Concours Commun INP (CCINP), France

# Session 2022, filière PSI

## Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie I : influence des mouvements des bras du drone sur son comportement
- Partie II : choix d'un mécanisme de modification de l'envergure
- Partie III : analyse simplifiée de l'asservissement du drone

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/psi/2022/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUN INP

# ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

## ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

---

# SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Durée : 4 heures**

---

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

***RAPPEL DES CONSIGNES***

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

---

**Les calculatrices sont interdites.**

Énoncé : 19 pages
Annexes : 4 pages
Document Réponse : 12 pages

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur le Document Réponse.

**Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.**

# Drone à géométrie variable

Inspiré de la thèse de Valentin RIVIERE,
" Vers un robot aérien autonome bio-inspiré à morphologie variable ",
Thèse de doctorat en Sciences du Mouvement Humain, Aix-Marseille, 2019

**Présentation générale**

Ce sujet porte sur la conception d'un drone quadrirotor bio-inspiré, développé à l'institut des sciences du mouvement. Ce drone s'inspire de l'oiseau et possède la capacité de se replier en vol afin de diminuer son envergure (**figures 1** et **2**).

En fin de repliement, les bras supportant les moteurs et hélices s'alignent le long du corps du drone pour éviter que les hélices ne touchent les bords de l'ouverture.

Cette particularité est intéressante pour des problématiques d'évitement d'obstacles dans des milieux encombrés. Le drone est de plus pourvu d'un algorithme d'estimation de taille d'obstacles en vol grâce à une perception visuelle monoculaire. Cet algorithme permet de rendre le drone plus autonome pour éviter les collisions avec son environnement et actionner son système de changement de forme si cela est nécessaire.

Tout cet ensemble consititue la plateforme Quadmorphing.

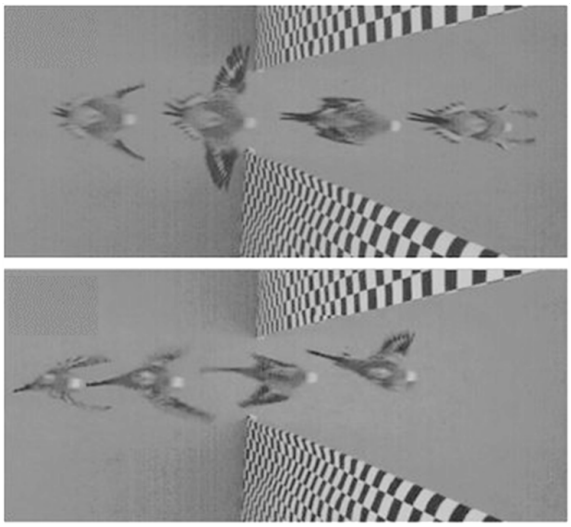


**Figure 1 -** L'oiseau s'adapte au passage plus étroit en modifiant son envergure

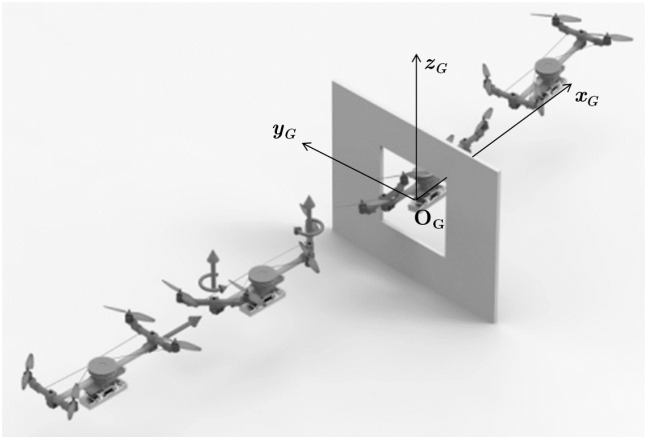



**Figure 2 -** Vue CAO de la plateforme QuadMorphing passant à travers une ouverture

L'objectif de cette étude est de concevoir et valider les solutions technologiques retenues pour la plateforme QuadMorphing permettant le passage d'ouverture en vol. Le diagramme partiel des exigences liées à cette étude est donné en **figure 21** de l'**annexe 1**.
La démarche proposée est définie ci-après.

- **Partie I** - Influence des mouvements des bras du drone sur son comportement.
- **Partie II** - Choix d'un mécanisme de modification de l'envergure.
- **Partie III** - Analyse simplifiée de l'asservissement en roulis du drone.

# Partie I - Influence des mouvements des bras du drone sur son comportement

Indépendamment de la solution retenue pour mettre en mouvement les bras supportant les moteurs et hélices, nous nous intéressons dans cette partie aux conséquences des mouvements des bras sur le comportement dynamique du drone afin de valider les choix retenus par la suite.

## I.1 - Influence de la rotation des bras sur l'envergure - vérification des exigences Id 1 et Id 1.1

Pour diminuer l'envergure, on choisit de replier les bras supportant les moteurs et hélices du drone. Le repliement doit être rapide et de courte durée. En effet, pour des raisons de contrôle et de stabilité, il est impossible d'utiliser un drone avec les bras repliés en permanence. La **figure 23** de l'**annexe 2** présente un modèle géométrique simplifié du drone pour lequel le bras $1$, supportant les deux moteurs et hélices avant, peut tourner par rapport au corps $0$ du drone. Le bras $2$, supportant les deux moteurs et hélices arrière, peut également tourner par rapport au corps $0$. Aussi pour cette étude d'envergure, l'analyse portera sur le bras $1$ seul, le comportement du bras $2$ étant identique. La **figure 23** précise le paramétrage associé à cette étude. L'angle de rotation du bras $1$ par rapport au corps $0$ du drone est noté $\gamma_1$ et peut atteindre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[0°, 90°]$.
L'angle de rotation du bras $2$ par rapport au corps $0$ du drone est noté $\gamma_2$ et peut atteindre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[90°, 180°]$.

**Q1.** À partir de la **figure 23** de l'**annexe 2**, déterminer l'expression de la largeur $\ell$ en fonction de $\gamma_1$ et des données de la géométrie du drone.

**Q2.** En déduire la valeur de la réduction d'envergure $A = 1 - \dfrac{\ell_{\text{min}}}{\ell_{\text{max}}}$ et l'exprimer en $\%$.
Conclure sur la performance liée à l'exigence de réduction d'envergure Id 1.1.

Des essais expérimentaux ont été réalisés pour analyser le passage du drone au travers d'une ouverture carrée de taille de 20 cm $\times$ 20 cm et de profondeur de 1 cm. L'ouverture est placée verticalement par rapport au sol et un de ses côtés est orienté horizontalement (parallèle au sol). Selon la **figure 2**, le repère $\mathcal{R}_G$ est associé à cette ouverture (origine $O_G$ centrée par rapport à l'ouverture). Pour la suite, la position $\overrightarrow{O_G O} = x_G.\overrightarrow{x_G} + y_G.\overrightarrow{y_G} + z_G.\overrightarrow{z_G}$ correspond à la position du centre d'inertie $O$ du drone par rapport au repère $\mathcal{R}_G$.

On définit selon les **figures 3** et **4**, la longueur projetée $\ell_{\text{proj}}$ et la hauteur projetée $h_{\text{proj}}$ du drone dans le plan de l'ouverture. Les bords avant gauche et arrière droit du drone sont représentés respectivement par les points $\ell_{\text{gauche}}$ et $\ell_{\text{droit}}$. Les bords avant haut et arrière bas du drone sont représentés respectivement par les points $h_{\text{haut}}$ et $h_{\text{bas}}$.

Ces grandeurs dépendent des dimensions du drone et de son orientation par rapport à $\mathcal{R}_G$. En première approximation et en considérant un angle de roulis $\theta_R$ (rotation autour de $(O, \overrightarrow{x_0})$) nul lors du passage de l'obstacle, la longueur projetée $\ell_{\text{proj}}$ dépend uniquement des dimensions du drone et de l'angle de lacet $\theta_L$ (rotation autour de $(O, \overrightarrow{z_0})$), et la hauteur projetée $h_{\text{proj}}$ dépend uniquement des dimensions du drone et de l'angle de tangage $\theta_T$ (rotation autour de $(O, \overrightarrow{y_0})$).

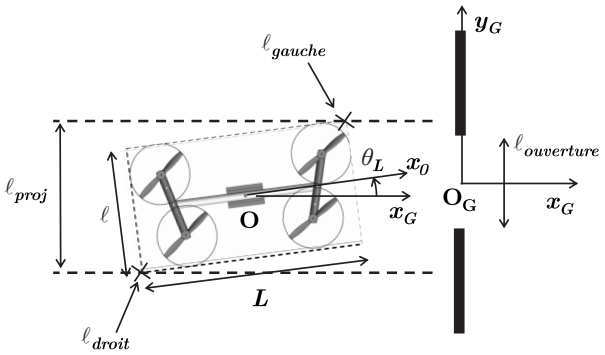



**Figure 3 -** Définition de la longueur projetée $\ell_{\text{proj}}$ et de l'angle de lacet $\theta_L$

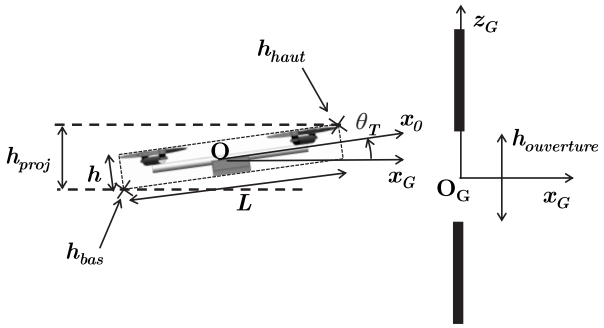



**Figure 4 -** Définition de la hauteur projetée $h_{\text{proj}}$ et de l'angle de tangage $\theta_T$

Les relevés expérimentaux de 8 essais avec manœuvre de repliement des bras et passage de l'ouverture sont donnés en **figure 5**. La zone hachurée représente l'envergure de l'ouverture durant toutes les positions du robot où les collisions sont possibles, c'est-à-dire pour $x_G \in [-L/2, L/2]$. L'aire grisée représente l'envergure maximale occupée par le drone durant les huit essais. Les positions des points extrêmes du drone de l'essai n°4 ($\ell_{\text{gauche}}$, $\ell_{\text{droit}}$, $h_{\text{haut}}$ et $h_{\text{bas}}$) sont représentées par les courbes avec le marqueur en forme de losange ◊. On peut observer sur ces figures la diminution de l'envergure horizontale du drone à partir de la consigne de repliement (représentée verticalement en pointillés à gauche). La consigne de dépliement de la structure (représentée verticalement en pointillés à droite) est donnée dès la sortie de la zone probable de collision afin de stabiliser le drone au plus vite.

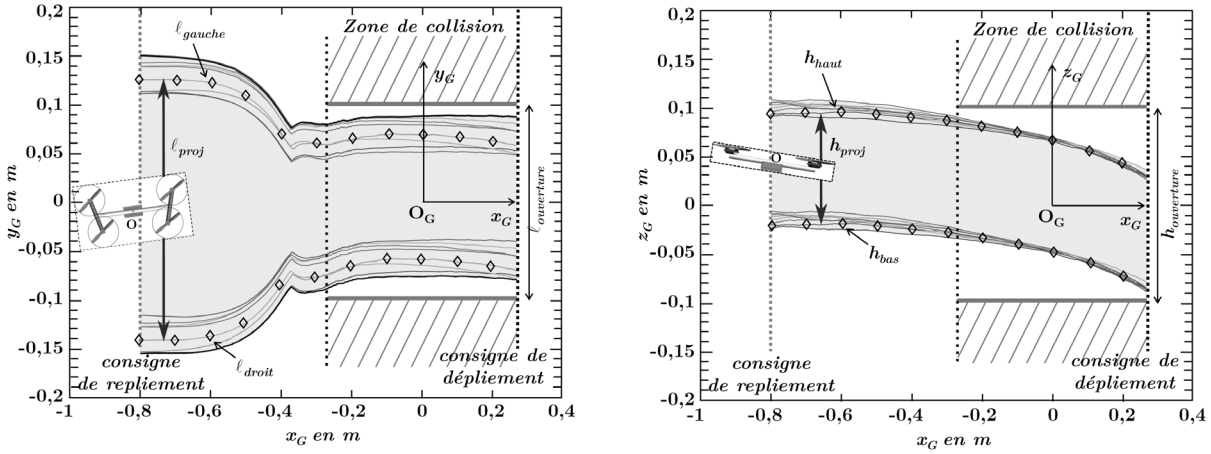



**Figure 5 -** Vues de dessus et de côté de l'envergure du drone durant huitpassages de l'ouverture

**Q3.** Relever pour l'essai n°4, la valeur de $\ell_{\text{proj}}$ avant repliement (notée $\ell_{\text{proj}}^{\text{max}}$) et la comparer à $\ell_{\text{max}}$ de la question précédente. De même pour la valeur après repliement (notée $\ell_{\text{proj}}^{\text{min}}$) à comparer à $\ell_{\text{min}}$.
Si des écarts sont constatés entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques, expliquer l'(les) origine(s) de ces écarts.
Conclure sur la vérification de l'exigence liée au passage d'ouverture Id 1.

### I.2 - Influence de la rotation des bras sur la vitesse maximale en bout de pale - Vérification de l'exigence Id 4

On considère que le drone se déplace en ligne droite à la vitesse de déplacement $V_x\vec{x_0}$ selon $\vec{x_0} = \vec{x_G}$ telle que $V_x = 2{,}5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Cette vitesse correspond à la vitesse retenue pour négocier le passage de l'ouverture. Elle est suffisamment lente pour que le drone ait le temps d'interpréter la taille de l'ouverture et de décider si elle est franchissable ou non (dans ce cas le drone doit avoir le temps de réaliser un freinage d'urgence avant collision). Par ailleurs, cette vitesse est suffisamment rapide pour conserver un minimum " d'inertie " lors du franchissement et permettre sa stabilisation une fois l'ouverture franchie et les bras dépliés.
Les **figures 23** et **24** complètent le paramétrage. On suppose que le référentiel terrestre associé à $\mathcal{R}_G$ peut être considéré galiléen. On pose de plus $\alpha = (\vec{x_1}, \overrightarrow{x_{H1}})$ l'angle définissant l'orientation de l'hélice $H1$ par rapport au bras $1$.
La vitesse de rotation du bras 1 par rapport au corps 0 du drone, $\vec{\Omega}(1/\mathcal{R}_0)$, est telle que $\vec{\Omega}(1/\mathcal{R}_0) = \dot{\gamma}_1\vec{z_0}$. La valeur maximale de cette vitesse est obtenue par une rotation de $90°$ en 300 ms.
La vitesse de rotation de l'hélice $H1$ par rapport au bras 1, $\vec{\Omega}(H1/\mathcal{R}_1)$, est telle que $\vec{\Omega}(H1/\mathcal{R}_1) = \omega_1\vec{z_0} = \dot{\alpha}\vec{z_0}$. On considérera que la vitesse de rotation de l'hélice est égale à $13\,400\,\mathrm{tr/min}$ pour assurer la portance et le déplacement horizontal du drone à $V_x = 2{,}5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

**Q4.** Déterminer l'expression littérale de $\vec{V}(P, H1/\mathcal{R}_G)$, la vitesse en bout de pale de l'hélice $H1$ par rapport à $\mathcal{R}_G$, en fonction des données et notamment de $\dot{\gamma}_1$ et de $\omega_1$.

**Q5.** Dans quelle configuration du bras et de la pale cette vitesse en bout de pale est-elle maximale ?
Déterminer dans ce cas l'expression maximale de la norme, notée $V_{\text{max}}$. Réaliser l'application numérique en déterminant au préalable la valeur numérique de chacun des termes de l'expression de $V_{\text{max}}$.
Commenter l'influence de la vitesse de rotation des bras du drone sur la valeur de $V_{\text{max}}$ et sur la vérification de l'exigence Id 4.

### I.3 - Influence de la rotation des bras sur le comportement dynamique du drone selon l'axe de lacet - vérification de l'exigence Id 1.1.1

On cherche à déterminer la relation à donner entre les rotations $\gamma_1$ et $\gamma_2$ des deux bras du drone de manière à limiter les perturbations sur le comportement dynamique en vol du drone lors des phases de repliement et dépliement. L'objectif est d'avoir un moment dynamique du drone selon l'axe de lacet (axe $(O, \vec{z_0})$) en $O$, centre d'inertie du drone, indépendant de $\gamma_1$ et $\gamma_2$ (et de leurs dérivées successives). Les matrices d'inerties des principaux éléments du drone, dont la géométrie a été simplifiée pour cette étude, sont données en **annexe 3**.

***Hypothèses***
On suppose le drone en vol rectiligne à vitesse constante et à altitude constante. Le référentiel associé au repère $\mathcal{R}_0$ lié au corps du drone peut être considéré galiléen.
Les vitesses de rotation des hélices sont telles que :

- $|\omega_1| = |\omega_2| = \omega$ constante,
- $|\omega_3| = |\omega_4| = \omega'$ constante.

Les bras sont en phase de repliement ou dépliement, donc $\gamma_1 \in ]0°, 90°[$, $\dot{\gamma}_1 \neq 0$ et $\ddot{\gamma}_1 \neq 0$ pour le bras $1$ ; idem pour les dérivées de l'angle $\gamma_2$ du bras $2$.

**Q6.** Déterminer l'expression littérale du moment dynamique du bras 1 calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$ : $\vec{\delta}(O, 1/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0}$. En déduire l'expression littérale du moment dynamique du bras 2 calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$ : $\vec{\delta}(O, 2/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0}$.

**Q7.** Déterminer l'expression littérale du moment dynamique de l'hélice $H1$ calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$ : $\vec{\delta}(O, H1/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0}$.

**Q8.** En déduire l'expression littérale du moment dynamique de l'hélice $H2$ calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$ : $\vec{\delta}(O, H2/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0}$.

On donne pour la suite l'expression littérale du moment dynamique de l'ensemble hélice $H3$ + hélice $H4$ calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$ :

$$\vec{\delta}(O, H3 + H4/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0} = 2I_{hz}\ddot{\gamma}_2 + 2m_h\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 \ddot{\gamma}_2.$$

**Q9.** À partir des résultats des trois questions précédentes, montrer que l'expression du moment dynamique de l'ensemble $\Sigma$, calculé en $O$ selon $\vec{z_0}$, se met sous la forme :

$$\vec{\delta}(O, \Sigma/\mathcal{R}_0) \cdot \vec{z_0} = 2I_{eq}\,(\ddot{\gamma}_1 + \ddot{\gamma}_2)$$

où $I_{eq}$ est une constante dont l'expression est à préciser.

La commande retenue pour le repliement et dépliement des bras du drone satisfait la relation suivante : $\gamma_2 = \pi - \gamma_1$.

**Q10.** Expliquer en quoi ce choix de conception permet de vérifier l'exigence Id 1.1.1.

### I.4 - Influence de la rotation des bras sur l'inertie du drone - analyse de l'exigence Id 1.2

On se propose de déterminer les variations, dues à la rotation des bras, de la matrice d'inertie totale du drone en $O$ exprimée dans la base $(\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$. On considère pour ceci une géométrie simplifiée du drone (**figure 6**) composée du châssis intégrant la caméra et la batterie, des deux bras et des 4 sous-ensembles {moteurs brushless + hélice} modélisés par des masses ponctuelles, de masse $m_E = m_{\text{moteur}} + m_h$ (dans cette sous-partie les inerties des axes moteurs et hélices sont négligées devant les autres grandeurs). On rappelle que $\gamma_2 = \pi - \gamma_1$.

En additionnant les matrices d'inertie du corps $0$, du drone et des bras $1$ et $2$ exprimées en $O$ dans la base $\mathcal{B}_0$, l'inertie de l'ensemble, en tenant compte également des moteurs brushless et des hélices, se met sous la forme : $\mathbb{I}_\Sigma(O) = \begin{pmatrix} I_{\Sigma X} & I_{\Sigma xy} & I_{\Sigma xz} \\ & I_{\Sigma Y} & I_{\Sigma yz} \\ \text{sym} & & I_{\Sigma Z} \end{pmatrix}_{(O,\mathcal{B}_0)}$

où les termes $I_{\Sigma X}$, $I_{\Sigma Y}$ sont des fonctions de $\gamma_1$ et de la géométrie et $I_{\Sigma Z}$ est uniquement fonction de la géométrie (et donc indépendant de $\gamma_1$).

**Q11.** Compte tenu de la géométrie retenue, simplifier la forme de la matrice d'inertie totale $\mathbb{I}_\Sigma(O)$. Justifier vos simplifications.

La relation entre $\gamma_1$ et $\gamma_2$ permet finalement d'avoir une matrice d'inertie de l'ensemble du drone qui est quasiment diagonale pour toutes valeurs de $\gamma_1$, ce qui évite le couplage des équations de roulis, tangage et lacet et facilite ainsi le contrôle du drone. Cela permet également d'avoir un moment d'inertie selon l'axe de lacet $I_{\Sigma Z}$ indépendant de la position des bras.

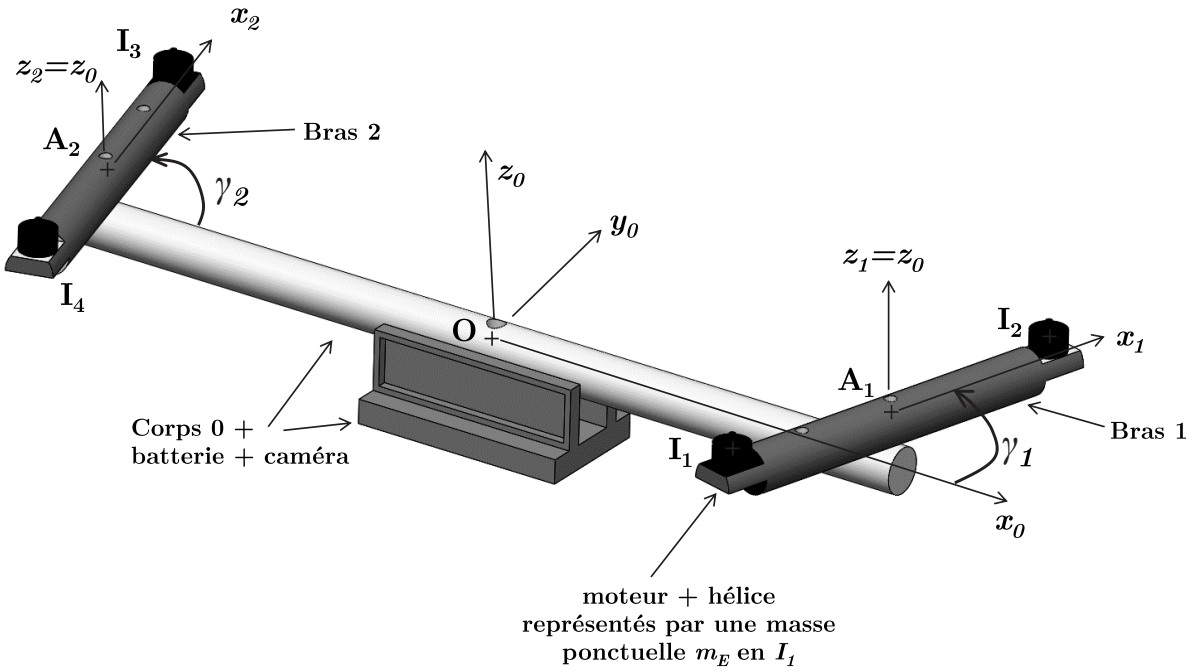



**Figure 6 -** Figure simplifiée de la géométrie du drone

On note pour la suite $\Delta I_{\Sigma X}(\gamma_1)$ et $\Delta I_{\Sigma Y}(\gamma_1)$ les variations d'inertie en roulis, respectivement en tangage, fonctions de $\gamma_1$, telles que : $I_{\Sigma X} = \Delta I_{\Sigma X}(\gamma_1) + I_{\Sigma X}^{cste}$ et $I_{\Sigma Y} = \Delta I_{\Sigma Y}(\gamma_1) + I_{\Sigma Y}^{cste}$, où $I_{\Sigma X}^{cste}$ et $I_{\Sigma Y}^{cste}$ représentent les termes constants des moments d'inertie indépendants de $\gamma_1$.

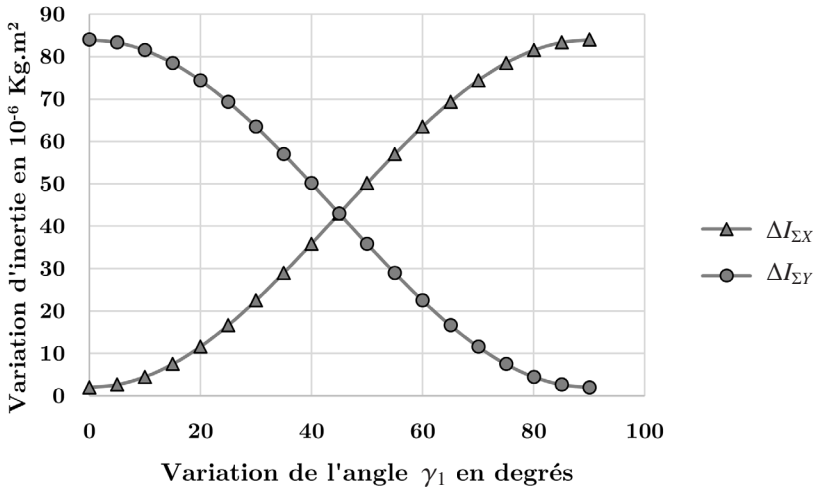



**Figure 7 -** Évolution de $\Delta I_{\Sigma X}$ et de $\Delta I_{\Sigma Y}$ en fonction de $\gamma_1$. Les bras sont dépliés pour $\gamma_1 = 90°$ et pliés (c'est-à-dire alignés avec le corps du drone) pour $\gamma_1 = 0°$

Les évolutions de $\Delta I_{\Sigma X}(\gamma_1)$ et de $\Delta I_{\Sigma Y}(\gamma_1)$ en fonction de $\gamma_1$ sont données **figure 7**. On donne de plus ci-dessous les valeurs numériques, en $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$, de la matrice d'inertie de la géométrie simplifiée du drone pour la position bras dépliés ($\gamma_1 = 90°$) :

$$\mathbb{I}_\Sigma(O)_{|\gamma_1=90°} = \begin{pmatrix} 5,3 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1,96 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1,72 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}_{(O,\mathcal{B}_0)}.$$

**Q12.** En déduire, en %, les variations maximales d'inertie en roulis, définie par $\frac{\Delta I_{\Sigma X}}{I_{\Sigma X}(\gamma_1 = 90°)}$ et en tangage, définie par $\frac{\Delta I_{\Sigma Y}}{I_{\Sigma Y}(\gamma_1 = 90°)}$. Conclure sur la différence de comportement en vol du drone en roulis et en tangage une fois les bras pliés.

### I.5 - Influence du sens de rotation des hélices sur le comportement dynamique du drone - analyse de l'exigence Id 1.2

Le fait d'entraîner en rotation une pale d'hélice à la vitesse de rotation $\omega_i$ crée une vitesse relative entre la pale et l'air. Ce phénomène génère ainsi un effort élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{F}$ qui peut être projeté (**figure 8**) sur l'axe de rotation (composante $\mathrm{d}\overrightarrow{P}$) et dans le plan de rotation (composante $\mathrm{d}\overrightarrow{T}$).
En sommant ces efforts sur un tour d'hélice et en intégrant sur toute la longueur de la pale, il en résulte une force résultante $\overrightarrow{T}$, perpendiculaire au plan de rotation (la poussée), ainsi qu'un moment résultant $\overrightarrow{Q}$ s'exerçant à l'opposé du sens de rotation (le couple de trainée).

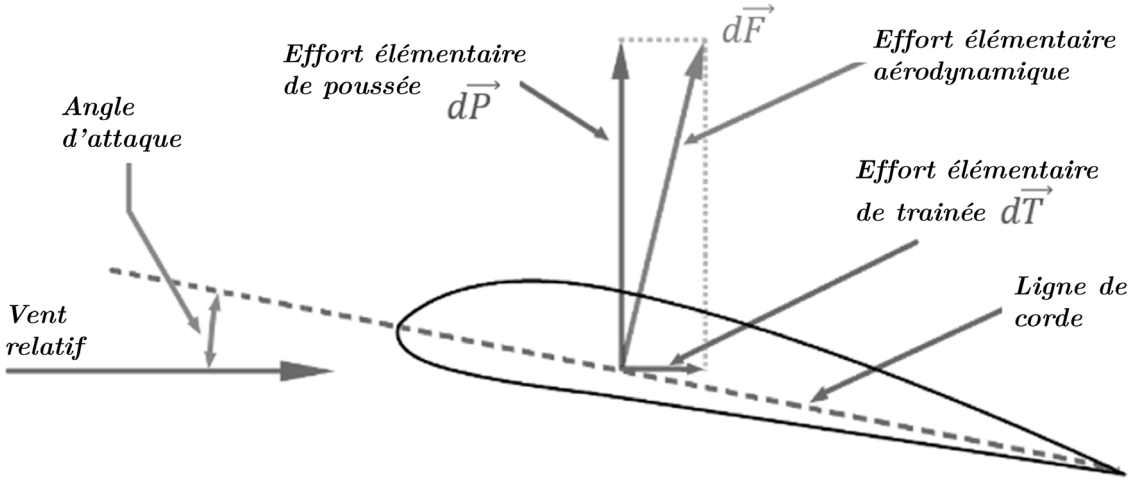



**Figure 8 -** Représentation de l'action élémentaire de l'air sur une section de pale et de ses projections lors de sa rotation

L'action mécanique de l'air sur l'hélice $H1$ peut donc être modélisée par l'action mécanique résultante suivante, pour une rotation du rotor dans le sens positif :

$$\{T_{Air\to H1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{T} = T\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{Q} = -Q\overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_{I_1} \quad (1)$$

avec $T = c_T\omega_i^2$ et $Q = c_Q\omega_i^2$.
Ces actions, retrouvées au niveau de chacune des hélices, permettent de générer les forces et moments s'exerçant sur le drone en vue de son contrôle.

Afin de limiter l'influence des moments de trainée de chaque hélice sur le comportement dynamique du drone en vol stationnaire (cas où les hélices tournent toutes à la même vitesse et génèrent une poussée résultante compensant le poids du drone), on souhaite déterminer le sens de rotation de chacun des rotors.

***Hypothèses***

On suppose que, quel que soit le sens de rotation du rotor, la portance s'oppose toujours à l'action du poids (les hélices sont choisies dans ce but).

**Q13.** Sur la figure du **DR**, représenter les actions mécaniques $\vec{T}$ et $\vec{Q}$ pour chacune des hélices (en trait plein pour les résultantes et en pointillés pour les moments).
En déduire si le drone est à l'équilibre ou non.

Pour la suite, les hélices génèrent une poussée résultante compensant le poids du drone. Les sens des vitesses de rotation des hélices s'opposent deux à deux selon la représentation de la **figure 9** et ce qu'elle que soit la position des bras. Les hélices $H1$ et $H3$ tournent dans le sens trigonométrique et les hélices $H2$ et $H4$ dans le sens horaire.

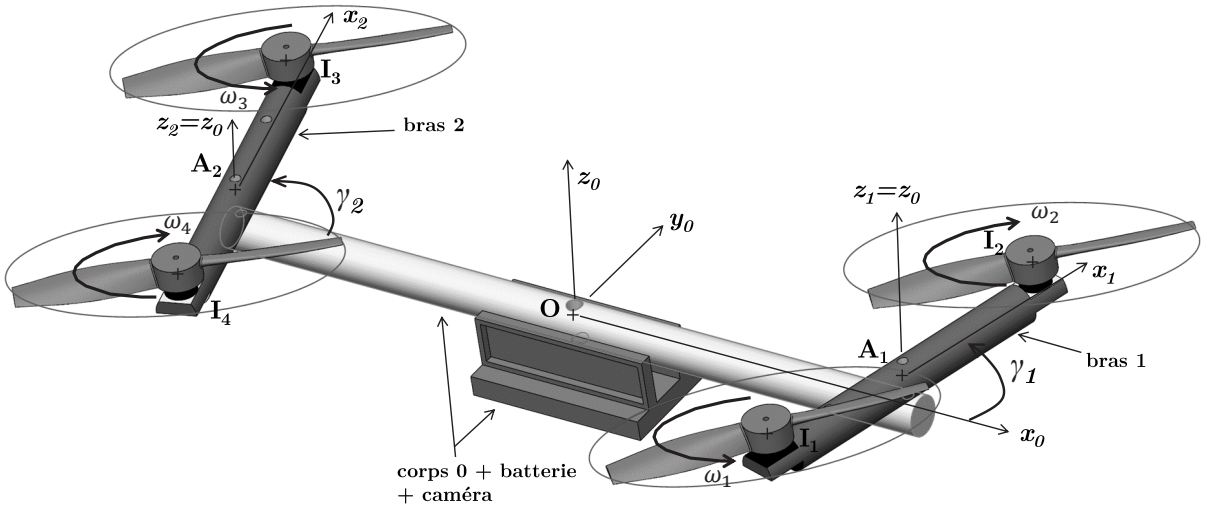



**Figure 9 -** Sens de rotation des hélices du drone

**Q14.** Quel est alors le comportement du drone dans le cas où $|\omega_1| = |\omega_2|$ et $|\omega_3| = |\omega_4|$ avec $|\omega_1| < |\omega_3|$ ?
Vous pouvez vous aider d'un schéma pour représenter les actions et justifier votre réponse.

Pour la question suivante, on considèrera que les hélices tournent toutes à la même vitesse et génèrent une poussée résultante compensant le poids du drone.

**Q15.** Déterminer l'expression du torseur de l'action de l'air sur l'hélice $H1$ (défini par l'équation (1)) calculé au point $O$, centre d'inertie du drone. Les composantes du torseur seront données dans la base $\mathcal{B}_0$ en fonction des grandeurs géométriques, de $\gamma_1$, de $c_T$, $c_Q$ et de $\omega_1$.

On donne pour la suite la matrice $\mathbf{\Gamma}(\gamma_1)$ permettant de relier les carrés des vitesses de rotation des hélices à la poussée résultante et aux moments résultants exprimés en $O$ selon les axes du drone (respectivement roulis selon $\vec{x_0}$, tangage selon $\vec{y_0}$ et lacet selon $\vec{z_0}$).

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_{air\to Hi}\vec{z_0} \\ \sum_{i=1}^{4} \vec{M}_{O,air\to Hi}\vec{x_0} \\ \sum_{i=1}^{4} \vec{M}_{O,air\to Hi}\vec{y_0} \\ \sum_{i=1}^{4} \vec{M}_{O,air\to Hi}\vec{z_0} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} ..... & c_T & c_T & c_T \\ ..... & c_t\frac{L_1}{2}\sin(\gamma_1) & c_t\frac{L_1}{2}\sin(\gamma_1) & -c_t\frac{L_1}{2}\sin(\gamma_1) \\ ..... & -\left(\frac{L_0}{2}+\frac{L_1}{2}\cos(\gamma_1)\right) & \left(\frac{L_0}{2}+\frac{L_1}{2}\cos(\gamma_1)\right) & \left(\frac{L_0}{2}-\frac{L_1}{2}\cos(\gamma_1)\right) \\ ..... & -c_Q & c_Q & -c_Q \end{pmatrix}}_{\mathbf{\Gamma}(\gamma_1)} \cdot \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix}$$

où les termes de la $1^{re}$ colonne ont été déterminés à la question précédente.

**Q16.** Que dire de l'action des hélices dans la position bras repliés $\gamma_1 = 0°$ pour le moment résultant en $O$ selon l'axe de roulis ? Conclure sur le respect de l'exigence Id 1.2 dans cette configuration.

## Partie II - Choix d'un mécanisme de modification de l'envergure

Afin de modifier la géométrie en vol, un premier mécanisme de repliement basé sur un système 4 barres a été retenu. Une modélisation de ce mécanisme est donnée en **figure 10**. La rotation du palonnier 5, entraîné par un servomoteur d'axe $(O, \vec{z_0})$, permet la mise en rotation des bras 1 et 2 par l'intermédiaire des bielles 3 et 4.

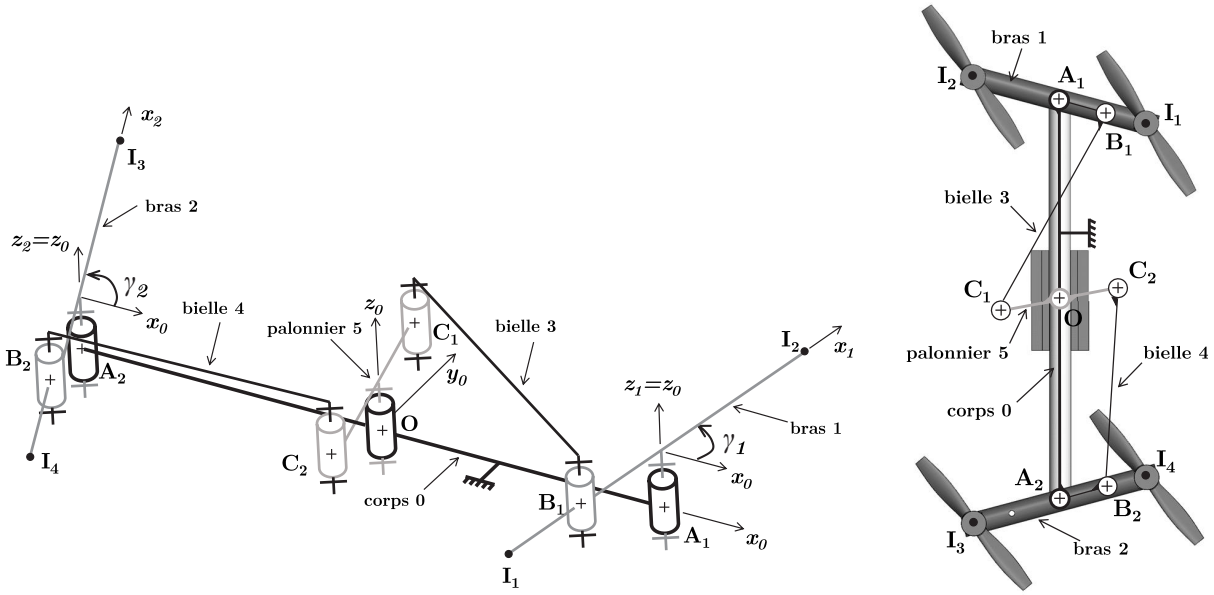



**Figure 10 -** Modélisation cinématique en perspective et plane en vue de dessus du mécanisme de mise en mouvement des bras du drone basé sur un double système 4 barres

**Q17.** Calculer le degré d'hyperstaticité de la modélisation spatiale du mécanisme de repliement. Détailler votre analyse en précisant selon la méthode retenue : le nombre d'équations (cinématique ou statique), le nombre d'inconnues (cinématique ou statique) et le nombre de mobilités (utile et interne) en expliquant à quel(s) mouvement(s) et à quelle(s) pièce(s) ces mobilités sont associées.

Une telle hyperstaticité impose des contraintes géométriques de position et d'orientation des liaisons afin d'assurer l'assemblage du mécanisme.

**Q18.** Préciser succinctement quelle(s) contrainte(s) géométrique(s) est(sont) à respecter pour assurer l'assemblage de ce mécanisme ?

**Q19.** En modifiant la nature de certaine(s) liaison(s), proposer un modèle de mécanisme de repliement isostatique basé sur un double système 4 barres.
Justifier votre proposition en reprenant le calcul du degré d'hyperstaticité.

Pour limiter les contraintes géométriques liées au mécanisme 4 barres et afin de réduire encore le poids, le mécanisme précédent a été modifié par un mécanisme à câbles piloté par un servomoteur (**figure 11**). De plus, du fait de la dimension des bielles et des liaisons avec les bras, le mécanisme 4 barres ne permettait pas l'alignement complet des bras le long du corps (position $\gamma_1 = 0°$), ce qu'autorise désormais le mécanisme à câbles.

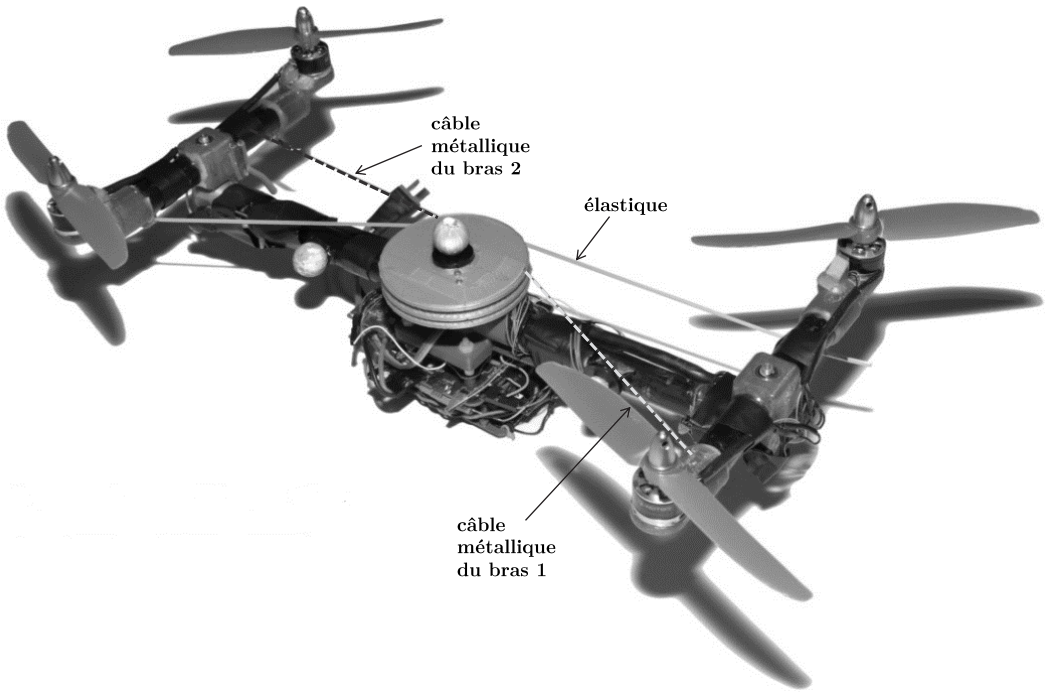



**Figure 11 -** Mécanisme de repliement avec servomoteur, poulie, 2 câbles métalliques et un élastique

Ce mécanisme à câbles permet de réduire la masse du mécanisme de repliement à 6 % de la masse totale du drone (exigence Id 1.1.2). Le servomoteur est placé au centre du drone et permet de positionner les bras à l'angle désiré. La transmission du mouvement se fait grâce aux deux câbles métalliques. Selon la **figure 25** de l'**annexe 4**, le câble métallique 1 est accroché d'un côté à la poulie, elle-même liée à l'axe du servomoteur, et de l'autre côté au bras 1 au point $B_1$ ; le câble métallique 2 est accroché d'un côté à la poulie et de l'autre au bras 2 au point $B_2$.

Afin de verrouiller la structure pour n'importe quelle position des bras, un élastique relie les bras entre eux. Cet élastique est fixé aux bras du côté opposé aux points d'accroche des câbles métalliques et est guidé par l'intermédiaire d'une gorge au niveau de la poulie. La tension de l'élastique est ajustée afin de trouver un bon compromis entre le temps de repliement/dépliement des bras et la rigidité de la structure (c'est-à-dire l'absence de mouvement des bras durant le vol en position $\gamma_1 = 90°$).

L'étude suivante porte sur l'analyse de la loi entrée / sorties de ce mécanisme de repliement des bras présenté en **figure 25** de l'**annexe 4**. La loi entrée / sorties correspond à la relation entre la rotation du servomoteur et les rotations des bras du drone. L'analyse va permettre de déterminer la course angulaire à donner au servomoteur pour passer de la position bras dépliés ($\gamma_1 = 90°$) à la position bras alignés ($\gamma_1 = 0°$), mais également les dimensions géométriques nécessaires au bon fonctionnement du mécanisme. Le paramétrage nécessaire à cette étude est donné en **annexe 4**.

***Hypothèses***

- On suppose les câbles métalliques suffisamment rigides pour pouvoir être considérés inextensibles en traction, compte tenu d'une part des efforts nécessaires pour mettre en mouvement les bras et d'autre part de l'action de l'élastique.
- Les câbles s'enroulent sur la poulie sans glisser.
- On considère le câble non enroulé sur la poulie entre les points $C_1$ et $B_1$. Mais en réalité il l'est sur une faible portion et en toute rigueur $C_1B_1$ ne peut être considéré rectiligne. Cette approximation permet de simplifier la géométrie du mécanisme et n'engendre pas de grandes différences sur la valeur de la longueur du câble entre les points $C_1$ et $B_1$.

**Q20.** À partir du paramétrage et des hypothèses retenues, écrire la fermeture vectorielle liée à la chaîne de solides {corps $0$, bras $1$, câble $1$ et poulie $5$}.
La mettre sous la forme $L_{c1}(\theta)\overrightarrow{x_{c1}} = \cdots$.

**Q21.** En déduire une relation du type : $L_{c1}^2(\theta) = A\cos(\gamma_1) + B\sin(\gamma_1) + C$
Exprimer les constantes $A$, $B$ et $C$ en fonction des données géométriques.

Si besoin, on donne pour la suite : $A = -11\,200\,\text{mm}^2$, $B = 2\,400\,\text{mm}^2$ et $C = 22\,100\,\text{mm}^2$.

**Q22.** Déterminer approximativement la valeur numérique de $L_{c1}^{\text{init}}$ obtenue pour $\gamma_1 = 90°$ et $\theta = 0°$.
Déterminer approximativement la valeur numérique de $L_{c1}^{\text{final}}$ obtenue pour $\gamma_1 = 0°$ et $\theta = \Delta\theta$.
En déduire la valeur approchée en degrés de la course angulaire $\Delta\theta$ nécessaire pour assurer le repliement du bras $1$, lorsque $\gamma_1$ passe de $90°$ à $0°$.

Avec la géométrie retenue et les positions des points d'accroche des câbles métalliques sur les bras, il est nécessaire que le câble métallique 2 soit enroulé sur la poulie avec un rayon d'enroulement $R_2$ différent de $R_1$ pour assurer que le bras $2$ tourne bien de $90$ lorsque la poulie tourne de $\Delta\theta$. La fermeture vectorielle de la chaîne de solides corps $0$, bras $2$, câble $2$ et poulie $5$ permet d'obtenir le système de deux équations suivantes pour lesquelles $R_2$ et $L_{c2}^{\text{init}}$ restent inconnues :

$$①\begin{cases} \left(L_{c2}^{\text{init}}\right)^2 = (a_2 - R_2)^2 + \left(\dfrac{L_0}{2}\right)^2 \\ \left(L_{c2}^{\text{init}} + R_2\Delta\theta\right)^2 = \left(\dfrac{L_0}{2} + a_2\right)^2 + R_2^2 \end{cases}.$$

En reliant ces deux équations à l'aide du terme $L_{c2}^{\text{init}}$, on montre que $R_2$ vérifie une équation du type $f(R_2) = 0$. La **figure 12** donne l'évolution de $f(R_2)$ pour $R_2 \in$ [10 mm, 40 mm].

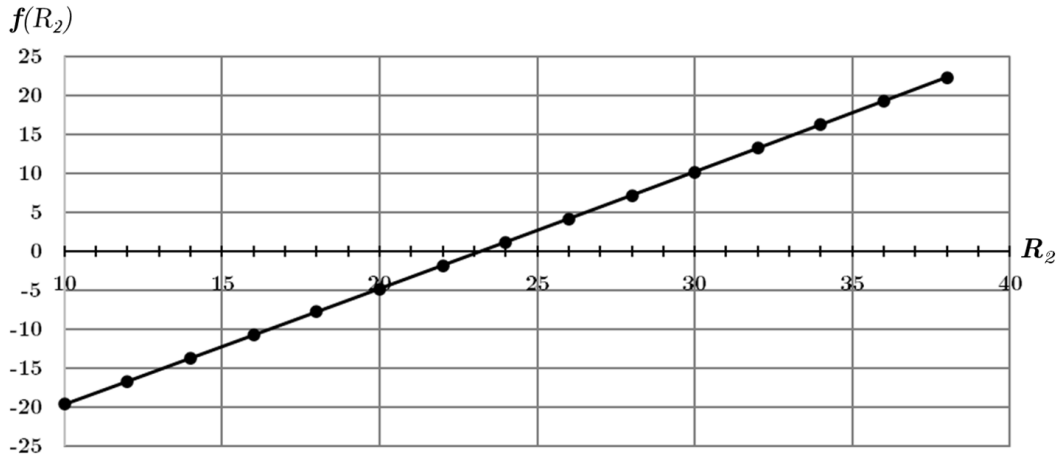



**Figure 12 -** Évolution de $f(R_2)$

**Q23.** Déterminer à l'aide de la courbe de la **figure 12** une valeur approchée de $R_2$ solution du système ①. La valeur numérique de $L_{c2}^{\text{init}}$ correspondante est alors $L_{c2}^{\text{init}} \approx 141\,\text{mm}$.

Des essais à vide (hélices et drone à l'arrêt) ont été réalisés pour l'étude des performances du système de repliement/déploiement avec les dimensions déterminées précédemment. Les résultats de ces essais sont donnés en **figure 13** pour la phase de repliement et en **figure 14** pour la phase de déploiement. Sur ces courbes, le trait fort représente la valeur moyenne des positions angulaires des différents essais.

**Q24.** Les critères de performance de l'exigence Id 1.1.2 liés au mécanisme de repliement/-déploiement sont-ils respectés ?

**Q25.** Expliquer l'origine physique des oscillations observées sur la position angulaire du bras $1$ et dans une moindre mesure sur la position angulaire du bras $2$ lors du déploiement des bras.

## Partie III - Analyse simplifiée de l'asservissement du drone

La structure générale de commande du drone est constituée de différents éléments présentés de manière schématique en **figure 15**. On y retrouve :

- le contrôleur de position qui génère les valeurs de consigne en attitude (angles de roulis $\theta_R$, de tangage $\theta_T$ et de lacet $\theta_L$) et de poussée des moteurs ;
- le contrôleur d'attitude, qui permet de contrôler l'orientation du drone dans l'espace ;
- l'estimateur d'attitude, qui est composé de gyroscopes et accéléromètres pour estimer les angles de roulis $\theta_R$, tangage $\theta_T$ et d'un magnétomètre afin d'obtenir le cap du drone (angle de lacet $\theta_L$) ;
- l'estimateur de position qui est composé de la caméra embarquée et d'un baromètre afin d'estimer les positions et vitesses du drone.

L'objectif de cette partie est de vérifier que les performances de contrôle en roulis sont conservées lors du passage de l'ouverture et lors de l'activation du mécanisme de repliement/déploiement des bras. On se limite pour cela à la structure encadrée en pointillés de la **figure 15**.

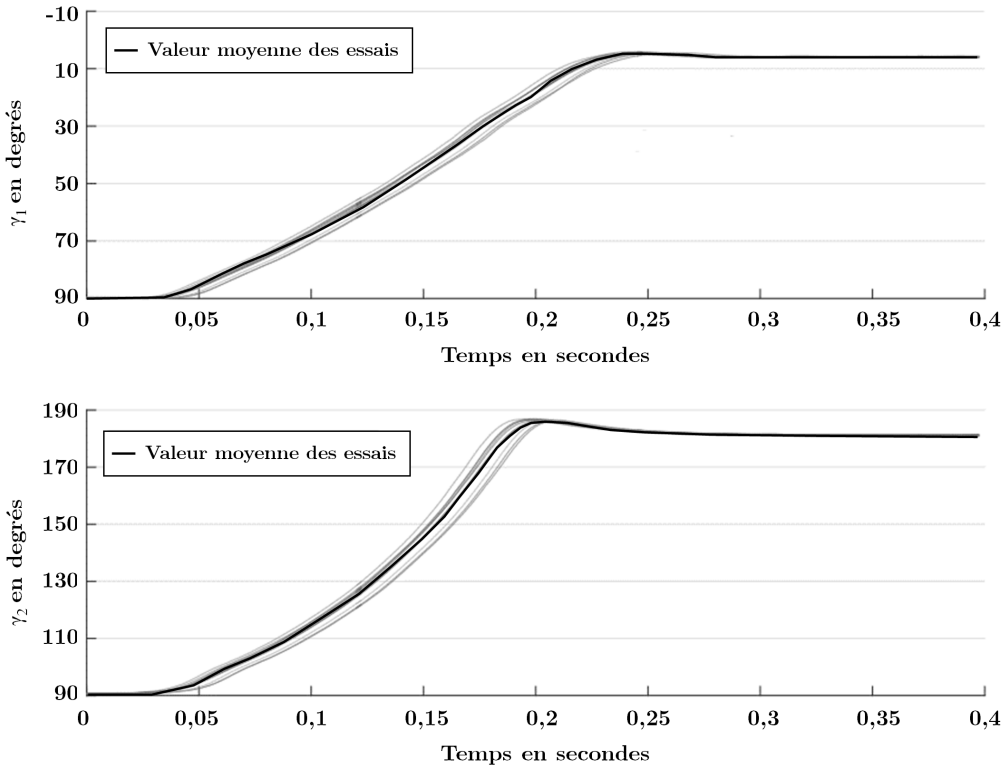



**Figure 13 -** Relevés des angles $\gamma_1$ et $\gamma_2$ pour la phase de repliement

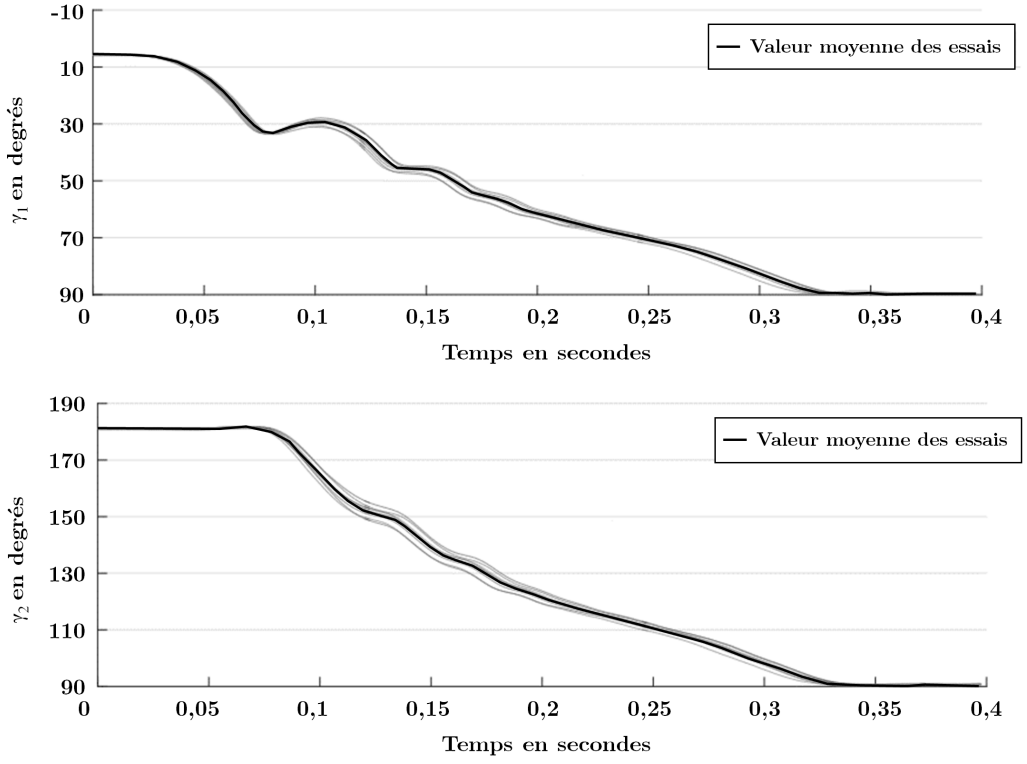



**Figure 14 -** Relevés des angles $\gamma_1$ et $\gamma_2$ pour la phase de dépliement

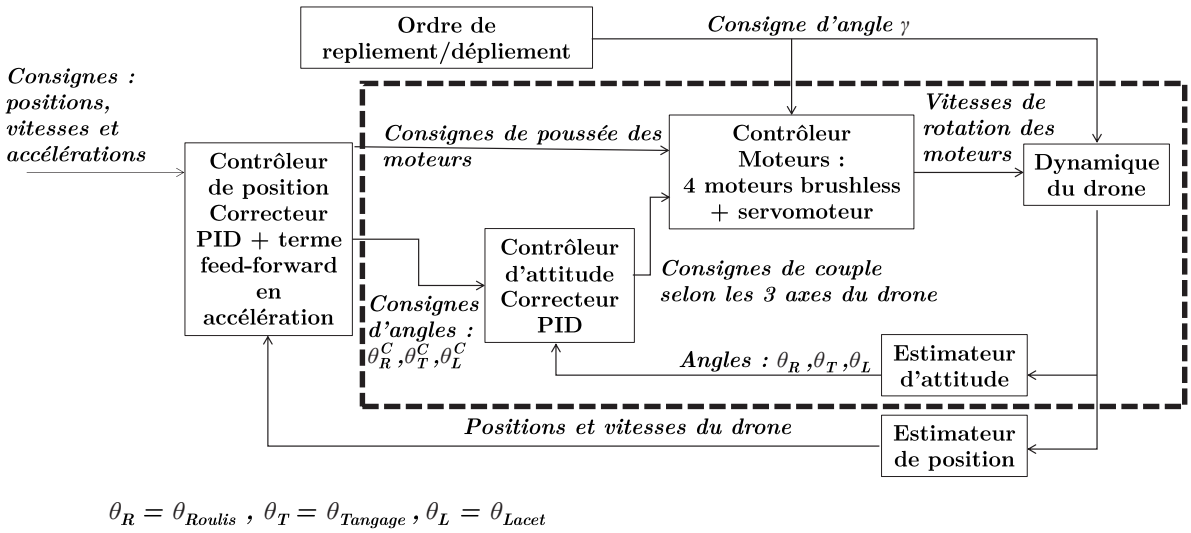



**Figure 15 -** Structure de commande du drone

### III.1 - Modélisation du comportement des moteurs brushless

Chaque hélice du drone est actionnée par un moteur brushless, lui-même alimenté par un ESC (Electronic Speed Controller). L'ESC est un contrôleur qui permet de faire varier la vitesse de rotation du moteur à l'aide d'une commande PPM (Pulse Position Modulation). Il génère ainsi les signaux pour les trois phases du moteur.

En vue d'établir un modèle de comportement des moteurs brushless, la vitesse de rotation du moteur $\omega_M(t)$ en tr/min est mesurée pour une variation $u(t)$ de type échelon de la commande PPM de 40 % puis de 80 % sans unité. Cette évolution est donnée sur la figure du **DR** de la **Q26**.

Suite à cet essai, on propose de modéliser le comportement du moteur brushless par celui d'un système du 1er ordre, reliant $\Omega_M(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation à $U(p)$ la transformée de Laplace de la commande PPM. On note $H_{mot}(p) = \dfrac{\Omega_M(p)}{U(p)}$ la fonction de transfert du moteur.

**Q26.** Justifier le modèle de comportement retenu pour $H_{mot}(p)$ et déterminer ses caractéristiques (valeurs numériques et unités à préciser). Faire apparaître sur la figure du **DR** les tracés permettant de déterminer les caractéristiques de $H_{mot}(p)$.

### III.2 - Modélisation du comportement des hélices

Afin d'obtenir un modèle fiable pour le contrôle du drone, les composantes de poussée $T$ et de trainée $Q$ de l'action de l'air sur l'hélice sont identifiées pour le couple moteur/hélice grâce à un banc d'essai. Ce banc d'essai, **figure 17**, est équipé de deux capteurs d'effort $C1$ et $C2$, chacun muni de 4 jauges de déformation, et d'un capteur optique pour mesurer la vitesse de l'hélice. On rappelle, **figure 16**, qu'un capteur d'effort avec les jauges de déformation ainsi positionnées et orientées sur le corps d'épreuve du capteur permet d'accéder à la valeur de l'effort $F$ appliqué sur le capteur.

**Q27.** Justifier la nécessité de décaler l'axe de rotation du moteur de l'axe du capteur d'effort $C1$ d'une distance $d_y$ et en déduire quel capteur d'effort $C1$ ou $C2$ permet de mesurer quelle composante de l'action (effort de poussée $T$ ou moment de trainée $Q$).

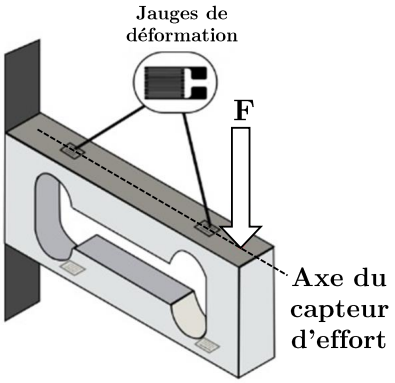



**Figure 16 -** Capteur d'effort. Deux jauges visibles au dessus, les deux autres en dessous

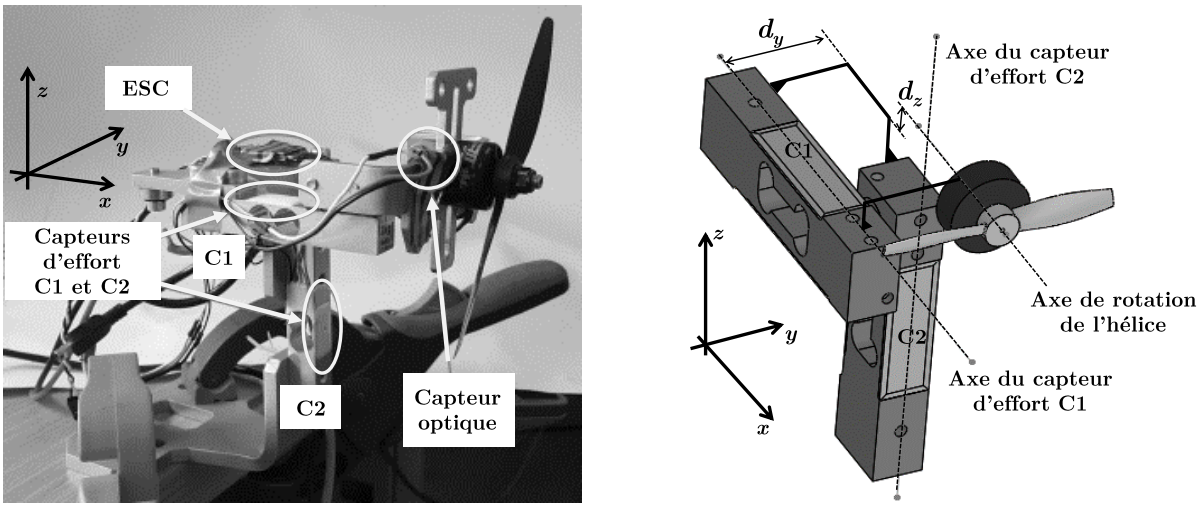



**Figure 17 -** Vue et schéma du banc d'essai pour déterminer les composantes $T$ et $Q$ de l'action de l'air sur l'hélice en fonction de la vitesse de rotation de l'hélice

Les différentes mesures permettent de déterminer les évolutions de l'effort de poussée $T$ et du moment de trainée $Q$ en fonction de la vitesse de rotation $\omega_1$ de l'hélice. Ces évolutions sont présentées sur les figures du **DR** de la **Q28**. Les mesures confirment une évolution quadratique de $T$ et $Q$ en fonction de $\omega_1$, avec :

$$T = c_T \omega_1^2 \text{ avec } c_T = 1 \cdot 10^{-6}\ \text{N/(rad/s)}^2 \text{ et}$$
$$Q = c_Q \omega_1^2 \text{ avec } c_Q = 9,8 \cdot 10^{-6}\ \text{N} \cdot \text{m/(rad/s)}^2,$$

où $c_T$ et $c_Q$, les coefficients de poussée, respectivement de trainée, sont obtenus par régression linéaire.

Afin de pouvoir modéliser le comportement de l'asservissement en roulis du drone lors du passage de l'ouverture, il est nécessaire de proposer un modèle de comportement linéarisé de chacun des composants du drone et notamment des hélices. On se place pour cela autour du point de fonctionnement correspondant à la vitesse d'approche du drone de l'ouverture, ce qui correspond à une vitesse de rotation des hélices de l'ordre de $1\,400\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. On estime que les variations de vitesse de rotation des hélices sont au maximum de $\pm\ 500\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ lors des corrections d'attitude et de cap nécessaires au passage de l'ouverture.

**Q28.** Proposer un modèle de comportement linéarisé de la variation de l'effort de poussée $\Delta T$ et $\Delta Q$ en fonction de la variation de vitesse de rotation $\Delta\omega_1$ autour du point de fonctionnement étudié ($\omega_1 \simeq 1\,400\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$) et valable dans le domaine de variation de $\pm\ 500\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ considéré. Laisser apparents sur les courbes du **DR** les tracés permettant de justifier votre démarche.

### III.3 - Analyse du contrôleur d'attitude en roulis

Dans cette sous-partie, on s'intéresse au réglage du contrôleur d'attitude en roulis dans le cas d'une commande en échelon sans perturbation. Puis, nous verrons comment se comporte le drone en roulis lors du passage de l'ouverture (ajout d'une perturbation) et enfin son comportement lors du repliement des bras. L'objectif est de s'assurer que le réglage du contrôleur d'attitude permet de conserver, dans une certaine mesure, le contrôle en roulis lors du passage de l'ouverture et lors du repliement/dépliement des bras.

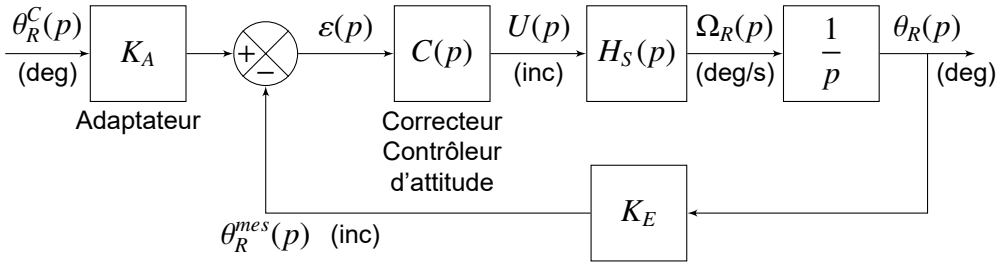



**Figure 18 -** Représentation simplifiée par schéma bloc de l'asservissement du drone en roulis, angle $\theta_R$ en degrés

L'asservissement du drone en roulis, angle $\theta_R$, est représenté par le schéma bloc de la **figure 18**. Les performances de cet asservissement sont décrites par l'exigence Id 2 du diagramme des exigences donné en **figure 21 annexe 1**. Les grandeurs indiquées sur le schéma bloc de la **figure 18** représentent les transformées de Laplace des grandeurs obtenues pour des variations autour du point de fonctionnement $\theta_R = 0°$. La vitesse de rotation du drone en roulis en deg/s est notée $\Omega_R(p)$. Le contrôleur d'attitude est un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ de sortie $U(p)$ en incréments (inc). Le comportement de l'estimateur d'angle en roulis (composé d'un gyromètre, d'un accéléromètre et d'un système de traitement des signaux) est modélisé par un gain pur $K_E$, tel que $K_E = 150$ inc/deg.
Le bloc adaptateur, de gain pur $K_A = K_E$, permet d'adapter la consigne de variation d'angle de roulis $\theta_R^C(p)$ en degrés en une grandeur comparable à la mesure de l'estimateur d'angle de roulis.
La fonction de transfert $H_S(p) = \dfrac{\Omega_R(p)}{U(p)}$ représente le comportement linéarisé autour d'un point de fonctionnement (vol d'approche à vitesse constante) du drone dans la position bras déplié $\gamma_1 = 90°$. Ce comportement a été défini, entre autres, à partir des résultats des analyses des parties précédentes.

Une simulation a permis de tracer les diagrammes de Bode de la réponse fréquentielle de $H_S(p)$. Cette réponse est donnée sur la **figure** du **DR** de la **Q29**, où l'on retrouve l'évolution du gain $G_{HS}(\omega) = 20\log|H_S(j\omega)|$ et de la phase $\Phi_{HS}(\omega) = \arg(H_S(j\omega))$ en fonction de la pulsation $\omega$.

Compte tenu de la réponse fréquentielle de $H_S(p)$, on propose le modèle suivant pour $H_S(p)$ :

$$H_S(p) = \frac{K_S}{1 + \frac{2z_S}{\omega_{0S}}p + \frac{1}{\omega_{0S}^2}p^2}. \tag{2}$$

**Q29.** Justifier le choix retenu pour l'expression de $H_S(p)$ et déterminer graphiquement les valeurs numériques et unités des paramètres caractéristiques $K_S$, $z_S$ et $\omega_{0S}$. Faire apparaître sur la **figure** du **DR**, les constructions permettant de justifier les valeurs proposées.

**Q30.** Tracer, sur la figure du **DR**, les courbes de gain $G_{BO}(\omega)$ et de phase $\Phi_{BO}(\omega)$ de la réponse fréquentielle de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \theta_R^{mes}(p)/\varepsilon(p)$ non corrigée, c'est à dire pour $C(p) = 1$. Justifier vos tracés.

**Q31.** Représenter, sur le **DR**, les marges de gain $MG$ et marge de phase $M\Phi$ de la FTBO si elles sont définies. Conclure sur les performances de l'asservissement en roulis sans correction (exigence Id 2).

On s'intéresse tout d'abord à l'effet de l'action proportionnelle du contrôleur d'attitude et on pose $C(p) = K_P$.

**Q32.** Déterminer graphiquement la valeur à donner à $K_P$ pour vérifier le critère de stabilité.

D'après les résultats des simulations, l'action proportionnelle du contrôleur d'attitude permettrait le respect des performances en roulis dans le cas de vol non perturbé. La prise en compte des perturbations est complexe à modéliser sur un tel système, aussi on considère en première approximation que les perturbations en vol contribuent à une variation de vitesse de roulis $P(p)$, modélisée par la suite comme une perturbation de type échelon d'amplitude $P_0$ (**figure 19**).

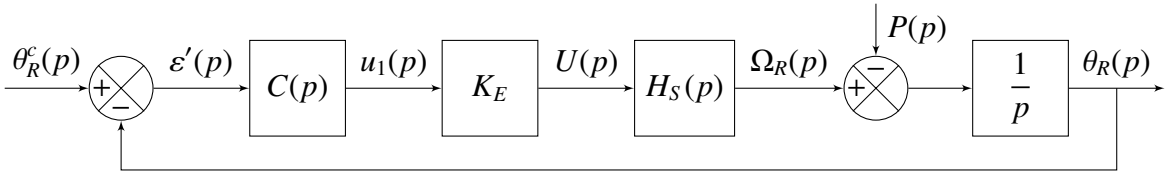



**Figure 19 -** Représentation par schéma bloc avec prise en compte des perturbations en vol

**Q33.** Déterminer l'expression de $\theta_R(p)$ en fonction de $\theta_R^C(p)$ et de $P(p)$. On rappelle que $C(p) = K_P$ et $H_S(p)$ est définie par l'équation (2).

**Q34.** Déterminer l'expression de la contribution de la perturbation de type échelon d'amplitude $P_0$ sur la valeur de $\theta_R(t)$ en régime établi dans le cas où la consigne est nulle $\theta_R^C(t) = 0°$.

**Q35.** Quelle valeur donner à $K_P$ pour respecter le critère de précision vis-à-vis de la perturbation ? Conclure sur les limites de la correction proportionnelle.

Il est alors décidé de mettre en place une correction proportionnelle intégrale (correcteur PI) avec $C(p) = K_P\left(\dfrac{1+T_i p}{T_i p}\right)$. On fixe pour la suite $K_P = 0{,}1$.

**Q36.** Justifier que cette correction permet de satisfaire les critères de précision sur la consigne et sur la perturbation.

Les figures du **DR** de la **Q37** donnent les résultats de la simulation du système avec la correction proportionnelle intégrale retenue. La première donne l'évolution de $\theta_R(t)$ pour une consigne de roulis $\theta_R^C(t)$ de type échelon d'amplitude $\theta_{R0}^C = 10°$ et pour une perturbation $P(t)$ de type échelon d'amplitude $P_0 = 10$ deg/s appliquée en $t = 2\,\text{s}$. La seconde donne les courbes de gain et de phase du diagramme de Bode de la réponse fréquentielle de la FTBO corrigée.

**Q37.** Vérifier les performances temporelles et déterminer les marges de gain et de phase de la FTBO avec correction. Faire apparaître les constructions sur les figures du **DR**. Conclure sur le réglage et le choix d'un correcteur PI.

Des essais en vol ont été réalisés avec le réglage précédent pour la partie roulis du contrôleur d'attitude. Ces essais décrivent le comportement en roulis du drone lors du repliement des bras, du passage de l'ouverture et du dépliement des bras. Les évolutions de l'angle de roulis (en degrés) et de la vitesse de rotation en roulis (en deg/s) du drone sont données en **figure 20** pour 10 essais. Sur cette figure, l'origine des temps, $t = 0\,\text{s}$, correspond au déclenchement de la procédure de repliement des bras, l'ouverture est traversée par le drone à partir de l'instant $t = 0{,}25\,\text{s}$ jusqu'à $t = 0{,}5\,\text{s}$ et le dépliement des bras débute pour $t = 0{,}5\,\text{s}$.

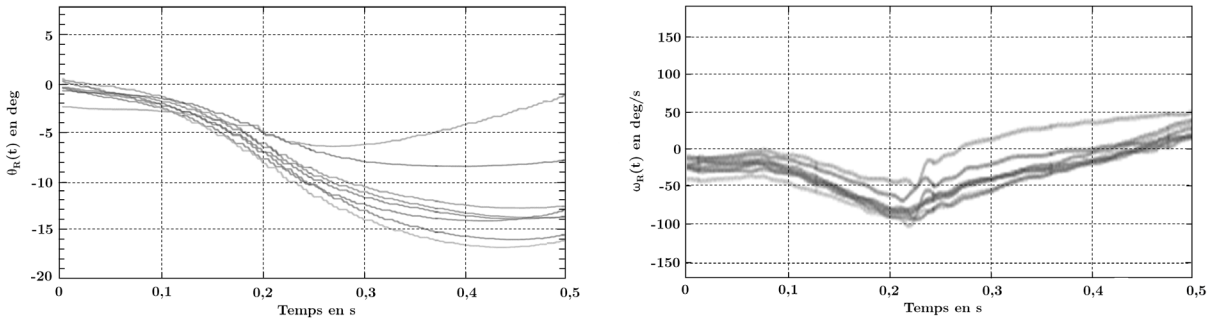



**Figure 20 -** Évolutions de l'angle de roulis (en degrés) et de la vitesse de rotation en roulis (en deg/s) du drone sont donnée pour 10 essais.

**Q38.** Conclure sur l'influence de la phase de repliement des bras et du passage de l'ouverture sur le comportement en roulis du drone avec la correction retenue.

# ANNEXE 1

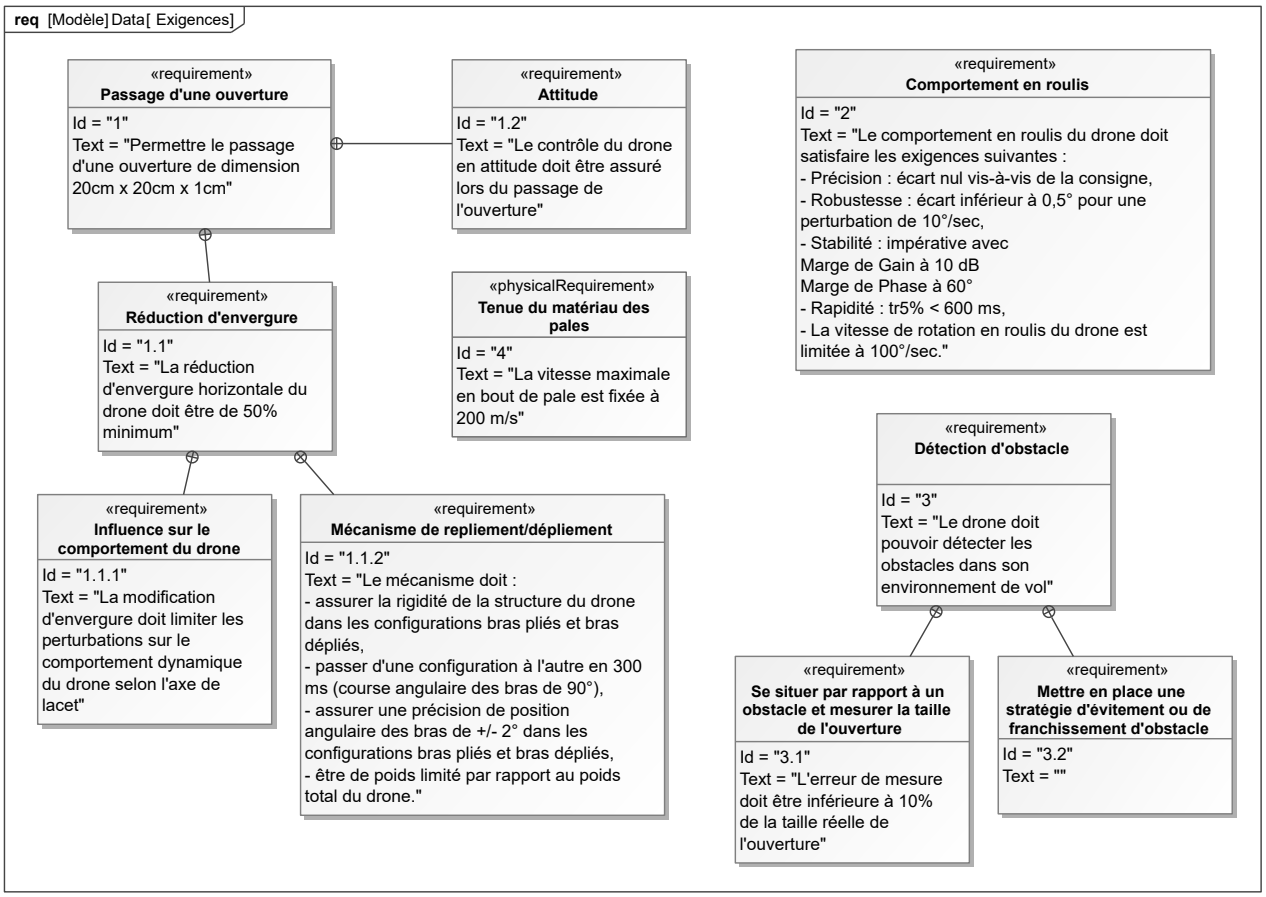



**Figure 21 -** Diagramme partiel des exigences liées au passage de l'ouverture de la plateforme QuadMorphing

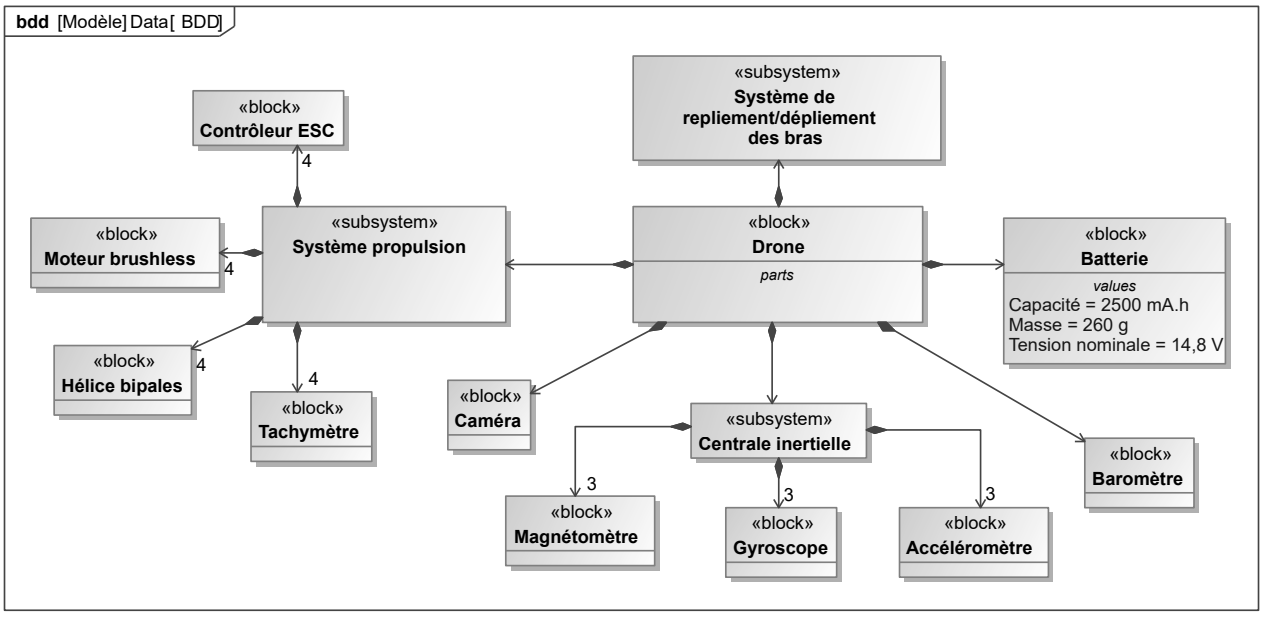



**Figure 22 -** Diagramme de définition des blocs de la plateforme QuadMorphing.

# ANNEXE 2

***Notations***

La base $\mathcal{B}_0$ associée au repère $\mathcal{R}_0$ est notée $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$. Il en est de même pour le repère $\mathcal{R}_1$ associé au bras $1$ et pour le repère $\mathcal{R}_{H1}$ associé à l'hélice $H1$. On note :

- $\ell$ et $L$, respectivement la largeur et la longueur du parallélépipède rectangle englobant la totalité du drone (représenté en pointillés sur la **figure 23**), de hauteur $h = 115$ mm , constante quelle que soit la configuration du drone ;
- $L_0 = 280$ mm, la longueur du corps $0$ ;
- $\overrightarrow{OA_1} = \frac{L_0}{2}\vec{x_0} + \frac{h}{4}\vec{z_0}$ ;
- $L_1 = 140$ mm, la longueur du bras $1$ ;
- $\overrightarrow{I_1A_1} = \frac{L_1}{2}\vec{x_1} - \frac{h}{4}\vec{z_0}$,
- $r_h = 64$ mm, la longueur d'une pale de l'hélice ;
- $\overrightarrow{I_1P} = r_h\overrightarrow{x_{H1}}$ pour l'hélice $H1$.

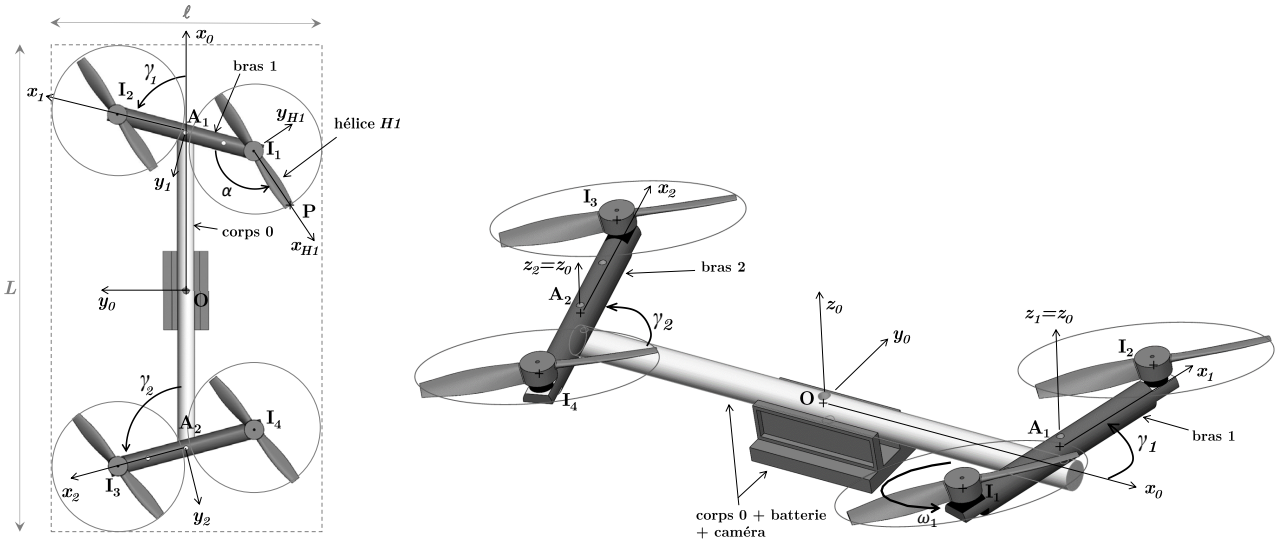



**Figure 23 -** Vue de dessus et en perspective du drone en phase de repliement et paramétrage de la géométrie

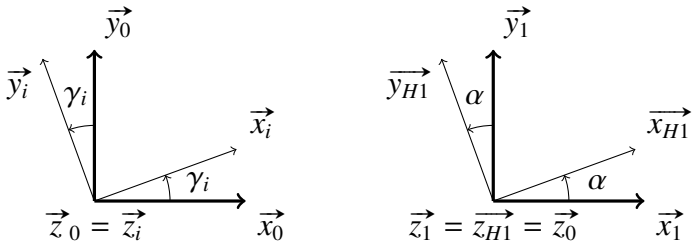


**Figure 24 -** Figures planes du paramétrage du bras $i$ par rapport au corps $0$ du drone et de l'hélice $H1$ par rapport au bras $1$ du drone

.

# ANNEXE 3

Les matrices d'inerties des principaux éléments du drone, dont la géométrie a été simplifiée pour cette étude, sont données ci-dessous, chacune dans la base principale d'inertie :

Pour le corps 0, de centre d'inertie $O$ et de masse $m_c$ :

$$\mathbb{I}_0(O) = \begin{pmatrix} I_{cx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{cy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{cz} \end{pmatrix}_{(O,\mathcal{B}_0)}.$$

Pour le bras 1, de centre d'inertie $A_1$ et de masse $m_b$ :

$$\mathbb{I}_1(A_1) = \begin{pmatrix} I_{bx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{by} & 0 \\ 0 & 0 & I_{bz} \end{pmatrix}_{(A_1,\mathcal{B}_1)}.$$

Pour le bras 2, de centre d'inertie $A_2$ et de masse $m_b$ :

$$\mathbb{I}_2(A_2) = \begin{pmatrix} I_{bx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{by} & 0 \\ 0 & 0 & I_{bz} \end{pmatrix}_{(A_2,\mathcal{B}_2)}.$$

Pour chaque hélice $Hi$ ($i = 1$ à 4), de centre d'inertie $I_i$ et de masse $m_h$, le moment d'inertie selon l'axe $(I_i, z_0)$ est noté $I_{hz}$.

On note $\Sigma$ l'ensemble constitué des principaux éléments du drone, tel que $\Sigma = \left\{0 + 1 + 2 + \sum_{i=1}^{4} Hi\right\}$.

# ANNEXE 4

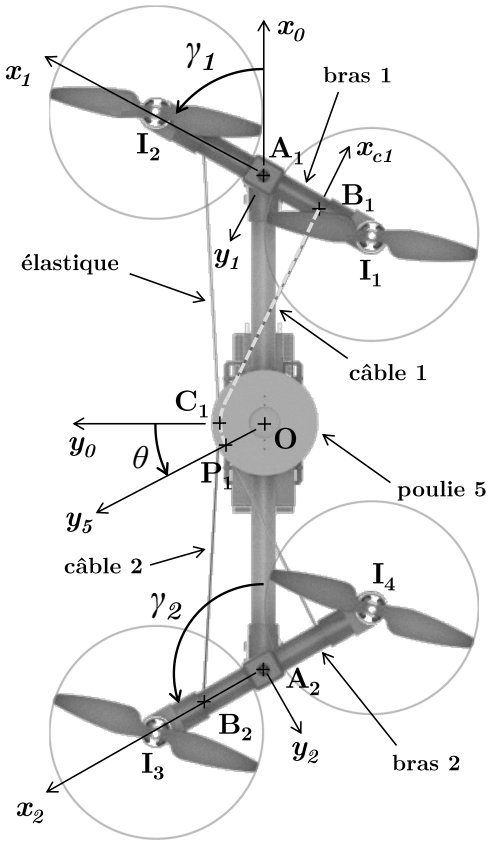



**Figure 25 -** Mécanisme de mise en mouvement du bras

***Notations***

- l'orientation de la poulie $5$ par rapport au corps du drone $0$ est paramétrée par l'angle $\theta(t)$ tel que : $\theta(t) = (\vec{x_0}, \vec{x_5}) = (\vec{y_0}, \vec{y_5})$ ;
- le rayon d'enroulement du câble métallique $1$ sur la poulie $5$ est noté $R_1$, avec $R_1 = 30\,\text{mm}$. Ce rayon d'enroulement correspond à la distance $OC_1$, tel que $\overrightarrow{OC_1} = R_1\vec{y_0}$ ;
- en première approximation et afin de simplifier la géométrie pour l'étude de la loi entrée / sortie de ce mécanisme, on considère la longueur $B_1C_1$ telle que $\overrightarrow{C_1B_1} = L_{c1}(\theta)\overrightarrow{x_{c1}}$, avec $L_{c1}(\theta) = L_{c1}^{\text{init}} - R_1\theta$. La grandeur $L_{c1}^{\text{init}}$ correspond à la distance $B_1C_1$ pour $\gamma_1 = 90°$, on a alors le point $P_1$ confondu avec $C_1$ et $\theta = 0°$ ;
- la distance du point d'accroche $B_1$ du câble métallique $1$ sur le bras $1$ est notée $a_1$ telle que $\overrightarrow{A_1B_1} = -a_1\vec{x_1}$, avec $a_1 = 40$ mm ;
- la distance du point d'accroche $B_2$ du câble métallique $2$ sur le bras $2$ est notée $a_2$ telle que $\overrightarrow{A_2B_2} = a_2\vec{x_2}$, avec $a_2 = a_1 = 40$ mm ;
- on rappelle que $\overrightarrow{OA_1} = \dfrac{L_0}{2}\vec{x_0}$, avec $L_0 = 280$ mm.

On considère la position initiale du mécanisme, en configuration bras dépliés, telle que $\gamma_1 = 90°$ et $\gamma_2 = 90°$ et donc $\theta = 0°$. On a alors $L_{c1}(\theta = 0°) = L_{c1}^{\text{init}}$ et $L_{c2}(\theta = 0°) = L_{c2}^{\text{init}}$.
La position finale du mécanisme est la position pour laquelle les bras sont alignés avec la direction prépondérante du drone, c'est-à-dire pour $\vec{x_1} = \vec{x_0}$ et $\vec{x_2} = -\vec{x_0}$. On a alors $\gamma_1 = 0°$, $\gamma_2 = 180°$ et $\theta = \Delta\theta$, où $\Delta\theta$ est la course angulaire de la poulie avec $L_{c1}(\Delta\theta) = L_{c1}^{\text{final}}$ et $L_{c2}(\Delta\theta) = L_{c2}^{\text{final}}$.

# FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 22 1179 – D'après documents fournis

CONCOURS COMMUN INP

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement QR Code

Filière : PSI

Session : 2022

Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

**Consignes**

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

PSI7SI

# DOCUMENT RÉPONSE

**Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.**

**Q1** - Expression de la largeur $\ell$ en fonction de $\gamma_1$ et de la géométrie

**Q2** - Valeur de la réduction d'envergure $A$. Conclusion

**Q3** - Mesure des valeurs extrêmes de $\ell_{proj}$. Explication des écarts s'ils existent. Conclusion

(espace libre page suivante)

**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

**Q4** - Expression littérale de la vitesse $\vec{V}(P, H1/\mathcal{R}_G)$

**Q5** - Configuration où la vitesse est maximale. Valeur $V_{\text{max}}$. Influence de $\dot{\gamma}_1$ sur $V_{\text{max}}$

**Q6** - Expression littérale de $\vec{\delta}(O,1/\mathcal{R}_0)\cdot\vec{z_0}$. Déduction de $\vec{\delta}(O,2/\mathcal{R}_0)\cdot\vec{z_0}$

**Q7** - Expression littérale de $\vec{\delta}(O,H1/\mathcal{R}_0)\cdot\vec{z_0}$

**Q8** - Déduction de l'expression littérale $\vec{\delta}(O,H2/\mathcal{R}_0)\cdot\vec{z_0}$

**Q9** - Expression de $\vec{\delta}(O,\Sigma/\mathcal{R}_0)\cdot\vec{z_0}$. Expression de la constante $I_{eq}$

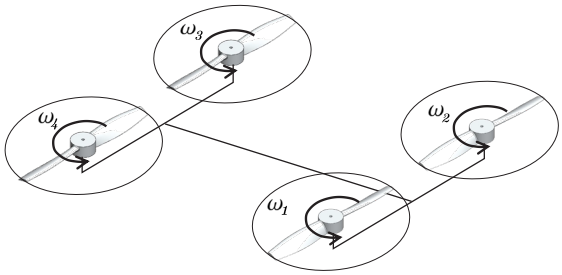
**Q10** - Justification du choix de conception : $\gamma_2 = \pi - \gamma_1$

**Q11** - Simplification de $\mathbb{I}_\Sigma(O)$. Justification

**Q12** - Variation maximale des moments d'inertie. Conclusion

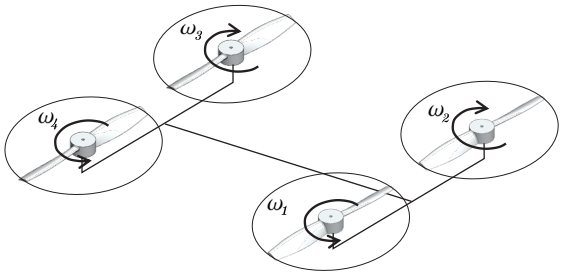
**Q13** - Représentation de $\vec{T}$ et $\vec{Q}$. Choix équilibre ou non

Cas 1 :



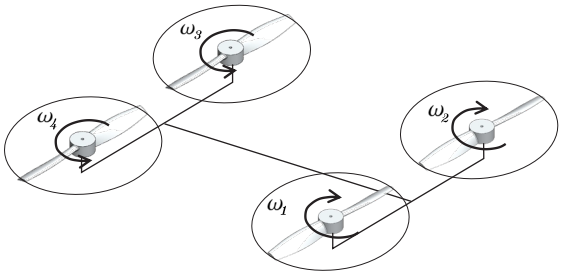

À l'équilibre Non à l'équilibre

Cas 2 :



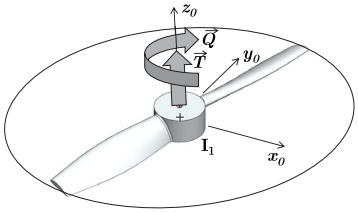

À l'équilibre Non à l'équilibre

Cas 3 :




À l'équilibre Non à l'équilibre

Compléter chacun des cas en représentant les actions mécaniques $\vec{T}$ et $\vec{Q}$.
Exemple de représentation des efforts :




Pour l'équilibre, entourer la bonne réponse.

**Q14** - Comportement du drone dans le cas proposé. Justification

**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

**Q15** - Expression du torseur de l'action de l'air sur $H1$ au point $O$ dans la base $\mathcal{B}_0$

**Q16** - Valeur du moment quand $\gamma_1$ est nul. Conclusion

**Q17** - Degré d'hyperstaticité du modèle proposé. Justification

**Q18** - Contrainte(s) géométrique(s) à respecter

**Q19** - Modification et schéma du modèle pour le rendre isostatique. Justification

**Q20** - Fermeture vectorielle sous la forme $L_{c1}(\theta)\overrightarrow{x_{c1}} = ...$

**Q21** - Expression de $L_{c1}^2(\theta)$ sous la forme proposée. Expression des constantes $A$, $B$ et $C$

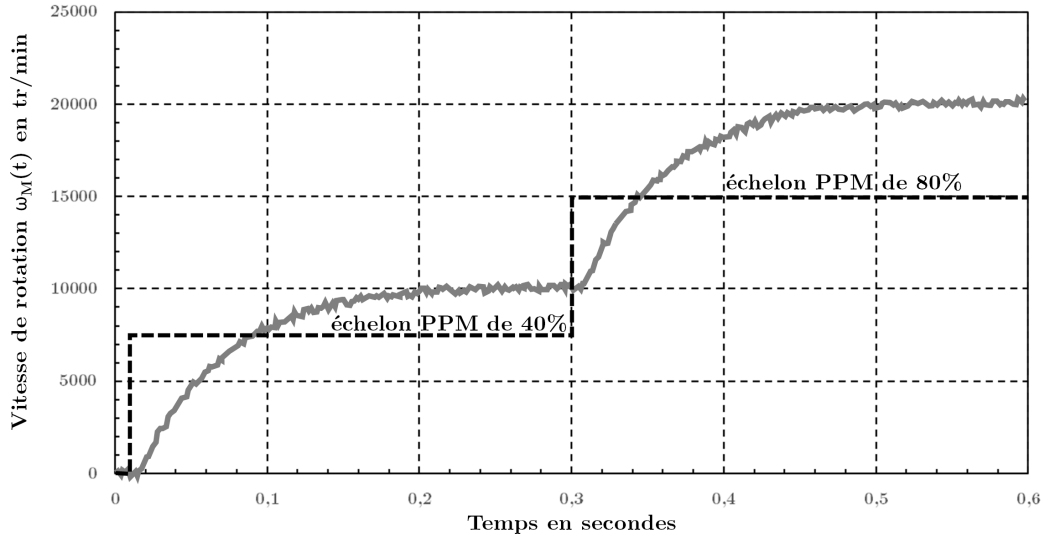
**Q22** - Valeurs approchées de $L_{c1}^{\text{init}}$ et $L_{c1}^{\text{final}}$. Valeur approchée de $\Delta\theta$

**Q23** - Valeur approchée de $R_2$

**Q24** - Critères de performance en dépliement et repliement. Conclusion

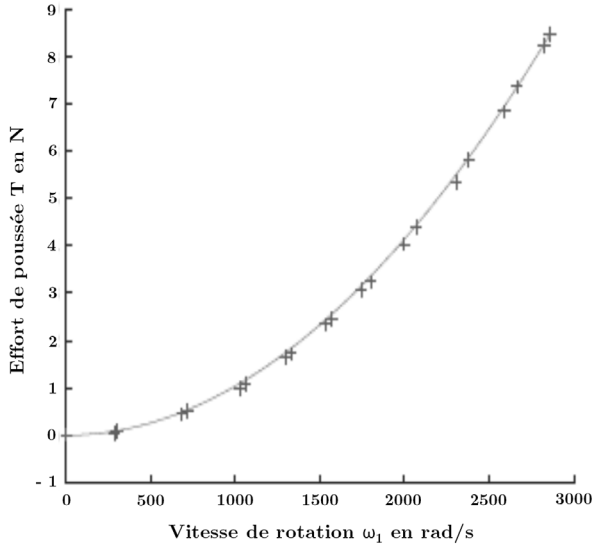
**Q25** - Explication sources des oscillations

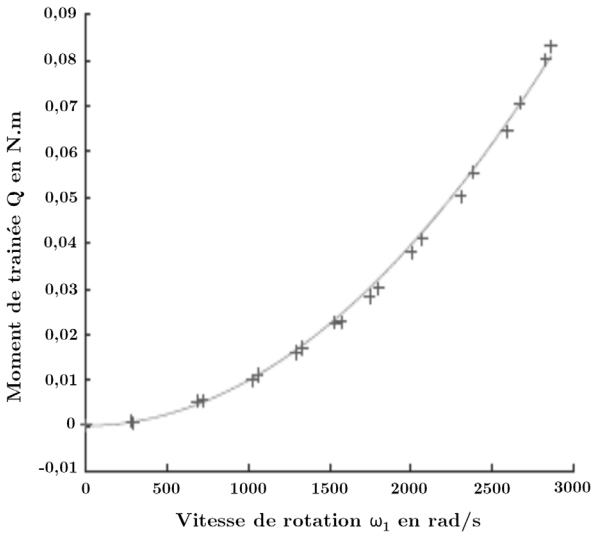
**Q26** - Justification du modèle. Tracé et identification



**Q27** - Justification du décalage $d_y$. Identification des capteurs $C_1$, $C_2$ permettant de mesurer $T$ ou $Q$

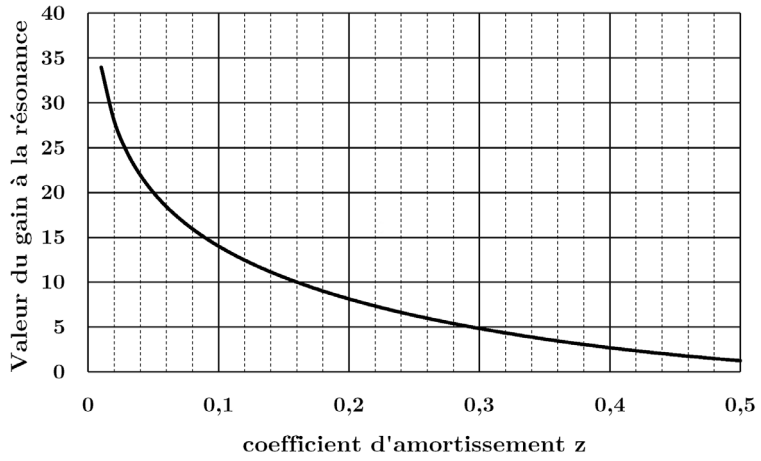
**Q28** - Linéarisation autour du point de fonctionnement : $\Delta T$ et $\Delta Q$ en fonction de $\Delta\omega$

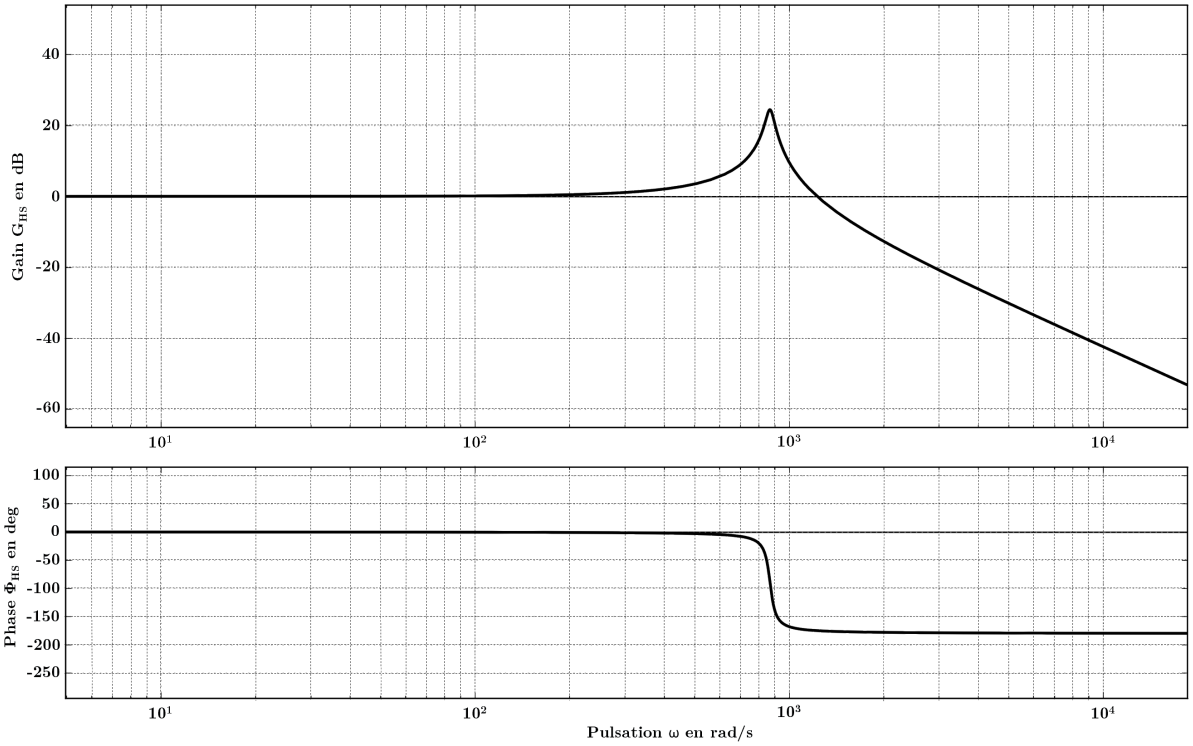


**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

**Q29** - Justification du modèle. Identification des valeurs en laissant les tracés sur la figure




Diagrammes de Bode

**Q30** - Tracé de $H_{BO}$ sur la figure précédente. Justification

**Q31** - Justification de la stabilité à l'aide de la figure précédente. Conclusion

**Q32** - Détermination de la valeur de $K_P$ pour respecter le critère de stabilité

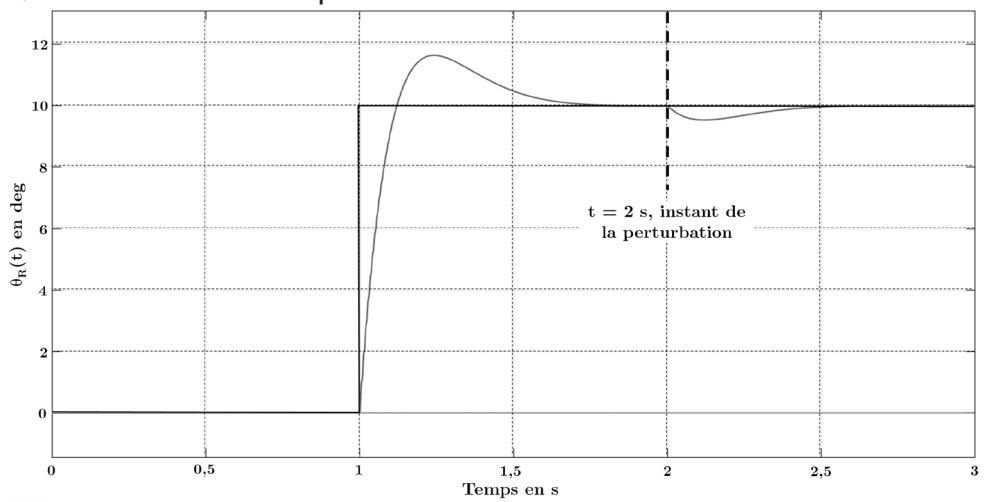
**Q33** - Expression de la relation de transfert $\theta_R(p)$ en fonction de $\theta_R^C(p)$ et $P(p)$

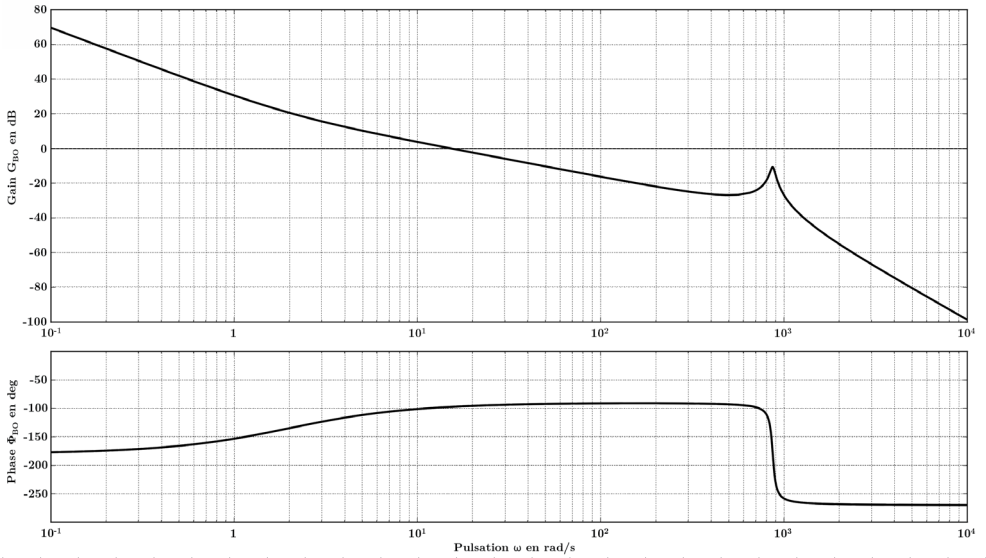
**Q34** - Contribution de la perturbation sur la valeur de $\theta_R(t)$ en régime établi

**Q35 -** Valeur de $K_P$ pour respecter le critère de précision vis-à-vis de la perturbation. Conclure

**Q36 -** Justification du choix du correcteur

**Q37 -** Vérification des performances. Conclusion




**Q38 -** Conclusion sur le comportement en roulis avec le correcteur retenu

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Filtrage linéaire
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/psi