 la courbe de phase modifiée par le retard.

Rappel : le retard est modélisé par la fonction $e^{-T.p}$ qui a un gain unitaire et une phase de –Tω.

Q43. Mesurer les marges de phases et de gain.

Q44. Régler K afin d'avoir une marge de gain de 12 dB minimum et de phase de 45° minimum.

La **figure 10** montre la simulation de l'évolution de la température du système pour le correcteur PI réglé dans les questions précédentes, mais aussi pour un correcteur à commande prédictive que nous étudierons par la suite car adapté à ce type d'application. Les conditions de simulation sont un retard de 60 s, une consigne échelon de - 18 °C et une perturbation de + 5 °C à l'instant t = 700 s.

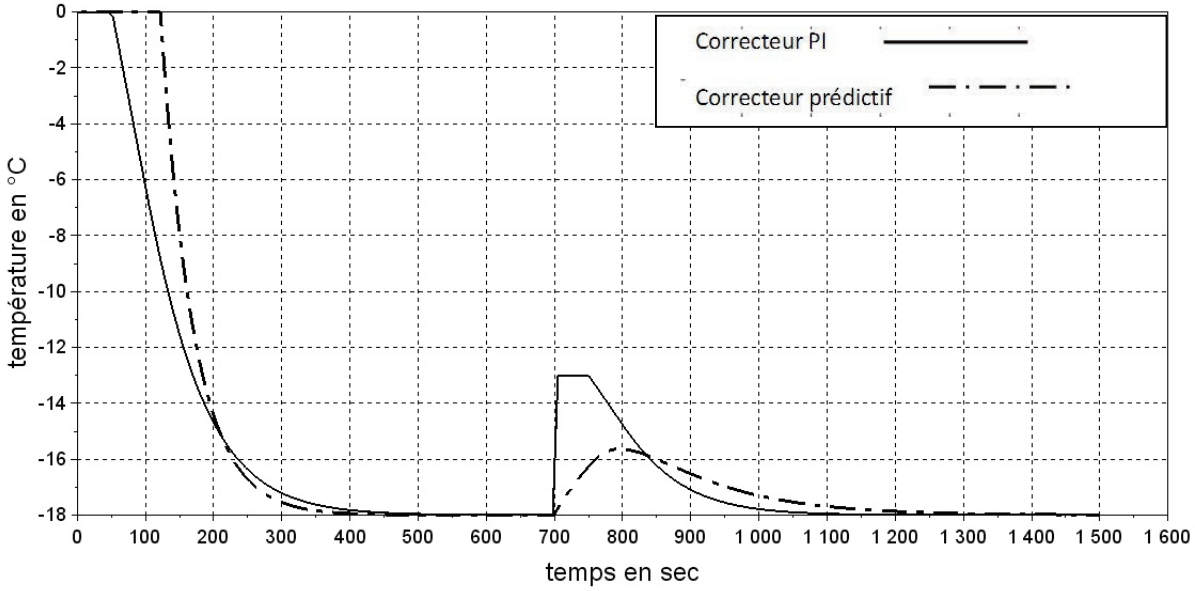


Figure 10 – Comparaison réponse temporelle pour un correcteur PI et un correcteur prédictif

Q45. Commenter la capacité du correcteur prédictif à atténuer la perturbation.

Les questions suivantes ont pour objectif d'analyser la programmation de la commande prédictive permettant d'obtenir le résultat de la **figure 10**.

Le principe de la commande prédictive est de disposer d'un modèle interne qui va permettre de prédire la sortie théorique $S_m(p)$. Cette prédiction est comparée à la sortie réelle $S_{pre}(p)$ et l'écart entre les deux va générer, à l'aide d'un algorithme (correcteur PFC), une nouvelle consigne MV(p).

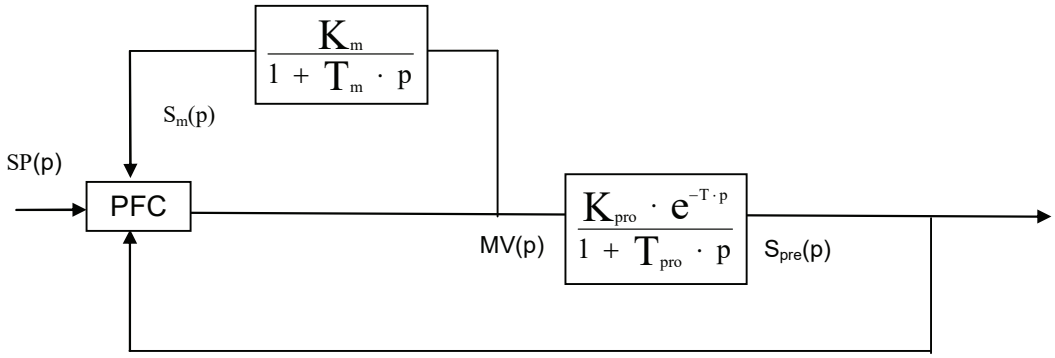


Figure 11 – Structure de la commande avec correcteur prédictif (PFC)

Pour pouvoir implanter une commande prédictive, il faut en étudier son algorithmique car le correcteur est numérique. La première étape est la simulation du modèle qui servira à la comparaison.
Comme le processus se modélise selon un ordre 1, le modèle interne retenu est lui aussi d'ordre 1, de fonction de transfert $H_{m(p)} = \frac{S_{m(p)}}{MV_{(p)}}$ avec une constante de temps T_m (120 s) et un gain statique K_m (1,7 °C par point).

Q46. Tracer sur le document réponse DR4 l'évolution de la réponse du système modélisé par un ordre 1 de gain statique 1°C par point et de constante de temps 10 s à un échelon d'amplitude de 100 points (point est l'unité numérique de commande).

Le programme permettant de simuler le comportement d'un ordre 1 échantillonné est donné dans le document réponse DR4.

Q47. Tracer le graphique obtenu à partir de cet algorithme sur la même figure que le tracé théorique de la question **Q46.**

Le programme complet utilisant la commande PFC est donné dans le document réponse DR5 pour les questions **Q48** et **Q49.** Comme le montre le schéma bloc **figure 12**, il prend en compte une saturation et une perturbation. La consigne SP(p) est un échelon de température de - 18 °C et la sortie est la température effective CV(p).

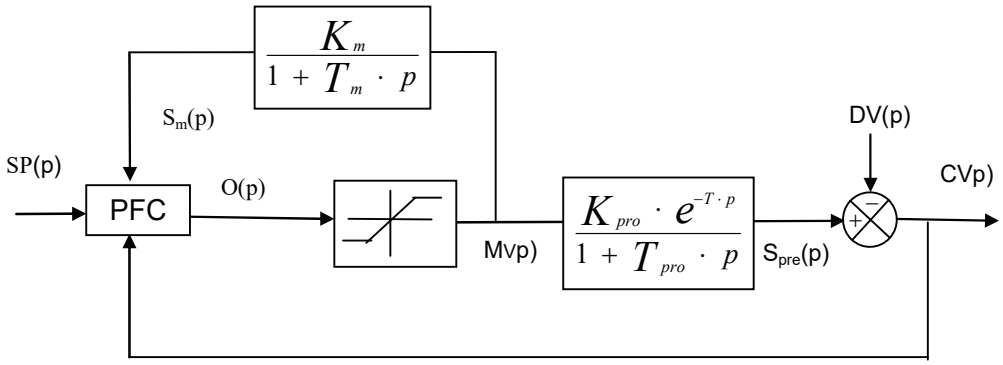


Figure 12 – Schéma bloc complet

Q48. Indiquer dans le programme les lignes qui correspondent à la saturation et à la perturbation. Quelle est l'amplitude de la perturbation ? À quel instant arrive-t-elle ?

On donne le résultat de l'algorithme dans le **tableau 1** pour ii = 800 :

SP[800]	Sm[800]	Sm[800-60]	CV[800]	MV[800]	MV[800-60]
- 18	- 19,798	- 18,48	- 15,64	- 13,165	- 12,27

Tableau 1 – Résultats de l'algorithme pour ii=800

Q49. Donner les valeurs de SP[801], Sm[801], CV[801] et MV[801]. (trois chiffres significatifs.)

Q50. Conclure sur la capacité du correcteur à atténuer une perturbation ainsi que la précision.

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 17 1188 – D'après documents fournis

DANS CE CADRE

Académie : Session : **2017**

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **PSI**

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Modélisation et Ingénierie Numérique**

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

Né(e) le

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **PSI**

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Modélisation et Ingénierie Numérique**

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

Note : /20

Appréciation du correcteur :*

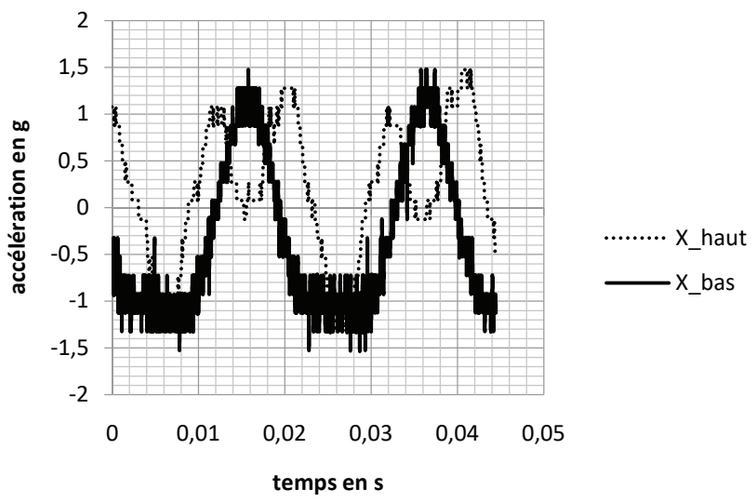
* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

PSIMI06

DOCUMENT RÉPONSE

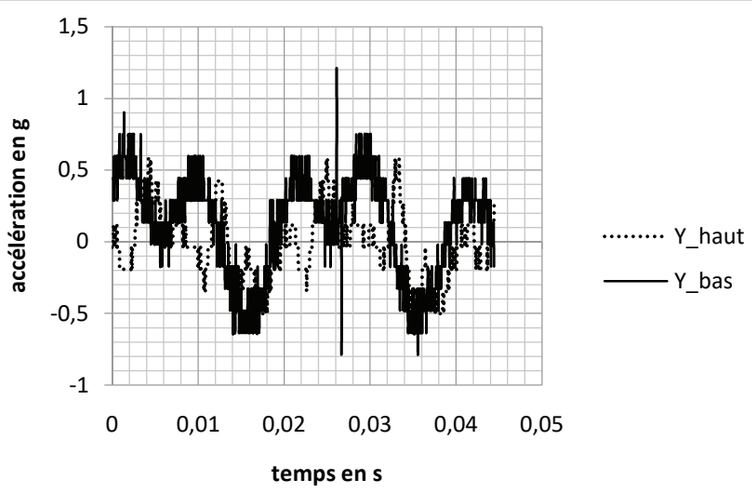
NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR1 : **Questions 20 – 22 - 23**



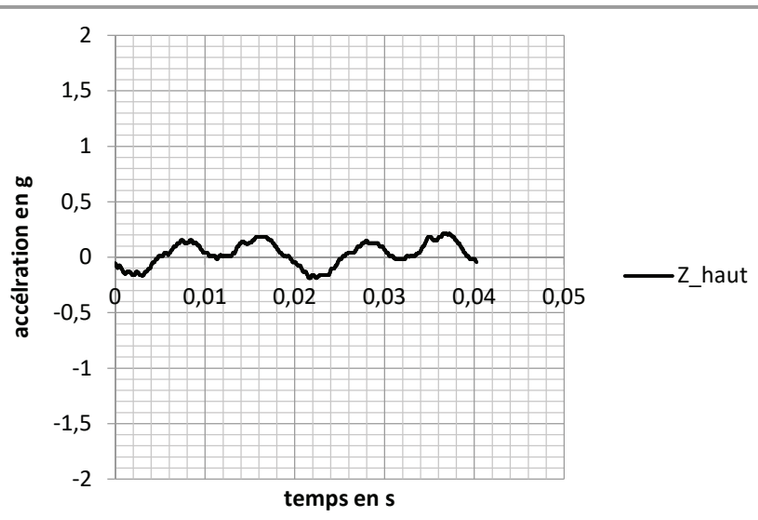
X_haut représente l'accélération suivant $\vec{x}$ mesurée par l'accéléromètre haut.

X_bas représente l'accélération suivant $\vec{x}$ mesurée par l'accéléromètre bas.



Y_haut représente l'accélération suivant $\vec{y}$ mesurée par l'accéléromètre haut.

Y_bas représente l'accélération suivant $\vec{y}$ mesurée par l'accéléromètre bas.



Z_haut représente l'accélération suivant $\vec{z}$ mesurée par l'accéléromètre haut.

NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR2 : Question 37

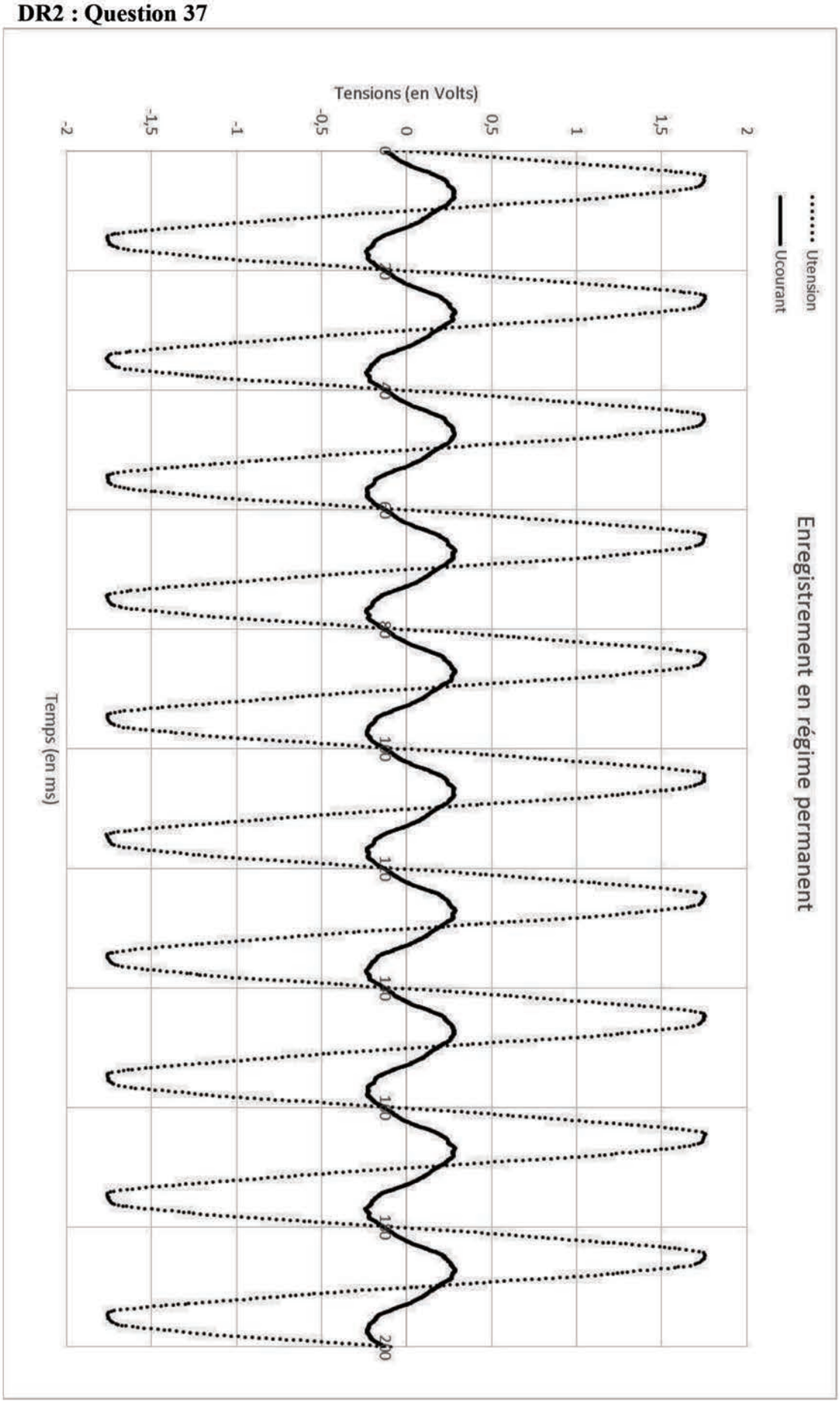


Figure 13 – Enregistrement de $\mathbf{u_{tension}(t)}$ et $\mathbf{u_{courant}(t)}$ en régime permanent.

DR2 : Question 37

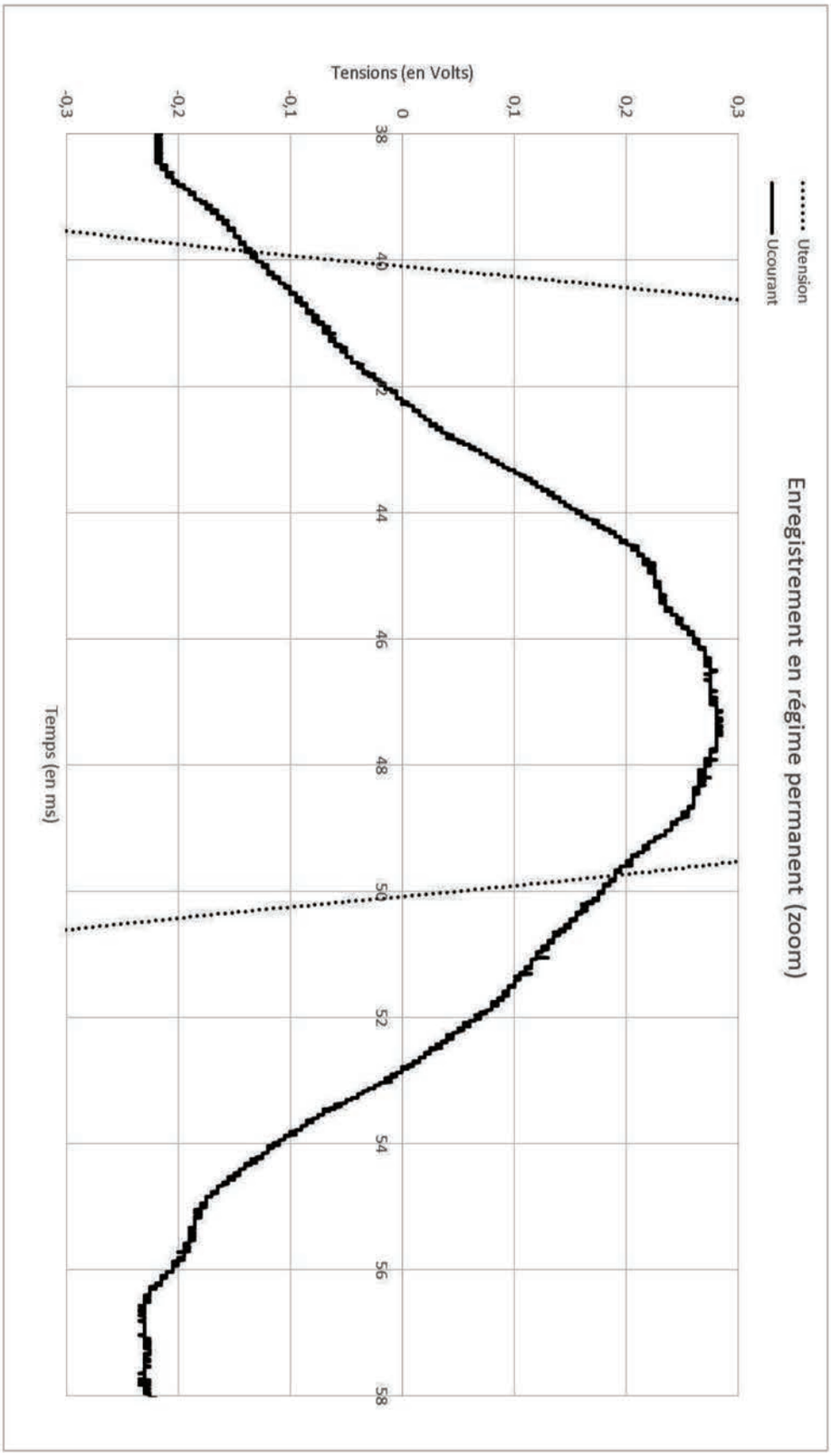


Figure 14 – Zoom de la **DR2 Figure 13**

NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR2 : Question 38

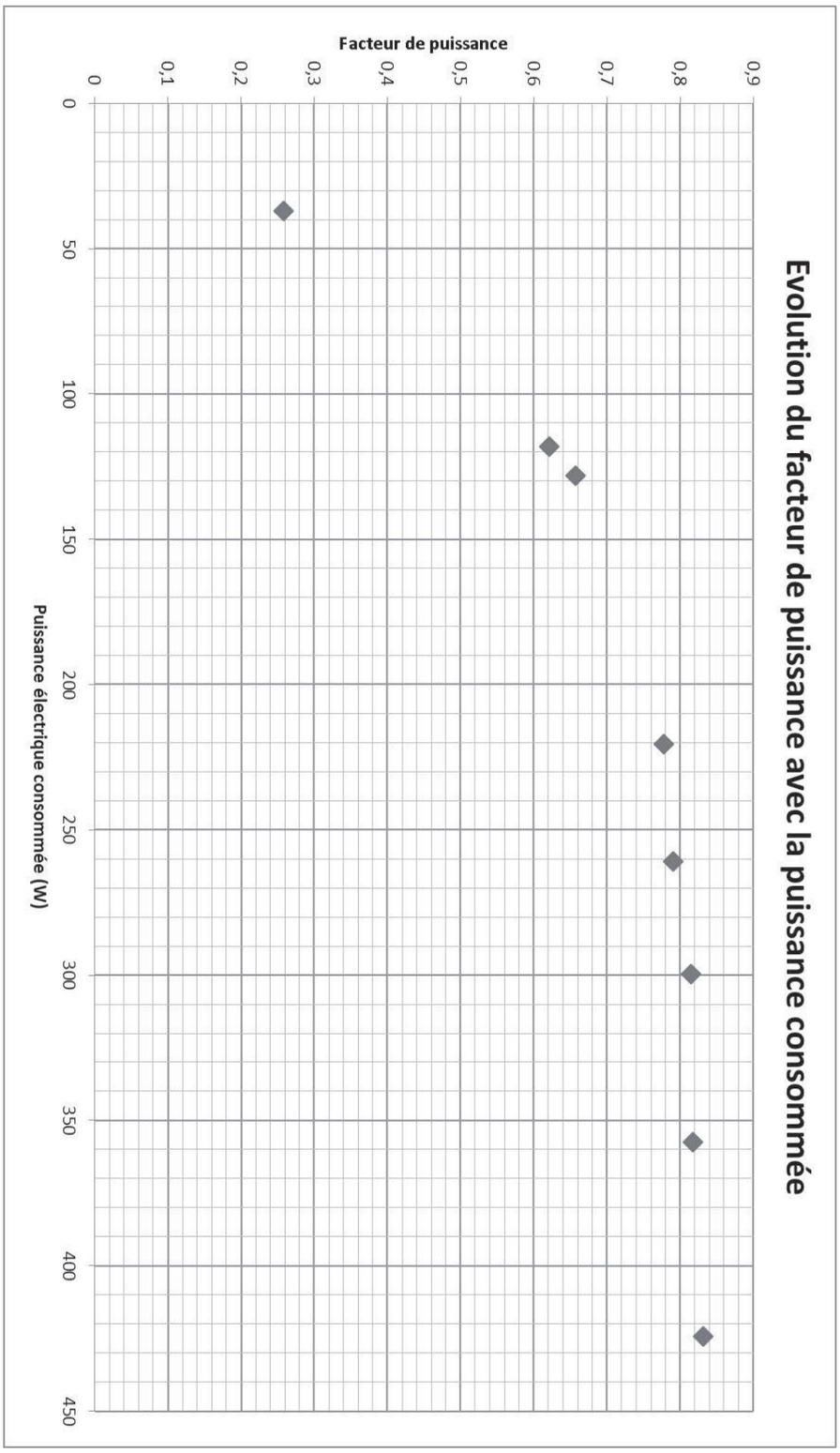
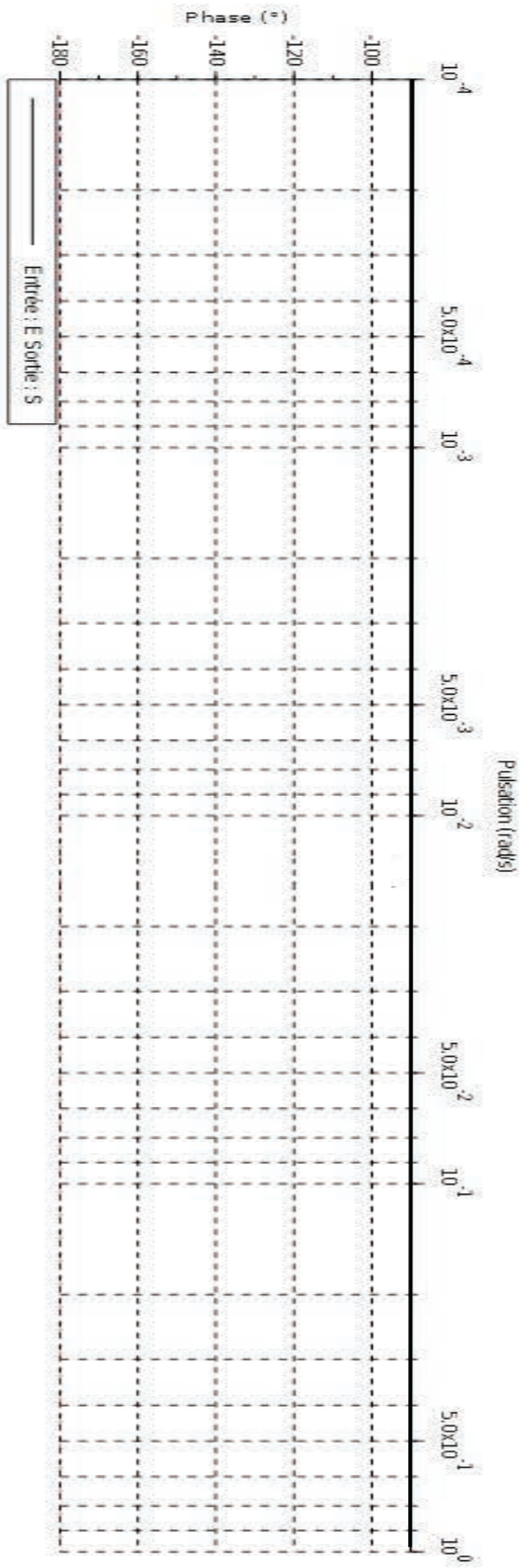
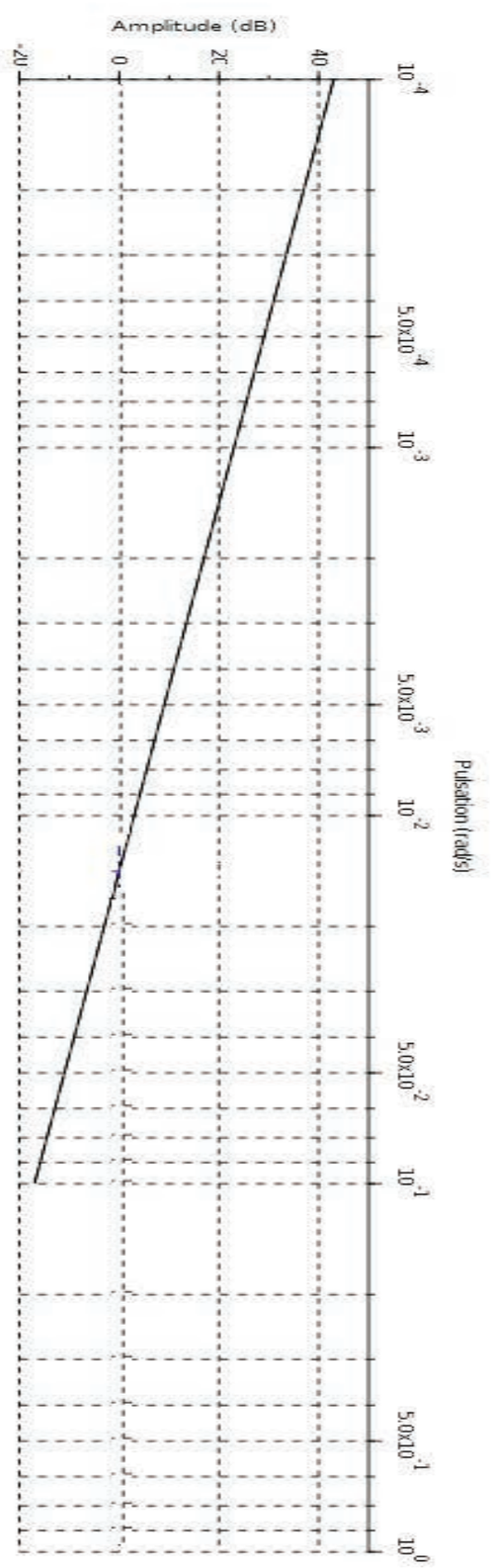


Figure 15 - Dépendance du facteur de puissance avec la puissance moyenne consommée par le moteur.

NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR3 : **Question 42** - Diagramme de Bode





NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

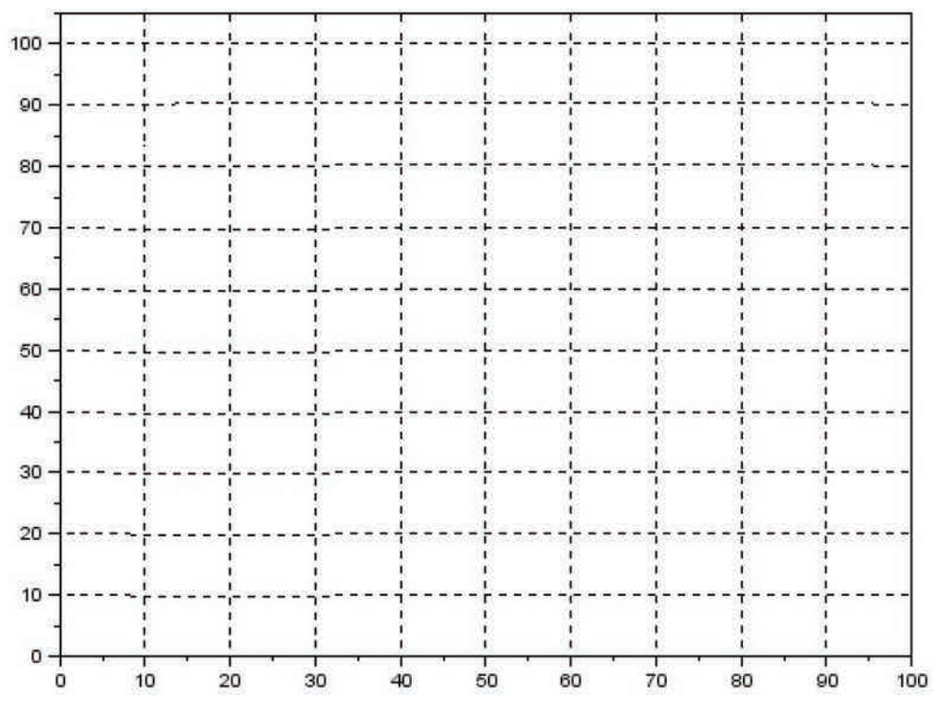
DR4 : **Questions 46 et 47**

Code Python

```python
n=5 #nombre échantillon
tf= 100#durée de la simulation
w=[i for i in range(0,tf,tf//n) ]# définition du vecteur temps
Tm=10# constante de temps du modèle
Km=1# gain du modèle
Tech=tf/n;# calcul de la periode d'échantillonnage
am=exp(-Tech/Tm)
Sm=(n)*[0]
for ii in range(n-1):
    Sm[ii+1]=am*Sm[ii]+Km*(1-am)*100
```

Code Scilab

```
n=5; //nombre échantillon
tf= 100;//durée de la simulation
w=1:tf/n:tf; // définition du vecteur temps
Tm=10;// constante de temps du modèle
Km=1; //gain du modèle
Tech=tf/n;// calcul de la periode d'échantillonnage
am=exp(-Tech/Tm);//constante am
Sm=zeros(1,n);
for ii=1:1:n-1,
Sm(ii+1)=am*Sm(ii)+Km*(1-am)*(100); //modèle
end
```



NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DR5 : **Questions 48 et 49**

Code Python

```python
"""définition des constantes"""
n=1500 #nombre échantillon
tf= 1500#durée de la simulation
w=[i for i in range(0,tf,tf//n) ]# définition du vecteur temps
Tech=tf/n;# calcul de la periode d'échantillonnage
Km=1.7; Tm=120; am=exp(-Tech/Tm); bm=1-am;
Kp=1.7; Tp=120; ap=exp(-Tech/Tp); bp=1-ap;
TRBF=145; lh=1-exp(-Tech*3/TRBF);
""" initialisation"""
MV=(n)*[0]; CV=(n)*[0]; Sm=(n)*[0]; DV=(n)*[0]; SP=(n)*[0]; r=60;
"""Programmation de la commande prédictive"""
for ii in range(2+r,tf,1):
    if ii<700:
        DV[ii]= 0
    else:
        DV[ii]=5
    SP[ii]=-18
    Sm[ii]=am*Sm[ii-1]+bm*Km*MV[ii-1]
    CV[ii]=ap*CV[ii-1]+bp*(Kp*MV[ii-1-r]+DV[ii])
    MV[ii]=((SP[ii]-(CV[ii]+(Sm[ii]-Sm[ii-r])*1))*lh+Sm[ii]*bm)/(Km*bm)
    if MV[ii]>20:
        MV[ii]=20
    elif MV[ii]<-20:
        MV[ii]=-20
```

Code Scilab

```
//définition des constantes
n=1500; //nombre échantillon
tf= 1500;//durée de la simulation
w=1:tf/n:tf; // définition du vecteur temps
Tech=tf/n;// calcul de la periode d'échantillonnage
Km=1.7; Tm=120; am=exp(-Tech/Tm); bm=1-am;
Kp=1.7; Tp=120; ap=exp(-Tech/Tp); bp=1-ap;
TRBF=145; lh=1-exp(-Tech*3/TRBF);
// initialisation
u=zeros(1,tf); MV=u; CV=u; Sm=u; DV=u; SP=u; r=60;
//Programmation de la commande prédictive
for ii=2+r:1:tf,
    if ii<700 then DV(ii)= 0;
    else DV(ii)=5;
    end
SP(ii)=-18; // point de consigne
CV(ii)=ap*CV(ii-1)+bp*(Kp*MV(ii-1-r)+DV(ii)); // processus
Sm(ii)=am*Sm(ii-1)+bm*Km*MV(ii-1); // modèle
MV(ii)=((SP(ii)-(CV(ii)+(Sm(ii)-Sm(ii-r))*1))*lh+Sm(ii)*bm)/(Km*bm);
    if MV(ii)>20 then MV(ii)=20; end
    if MV(ii)<-20 then MV(ii)=-20; end
end
```

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Bilans macroscopiques et relation de Bernoulli
- Fonctions usuelles et lecture des graphes
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Filtrage linéaire
- Régime sinusoïdal forcé
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Notation complexe, régime sinusoïdal forcé et fonctions de transfert

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/psi