Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2018, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Parties I et II : cycle de marche et prototype de canne
- Partie III : architecture du système de transformation de mouvement
- Partie IV : commande des axes asservis
- Partie V : commande en phase de balancement
- Partie VI : commande en phase d'appui
- Partie VII : synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/psi/2018/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Jeudi 3 mai : 14 h - 18 h

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet est composé de 7 parties.

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

REMARQUES PRÉLIMINAIRES

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur la copie.

Il est demandé au candidat d'inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, **en précisant bien le numéro de la question traitée et, si possible, dans l'ordre des questions.** Les résultats attendus seront obligatoirement encadrés.

Sujet : pages 1 à 20
Annexe : document 1 à document 6 (pages 21 à 24)
Document réponse : DR1 à DR5

MOBILITÉ ASSISTÉE À L'AIDE D'UNE CANNE ROBOTISÉE

Présentation générale

L'amélioration de la mobilité des personnes âgées ou rencontrant des troubles de la marche demeure un des enjeux majeurs de l'assistance à la personne.

Un dispositif d'assistance à la marche peut être prescrit lors de l'apparition de troubles de la locomotion. Parmi les nombreux dispositifs proposés, la canne et le déambulateur demeurent les plus utilisés ; l'utilisation de la canne étant privilégiée lors de troubles mineurs ou n'affectant qu'une des deux jambes.

Afin de contribuer à l'amélioration de l'assistance apportée par ces deux dispositifs conventionnels, la robotisation de ceux-ci a été entreprise. Ainsi, de nombreux déambulateurs robotisés ont été conçus afin d'offrir une assistance continue lors de la marche. En revanche, le développement des cannes robotisées s'est traduit par une différenciation marquée par rapport aux cannes conventionnelles (voir **tableau 1**). En effet, l'utilisation de bases mobiles stables sur lesquelles sont fixées des cannes, conduit à l'obtention de dispositif encombrant.

Canne conventionnelle	Canne à base mobile stable composée de 3 roues	Prototype de canne robotisée étudié dans ce sujet
		

Tableau 1 – Évolution des dispositifs d'assistance à la locomotion de type canne

Pour plus de compacité et pour garder les attributs d'une canne conventionnelle, le prototype de canne étudié dans ce sujet est composé d'un axe télescopique et d'une roue à son extrémité, tous deux motorisés. Il conserve ainsi un encombrement réduit et permet de synchroniser les mouvements avec le cycle de la marche. La canne suit ainsi activement le mouvement de la jambe « invalide » durant la phase de balancement et offre un point d'appui stable pendant la phase d'appui.

L'objectif de cette étude est de concevoir et valider une commande permettant au prototype de canne d'assister au mieux la marche du patient. La démarche proposée est la suivante :

- partie I : analyse du cycle de marche afin de justifier l'intérêt de l'utilisation d'une canne ;
- partie II : présentation du prototype de canne robotisée étudié ;
- partie III : étude de l'architecture du système de transformation de mouvement de l'axe linéaire ;
- partie IV : étude de l'exigence 3.1.6 « Commande des axes asservis » ;
- partie V : modélisation et analyse de la commande lors de la phase de balancement ;
- partie VI : modélisation et analyse de la commande lors de la phase d'appui ;
- partie VII : synthèse – étude de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche ».

Partie I - Analyse du cycle de marche

L'objectif de cette partie est d'étudier des cycles de marches saines et perturbées afin de mettre en évidence l'apport d'une canne d'assistance pour améliorer la marche.

L'observation des jambes, effectuée dans le cadre d'un « cycle de marche », permet de distinguer pour chacune d'entre elle une phase d'appui et une phase de balancement (**figure 1**). Ce cycle débute par un appui simple de la jambe droite et le début du balancement de la jambe gauche. Il s'achève lors du décollement du pied gauche du sol.

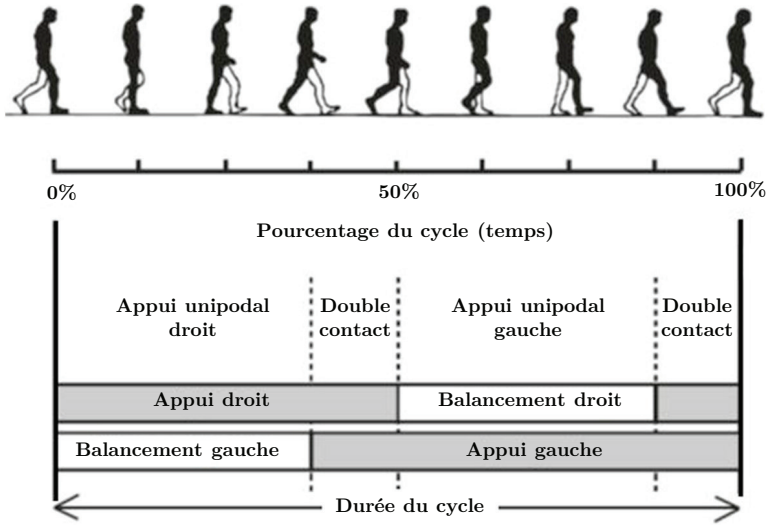


Figure 1 – Représentation du cycle de la marche adopté dans le cadre de notre étude

La marche se distingue de la course à pied par le fait qu'à un moment les deux pieds sont en appui sur le sol (double contact). Durant ce moment, la jambe précédemment en balancement entre en contact avec le sol et un transfert de charge vers celle-ci est initié. Ce transfert de charge est accompagné d'une propulsion du corps vers l'avant exercée par la jambe précédemment en appui.

L'initiation du cycle de la marche sera définie comme indiquée sur la **figure 1** par un appui simple sur la jambe droite. Les **figures 2** et **3** présentent respectivement la définition des différents mouvements des jambes et les évolutions des articulations lors d'un cycle de marche normale.

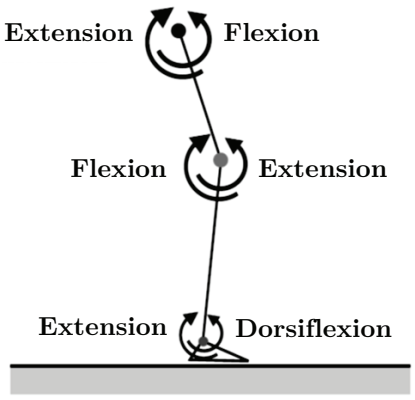


Figure 2 – Représentation des mouvements

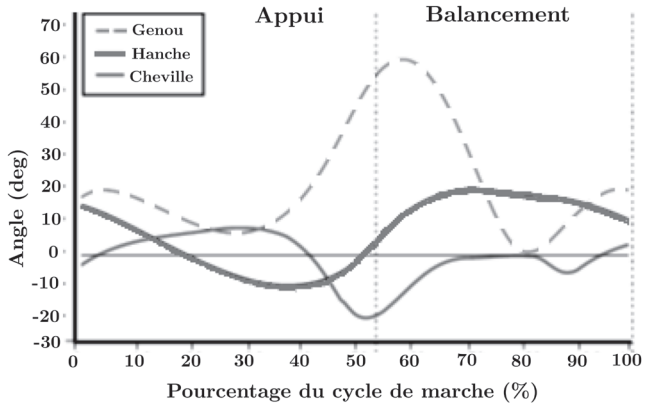


Figure 3 – Évolution des articulations de la jambe durant un cycle de marche normale

Par définition, la position de référence (configuration où les angles de l'articulation de la hanche, du genou et de la cheville sont à 0°) correspond à la position debout jambes tendues. Ainsi, la flexion de la hanche, caractérisée par un angle positif, est définie comme le mouvement rapprochant la cuisse vers le buste. Le mouvement opposé correspond à l'extension.

Afin de mieux caractériser le rôle de la canne, les déambulations de 16 sujets sains à différentes allures (lente, moyenne et rapide) dans le cadre de marches saines, perturbées (genou de la jambe gauche immobilisé à 20° à l'aide d'une attelle) et assistées (canne conventionnelle instrumentée avec un capteur d'efforts 6 axes) sont analysées. Les caractéristiques moyennes du groupe ayant participé au protocole sont détaillées dans le **tableau 2**. Ces caractéristiques étant différentes, les résultats des essais sont normalisés, en divisant chaque donnée par les nombres adimensionnels du **tableau 3** avec $g = 9,81$ m.s^{-2} l'accélération gravitationnelle terrestre.

Données	Unités	Valeur moyenne
Âge	Années	$25,8 \pm 2,3$
Taille	cm	$179 \pm 5,3$
Masse (m_{sujet})	kg	$71,4 \pm 8,5$
Longueur jambe (L_{jambe})	cm	$101 \pm 3,5$

Tableau 2 – Caractéristiques moyennes du groupe avec écarts-types (±)

Résultats	Nombre adimensionnel
Vitesse	$\sqrt{g.L_{jambe}}$
Durée	$\sqrt{L_{jambe}/g}$
Force	$m_{sujet}.g$

Tableau 3 – Grandeurs d'adimensionnement

Les résultats obtenus pour les différentes conditions sont présentés en **figures 4**, **5**, **6** et **7**. Ces courbes représentent l'évolution des efforts normaux exercés par les jambes ou la canne sur le sol. Afin de faciliter l'observation des résultats, ceux relatifs à la jambe droite sont représentés en trait fort et les résultats de la jambe gauche en trait fin. Les écarts-types associés aux résultats sont représentés en pointillés. Le trait continu représente la moyenne.

Pour rappel, le cycle de la marche adopté durant l'étude débute par l'appui simple sur la jambe droite. La jambe gauche sera la jambe équipée des dispositifs contraignants dans le cadre de la marche perturbée et assistée d'une canne. Pour ce dernier cas, la canne est placée du côté de la jambe valide, c'est-à-dire du côté de la jambe droite.

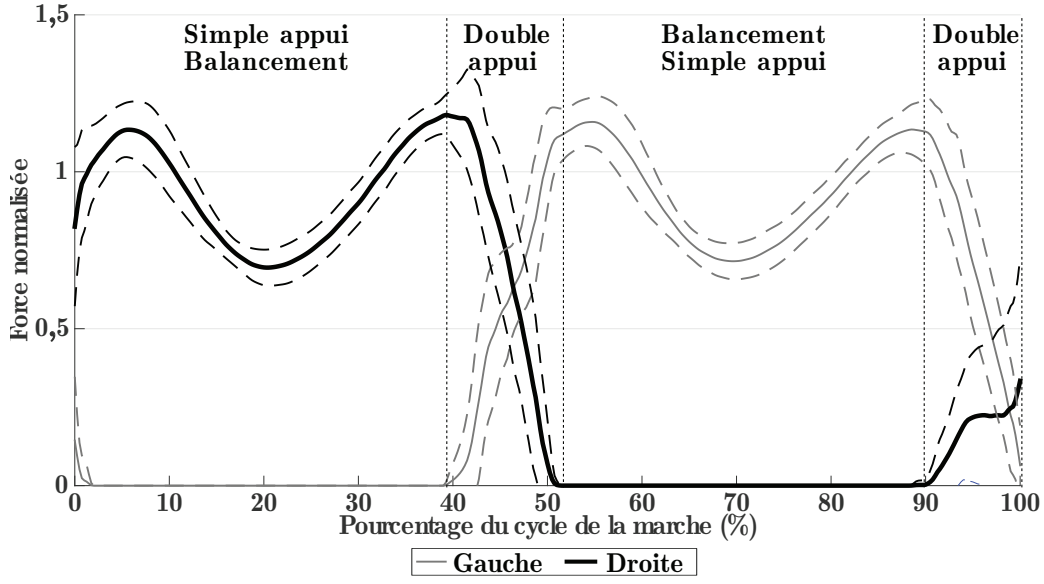


Figure 4 – Efforts normaux générés par les jambes durant un cycle de marche normale à $V = 0,45$ m/s

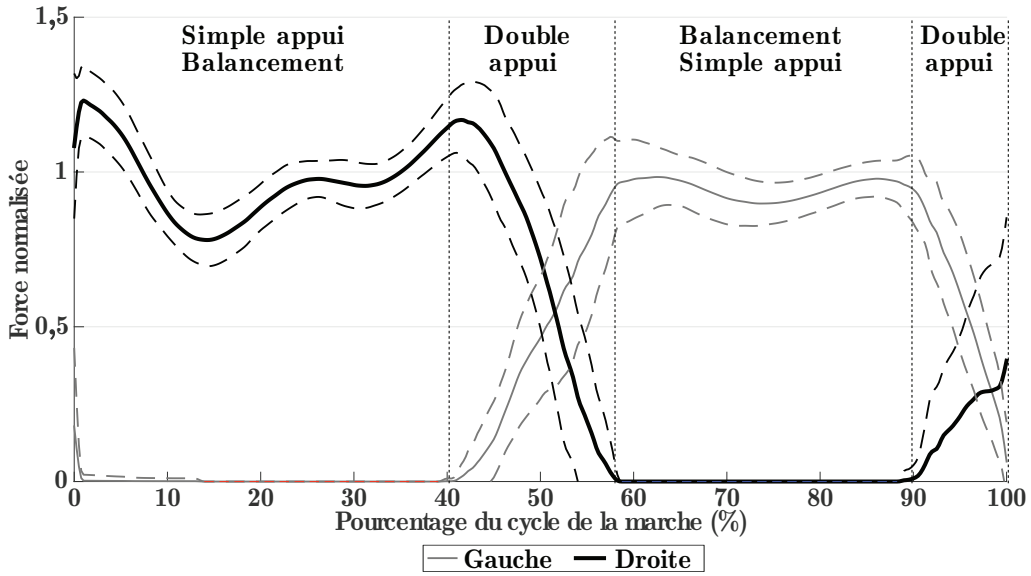


Figure 5 – Efforts normaux générés par les jambes durant un cycle marche perturbée à allure moyenne, $V = 0,22$ m/s

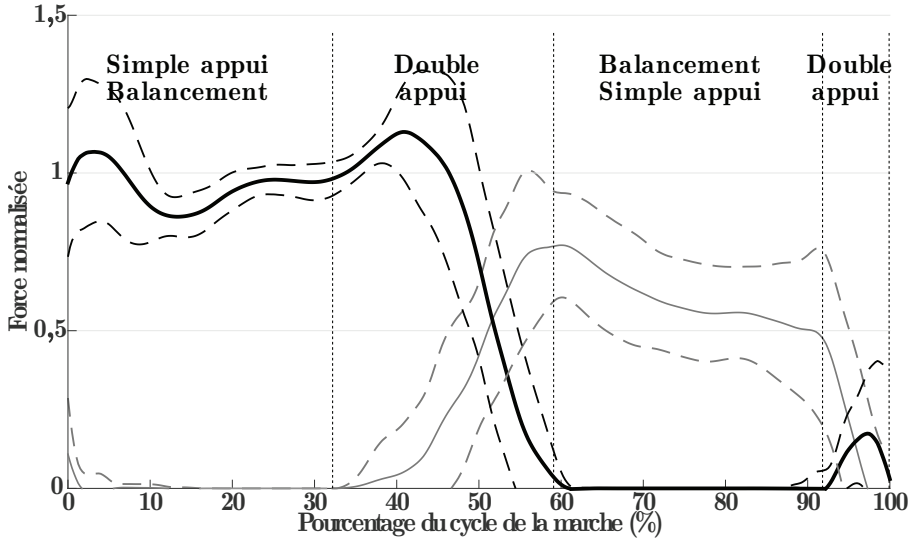


Figure 6 – Efforts normaux générés par les jambes durant un cycle de marche assistée à allure moyenne, $V = 0,22$ m/s

Q1. À partir de l'étude des **figures 4** et **5**, comparer et commenter les évolutions des efforts normaux de chacune des jambes sur le sol et les durées de chacune des phases pour les différents cas : marche saine et marche perturbée.

Q2. À partir de l'étude de la **figure 6** et de la **figure 7** (page 6), préciser le rôle de la canne lors d'une marche assistée. Préciser, en Newton, la valeur moyenne maximale des efforts exercés sur la canne.

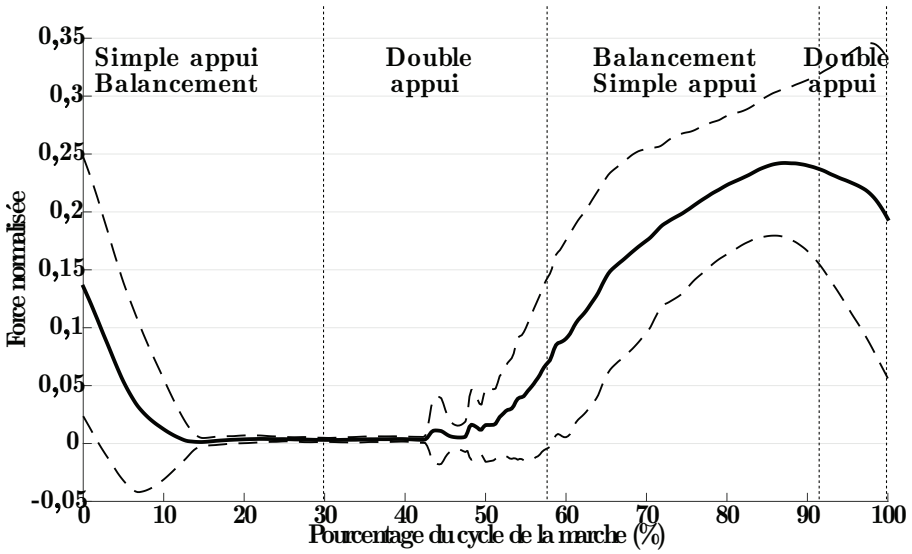


Figure 7 – Efforts normaux générés par la canne durant un cycle de marche assistée à allure moyenne, $V = 0,22$ m/s

Partie II - Présentation du prototype de canne robotisée étudié

La partie précédente a montré l'intérêt d'une canne pour assister un patient à mobilité réduite.

Le prototype de canne robotisée envisagé conserve une forme longiligne, un point d'appui au sol ainsi qu'un encombrement et un poids réduits. La canne robotisée, dont la structure mécanique est présentée en **figure 8**, se compose d'un axe linéaire motorisé et d'une roue motorisée située à son extrémité.

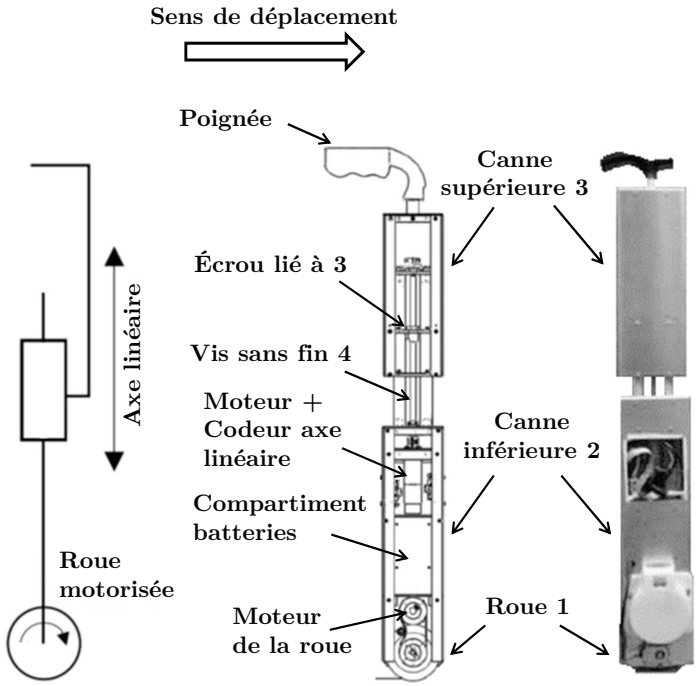


Figure 8 – Schéma cinématique et photographie du prototype de canne robotisée

Les deux degrés de mobilité, rendus possibles par cette structure, permettent de suivre la marche d'un sujet et lui offre un point d'appui. L'avantage est d'éviter aux utilisateurs la manipulation de la canne (levée et positionnement) pendant la marche, la roue restant toujours en contact avec le sol.

Le système de commande, détaillé par la suite, récupère les angles de rotation des deux centrales inertielles équipant respectivement la canne supérieure et le patient. La centrale inertielle du patient est placée sur la hanche de la jambe invalide et permet la synchronisation du mouvement de la canne avec celle-ci, comme nous le verrons par la suite.

On donne dans le **document 1** le diagramme partiel des exigences du prototype de canne robotisée. Le diagramme des blocs internes du **document 2** présente son architecture ainsi que les caractéristiques de ses principaux constituants. La figure du **document 3** donne une représentation schématique de la cinématique de l'ensemble du prototype de canne.

L'actionnement de l'axe linéaire de la canne est assuré par un moteur brushless Maxon ECMax 30 équipé d'un codeur incrémental. La roue 1, située à l'extrémité de la canne, est actionnée par un moteur brushless Maxon EC 60. Les caractéristiques des moteurs sont récapitulées dans le **tableau 4**.

	Moteur axe linéaire brushless Maxon ECMax 30	**Moteur roue** brushless Maxon EC60
Puissance maximale	$P_{MAX} = 60$ W	$P_{MAX} = 100$ W
Vitesse nominale	$Nn = 6\,590$ tr/min	$Nn = 3\,260$ tr/min
Couple nominal	$Cn = 0,0636$ N · m	$Cn = 0,279$ N · m
Tension nominale	$Un = 12$ V	$Un = 12$ V
Courant nominal	$In = 4,72$ A	$In = 9,25$ A
Courant maximal au démarrage	$I_{MAX} = 26,8$ A	$I_{MAX} = 93,5$ A
Constante de couple	$Kc = 14,2.10^{-3}$ N · m/A	$Kc = 30,5.10^{-3}$ N · m/A
Constante de vitesse	$Ke = 14,2.10^{-3}$ V/s	$Ke = 30,5.10^{-3}$ V/s
Résistance aux bornes	$R = 0,447\ \Omega$	$R = 0,128\ \Omega$
Inductance aux bornes	$L = 49.10^{-3}$ mH	$L = 62.10^{-3}$ mH
Moment d'inertie du rotor	$J_{rotor} = 21,9.10^{-7}$ kg · m^2	$J_{rotor} = 1,2.10^{-4}$ kg · m^2

Tableau 4 – Caractéristiques des moteurs brushless du prototype de canne

Le contrôle des moteurs est assuré par deux contrôleurs de vitesse ELMO. Ces variateurs reçoivent les consignes de vitesse du microcontrôleur MBED LPC1768. L'Arduino Due récupère les angles de deux centrales inertielles équipant la canne (par liaison série) et son utilisateur (par liaison Bluetooth).

Notation à utiliser dans les parties suivantes

Les axes du repère $\mathcal{R}_i$ associé au solide i sont notés x_i, y_i et z_i et sa base $\mathcal{B}_i$ associée est notée $(\vec{i}_i, \vec{j}_i, \vec{k}_i)$.

On notera $\left\{T_{i\to j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i\to j} \\ \vec{M}_{P,i\to j} \end{array} \right\}_P = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{P,\mathcal{B}_k}$, l'expression au point P, en projection dans la base $\mathcal{B}_k$, du torseur de l'action mécanique exercée par le solide i sur le solide j.

On notera $\left\{V_{i/j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(i/j) \\ \vec{V}(P,i/j) \end{array} \right\}_P = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_P^x & V_P^x \\ \omega_P^y & V_P^y \\ \omega_P^z & V_P^z \end{array} \right\}_{P,\mathcal{B}_k}$, l'expression au point P, en projection dans la base $\mathcal{B}_k$, du torseur cinématique du mouvement du solide i par rapport au solide j.

Partie III - Étude de l'architecture du système de transformation de mouvement de l'axe linéaire

Cette partie porte sur l'analyse de la structure retenue pour le système de transformation de mouvement de l'axe linéaire motorisé.

La **figure 9** représente les solutions technologiques retenues pour la transformation de mouvement et le guidage de l'axe linéaire. Le dispositif vis/écrou à billes permet la transformation du mouvement de rotation de la vis 4 en translation de l'écrou lié à 3. Le guidage en translation de la canne supérieure 3 par rapport à la canne inférieure 2 est assuré par deux axes de guidage avec douilles à billes placés en parallèle.

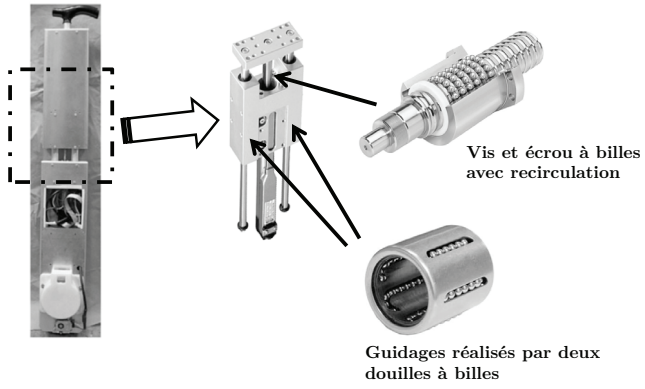


Figure 9 – Solutions technologiques retenues pour la transformation de mouvement et le guidage de l'axe linéaire

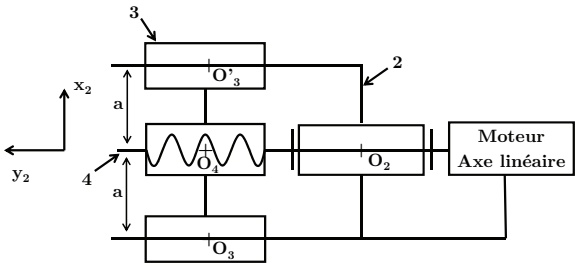


Figure 10 – Modèle cinématique de la transformation de mouvement et du guidage de l'axe linéaire

Q3. Quelles sont les exigences qui justifient l'utilisation des éléments roulants dans la réalisation des liaisons de cette partie du système ? En citer au moins 2.

Le modèle cinématique retenu pour la transformation de mouvement et du guidage de l'axe linéaire est donné en **figure 10**.

Q4. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle retenu constitué des solides 2, 3 et 4.

Ce modèle est fortement hyperstatique. Dans la suite, on se propose d'analyser uniquement les contraintes géométriques liées au guidage en translation de 3 par rapport à 2.

Q5. Préciser les conditions géométriques (longueur et/ou orientation) à respecter pour assurer le guidage entre 3 et 2 dans de bonnes conditions.

Q6. Quel(s) avantage(s)/inconvénient(s) procure(nt) un tel guidage avec deux éléments ? Justifier le choix de cette solution vis-à-vis des exigences.

Q7. Déterminer par un calcul analytique la liaison équivalente entre les ensembles 2 et 3. On notera $\overrightarrow{O_3O_4} = \overrightarrow{O_4O'_3} = a\ \vec{i}_2$.

C'est cette modélisation avec liaison équivalente qui sera adoptée pour la suite du problème.

Partie IV - Étude de l'exigence 3.1.6 « Commande des axes asservis »

Cette partie a pour objectif d'analyser le mode de distinction des différentes phases de fonctionnement de la canne robotisée.

Lors de la marche avec une canne conventionnelle, il est possible de constater une synchronisation du mouvement de la canne conventionnelle avec celui de la jambe qu'elle assiste. Ainsi, une forte corrélation est observée entre l'angle de la canne et celui de la hanche de la jambe invalide.

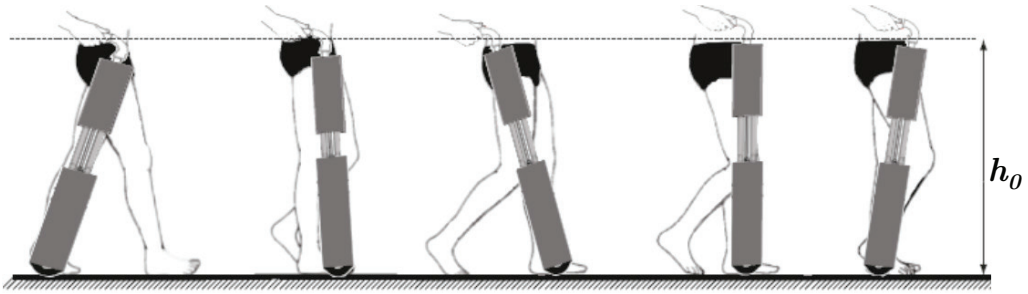


Figure 11 – Synchronisation souhaitée du prototype de canne robotisée avec la marche

Selon la **figure 11**, le mode de commande suivant a été retenu pour contrôler le mouvement du prototype de canne robotisée.

- Lors de la phase de balancement de la jambe invalide, l'angle de la canne active par rapport à la verticale est asservi sur l'angle de la hanche de la jambe invalide. Cette tâche est accomplie en gardant la hauteur de la poignée h_0 constante afin de ne pas perturber la position de la main de l'utilisateur.
- Lors de la phase d'appui de la jambe invalide, la roue est asservie à une vitesse nulle afin d'offrir un point d'appui immobile pour le patient. La longueur de l'axe télescopique est asservie pour garder la hauteur de la poignée h_0 constante de la canne.

Il est donc nécessaire de maintenir la hauteur de poignée h_0 constante pour les deux phases. Ceci impose une relation entre l'inclinaison de la canne et sa longueur.

La figure du **document 4** présente le modèle cinématique et les notations retenues pour le paramétrage du prototype de canne. Sur cette figure, $\ell(t)$ représente la longueur AH, $\theta(t)$ correspond à l'angle d'inclinaison de la canne avec la verticale et R est le rayon de la roue. On note de plus h la hauteur de poignée de la canne par rapport au sol.

Q8. Établir la relation entre $\ell(t)$, $\theta(t)$ et R pour assurer une hauteur constante $h = h_0$.

La détection des phases d'appui et de balancement de la jambe invalide est basée sur une mesure du gyromètre inclus dans la centrale inertielle attachée à la jambe invalide. Lorsque la jambe est en balancement, la rotation de la cuisse s'effectue dans le sens trigonométrique, la rotation a lieu en sens inverse lors de la phase d'appui.

La **figure 12**, page suivante donne l'évolution de la vitesse angulaire fournie par le gyromètre (facteur $\times$ 100) et l'évolution de la variable S identifiant les phases de balancement ($S = 0$) et d'appui ($S = 1$) au cours d'un cycle de marche. Pour éviter la prise en compte des bruits de mesure du gyromètre dans le changements d'état de S, on introduit une valeur réglable de détection appelée *Seuil*.

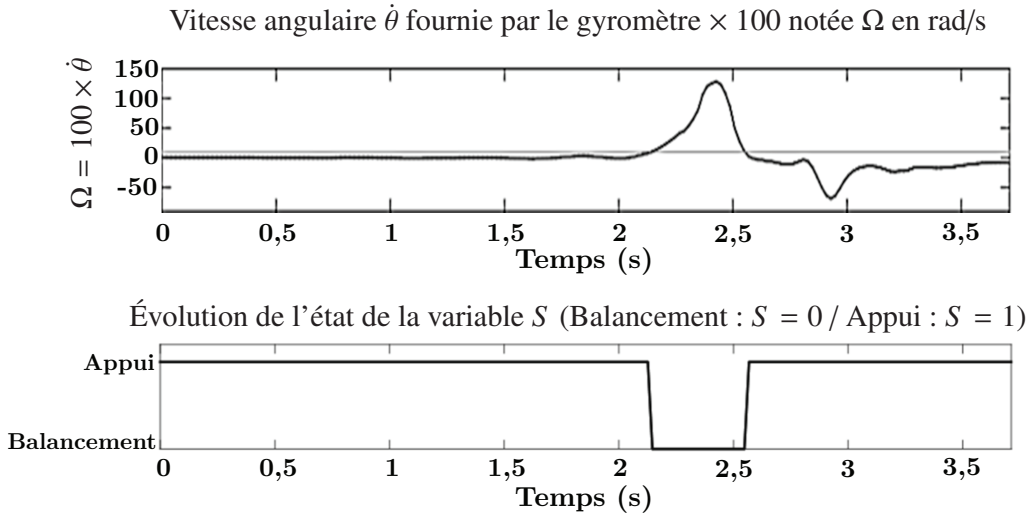


Figure 12 – Évolution de la vitesse angulaire fournie par le gyromètre (facteur × 100) et évolution de la variable S au cours d'un cycle de marche

La stratégie retenue pour la commande des deux degrés de liberté du prototype de canne au cours d'un cycle de marche peut être décrite par le diagramme d'états du **document réponse DR1**. Le **tableau 5** récapitule les variables, états et activités associées, utilisés dans ce diagramme.

Variables	États	Activités associées
• S : balancement $S = 0$ appui $S = 1$ • *Seuil* : valeur réglable de détection • *Marche* : mise en route du système • *Power off* : arrêt de l'alimentation	• Initialisation • Appui • Balancement • Analyse • Procédure d'arrêt	• Lancer le cycle d'initialisation • Asservir la hauteur de la canne • Maintenir une vitesse de roue nulle • Asservir la vitesse de roue • Générer le signal S • Lancer la procédure d'arrêt

Tableau 5 – Variables, états et activités du diagramme d'états de la commande du prototype de canne

Q9. Compléter le diagramme d'états du **document réponse DR1** afin de gérer les asservissements en phase de balancement et d'appui. Pour cela, préciser les valeurs (0 ou 1) de la variable S et les activités associées aux états des phases d'appui et de balancement.

On s'intéresse désormais à l'élaboration de la variable notée S. Pour cela, on décrira l'activité « Générer le signal S » par un algorigramme. Le cahier des charges lié à cette activité est :

- l'algorigramme est actif tant que $Marche = 1$;
- le signal S est élaboré à partir de la vitesse angulaire issue du gyromètre ;
- la valeur de *Seuil* est fixée à 1 % de la valeur absolue maximale de $\Omega = 100\,\dot{\theta}$;
- la variable S doit conserver sa valeur antérieure dans la zone où Ω est comprise entre $\pm Seuil$.

Q10. Déterminer la valeur numérique à donner à la variable *Seuil* à partir de la **figure 12**.

Q11. Compléter l'algorigramme du **document réponse DR2** afin de répondre au cahier des charges de l'activité « Générer le signal S ».

Partie V - Modélisation et analyse de la commande lors de la phase de balancement

Cette partie a pour objectif de déterminer les caractéristiques cinématiques de la chaîne d'énergie de la canne pour satisfaire aux exigences du cahier des charges.

Étude de l'exigence 3.1.6.1 « Commande de la roue »

Afin de permettre à la canne de s'asservir sur l'orientation de la jambe à assister, il est nécessaire de déterminer la vitesse de rotation de la roue motorisée. Cependant, ce déplacement de la canne induit par la roue ne doit pas produire de déplacement non-désiré de la main du patient.

On veut donc vérifier à chaque instant $\vec{V}(H,3/0)\cdot\vec{j}_0 = 0$ et $\vec{V}(H,3/0)\cdot\vec{i}_0 = V$, où V est la vitesse de marche du patient. Le **document 4** rappelle les notations et le paramétrage retenus pour cette étude cinématique. La base $\mathcal{B}_0$ notée, $(\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ est associé au repère $\mathcal{R}_0$.

On rappelle qu'au point I le contact entre la roue 1 et le sol 0 est supposé sans glissement.

On note $\vec{\Omega}(1/2) = -\omega(t)\vec{k}_0$.

Q12. Déterminer l'expression de $\vec{V}(H,3/2)$ en fonction de $\dot{\ell}(t)$.

Q13. Déterminer l'expression de $\vec{V}(H,2/0)$ en fonction de R, $\ell(t)$, $\dot{\theta}(t)$ et $\omega(t)$.

Q14. Par composition des vecteurs vitesse, en déduire l'expression de $\vec{V}(H,3/0)$.

Q15. Projeter cette expression dans la base du repère $\mathcal{R}_0$ lié au sol. En déduire l'expression de $\omega(t)$ uniquement en fonction de R, $\ell(t)$, $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ et V.

Lors de cette phase de balancement et d'après les variations de $\ell(t)$, de $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$, la vitesse de rotation nominale de la roue dans le cas d'une marche à allure rapide est de 11 rad/s.

Q16. À partir des caractéristiques du moteur données dans le **tableau 4**, page 7, justifier la valeur de 1/30 du rapport de réduction du réducteur de la roue.

Le réducteur planétaire choisi est modulaire, composé de plusieurs étages tous identiques selon la demande. Le **document 5** donne la modélisation cinématique de la transmission du moteur de roue à la roue. Sur ce document, un seul des étages du réducteur est représenté.

Les performances souhaitées imposent donc un rapport de réduction $r = \dfrac{\omega_{R/2}}{\omega_{mR/2}} = \dfrac{1}{30}$ au niveau du réducteur placé entre la roue et le moteur de roue.

Q17. Calculer le rapport de réduction $R_1 = \dfrac{\omega_{PS/2}}{\omega_{P1/2}}$ du premier étage du réducteur. En déduire le nombre d'étages nécessaire pour obtenir le rapport de réduction r souhaitée.

Partie VI - Modélisation et analyse de la commande lors de la phase d'appui

Cette étude permettra d'une part, de vérifier qu'il n'y aura pas glissement de la roue par rapport au sol lors de la phase d'appui et d'autre part, de comparer différents modèles de la structure asservie.

Étude de l'exigence 3.1.3 « Transmission des efforts du patient »

Dans cette étude, on se place en phase d'appui et on considère l'action mécanique en H du patient sur la canne immobile. Lors de cette phase, la vitesse de rotation de la roue $\omega(t)$ est nulle mais le moteur de la roue exerce un couple de maintien non nul de manière à supporter l'action du patient dans les limites d'adhérence de la roue. La **figure 13** présente les notations retenues pour cette étude où $\Delta\vec{F}_p$ est le support de la force $\vec{F}_p$.

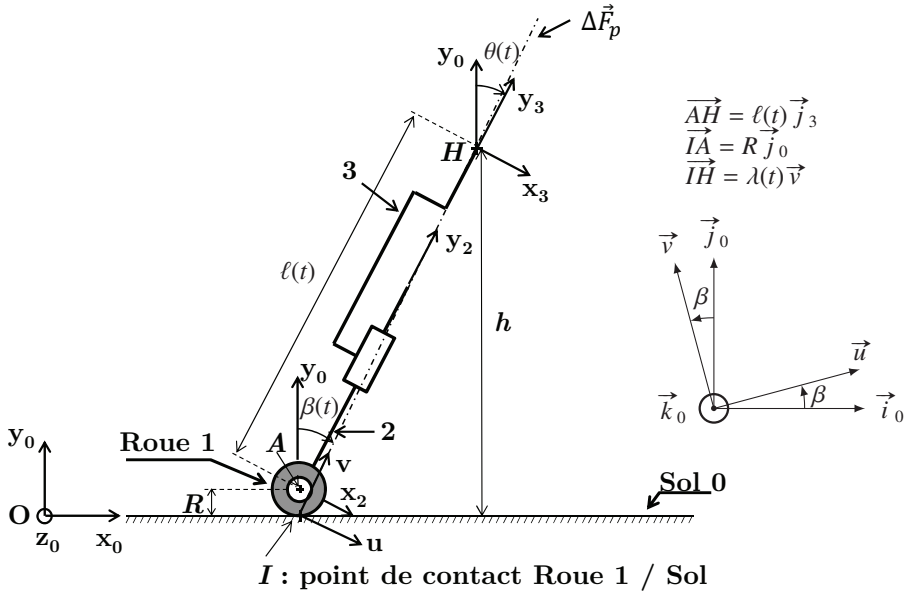


Figure 13 – Modélisation et paramétrage du prototype de canne robotisée

Hypothèses de l'étude :

- modélisation plane dans le plan d'étude (O, x_0, y_0) ;
- l'action de pesanteur sur la canne est négligée devant l'intensité des autres actions ;
- l'action en H est modélisée par un glisseur de résultante $F_p = 175$ N et de support (IH) ;
- la droite (IH) de vecteur directeur $\vec{v}$ est le support de l'action $\vec{F}_p$ appliquée en H. On note de plus $\beta(t) = (\vec{j}_0, \vec{v})$;
- le contact entre la roue 1 et le sol 0 est considéré ponctuel en I (la résistance au roulement est négligée). Le facteur de frottement f du couple de matériau roue 1 / sol en béton 0 est noté $f = \tan(\varphi) = 0,4$ où φ est l'angle de frottement.

Q18. À partir d'un isolement à préciser et d'un théorème à énoncer, justifier le support de l'action de contact en I et de l'action en H. Pour cette question, l'écriture des torseurs associés aux actions mécaniques n'est pas demandée.

Q19. Quelle doit être la condition entre l'angle $\beta(t)$ et l'angle de frottement φ pour que l'équilibre de la canne soit assuré ? Cet équilibre est-il remis en question si l'intensité de l'action $\vec{F}_p$ du patient en H évolue (augmente ou diminue) ? Justifier votre réponse et préciser le nom donné à ce type d'équilibre.

Dans la suite, on se propose de déterminer par une étude géométrique la relation entre $\beta(t)$, les données dimensionnelles R et h et l'angle $\theta(t)$. Pour cela, on introduit la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{k}_0)$ et on note $\lambda(t)$ la distance IH, telle que $\overrightarrow{IH} = \lambda(t)\vec{v}$.

Q20. En développant une fermeture vectorielle en projection dans la base $\mathcal{B}_0$, donner deux équations algébriques. En déduire la relation entre $\beta(t)$, $\theta(t)$, $\ell(t)$ et R.

La relation précédente et l'équation obtenue en **Q8** permettent d'obtenir l'expression suivante :

$$\tan(\beta(t)) = \frac{(h-R)}{h}.\tan(\theta(t)).$$

Q21. Relever sur la **figure 3**, page 3 la valeur maximale d'inclinaison de la canne lors de la phase d'appui (on rappelle que la canne suit le mouvement de la hanche du patient) et en déduire la valeur minimale du facteur de frottement assurant l'équilibre. Conclure sur l'utilisation du prototype de canne sur un sol de type béton.

Pour la suite, on se place à la limite de l'adhérence :

$$\beta = \varphi = \arctan(0,4).$$

On note C_R le couple de maintien au niveau de la roue en sortie de la chaîne d'énergie de la roue.

On donne donc $\{T_{red\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_R.\vec{k}_0 \end{array} \right\}_A$.

La roue 1, de diamètre $D = 0,1$ m, est en liaison pivot sans frottement en A avec la canne inférieure 2.

Le bilan des actions mécaniques est partiellement représenté sur la **figure 14**.

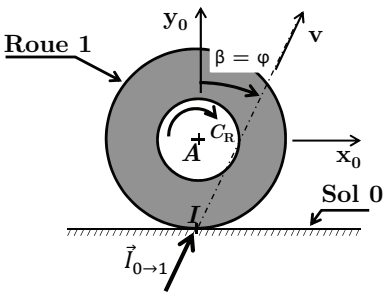


Figure 14 – Bilan partiel des actions mécaniques exercées sur la roue 1

Q22. Isoler la roue 1 et, à partir d'un théorème à préciser, déterminer l'expression puis la valeur numérique du couple en sortie du réducteur C_R, permettant d'assurer l'équilibre de la canne.

Quel que soit le résultat trouvé précédemment, on donne $C_R = 5\,\text{N}\cdot\text{m}$.

Q23. Valider le choix du moteur. On précise que le rapport de réduction de la transmission (réducteur planétaire et poulie/courroie) est $r = 1/30$ et que le rendement de l'ensemble est $\eta_{trans} = 0,9$.

Étude de l'exigence 3.1.6.2 « Commande de l'axe linéaire »

Le maintien d'une hauteur constante lors de la phase d'appui revient finalement à asservir en position le déplacement $x(t)$ de la canne supérieure 3 par rapport à la canne inférieure 2. Au cours de cette phase, l'angle de la hanche varie de 15° à −10°. Cette variation impose un déplacement relatif $x(t)$ quasi linéaire de l'ordre de quelques centimètres. Pour la suite, afin d'ajuster le réglage du correcteur réalisé par le contrôleur ELMO du moteur de l'axe linéaire, on se place dans le cas plus contraignant. Ce cas correspond à une consigne en échelon de 10 mm tout en prenant en compte l'action F_p du patient en H, agissant ainsi comme une perturbation pour le déplacement $x(t)$.

Le modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé est représenté par le schéma-bloc du **document réponse DR3**. Dans ce modèle, on note :

- $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de déplacement $x_c(t)$ en mètre,
- $X(p)$ la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ en mètre,
- $F_p(p)$ la transformée de Laplace de l'effort exercé par le patient sur la canne $F_p(t)$ en N,
- $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ en rad/s,

- $C_m(p)$ la transformée de Laplace du couple moteur $C_m(t)$ en N · m,
- $C(p)$ la fonction de transfert du bloc correcteur.

Élaboration du modèle de connaissance de la partie dynamique de l'axe linéaire

Le modèle cinématique de l'axe linéaire retenu pour cette étude est donné en **figure 15**.
Les données et hypothèses de cette étude sont :

- le référentiel lié à la canne est supposé galiléen. Les effets d'inertie dus au mouvement de balancement sont donc négligés devant les autres grandeurs ;
- l'action du patient sur la canne supérieure 3 est considérée selon l'axe (O_2, y_2), tel que $\vec{F}_p(t) = -F_p(t)\vec{j}_2$;
- l'ensemble des effets des frottements visqueux ramené au niveau de l'arbre moteur est $f = 1,17.10^{-5}$ N · m · s ;
- la liaison glissière réalisée par deux douilles à billes est considérée sans frottement ;
- la vis 4 de moment d'inertie $J_{vis} = 1,53.10^{-6}$ kg · m^2 est liée au rotor du moteur de moment d'inertie $J_{rotor} = 21,9.10^{-7}$ kg · m^2 ;
- le pas de la vis sera noté pas ;
- le couple qu'exerce le moteur sur la vis 4 est noté $C_m(t)$;
- la vitesse de rotation du moteur et de la vis sera notée $\omega_m(t)$;
- la vitesse de déplacement de 3 par rapport à 2 est notée $V_m(t)$;
- la masse de la canne supérieure est $M_3 = 1$ kg.

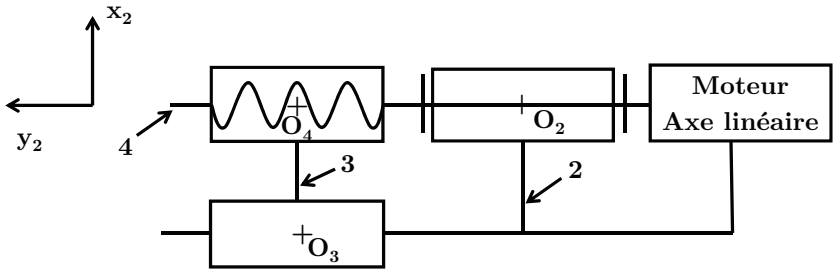


Figure 15 – Modélisation cinématique de l'axe linéaire

On isole l'ensemble $\mathcal{S} = \{3 + 4\}$.

Q24. Écrire l'énergie cinétique de l'ensemble $\mathcal{S}$. Mettre cette énergie sous la forme $\frac{1}{2}J_{eq}\omega_m^2(t)$. En déduire l'expression et la valeur numérique de l'inertie équivalente J_{eq} (certaines valeurs sont dans le diagramme de blocs internes IBD **document 2**).

Q25. Déterminer les expressions des puissances extérieures et intérieures.

Q26. Énoncer le théorème de l'énergie-puissance appliqué à l'ensemble $\mathcal{S}$ et en déduire l'équation du mouvement.

Q27. En supposant les conditions initiales nulles, réaliser la transformée de Laplace de l'équation du mouvement précédente et compléter les blocs correspondants du **document réponse DR3**.

Modélisation de la chaîne d'énergie de l'axe linéaire

On considère pour la suite que le moteur brushless adopte le même comportement que celui d'un moteur à courant continu. Les équations de comportement sont rappelées ci-après :

$$u_m(t) = e(t) + R.i_m(t) + L.\frac{di_m(t)}{dt}, \qquad e(t) = K_e.\omega_m(t) \qquad \text{et} \qquad C_m(t) = K_c.i_m(t).$$

On notera $U_m(p)$ respectivement $I_m(p)$, $C_m(p)$ et $E(p)$ les transformées de Laplace des variables $u_m(t)$ la tension moteur, respectivement $i_m(t)$, le courant moteur, $C_m(t)$, le couple moteur et $e(t)$, la force contre-électromotrice.

Le dispositif vis/écrou permettant la transformation de l'angle de rotation de la vis (en radians) en déplacement de l'écrou (en mètre) est modélisé par le bloc de gain pur K_{ve}. Le comportement du codeur incrémental est modélisé par un gain pur K_{codeur}. On précise que la sortie de ce bloc est de type numérique (en incréments) et l'entrée est une position angulaire (en radians).

Q28. Déterminer, à partir des données du diagramme de blocs internes, les expressions puis les valeurs numériques de K_{ve} et K_{codeur}.

On place en amont du comparateur un bloc de gain pur K_{adapt} de manière à convertir la consigne $X_c(p)$ en une grandeur en incréments directement comparable à la sortie $\theta_{mes}(p)$ du capteur. La valeur du gain pur K_{adapt} est prise de manière à ce que l'écart $\varepsilon(p)$ soit nul lorsque $X_c(p) = X(p)$.

Q29. Donner l'expression, puis la valeur numérique du gain pur K_{adapt} permettant de satisfaire cette condition.

Modèle comportemental

Afin de proposer une modélisation simplifiée de la chaîne d'énergie de l'axe linéaire, une simulation du modèle précédent en boucle ouverte, non perturbé, a été réalisée. Le **document réponse DR4** présente la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte à l'aide du diagramme de Bode (courbe de gain $G_{BO}(\omega)$ et courbe de phase $\varphi_{BO}(\omega)$).

Q30. À partir du diagramme de Bode, proposer un modèle de comportement du système en boucle ouverte. Soit $H_{BO_1}(p)$ cette fonction de transfert, donner sa forme canonique factorisée. Soient T_1 et T_2, telles que $T_1 < T_2$, les constantes de temps introduites et K_{BO} le gain de $H_{BO_1}(p)$, préciser les valeurs numériques et unités de T_1, T_2 et K_{BO}. Vous laisserez apparaître les traits de construction nécessaires à l'identification du modèle sur le **document réponse DR4**.

Lors d'une marche saine à allure rapide la cadence moyenne est de 113 pas par minute.

Q31. Déterminer la fréquence moyenne en Hz de la marche saine à allure rapide.

Pour la suite, on considérera que la fréquence maximale de déplacement de l'axe linéaire de la canne (liée au mouvement de la marche) est fixée à $F_{MAX} = 4$ Hz. On propose alors en première approximation une modélisation du comportement du système en boucle ouverte par une fonction de transfert $H_{BO}(p)$ de la forme $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$.

Q32. Justifier, à l'aide de la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte, la validité de cette modélisation approchée.

Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système en boucle ouverte par $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$. On considère un correcteur à action proportionnelle tel que $C(p) = K_{corr} = 1$.
Le schéma-bloc du système non perturbé correspond alors à celui de la **figure 16**, page suivante.

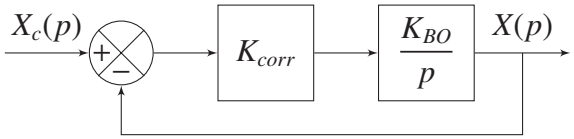


Figure 16 – Schéma-bloc simplifié du système non perturbé avec $C(p) = K_{corr}$

Q33. Déterminer l'expression de $H_{BF}(p) = X(p)/X_c(p)$, la fonction de transfert en boucle fermée de la modélisation de la **figure 16**. Déterminer les paramètres caractéristiques de $H_{BF}(p)$ et en déduire les performances de cette modélisation pour $C(p) = K_{corr} = 1$. Conclure vis-à vis des exigences d'asservissement de l'axe linéaire.

On se propose de modifier la valeur de K_{corr} de manière à vérifier l'exigence de rapidité de l'asservissement.

Q34. Déterminer la valeur numérique à donner à K_{corr} pour assurer le temps de réponse à 5 % lié à l'exigence de rapidité de l'asservissement de l'axe linéaire.

La **figure 17** donne l'évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1\,500$.

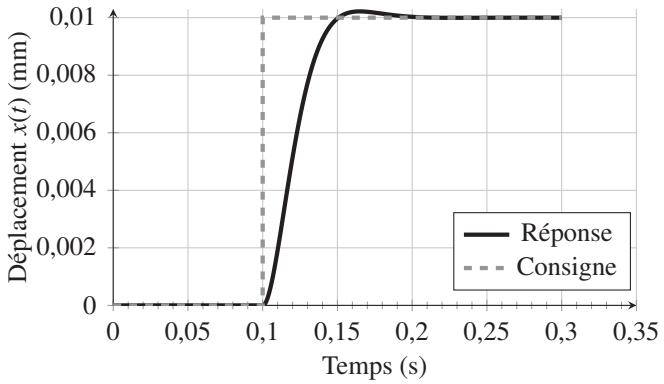


Figure 17 – Évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon de valeur $X_c = 10$ mm, pour $K_{corr} = 1\,500$

Q35. L'évolution de la réponse du système est-elle cohérente avec le comportement du modèle retenu ? Justifier. Quelle modification faudrait-il apporter au modèle approché pour retrouver cette forme de réponse temporelle ?

Pour la suite, on modélise la fonction de transfert en boucle ouverte du système par $H_{BO}(p) = \frac{1}{p}.\frac{K_{BO}}{1+\tau_{BO}p}$ avec $K_{BO} = 1/30$ (unité en s^{-1}) et $\tau_{BO} = 9$ ms.

Q36. Quelle valeur maximale de K_{corr}, notée K_{corr}^{MAX}, permet de vérifier les critères de précision et de dépassement de l'asservissement de l'axe linéaire ?

Q37. Déterminer la valeur du temps de réponse à 5 %, $tr_{5\%}$ de ce modèle pour $K_{corr} = K_{corr}^{MAX}$ à partir de l'abaque du temps de réponse réduit donné dans le **document 6**.

La **figure 18** donne les évolutions des réponses temporelles $x(t)$ du système réel avec prise en compte de la perturbation (F_p constante et égale à 175 N) à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1\,500$ et pour $K = K_{corr}^{MAX}$.

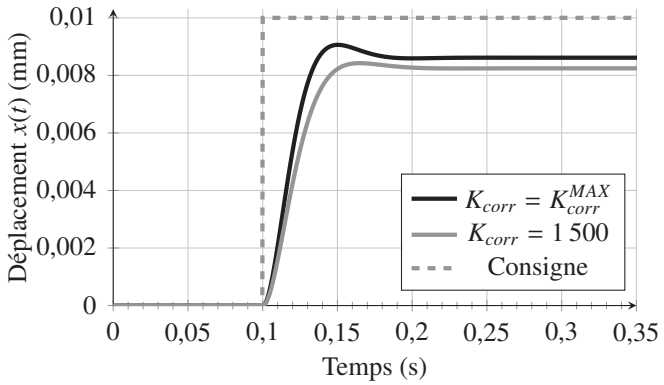


Figure 18 – Réponses temporelles $x(t)$ du système réel perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1\,500$ et pour $K = K_{corr}^{MAX}$

Q38. Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

Correction avec action proportionnelle et intégrale généralisée – correcteur PI généralisé

Le correcteur finalement retenu est un correcteur avec action proportionnelle et intégrale généralisée. La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante :

$$C(p) = K_{corr}.\frac{1 + T_d p}{p} \text{ avec } K_{corr} >> 1 \text{ et } T_d < 1 \text{ s.}$$

On donne dans le **document réponse DR5** le diagramme de Bode (courbe de Gain et de Phase) du système en boucle ouverte avec correcteur PI Généralisé pour $K_{corr} = 1\,000$ et $T_d = 0,2$ s.

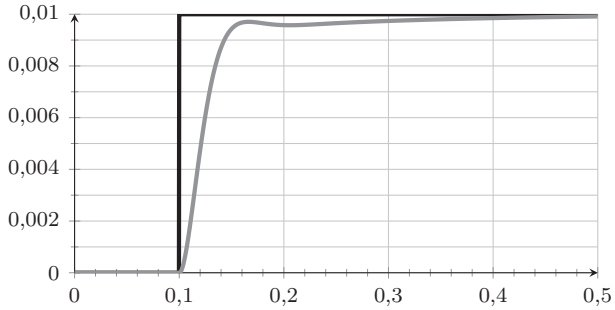
Q39. Représenter sur le **document réponse DR5** les marges de Gain M_G et de Phase M_ϕ du système corrigé.

Avec cette correction, le système est précis mais les valeurs des marges de gain et de phase sont telles que le système n'est pas assez rapide. Il est donc nécessaire d'augmenter la valeur de K_{corr}, tout en conservant $T_d = 0,2$ s, de manière à augmenter la bande passante du système et ainsi se rapprocher des valeurs limites de marge de Gain et de Phase autorisées.

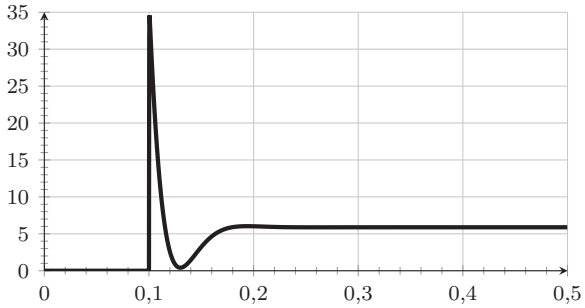
Q40. En déduire la valeur maximale à donner au gain K_{corr}, en conservant $T_d = 0,2$ s, afin de respecter les performances en stabilité de l'asservissement de l'axe linéaire tout en augmentant au maximum la bande passante du système.

Les **figures 19a** et **19b**, page suivante, donnent la réponse temporelle à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé du déplacement $x(t)$ (en mm) ainsi que l'évolution de l'intensité simulée (en Ampères) circulant au sein du moteur.

Q41. Conclure sur les performances du système perturbé vis-à-vis des exigences de l'asservissement de l'axe linéaire. Commenter l'évolution de l'intensité simulée avec les caractéristiques de la carte de commande du moteur.



(a) Déplacement (mm) en fonction du temps (s)



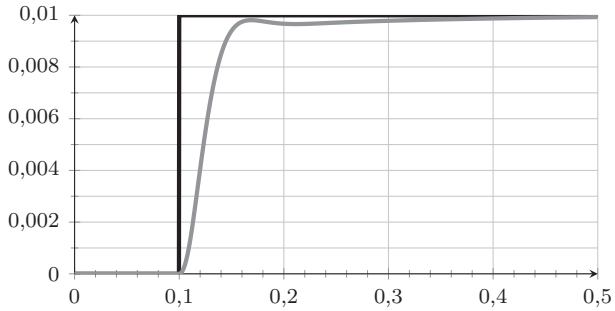
(b) Intensité simulée (A) en fonction du temps (s)

Figure 19 – Réponses temporelles à un échelon d'amplitude $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé

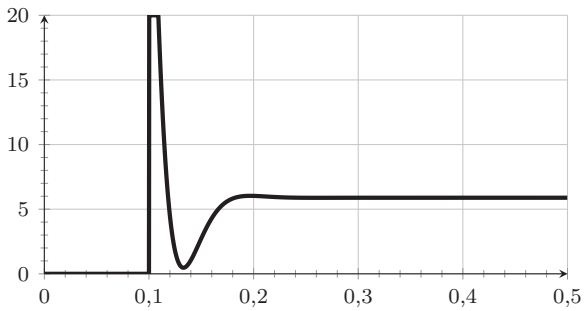
Le variateur du moteur permet de protéger les éléments électroniques des surintensités qui pourraient apparaître lors de la commande. Afin de prendre en compte cette protection, on décide d'ajouter dans le modèle causal représenté dans le **document réponse DR3** un bloc saturation de valeur ± 20 A.

Q42. Préciser, à l'aide d'une flèche sur le **document réponse DR3**, la position de ce bloc saturation. Justifier.

Les **figures 20a** et **20b** donnent respectivement la réponse temporelle du déplacement (en mm) à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm et l'évolution de l'intensité simulée (en Ampère) circulant au sein du moteur pour le système corrigé avec perturbation et ajout du bloc saturation ± 20 A.



(a) Déplacement (mm) en fonction du temps (s)



(b) Intensité simulée (A) en fonction du temps (s)

Figure 20 – Réponses temporelles à un échelon d'amplitude $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé **avec bloc de saturation ± 20 A**

Q43. Quel est l'effet de l'ajout du bloc saturation en intensité sur les performances du système ? Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

Partie VII - Synthèse – Étude de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche »

L'objectif de cette synthèse est de vérifier que les paramètres d'asservissement mis finalement en place sur la commande de l'axe linéaire et sur la commande de la roue permettent d'atteindre les performances de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche ».

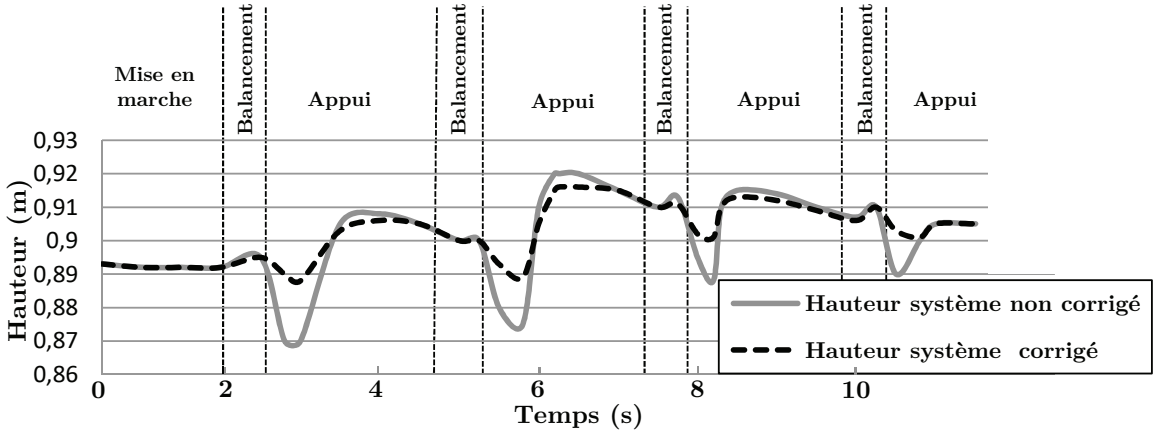


Figure 21 – Hauteur de la main au cours de la marche pour $V = 0,22$ m/s

La **figure 21** donne les évolutions de la hauteur de main mesurées lors d'une marche assistée avec le prototype de canne à la vitesse $V = 0,22$ m/s.
La courbe grise en trait continu correspond au cas où l'axe linéaire est sans correction ($C(p) = 1$).
La courbe noire en trait pointillé correspond au cas où l'axe linéaire est corrigé (correction PI généralisée avec paramètres optimisés).
Il est à remarquer que lors de cet essai, le patient avait pour consigne de conserver sa main immobile lors du déplacement. Cette condition est difficilement vérifiable en pratique car le patient ne peut pas vraiment se concentrer sur la position de sa main pendant la marche.

Q44. Conclure sur l'influence de la correction de l'axe linéaire sur le respect de l'exigence de maintien de la hauteur de main.

La **figure 22**, respectivement **figure 23**, page suivante, donnent pour $V = 0,22$ m/s (allure normale), respectivement pour $V = 0,29$ m/s (allure rapide), le suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol et le suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ).

Q45. Conclure sur le réglage des paramètres d'asservissement mis en place vis-à-vis des performances liées à la synchronisation de la canne avec le cycle locomoteur à différentes allures.

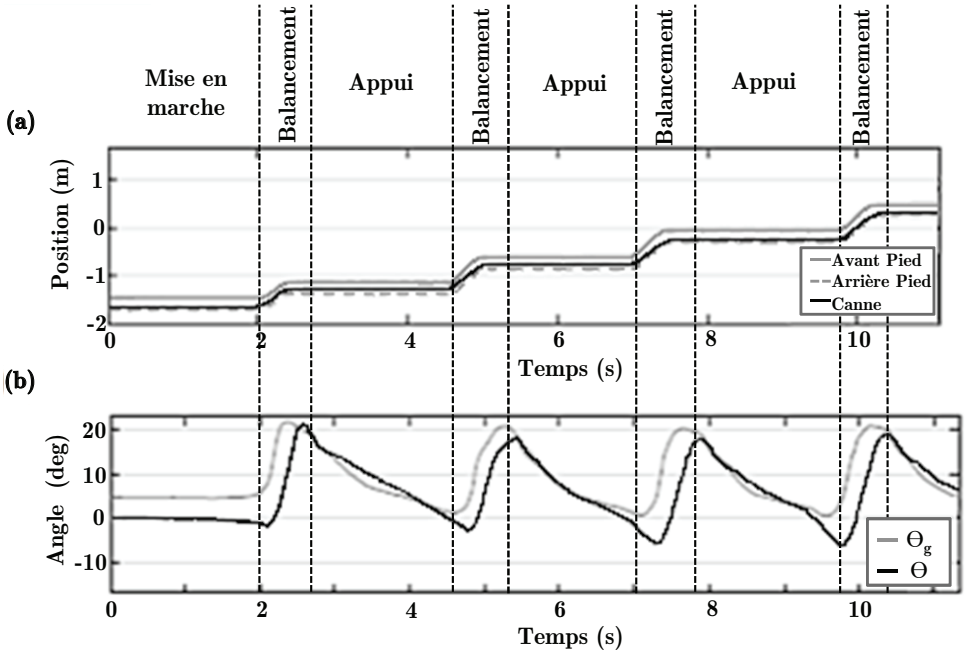


Figure 22 – $V = 0,22$ m/s, allure normale – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

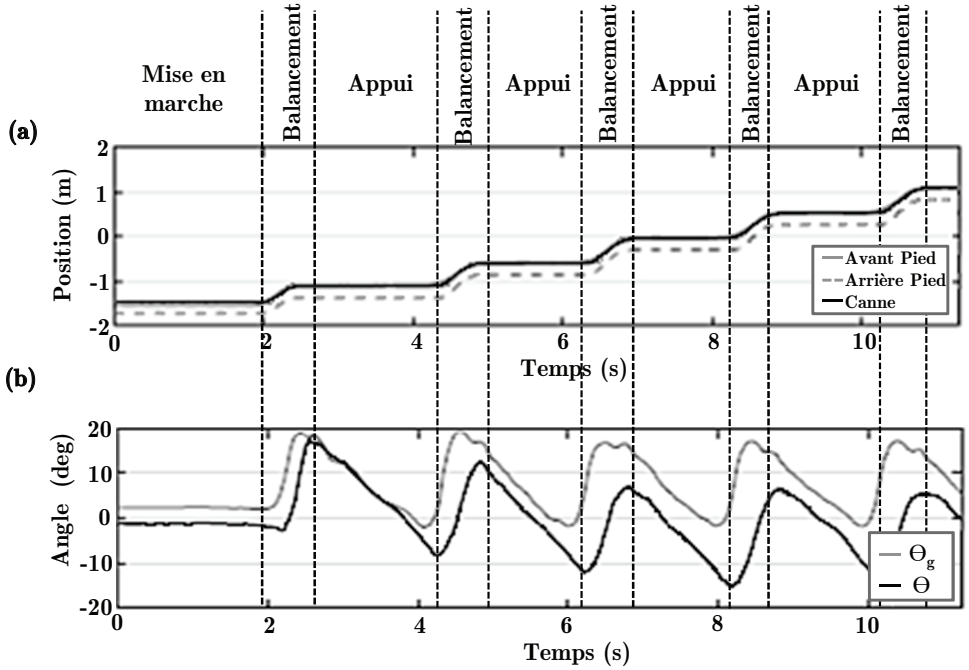
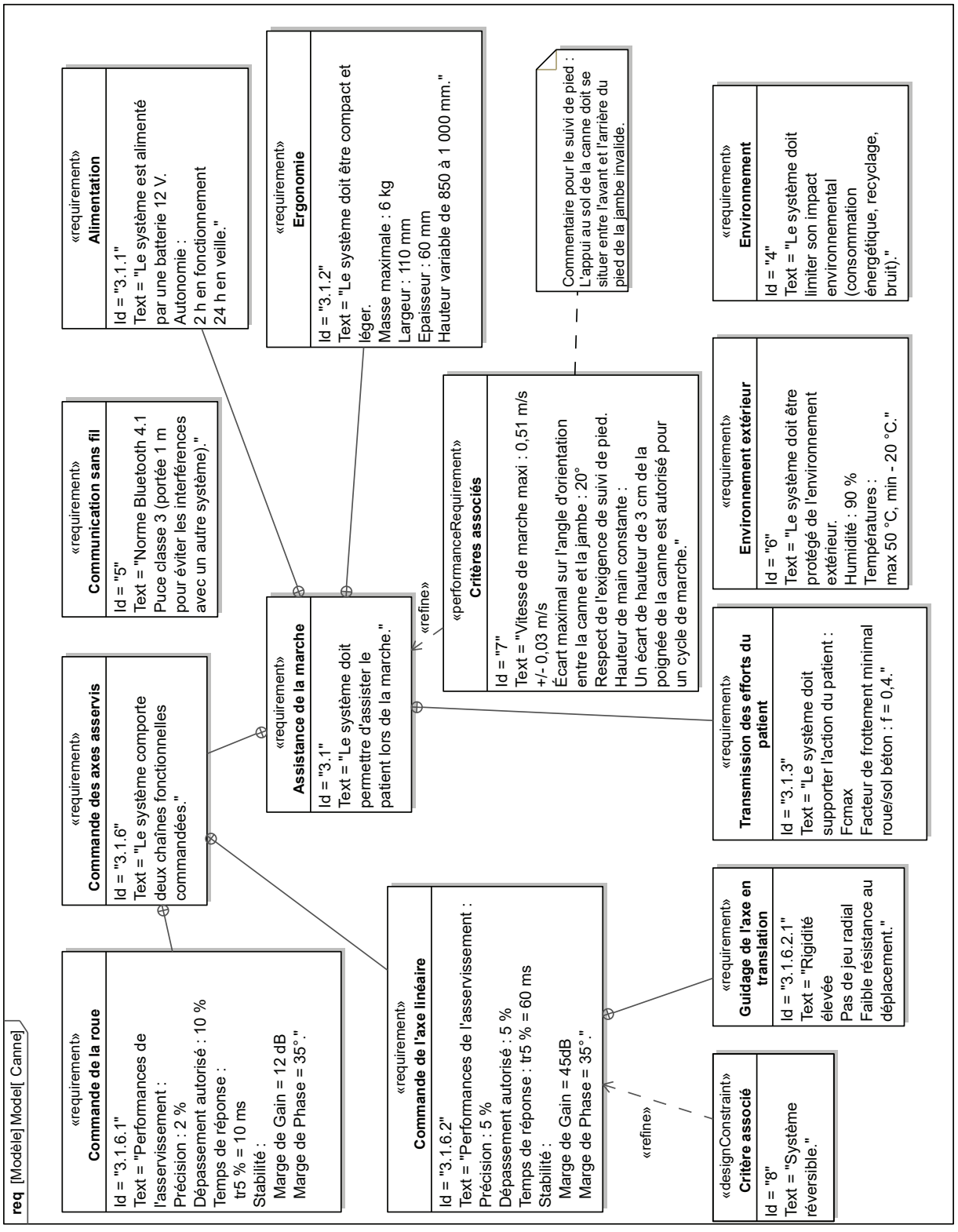


Figure 23 – $V = 0,29$ m/s, allure rapide – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

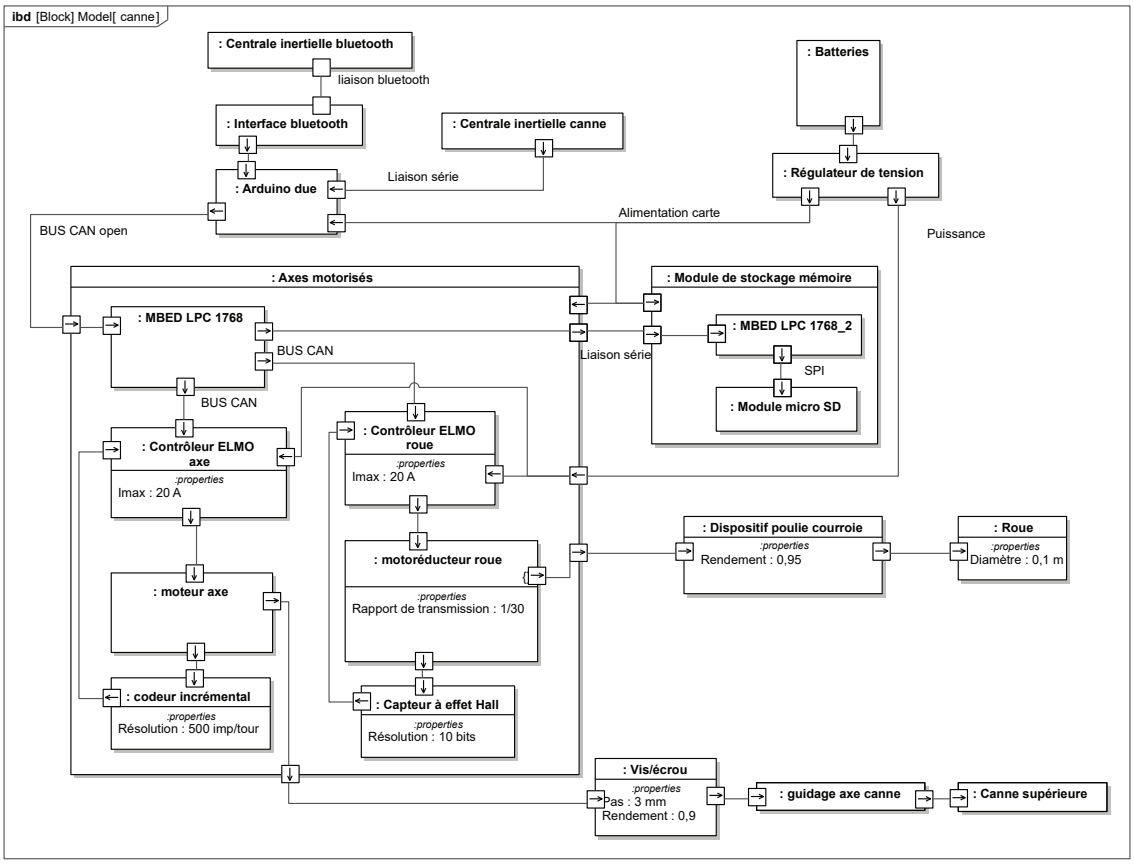
FIN

ANNEXE

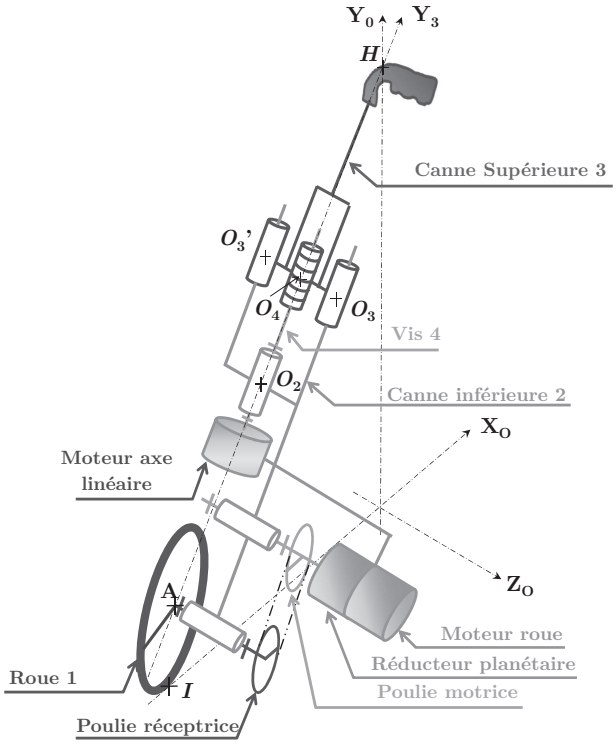
Document 1 - Diagramme partiel des exigences



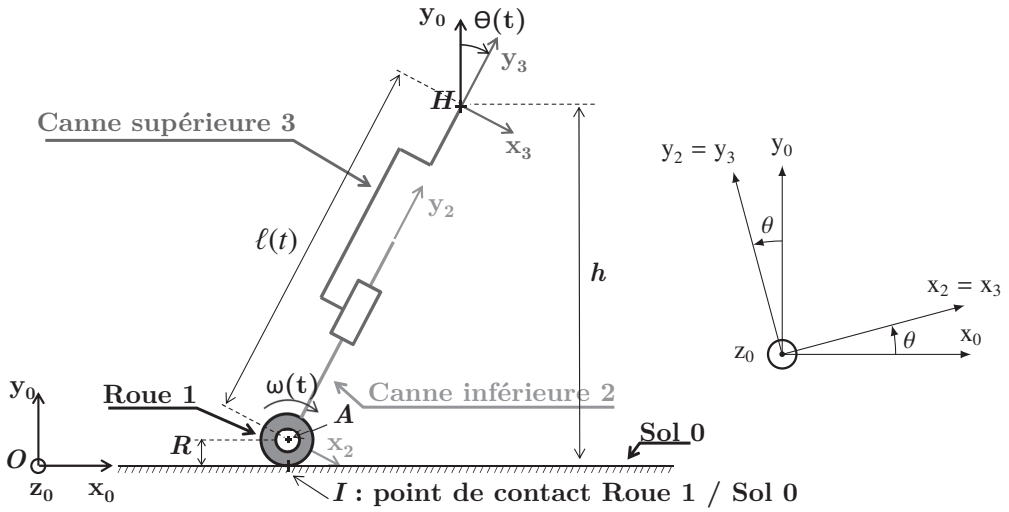
Document 2 - Diagramme de blocs internes



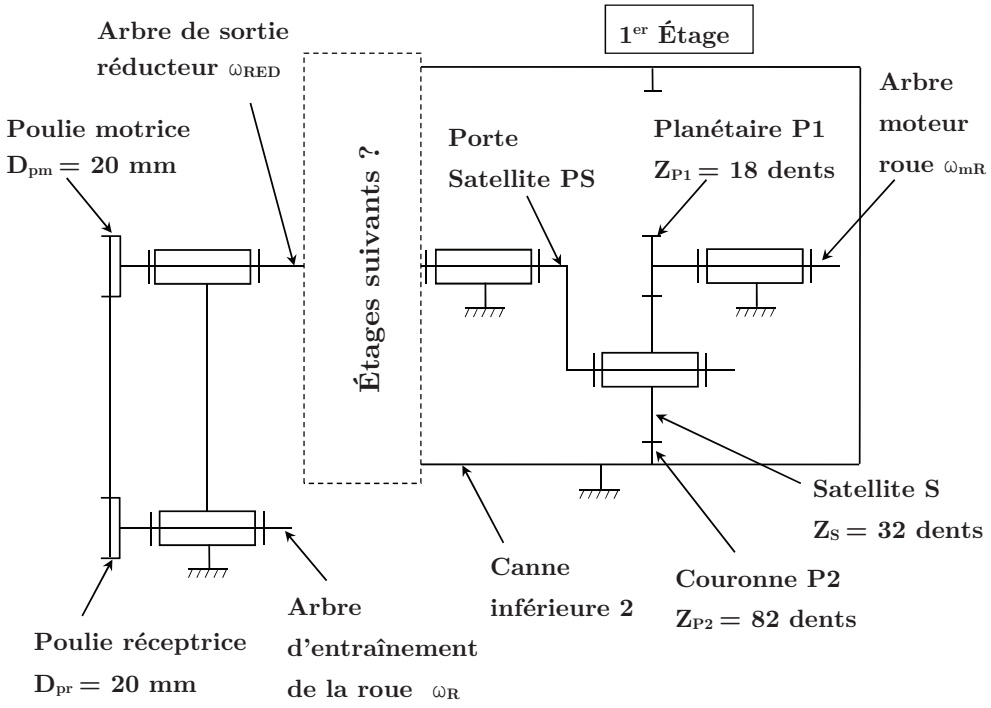
Document 3 - Représentation schématique de la cinématique du prototype de canne



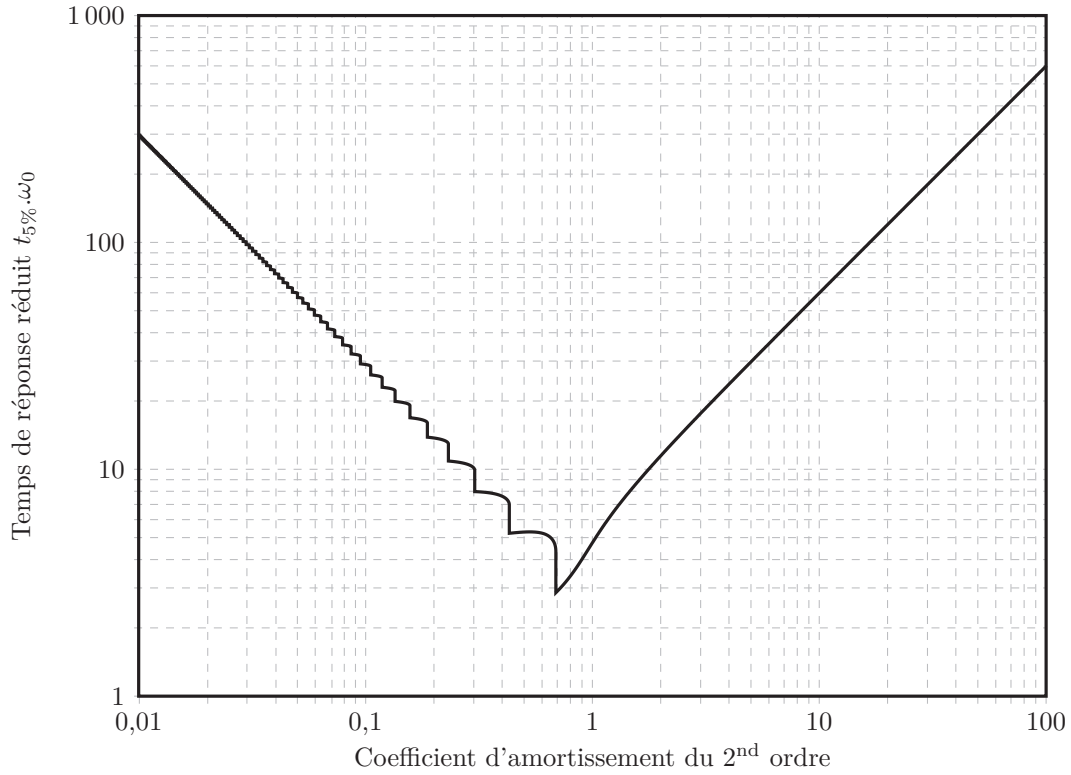
Document 4 - Modélisation cinématique et paramétrage du prototype de canne robotisée



Document 5 - Modélisation cinématique de la transmission du moteur de roue à la roue



Document 6 - Abaque du temps de réponse réduit



IMPRIMERIE NATIONALE – 18 1066 – D'après documents fournis

DANS CE CADRE

Académie : Session : **2018**

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **PSI**

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve : **Sciences Industrielles**

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

Né(e) le

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série* : **PSI**

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve : **Sciences Industrielles**

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

Note : /20

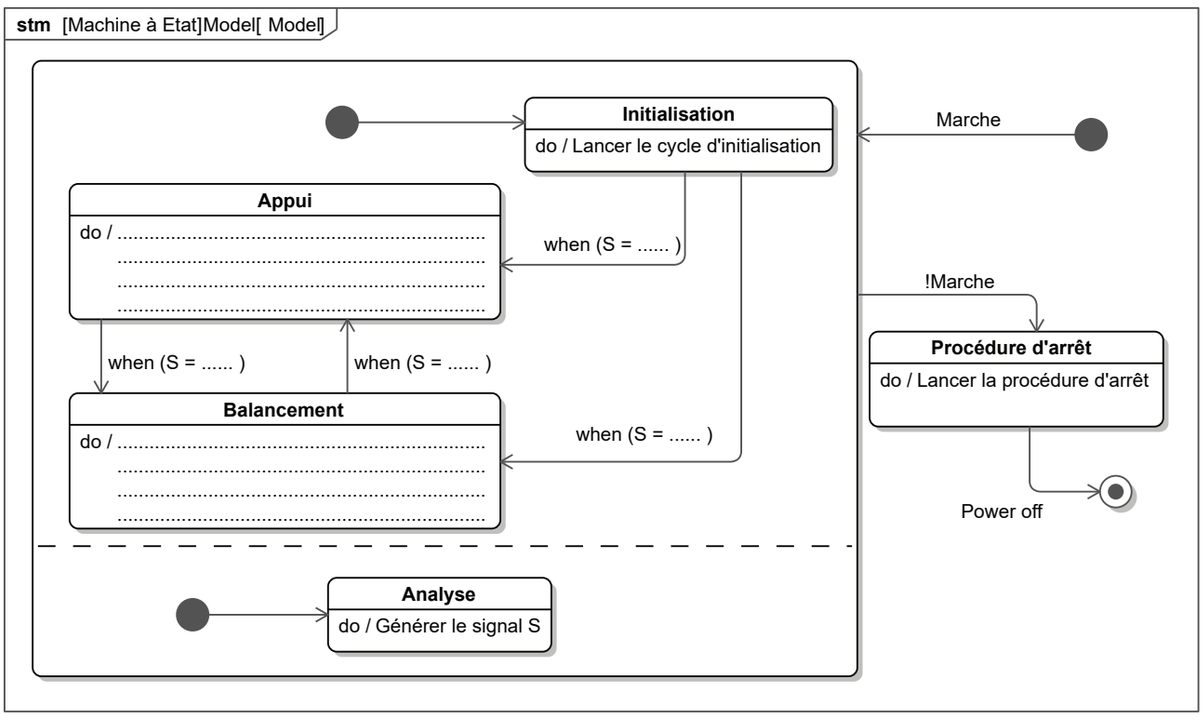
Appréciation du correcteur :*

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

PSISI08

DOCUMENT RÉPONSE

Q9

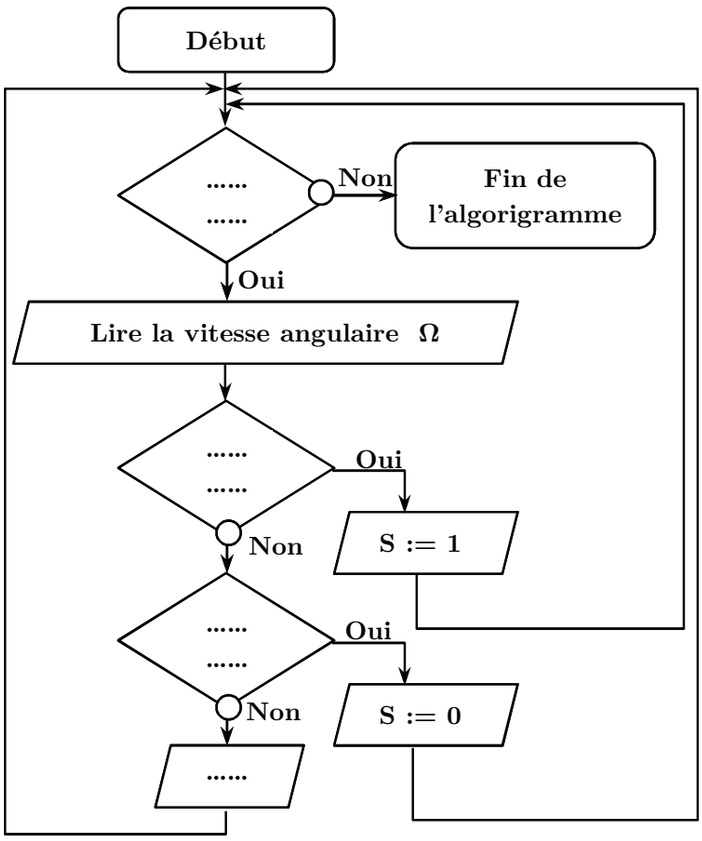


DR 1 – Diagramme d'états représentant la stratégie de commande des deux degrés de liberté du prototype de canne robotisée

B

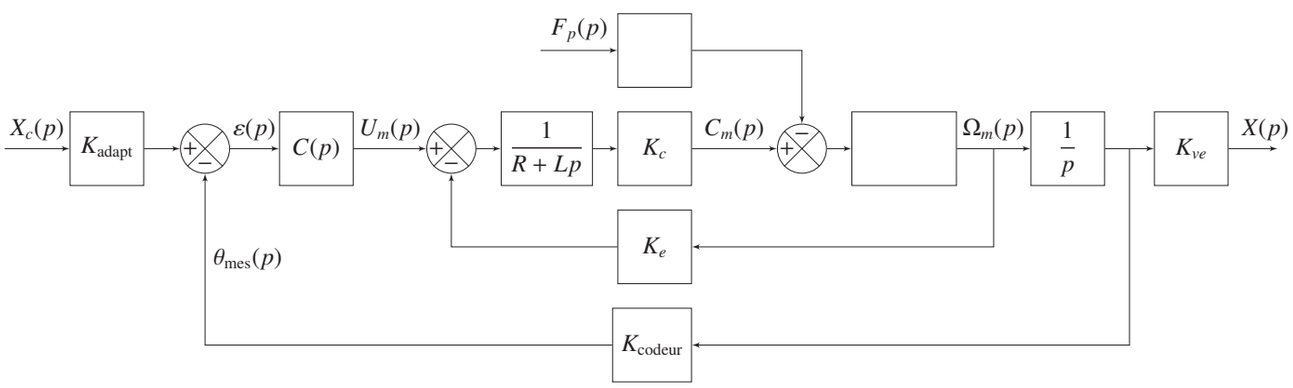
NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

Q11



DR 2 – Algorigramme de l'activité « Générer le signal S »

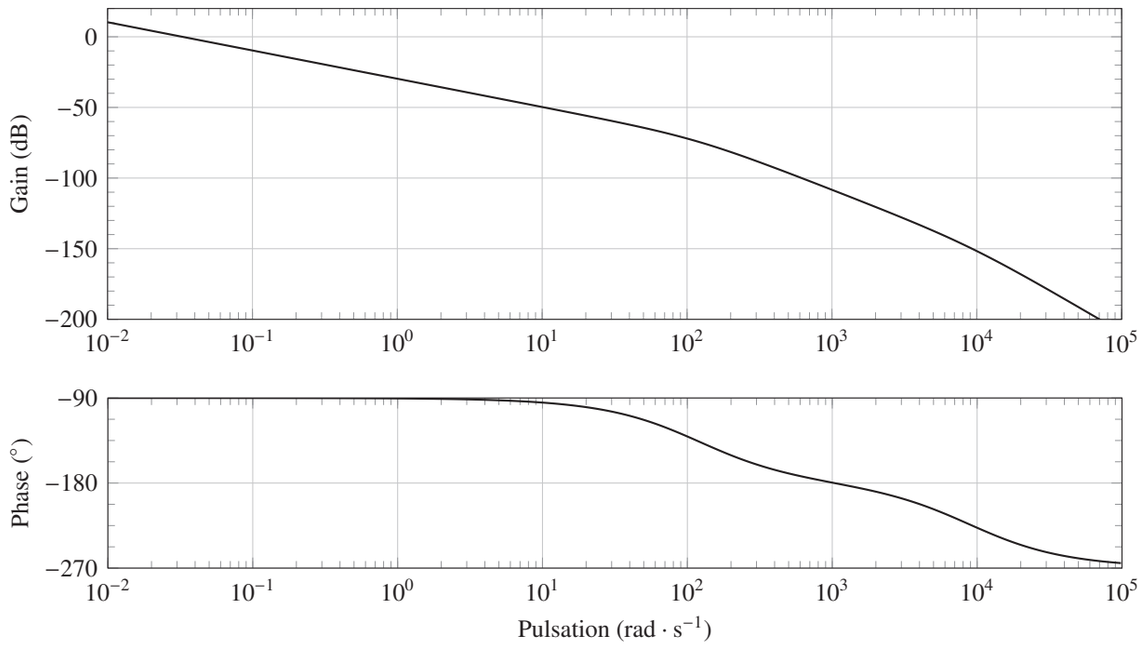
Q27 et Q42



DR 3 – Schéma-bloc du modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé

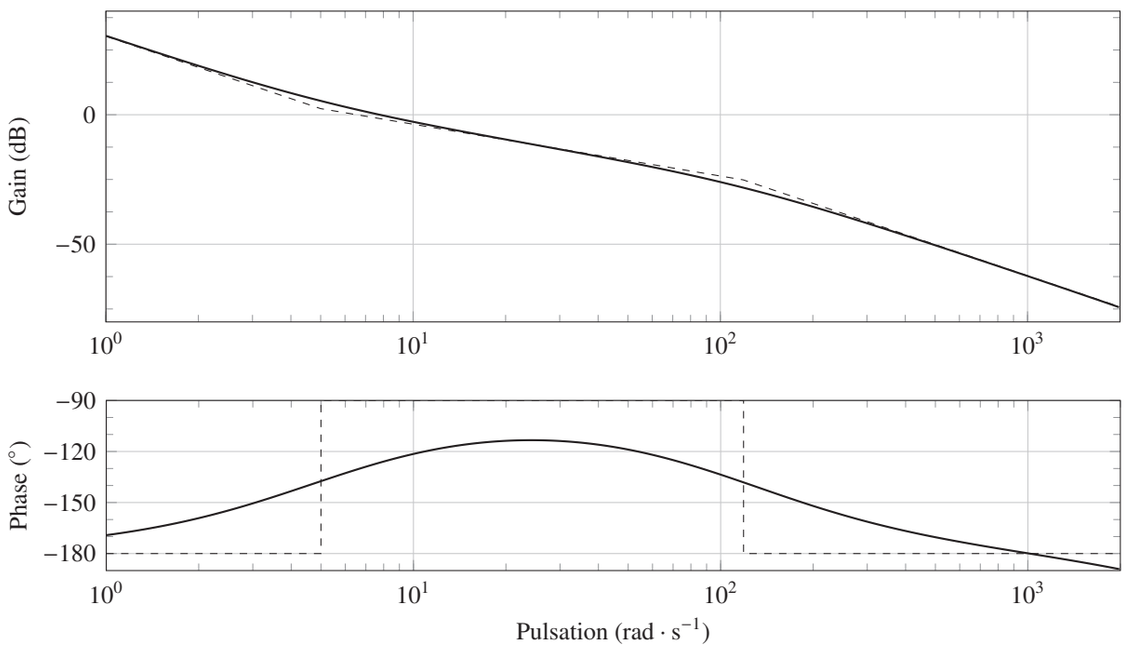
NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

Q30



DR 4 – Diagramme de Bode (courbe de Gain et courbe de Phase) du système non perturbé en boucle ouverte **pour C(p) = 1**

Q39



DR 5 – Réponse fréquentielle du système en boucle ouverte avec correcteur PI Généralisé en prenant $K_{corr} = 1\,000$ et $T_d = 0{,}2$ s

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité



Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/psi