Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2023, filière PSI

Physique-chimie

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : thermorégulation, combustion et dosage du glucose
- Partie II : mesure de vitesse par effet Doppler
- Partie III : morphologie et puissance du cycliste
- Partie IV : assistance électrique

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/psi/2023/physique-chimie

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre parties indépendantes.

Des données se trouvent en fin de sujet, page 16.

Cyclisme

Partie I - Hydratation du cycliste

L'hydratation est une règle d'or du cycliste. 1 % de perte de poids en eau fait chuter les performances sportives de près de 10 %. D'où l'importance de s'hydrater, surtout lorsque les températures grimpent au-dessus de 25 °C.
Avant l'effort, il est recommandé de boire des boissons minéralisées. Ensuite pendant l'effort, il s'agit plutôt de boissons minéralisées et sucrées. En effet, le sucre permet d'apporter de l'énergie aux muscles tandis que les minéraux vont compenser les pertes liées à la sudation.

Apport en eau, thermorégulation du cycliste

On se propose ici d'évaluer le volume d'eau que doit boire un cycliste pour maintenir la température de son corps à T_c = 37 °C lors d'une sortie estivale d'une durée Δt = 4 h, effectuée par une température extérieure T_a = 30 °C.
Pour que la température du corps reste stationnaire, il faut que la puissance thermique interne, notée P_{int}, générée par le métabolisme du cycliste soit entièrement évacuée. Cette puissance traverse d'abord la couche dermique, puis les vêtements du cycliste de résistance thermique globale R_d.
À la surface des vêtements, on observe deux modes de transferts thermiques principaux :
- un échange conducto-convectif entre le cycliste et l'air décrit par la loi de Newton :

$$P_{cc} = hS\,(T_s - T_a)$$

où T_s est la température de surface des vêtements du cycliste, T_a la température de l'air, h un coefficient d'échange, S la surface du cycliste et P_{cc} la puissance transférée à l'air ;

- un transfert thermique conduisant à la vaporisation de l'eau issue de la sudation.

On donne : P_{int} = 400 W, S = 2 m^2, $R_d = 3\cdot10^{-2}$ W·K^{-1}, h = 36 W·K^{-1}·m^{-2} et l'enthalpie de vaporisation de l'eau à la température considérée $l_{vap} = 2{,}4\cdot10^3$ kJ·kg^{-1}.

Ce problème thermique peut être modélisé par le schéma électrique équivalent représenté sur la **figure 1**. On ne se souciera pas de la façon dont se rebouclent les courants.

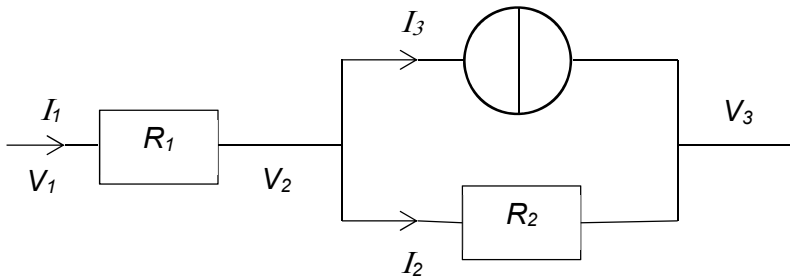


Figure 1 - Schéma électrique équivalent

Q1. À quelles grandeurs thermodynamiques correspondent les grandeurs électriques : I_1, I_2, I_3, R_1, V_1, V_2 et V_3.
Préciser l'expression de R_2 en fonction de grandeurs définies dans la présentation de ce problème.

Q2. Évaluer la température T_s en °C.

Q3. Déterminer l'expression de I_3 en fonction de I_1, h, S, V_2 et de V_3. Puis, exprimer la masse d'eau, notée m_{eau}, consommée pendant cette sortie en fonction de Δt, I_3 et de l_{vap}, puis en donner une valeur numérique avec un chiffre significatif.

Apport en glucose, besoin énergétique du cycliste

Les boissons dites isotoniques ont une composition particulière destinée à compléter les besoins des sportifs durant l'effort. Elles sont riches en sodium pour compenser les pertes par sudation et en glucose ($C_6H_{12}O_6$(s)). Contrairement au saccharose et au fructose, ce sucre est immédiatement utilisable par l'organisme et permet aux muscles de fonctionner.

Combustion et consommation du glucose

Q4. Écrire la réaction de combustion d'une mole de glucose $C_6H_{12}O_6$(s) avec le dioxygène O_2(g) qui libère du dioxyde de carbone CO_2(g) et de l'eau H_2O(l).
Puis, déterminer la bonne valeur numérique de son enthalpie standard de réaction $\Delta_rH°$ parmi celles proposées : – 2 802 kJ·mol^{-1} ; – 594,7 kJ·mol^{-1} ; 594,7 kJ·mol^{-1} ; 2 802 kJ·mol^{-1}.

Q5. Un cycliste développe lors d'une sortie d'une durée d'environ Δt = 4 heures une puissance moyenne $P_{méca}$ = 180 W. En considérant que son rendement musculaire η vaut 25 %, exprimer en fonction de $\Delta_rH°$, $P_{méca}$, Δt, η et de la masse molaire du glucose M_{gluc}, la masse de glucose m_{gluc} qu'il doit consommer pour ne pas puiser dans ses réserves.
Puis, déterminer la bonne valeur numérique parmi celles proposées : 40 g ; 120 g ; 670 g.

Dosage du glucose contenu dans une boisson isotonique

La **figure 2** correspond au diagramme E-pH de l'iode, tracé avec une concentration de chacune des espèces iodées de 10^{-1} mol·L^{-1} sur les frontières. Les espèces prises en compte sont I_2, IO_3^- et I^-.

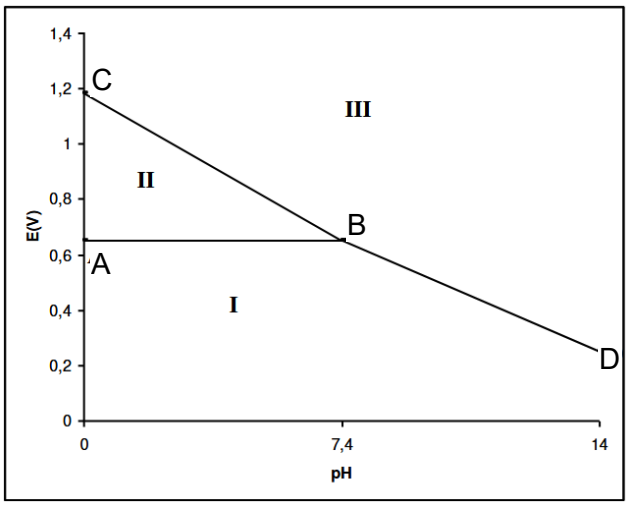


Figure 2 - Diagramme E-pH de l'iode

Q6. Déterminer le nombre d'oxydation de l'iode dans chacune de ces espèces, puis associer un domaine à chacune de ces espèces.

Q7. En prenant à T = 298 K, $\frac{RT}{F}\ln(x) = 0{,}06\log(x)$ en V, déterminer la pente du segment BD.

Le dosage du glucose dans une boisson isotonique est un dosage indirect. Le glucose $C_6H_{12}O_6$ s'oxyde d'abord en ion gluconate $C_6H_{11}O_7^-$ avec un excès d'ions iodate IO_3^- provenant d'un excès de diiode. Le surplus est ensuite dosé par une solution de thiosulfate de potassium ($2K^+$; $S_2O_3^{2-}$) en utilisant l'empois d'amidon comme indicateur coloré.

Rappels
I_2(aq) est de couleur jaune brunâtre et forme en présence d'empois d'amidon un complexe de couleur bleue intense. Les solutions de I^- et de IO_3^-sont incolores.

Mode opératoire
Opération 1 : on verse un volume V_1 de solution de diiode de concentration connue C_1 dans un erlenmeyer.
Opération 2 : on ajoute quelques pastilles de soude, jusqu'à décoloration.
Opération 3 : on dilue la boisson isotonique exactement d'un facteur 10 en utilisant une fiole jaugée. On verse un volume V_2 de cette solution diluée dans l'erlenmeyer précédent. On laisse agir 20 minutes.
Opération 4 : on acidifie la solution en ajoutant quelques gouttes d'une solution d'acide chlorhydrique concentrée. La solution reprend alors une couleur jaune brunâtre.
Opération 5 : on ajoute une faible quantité d'empois d'amidon pour que le dosage ne soit pas perturbé. La solution est alors de couleur bleue intense.
Opération 6 : on dose alors le contenu de l'erlenmeyer par une solution de thiosulfate de potassium ($2K^+$; $S_2O_3^{2-}$) de concentration connue C_3. On note $V_{éq}$ le volume de thiosulfate versé à l'équivalence, repéré par la décoloration de la solution.

Q8. Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 2. Comment nomme-t-on ce type de réaction chimique ?

Q9. Pourquoi faut-il attendre 20 minutes lors de l'opération 3 ? Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 3.

Q10. Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 4.

Q11. Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 6. Justifier qualitativement que cette réaction est quasi-totale.

Q12. En déduire la concentration C_0 en glucose de la boisson isotonique en fonction de C_1, C_3, V_1, V_2 et de $V_{éq}$.

Q13. Quelle inégalité doivent vérifier les grandeurs C_1, V_1, C_0 et V_2 pour que ce dosage soit valide ?

Partie II - Mesure de vitesse par effet Doppler

Les cinémomètres laser sont utilisés pour mesurer la vitesse des cyclistes depuis la route. Ils sont un outil d'analyse des performances instantanées des cyclistes. Leur principe de fonctionnement repose sur le double effet Doppler.

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Un émetteur E fixe, situé en O, envoie un train d'impulsions (**figure 3**) à la fréquence f_E, qui se propage suivant $\vec{e}_x$ à la célérité $c_0 > 0$. Le récepteur R, situé à l'abscisse x_0 à la date $t = 0$, est animé d'un mouvement uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Sa position est déterminée par son abscisse notée $x_R(t)$ (**figure 4**). Il reçoit le train d'impulsions émis de E (**figure 5**).



Figure 3 - Train d'impulsions à l'émission en E (fréquence f_E et période $T_E = 1/f_E$)

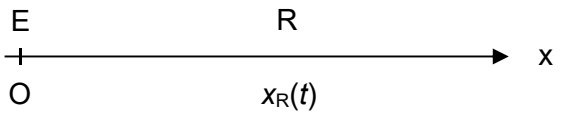


Figure 4 - Emetteur E et récepteur R



Figure 5 - Train d'impulsions à la réception en R (fréquence f_R et période $T_R = 1/f_R$)

Q14. En considérant que la première impulsion a été émise en E à la date $t = 0$, exprimer en fonction de x_0, c_0 et de v, la date t_1 à laquelle cette première impulsion est reçue en R. Sachant que la deuxième impulsion a été émise en E, à la date $t = T_E$, exprimer la date t_2 à laquelle est reçue en R la deuxième impulsion en fonction de T_E, x_0, c_0 et de v ?

Q15. En déduire la fréquence f_R du train d'impulsions reçue en R en fonction de f_E, v et de c_0.

Dans un cinémomètre à effet Doppler, l'émetteur et le récepteur sont tous deux situés au niveau de l'appareil. E et R sont confondus. L'émetteur envoie une onde de fréquence f_E qui se réfléchit sur le cycliste et retourne alors en E. On admettra dans ce cas que $f_R = f_E \left(1 - 2 \frac{v}{c_0}\right)$ où v est la vitesse du cycliste et c_0 la célérité de l'onde.

Validation expérimentale

On se propose ici de valider le fonctionnement du cinémomètre à double effet Doppler dans le cadre du laboratoire de sciences physiques en utilisant des voiturettes.

Les voiturettes acquièrent une vitesse en descendant d'une piste inclinée de dénivelé h, où elles sont lâchées avec une vitesse initiale nulle, puis roulent sur un support horizontal **(figure 6)**.

Un émetteur envoie une onde sonore de fréquence f_E. Le récepteur reçoit l'onde réfléchie par la voiture, de fréquence $f_R = f_E \left(1 - 2 \frac{v}{c_0}\right)$, mais aussi une onde réfléchie par les obstacles fixes.
L'émetteur et le récepteur sont des transducteurs piézoélectriques de fréquence de résonance égale à 40 kHz.

Sur notre oscilloscope, deux fréquences ne peuvent être distinguées (" résolues ") que si leur écart relatif dépasse 20 %.

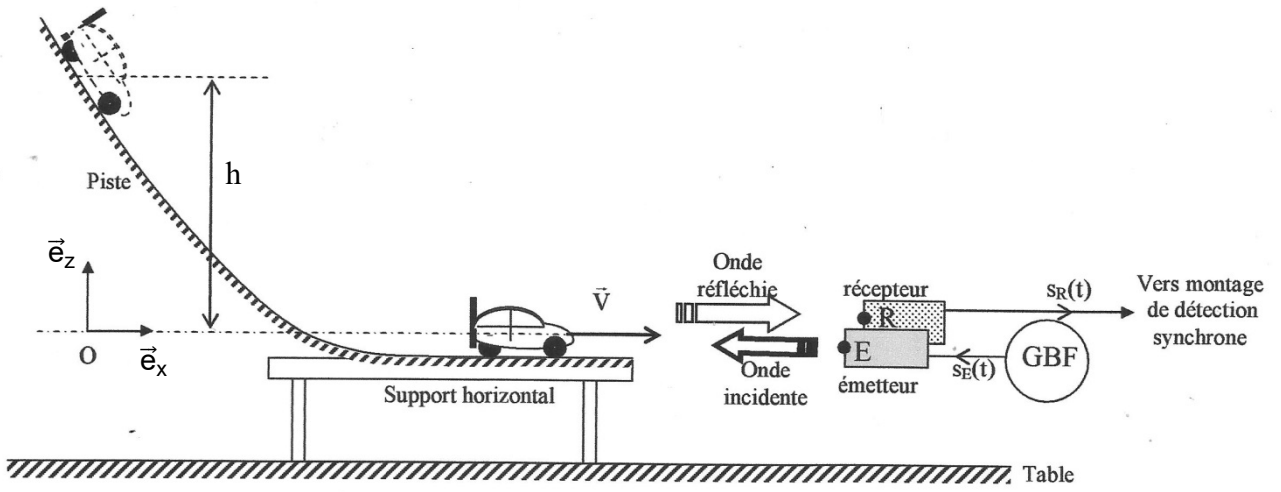


Figure 6 - Maquette du laboratoire

Q16. En négligeant tout frottement, déterminer l'expression de la vitesse de la voiturette une fois arrivée sur la portion horizontale de la piste, en fonction de g et de h. Évaluer cette vitesse avec un chiffre significatif en prenant h $\approx$ 50 cm.

Le récepteur reçoit plusieurs signaux réfléchis : celui qui nous intéresse obtenu par réflexion sur la voiture et ceux réfléchis par les obstacles fixes environnants. Pour distinguer tous ces signaux, il faut utiliser une méthode indirecte : la détection synchrone.

Q17. Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans l'air à température ambiante. Quelle est la fréquence des ondes réfléchies par les obstacles fixes ? Justifier l'utilisation du montage à détection synchrone.

Le principe du montage à détection synchrone est décrit sur le synoptique suivant (**figure 7**) :

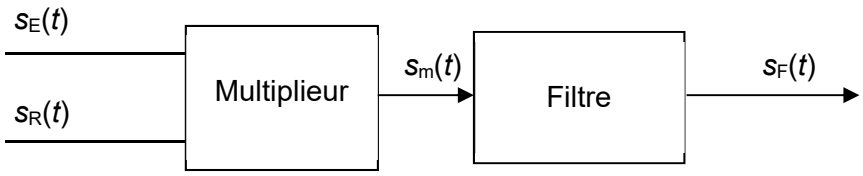


Figure 7 - Détection synchrone

Les tensions électriques $s_E(t)$ et $s_R(t)$ issus du GBF et du récepteur sont envoyées sur un multiplieur de constante $k = 0{,}1\ V^{-1}$. On a : $s_m(t) = k s_E(t) s_R(t)$. La tension $s_m(t)$ est alors filtrée avant d'être envoyée sur l'oscilloscope.

On se propose d'abord d'étudier quelques aspects liés au filtre.

Le montage électronique du filtre est décrit par la **figure 8**. L'A.Li. est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.

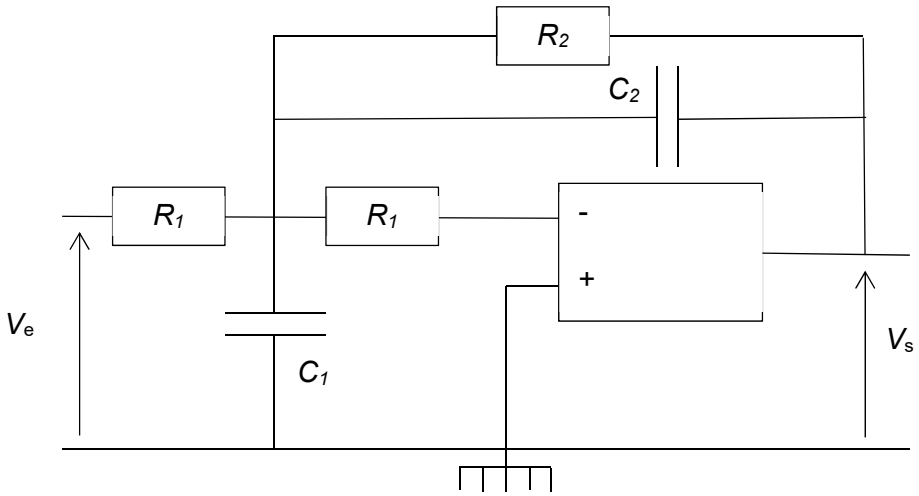


Figure 8 - Filtre

Q18. Déterminer sans calcul la nature du filtre et préciser parmi les deux fonctions de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega)$, laquelle correspond à ce montage :

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{G_0}{1+2jm\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{et} \quad \underline{H}_2(j\omega) = \frac{-G_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1+2jm\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Q19. Déterminer le gain G_0 de ce filtre en fonction de R_1 et R_2.

Q20. Préciser le sens concret de la pulsation ω_0. Exprimer, sous la forme de deux inégalités fortes faisant intervenir les grandeurs v, c_0 et f_E, les deux contraintes que doivent vérifier la pulsation ω_0. Proposer en fonction de v, c_0 et de f_E, une expression de ω_0 qui satisfasse le compromis précédent.

Les valeurs choisies pour les composants sont $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$, $C_1 = 3{,}2$ nF et $C_2 = 1{,}2$ nF de sorte que ω_0 vérifie la relation précédente avec $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Un signal sinusoïdal délivré par un GBF est envoyé en entrée du filtre et est enregistré sur la voie 1 de l'oscilloscope (**figure 9**).
On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope le signal issu du filtre.
La base de temps est de 1 ms par division comme indiqué en bas de l'écran. Les sensibilités verticales sont de 100 mV par division pour la voie 1 et de 5 V par division pour la voie 2.

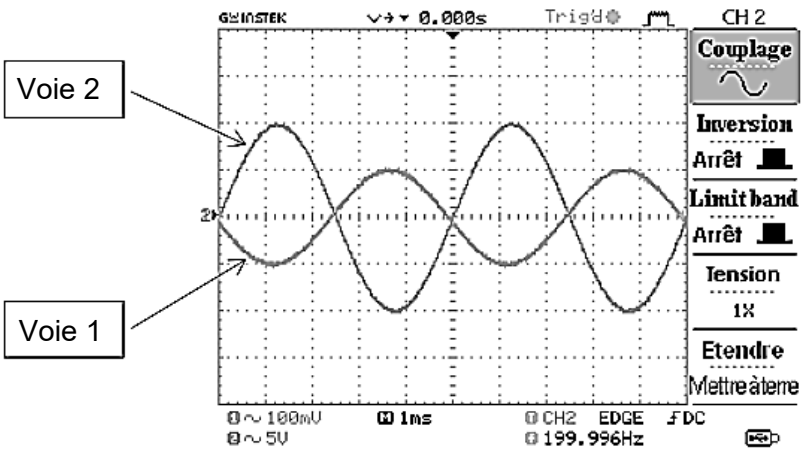


Figure 9 - Oscillogramme 1

Q21. Qu'est ce qui permet de qualifier cet essai d'essai en basse fréquence ? Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme 1, la valeur numérique de la résistance R_2.

Q22. Deux autres essais ont été réalisés en envoyant les tensions sinusoïdales suivantes en entrée du filtre :

- $e_1(t) = E_{01}\cos(\omega_0 t)$;
- $e_2(t) = E_{02}\cos(100\omega_0 t)$.

Déterminer les expressions analytiques des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ recueillies en sortie du filtre.

On considère maintenant le montage complet lié à la détection synchrone.

Lorsque la tension $s_m(t)$, issue du multiplieur, est envoyée en entrée du filtre, on obtient les oscillogrammes 2 et 3, représentés sur les **figures 10** et **11**.
Pour l'oscillogramme 2, la base de temps est de 5 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.
Pour l'oscillogramme 3, la base de temps est de 1 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

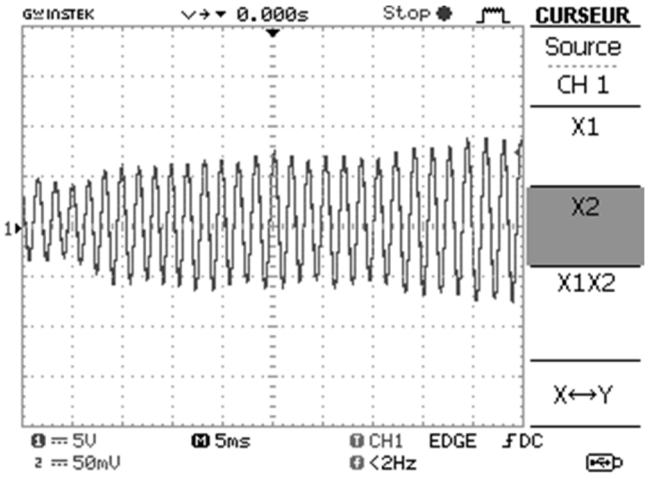


Figure 10 - Oscillogramme 2

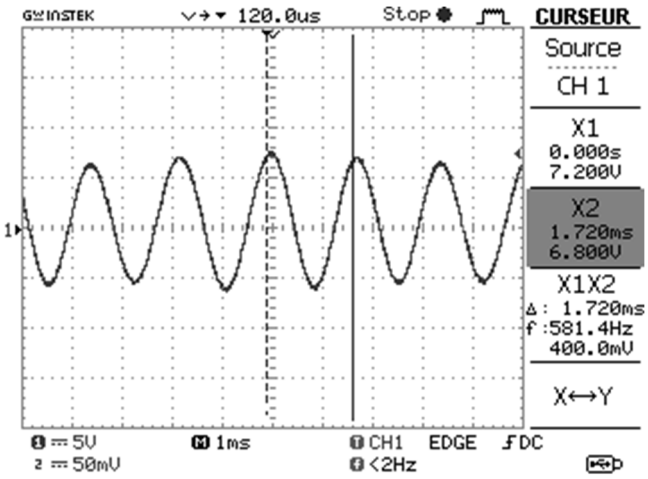


Figure 11 - Oscillogramme 3

Q23. À l'aide des oscillogrammes 2 et 3, évaluer avec un seul chiffre significatif, la vitesse v de la voiturette, lorsqu'elle roule sur le support horizontal.

Partie III - Morphologie et puissance du cycliste

Morphologie du cycliste

Il vous est demandé, dans cette partie, de faire preuve d'autonomie. Toute démarche de résolution, même partielle, sera prise en compte.

On se propose de comparer les performances de deux cyclistes (A et B) dans des conditions de courses différentes.

Course 1 : Route plate, pas de vent, longueur 90 km.

Course 2 : Montée de pente moyenne égale à 7 %, pas de vent, longueur 14 km.

Les spécificités des deux cyclistes sont regroupées dans le **tableau 1** :

Cycliste	A	B
Masse embarquée (Masse du cycliste, de l'équipement et du vélo)	70 kg	90 kg
Puissance moyenne développée par le cycliste	220 W	240 W

Tableau 1 - Spécificités des cyclistes

On admettra que :
- les deux cyclistes ont une posture et des vélos dont les aérodynamiques sont similaires ;
- les forces de frottements internes au vélo et aux interfaces roue-route sont indépendantes des coureurs et de la vitesse. Leur résultante est équivalente à une force unique $\left\|\vec{F}_{frot}\right\| = 6\ \text{N}$ opposée au déplacement et parallèle à la route.

On rappelle que pour une route inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, la pente de cette route correspond à : p = tg(α). Dans le cadre de la course 2, on a sin(α) ≈ tg(α) = 0,07 et cos(α) ≈ 1.

Pour simplifier, on prendra g = 10 m·s^{-2}.

On a représenté pour les deux coureurs A et B, sur les **figures 12a** et **12b,** la norme de la force de trainée $\left\|\vec{F}_T\right\|$ (N) en fonction de la vitesse v (m·s^{-1}), et sur les **figures 13a** et **13b**, sa puissance P_T (W) en fonction de la vitesse (m·s^{-1}).

Q24. Déterminer le vainqueur de chacune des deux courses. Évaluer, avec un chiffre significatif, le temps en heure qu'a mis le vainqueur de la course 1.

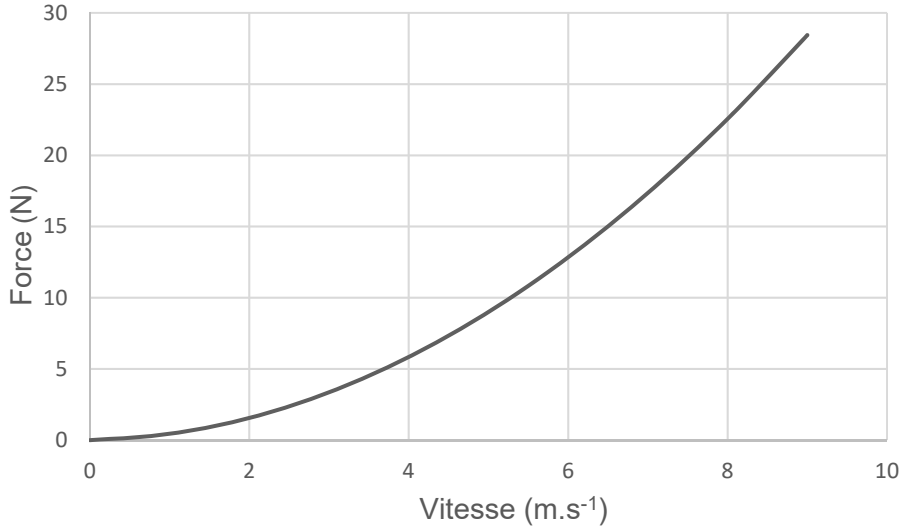


Figure 12a - $\left\|\vec{F}_T\right\|$ (N) en fonction de la vitesse v(m·s^{-1}) pour le cycliste A

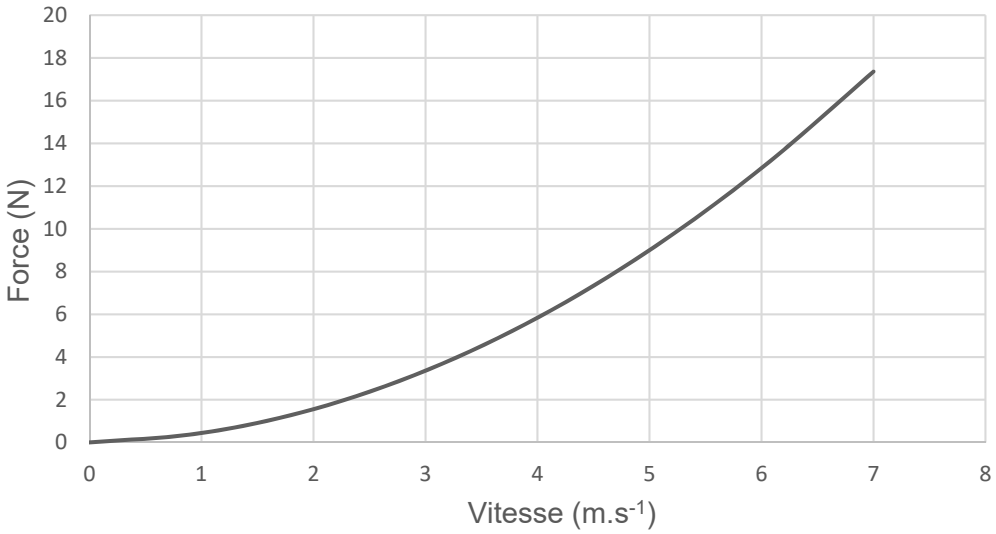


Figure 12b - $\left\|\vec{F}_T\right\|$ (N) en fonction de la vitesse v(m·s^{-1}) pour le cycliste B

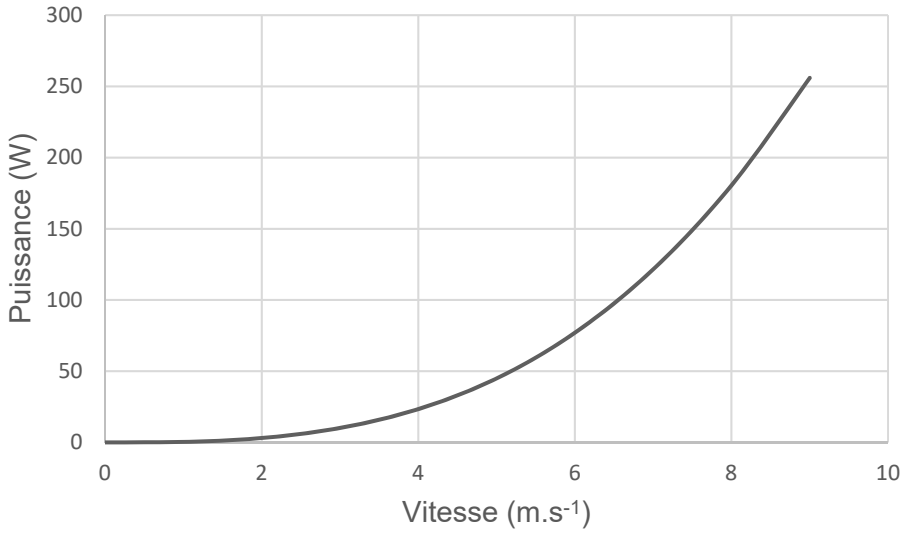


Figure 13a - P_T (W) en fonction de la vitesse v(m·s^{-1}) pour le cycliste A

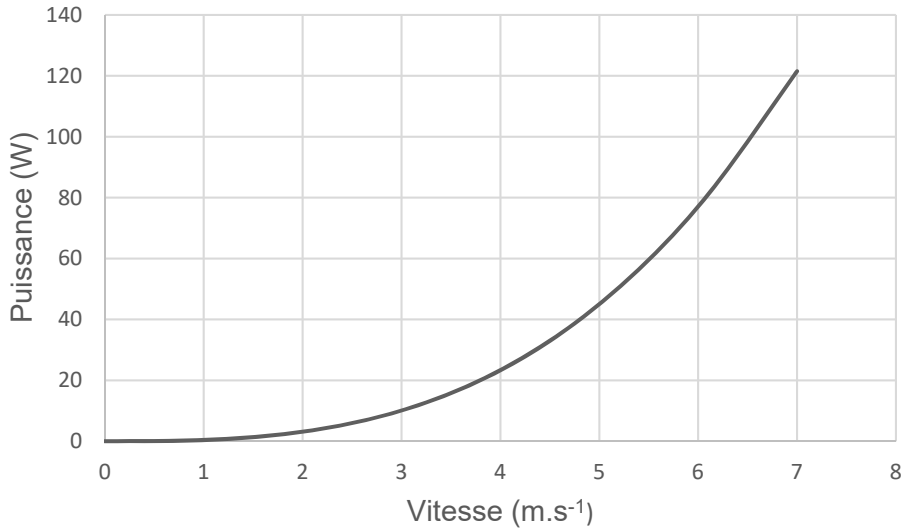


Figure 13b - P_T (W) en fonction de la vitesse v(m·s^{-1}) pour le cycliste B

Partie IV - Assistance électrique

Nous nous proposons d'étudier ici un moteur pour Vélo à Assistance Électrique (VAE). Cette assistance ne doit pas trop alourdir le vélo et la vitesse de rotation doit être compatible avec des cadences de pédalage ordinaires. Les moteurs classiques tournent trop vite et ne développent pas assez de couple. Ils doivent alors être associés à un réducteur.

Un moteur synchrone inversé à plusieurs paires de pôles p permet de s'affranchir d'un réducteur. Il s'agit d'un moteur à rotor externe (**figure 14**). Le rotor a la forme d'une cloche à l'intérieur de laquelle soit est logée une bobine parcourue par un courant continu, soit sont logés des aimants permanents. Le stator interne, logé à l'intérieur de la cloche est bobiné. Il peut être diphasé ou triphasé. La répartition des conducteurs d'une machine triphasée est un peu différente de celle d'une machine diphasée.

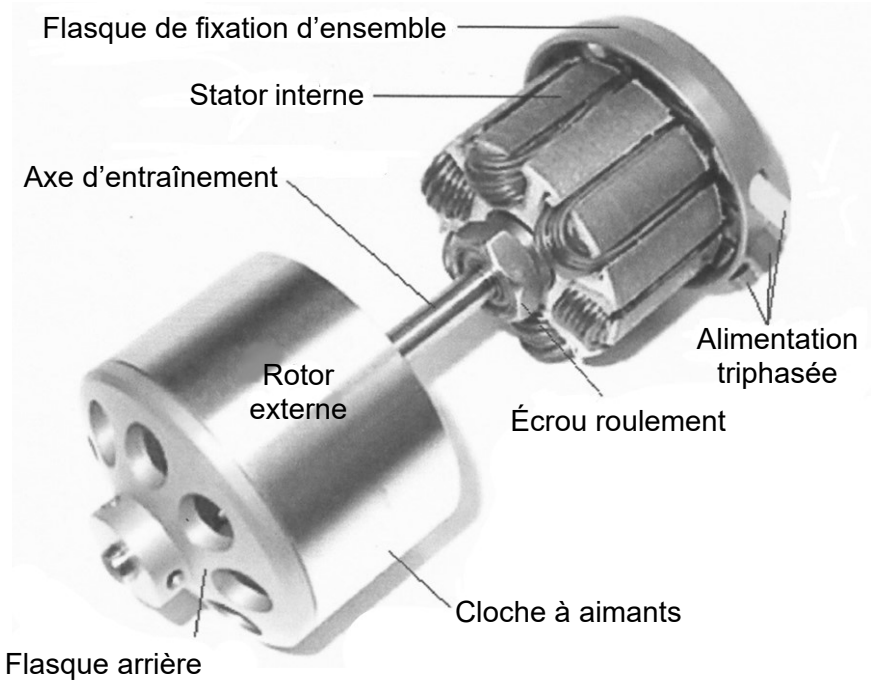


Figure 14 - moteur synchrone à rotor externe et alimentation triphasée pour VAE

L'espace est muni (**figure 15**) des bases cartésienne ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$) et cylindrique ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$). L'axe Oz coïncide avec l'axe de rotation du moteur.

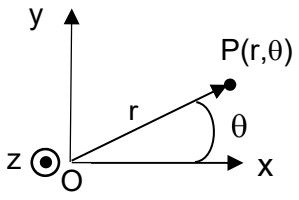


Figure 15 - Repérage d'un point P

Par la suite, on qualifiera " de conducteur aller d'une bobine ", un conducteur parcouru par un courant d'intensité *I* orienté suivant $\vec{e}_z$, et " de conducteur retour d'une bobine ", un conducteur parcouru par un courant d'intensité *I* orienté suivant $-\vec{e}_z$.

Intérêt d'une machine inversée

Dans un moteur électrique, la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique peut s'expliquer par l'interaction du courant *I* circulant dans un conducteur du rotor, orienté suivant le vecteur $\vec{e}_z$, et du champ magnétique $\vec{B}_s = B_s\vec{e}_r$ créé par le stator.

Q25. Exprimer, en fonction de *I*, L et de B_s, l'expression de la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'exerce sur un conducteur aller de longueur L du rotor.
En notant R la distance entre les conducteurs du rotor et l'axe de rotation de la machine, déterminer, en fonction de R, *I*, L et de B_s, le moment $\vec{M}$ de la force de Laplace qui s'exerce sur un conducteur aller du rotor.

Q26. Expliquer l'intérêt d'une machine inversée dans le cadre du VAE.

Étude d'une machine dipolaire

On considère (**figure 16**) un circuit magnétique composé d'une spire d'axe horizontal Ox, d'un cylindre central et d'une couronne de refermeture des lignes de champ magnétique, tous deux élaborés à l'aide d'un matériau ferromagnétique et séparés par un entrefer d'épaisseur e.

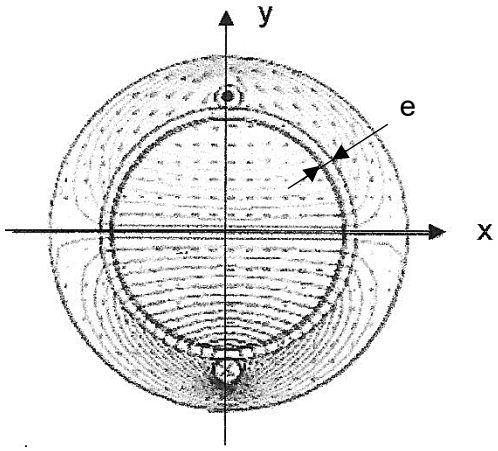


Figure 16 - Circuit magnétique

Un point P de l'entrefer est repéré par sa position angulaire θ (**figure 15**).
On admettra que dans l'entrefer, le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par cette spire, parcourue par un courant positif, est de la forme $\vec{B}_1 = B_1(\theta)\,\vec{e}_r$ avec $B_1(\theta) = B_0 > 0$ pour $\theta \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ et $B_1(\theta) = -B_0$ pour $\theta \in \left]-\pi, \frac{-\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.

Q27. Dessiner en fonction de θ la fonction $B_1(\theta)$ pour $\theta \in]-\pi,\pi[$ et proposer, à l'aide d'une figure, une répartition des conducteurs qui permette de créer un champ magnétique $\vec{B}_3 = B_3(\theta)\,\vec{e}_r$ décrit sur la **figure 17**.

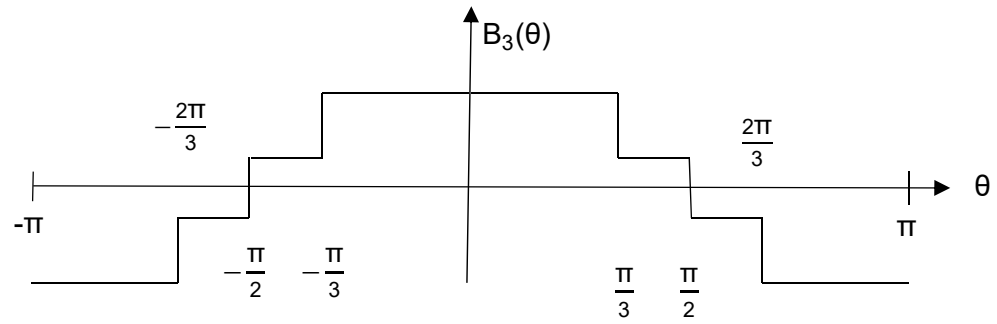


Figure 17 - Fonction $B_3(\theta)$

En soignant la distribution des conducteurs, on admettra qu'on peut générer à l'aide d'une bobine (**a**) d'axe Ox, parcourue par un courant $i_a(t)$, un champ magnétique $\vec{B}_{a,p=1} = K\, i_a(t) \cos(\theta)\vec{e}_r$ dans l'entrefer.

La machine synchrone inversée dipolaire est constituée :

- d'un stator interne qui comporte deux bobines similaires : la bobine (**a**) d'axe Ox parcourue par un courant $i_a(t)$ et la bobine (**b**) décalée de $\frac{\pi}{2}$ parcourue par un courant $i_b(t)$. Cette deuxième bobine génère un champ magnétique $\vec{B}_{b,p=1} = K\, i_b(t) \sin(\theta)\, \vec{e}_r$ dans l'entrefer ;
- d'un rotor externe, repéré **(figure 18)** par sa position θ_R, qui comporte une bobine parcourue par un courant continu I_R.

Par souci de lisibilité, seuls deux conducteurs par bobine ont été représentés sur la **figure 18**. Le circuit magnétique n'est pas représenté.

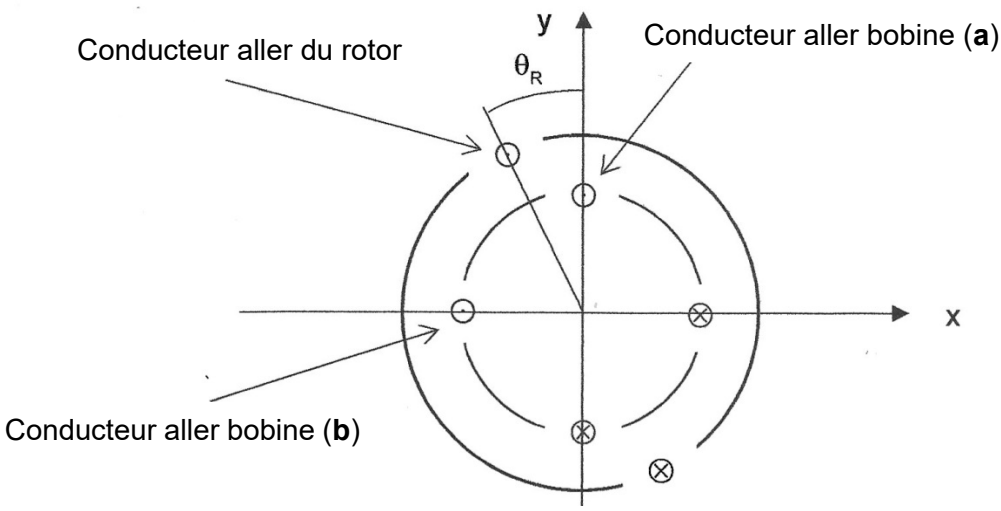


Figure 18 – Schéma en coupe des bobines de la machine

On note L_S les deux inductances propres des deux bobines du stator, M_{aR} la mutuelle-inductance entre la bobine (**a**) du stator et la bobine du rotor. On admettra que $M_{aR} = M_0 \cos(\theta_R)$.
De même, on note L_R l'inductance propre du rotor et M_{bR} la mutuelle-inductance entre la bobine (**b**) du stator et la bobine du rotor.
La mutuelle-inductance entre les deux bobines du stator est notée M_{ab}.

On alimente les deux bobines du stator de la machine par deux alimentations qui délivrent respectivement les courants : $i_a(t) = I_{S_{eff}}\sqrt{2}\cos(\omega_s t)$ et $i_b(t) = I_{Seff}\sqrt{2}\sin(\omega_s t)$.

Q28. Déterminer, en fonction de K, I_{Seff}, ω_s, θ et de t, l'expression du champ magnétique $\vec{B}_{p=1}$ créé dans l'entrefer par les deux bobines du stator. Justifier qu'il s'agit d'un champ tournant et préciser sa vitesse et son sens de rotation.

Q29. Proposer en fonction de M_0 et de θ_R l'expression de la mutuelle-inductance M_{bR}. Que vaut la mutuelle-inductance M_{ab} ?

Q30. **a)** Exprimer, en fonction de L_S, L_R, M_0, θ_R, I_R et des courants $i_a(t)$ et $i_b(t)$, l'énergie magnétique notée W_{magn} stockée dans la machine.

b) Exprimer le couple électromagnétique Γ_{em} en fonction de M_0, I_{Seff}, ω_s, θ_R, I_R et de t. On rappelle que le couple électromagnétique exercé par la machine est donné par l'expression :

$$\vec{\Gamma}_{em} = \Gamma_{em}\vec{e}_z = \left(\frac{\partial W_{magn}}{\partial \theta_R}\right)\vec{e}_z \ .$$

Q31. On considère ici que le rotor tourne à la vitesse angulaire constante Ω, de sorte que $\theta_R(t) = \Omega t + \theta_0$. Écrire la condition de synchronisme, qui définit la valeur particulière de Ω, notée Ω_1, pour laquelle le couple électromagnétique moyen délivré par la machine est non nul. Exprimer ce couple moyen en fonction de M_0, I_R, I_{Seff} et de θ_0.

Q32. Pour quelle valeur de θ_0 ce couple est-il maximum ? Préciser l'expression de ce couple maximum en fonction de M_0, I_R et de I_{Seff}.

Étude d'une machine à plusieurs paires de pôles

En resserrant et en périodisant le bobinage le long de l'entrefer, on admettra qu'on peut générer, à l'aide d'une bobine parcourue par un courant $i_a(t)$, un champ magnétique $\vec{B}_{a,p} = Ki_a(t)\cos(p\theta)\vec{e}_r$.
L'association de deux bobines (**a**) et (**b**), similaires et décalées dans l'espace d'un angle $\frac{\pi}{2p}$ et parcourues par les courants $i_a(t) = I_{S_{eff}}\sqrt{2}\cos(\omega_s t)$ et $i_b(t) = I_{Seff}\sqrt{2}\sin(\omega_s t)$, permet de générer dans l'entrefer de la machine un champ magnétique $\vec{B}_p = KI_{Seff}\sqrt{2}\cos(\omega_s t - p\,\theta)\vec{e}_r$, où p est un entier qui désigne le nombre de paires de pôles de la machine.

On considère toujours que le rotor tourne à la vitesse angulaire constante Ω, de sorte que $\theta_R(t) = \Omega t + \theta_0$.

La mutuelle-inductance entre la bobine a du stator et la bobine du rotor a maintenant pour expression : $M_{aR} = M_0\cos(p\theta_R)$ et le couple électromagnétique $\Gamma_{em,p}(t)$ a pour expression :

$$\Gamma_{em,p} = pM_0 I_R I_{seff}\sqrt{2}\sin(\omega_s t - p(\Omega t - \theta_0)).$$

Q33. Quelle est alors la nouvelle condition de synchronisme qui définit la valeur particulière de Ω, notée Ω_p, pour laquelle le couple moyen délivré par la machine est non nul. Exprimer le couple électromagnétique moyen développé par la machine en fonction de p, M_0, I_R, I_{Seff} et de θ_0.

Q34. Expliquer en quoi la conception d'une machine à plusieurs paires de pôles permet de s'affranchir ou d'alléger le réducteur placé entre le moteur synchrone et le pédalier avant d'un VAE.

La fréquence de pédalage d'un cycliste est de l'ordre de 90 $tr\cdot min^{-1}$. Proposer une valeur numérique de la fréquence d'alimentation d'une machine synchrone à p = 10 paires de pôles, directement raccordée sur le pédalier avant d'un VAE.

Données

Enthalpies standards de formation :
$\Delta_f H°(CO_2(g)) = -393,5\ kJ \cdot mol^{-1}$
$\Delta_f H°(H_{2O}(l)) = -285,8\ kJ \cdot mol^{-1}$
$\Delta_f H°(C_6H_{12}O_6(s)) = -1\ 274\ kJ \cdot mol^{-1}$

Masses molaires :
$M(H) = 1\ g \cdot mol^{-1}$
$M(C) = 12\ g \cdot mol^{-1}$
$M(O) = 16\ g \cdot mol^{-1}$

Potentiels standards à 298 K :
$E°_{ESH}(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}) = 0,09\ V$
$E°_{ESH}(I_2(aq)/I^-) = 0,68\ V$

Formules trigonométriques :
cos(a+b) = cosa cosb - sina sinb
cos(a-b) = cosa cosb + sina sinb
sin(a+b) = sina cosb + cosa sinb
sin(a-b) = sina cosb - cosa sinb

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 23 1142 – D'après documents fournis

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Diagrammes potentiel-pH
- Oxydoréduction et piles électrochimiques
- Filtrage linéaire
- Amplificateur linéaire intégré
- Régime sinusoïdal forcé
- Premier principe appliqué aux transformations physico-chimiques : grandeurs standard de réaction et effets thermiques
- Propagation d'un signal

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/psi