Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2015, filière TPC

Physique

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Problème A : documents et interféromètre de Michelson
- Problème A : filtres et isolation sismique
- Problème B, parties I et II : pression, stabs et diazote dissous
- Problème B : combinaison et propulseur de plongée

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/tpc/2015/physique

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE TPC

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

⋆ ⋆ ⋆

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, la précision et la concision de la rédaction.

⋆ ⋆ ⋆

Le sujet comporte deux parties indépendantes.

⋆ ⋆ ⋆

A Le projet Virgo



Le site du projet Virgo à Cascina, près de Pise.

Doc. A1 — La détection des ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles déforment l'espace-temps et produisent des forces de telle manière que lors du passage d'une onde gravitationnelle perpendiculaire à un plan contenant des masses parfaitement libres, la distance entre deux masses augmente et diminue alternativement.

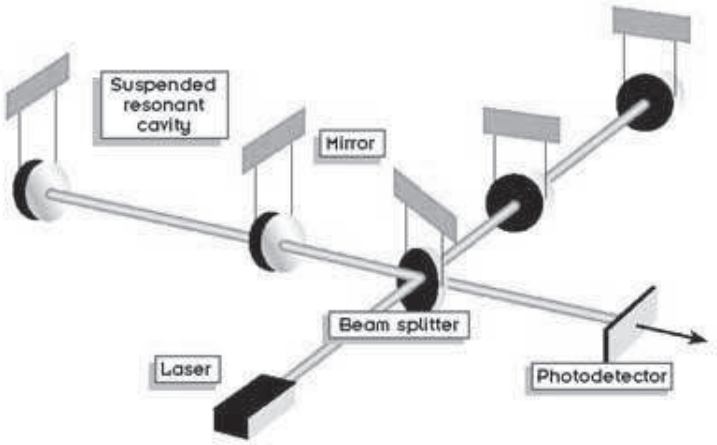
Une caractéristique importante est que, lorsque il y a contraction dans une direction, il y a expansion dans la direction perpendiculaire et vice versa. Par exemple un cercle sur lequel seraient disposées des masses libres, se trouverait déformé alternativement dans deux directions perpendiculaires.



L'amplitude d'une onde gravitationnelle est mesurée par la variation relative de distance entre deux masses libres et est exprimée par le paramètre sans dimension « ε ». La variation absolue est donc proportionnelle à la distance séparant les masses et est extrêmement faible : mesurée sur la distance de la Terre à la Lune, elle serait de l'ordre de grandeur d'un atome et cent millions de fois plus petite pour des corps séparés de quelques kilomètres.

Une variation aussi infime peut cependant être mesurée en utilisant l'interférométrie optique.

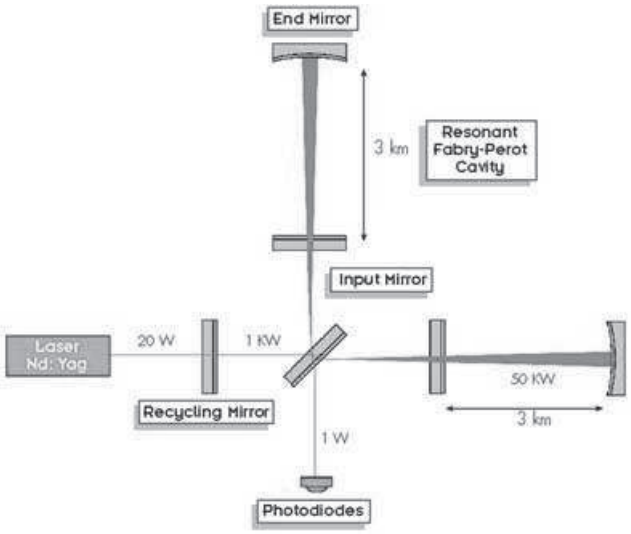
L'interféromètre de Michelson est particulièrement sensible aux variations relatives de longueur entre ses deux bras et constitue l'instrument idéal pour la mesure des ondes gravitationnelles. Cependant, en raison de l'extrême sensibilité nécessaire, la longueur des bras devrait être de plusieurs centaines de kilomètres. Ceci étant difficilement réalisable sur Terre, on replie le trajet optique en utilisant des réflexions multiples entre deux miroirs. En pratique, on utilise des cavités résonantes du type Fabry-Perot.



Doc. A2 — L'interféromètre Virgo

L'interféromètre Virgo est du type Michelson avec deux bras orthogonaux de trois kilomètres de long chacun. Un miroir séparateur divise le faisceau incident entre les deux bras de l'interféromètre. Dans chaque bras, les réflexions multiples entre les deux miroirs d'une cavité résonante Fabry-Perot augmentent la distance effective de mesure de 3 à environ 100 kilomètres et donc la sensibilité dans la même proportion.

Les deux faisceaux lumineux provenant des deux bras sont ensuite recombinés en opposition de phase sur un détecteur en s'annulant de telle façon que, en principe, aucune lumière n'atteint le détecteur. Alors, la très petite variation de phase causée par la variation de distance entre les miroirs se traduit par une très légère variation du flux lumineux, proportionnelle à l'amplitude de l'onde gravitationnelle.

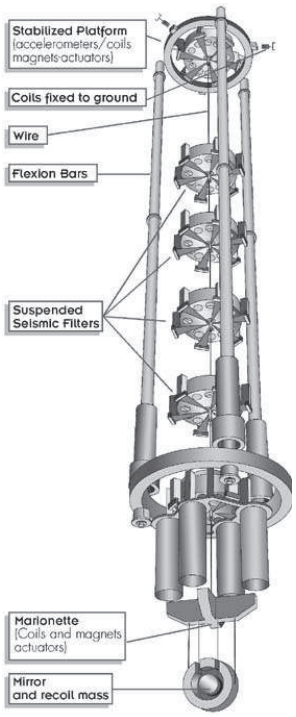


Cependant, dans ce schéma, une grande partie de la lumière se trouve renvoyée vers le laser. De façon à augmenter la puissance disponible, un miroir, dit de recyclage, placé entre le laser et le miroir séparateur renvoie cette lumière dans l'interféromètre en phase avec le faisceau lumineux incident, ce qui permet d'atteindre une puissance de plusieurs dizaines de kilowatts dans les cavités Fabry-Perot. Augmenter la puissance lumineuse permet d'améliorer la sensibilité de l'interféromètre. Une fois toutes les cavités résonantes couplées et stabilisées, l'interféromètre peut être vu comme un énorme piège à lumière. Si l'optique était parfaite et les miroirs parfaitement stables, aucune lumière n'atteindrait le détecteur sauf lorsqu'une onde gravitationnelle traverse le plan de l'interféromètre. La qualité et la stabilité des éléments optiques sont donc essentielles et représentent un des défis majeurs de l'interféromètre.

Virgo est sensible aux ondes gravitationnelles dans un large domaine de fréquences allant de 10 à 10 000 Hz. Ce domaine correspond aux ondes gravitationnelles émises durant la coalescence[1] des systèmes binaires par la rotation des pulsars ou l'explosion de supernovæ dans la voie lactée et dans les galaxies proches, par exemple dans l'amas de la Vierge (Virgo), d'où l'expérience tire son nom.

[1] Phénomène par lequel deux substances identiques, mais dispersées, ont tendance à se réunir.

Doc. A3 — Un système parfaitement isolé des vibrations



Les vibrations sismiques du sol sont des milliards de fois plus importantes que les déplacements provoqués par le passage des ondes gravitationnelles. C'est pour cette raison qu'il est essentiel d'éviter que ces vibrations se transmettent aux composants optiques de l'interféromètre. L'isolation sismique est réalisée par une chaîne de filtres suspendus les uns aux autres, chaque filtre étant constitué de ressorts à lame triangulaire. Ces ressorts assurent l'isolation verticale tandis que le pendule composite constitué par la chaîne de filtres isole des vibrations transversales. En outre, cette chaîne est fixée à une plate-forme stabilisée qui compense les oscillations à très basse fréquence et à large amplitude et constitue le premier étage du contrôle de position avec une précision d'environ un micron.

Le second étage de contrôle de position est réalisé à la fin de la chaîne de suspension par une marionnette à laquelle le miroir et « une masse de recul » sont suspendus par l'intermédiaire de fils très fins. La position finale du miroir est assurée au moyen de très petites forces générées entre le miroir et la masse de recul par des actuateurs[2] électro-magnétiques ou électrostatiques.

En définitive, les éléments optiques de l'interféromètre Virgo sont dans un environnement beaucoup plus calme que celui d'un vaisseau spatial en orbite autour de la Terre.

[2] Dispositif permettant de piloter un autre système dans des conditions particulières.

Doc. A4 — Main Virgo data

Principle : Michelson laser interferometer with two Fabry-Perot cavities in the arms	
Arms length	3 kilometers
Vacuum tube	120 cm diameter, fully welded (no seal)
Vacuum performance	
Pressure after baking at 150 °C	$< 10^{-9}$ mbar
hydrocarbons partial pressure	10^{-13} mbar
laser and injection system	
Nd:YAG diode-pumped laser at 1064 nm	
laser power	20 W
Mode cleaner	144 m long, 3 mirrors ring cavity
Finesse of mode cleaner cavity	1000
Frequency stability	$< 10^{-4}$ Hz at 1 kHz
Relative Intensity Noise (RIN)	$< 10^{-7}$ at 1 kHz
Power Stored in Fabry-Perot cavity	15 to 50 kW (depending of finesse)
Power Stored in recycling cavity	1 kW
Optics	
Main mirror substrates	special "Virgo" grade fused silica absorption < 1 ppm/cm diameter 350 mm
Reflective coatings	absorption < 1 ppm
Anti reflection coatings	reflection < 0,1 %
Surface quality	1/200 rms
Surface microroughness	1 angstrom
Suspensions	
Inverted pendulum pre-isolator plus 6 passive stages.	
Active control on first and last stage and on mirror.	
Seismic attenuation	10^{-11} at 10 Hz
rms mirror motion before locking	< 1 mm and < 0,1 mrad
Thermal stabilization	±0,1 °C
Frequency range	10 Hz to 10 kHz
Sensitivity	$\varepsilon \simeq 3 \times 10^{-21}$ at 10 Hz $\varepsilon \simeq 3 \times 10^{-23}$ at 1 kHz

Doc. A5 — Données supplémentaires

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Constante gravitationnelle	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
Distance Terre–Soleil	$d_{TS} = 150 \times 10^{9}\ \mathrm{m}$
Distance Terre–Lune	$d_{TL} = 384 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$
Masse de la Terre	$M_T = 6 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$
Trigonométrie	$\cos a + \cos b = 2\cos\left[(a+b)/2\right]\cos\left[(a-b)/2\right]$
	$\cos a - \cos b = -2\sin\left[(a+b)/2\right]\sin\left[(a-b)/2\right]$
	$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$
	$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

1) Quel est l'objectif du projet Virgo ? Quelle est l'origine des ondes gravitationnelles ? D'où le projet tire-t-il son nom ?

2) Quelle est l'étendue du domaine de longueurs d'onde que le dispositif souhaite être en mesure de détecter ? En déduire qu'une onde gravitationnelle a une amplitude uniforme sur l'ensemble du dispositif.

3) Déduire notamment du document A1 une estimation personnelle de la sensibilité ε que doit atteindre le dispositif pour détecter des ondes gravitationnelles. Commenter à l'aide des données techniques du document A4.

4) Un des documents mentionne le fait qu'« une grande partie de la lumière se trouve renvoyée vers le LASER ». Afin de quantifier cette affirmation, le dispositif est modélisé par un interféromètre de Michelson comportant deux miroirs M_1 et M_2 parfaitement réfléchissants et une lame séparatrice (SP) infiniment fine et non absorbante, de coefficient de réflexion en énergie noté R. On note I_0 l'intensité de l'onde émise par le LASER.

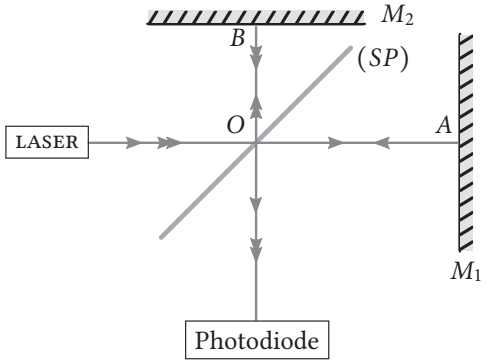


FIGURE A1 – Modélisation de l'interféromètre VIRGO

4.a) Justifier que l'intensité de chacune des ondes qui se dirige vers la photodiode vaut $I = R(1-R)I_0$.

4.b) Une partie de l'intensité lumineuse issue du LASER ne parvient pas à la photodiode. En vous appuyant sur un schéma, préciser ce qu'il advient de cette partie de l'onde et évaluer l'intensité ainsi perdue en fonction de R et de I_0.

4.c) Quelle valeur donne-t-on généralement au coefficient R ? Quelle est l'intérêt de cette valeur ? (une démonstration est attendue).

4.d) Dans l'interféromètre du projet VIRGO que vaut l'intensité lumineuse reçue par la photodiode en l'absence d'onde gravitationnelle ?

5) On note $\ell_1 = OA$ et $\ell_2 = OB$ les longueurs des bras de l'interféromètre (voir la figure A1). En l'absence d'onde gravitationnelle, le dispositif interférentiel présente une différence de marche $\delta_0 = 2(\ell_2 - \ell_1)$ et l'intensité lumineuse enregistrée par la photodiode vaut $I = 2I_0\left[1 + \cos\left(2\pi\delta_0/\lambda_0\right)\right]$, où λ_0 correspond à la longueur d'onde du LASER.

Lors du passage d'une onde gravitationnelle, la longueur du bras 1 de l'interféromètre devient $\ell_1' = \ell_1(1 - \varepsilon/2)$ et celle du bras 2 devient ℓ_2'.

5.a) Déduire du document A1 la longueur ℓ_2' en fonction de ℓ_2 et ε, puis la nouvelle différence de marche $\delta = 2(\ell_2' - \ell_1')$ en fonction de δ_0, ε, ℓ_1 et ℓ_2.

5.b) Déterminer, au premier ordre en ε, la variation d'intensité lumineuse, $\Delta I = I(\delta) - I(\delta_0)$, enregistrée par le photodétecteur lors du passage d'une onde.

5.c) Sachant que $\Delta I/I_0 = \Delta P/P_0$ où P_0 est la puissance du LASER, montrer que la variation de puissance ΔP enregistrée par la photodiode vaut au maximum :

$$\Delta P_{\max} = \left[4\pi\varepsilon(\ell_1 + \ell_2)/\lambda_0\right] P_0.$$

A l'aide des données techniques, déterminer numériquement $\Delta P_{\max}$ aux fréquences souhaitées.

5.d) Quelle(s) solution(s), mise(s) en place dans le dispositif, permet(tent) d'améliorer la détection ?

6) Le document A2 précise qu'en réalité, « Les deux faisceaux lumineux doivent être recombinés en opposition de phase… ». Ceci est réalisé au moyen d'un dispositif électronique qui, sur l'un des bras du dispositif, convertit le signal lumineux en signal électrique, lui fait traverser l'un des filtres suivants, puis le convertit à nouveau en signal lumineux.

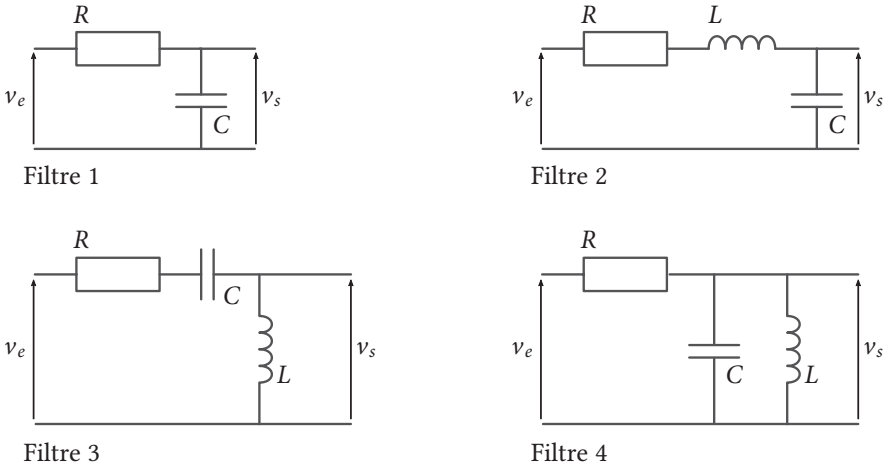


Figure A2 – Filtres

6.a) Déterminer sans calculs, mais en justifiant votre raisonnement, la nature des montages électriques proposés.

6.b) Donner, sans démonstration, les expressions canoniques des fonctions de transfert de chacun de ces filtres.

6.c) En déduire quels montages peuvent être utilisés pour réaliser l'opération demandée.

7) Les grandeurs que l'on souhaite mesurer sont si faibles qu'il est nécessaire de réduire un grand nombre de perturbations environnementales, en particulier le bruit sismique. Pour ce faire, le dispositif est notamment constitué de pendules montés en cascade. Chacun d'entre eux comporte un fil sans raideur, de masse négligeable et de longueur L. L'une de ses extrémités est reliée au point A d'abscisse x_0 et l'autre au point M de masse m. Celle-ci est soumise à la force d'amortissement $-\dfrac{m}{\tau}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_x$.

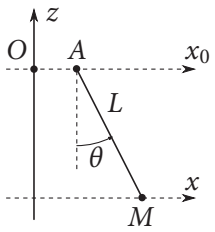


Figure A3 – Pendule

On pose $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ et on ne s'intéresse qu'à des perturbations de faible amplitude.

7.a) Le point A étant fixe, établir l'équation différentielle en $x(t)$ du mouvement de la masse m.

7.b) On modélise une perturbation mécanique par le déplacement sinusoïdal du point A selon l'équation $x_0(t) = X_0\cos(\omega t)$. Montrer qu'en régime établi, l'amplitude relative a pour équation :

$$\frac{\underline{x}}{\underline{x}_0} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \mathrm{j}\omega/\tau}.$$

De quel type de filtrage s'agit-il ? Dans le cadre du projet Virgo, dans quel domaine de fréquence faut-il se placer ?

7.c) La correction en amplitude relative réalisée par un étage est de l'ordre de 10^{-7} à 10 Hz. Comparer ce résultat aux données techniques et commenter.

Sources : `http://www.ego-gw.it` et `http://fr.wikipedia.org`.

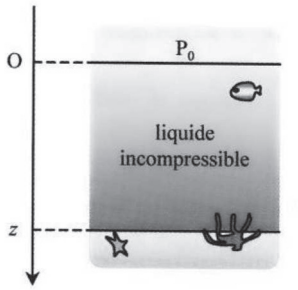
Fin du problème A

B La plongée sous-marine



La plongée sous-marine est une activité dont la pratique s'appuie sur des lois physiques « simples », mais dont la connaissance et le respect sont fondamentaux pour assurer au sportif à la fois confort, plaisir et surtout sécurité. L'accident le plus connu — mais pas le pire — est l'accident de décompression. Cet accident est lié à la concentration des gaz, notamment le diazote, dans l'organisme. Ce problème étudie quelques aspects de la plongée sous-marine.

I. Pression du gaz en immersion



L'océan est supposé isotherme et considéré comme un fluide incompressible et homogène de masse volumique $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

A la profondeur $z = 0$, l'océan est en contact avec l'atmosphère à la pression $P_0 = 1{,}013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.

Dans la suite du problème, on supposera que le corps du plongeur est à la même température que l'eau de mer. Dans les situations étudiées, le plongeur respire de l'air assimilé à un mélange de gaz parfaits, constitué de dioxygène et de diazote, en proportions molaires respectives de 20 % de dioxygène et 80 % de diazote. On prendra $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ l'accélération de la pesanteur.

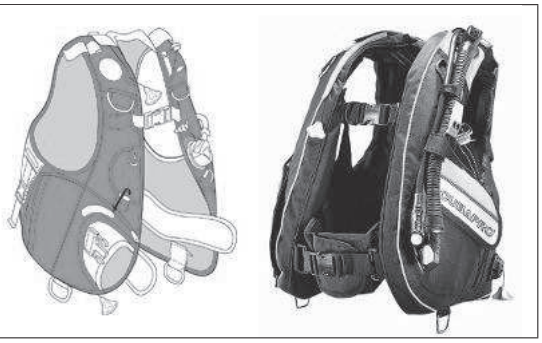
1) Rappeler l'équation de la statique des fluides reliant le gradient de pression aux données du problème.

2) Déterminer l'expression de la pression p en fonction de la profondeur z. Représenter l'évolution de $p(z)$. Justifier la phrase souvent citée par les plongeurs : « en plongée, on rencontre un bar tous les 10 mètres ».

II. L'équipement de plongée

Les stabs

Outre sa bouteille de plongée, le plongeur est aussi équipé d'un gilet gonflant dit *stabilizing jacket* ou stabs, relié à la bouteille, permettant ainsi en le gonflant et en le dégonflant de monter et de descendre sous l'eau comme bon lui semble (il permet aussi pour le plongeur de garder une position horizontale).



Soient :

- $V_s(z)$ le volume du stabs ;
- $V_p(z)$ le volume de la cage thoracique du plongeur (celui-ci varie à cause des forces de pression) ;
- V_0 le volume restant du plongeur, de la bouteille et du reste de son équipement (supposé constant).

En immersion, l'air respiré par le plongeur et injecté dans le stabs est issu d'une bouteille d'air comprimé. Cet air comprimé est détendu via un dispositif appelé « détendeur » et arrive dans les poumons du plongeur et dans le stabs (si besoin) à la pression extérieure du milieu, c'est-à-dire la pression de la profondeur à laquelle se trouve le plongeur $p(z)$.

Les températures de la bouteille du plongeur et du stabs seront supposées constantes.

Soit m_i la masse de l'ensemble du système (plongeur, stabs, bouteille remplie, reste équipement) avant immersion.

Pour les applications numériques, on prendra $V_0 = 80 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$, $V_p(z = 0) = 7{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ et $m_i = 100\,\mathrm{kg}$.

3) Calculer le volume du stabs $V_s(z = 0)$ afin que le plongeur reste en équilibre à la surface de l'eau.

4) Pour sa descente, le plongeur attache une ceinture de plomb à sa taille de masse $m_{\mathrm{Pb}} = 2\,\mathrm{kg}$ et de volume négligeable. En supposant que le plongeur ait pris une grande inspiration à la surface et qu'il ne relâche pas d'air lors de sa descente, quel doit-être le volume du stabs afin que le plongeur se stabilise à 3 mètres de profondeur ?

La bouteille de plongée

La bouteille de plongée contient un air comprimé constitué de 20 % de dioxygène et 80 % de diazote. Une fois détendus, les gaz respirés par le plongeur passent dans les poumons puis dans le sang par l'intermédiaire des alvéoles pulmonaires. Le dioxygène et le diazote passent alors dans le sang qui va les apporter jusque dans les moindres recoins du corps : muscles, graisses, os, ...	

Dans 90 % des cas, les accidents de décompression sont localisés dans les articulations, particulièrement au niveau des tissus cartilagineux. Une hypothèse couramment admise (dite hypothèse de Hempleman) est que ces accidents surviennent lorsque la masse d'azote stockée dans les cartilages dépasse une valeur critique.

5) Pourquoi se focalise-t-on sur le diazote pour expliquer les accidents de décompression ?

Le cartilage n'étant pas irrigué par le sang, les échanges d'azote entre sang et cartilage ont lieu uniquement par diffusion, supposée unidirectionnelle, suivant Ox. Soit un cartilage de longueur L :

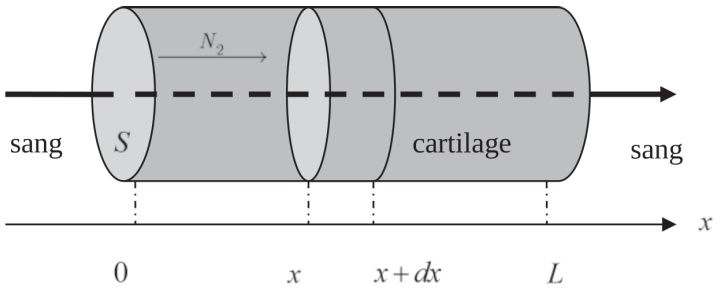


Figure B1 – Modélisation du cartilage

On suppose que la diffusion obéit à la loi de Fick, $\vec{j} = -D\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}(C)$ où D, supposé constant, est le coefficient de diffusion du diazote dans le cartilage et $C(x,t)$ est la concentration en diazote.

6) Etablir que la concentration en diazote $C(x,t)$ obéit à l'équation $\dfrac{\partial C(x,t)}{\partial t} - D\dfrac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} = 0$.

7) On cherche $C(x,t) = C_0 + f(x)g(t)$, où C_0 est une constante. Déterminer les équations différentielles vérifiées par $f(x)$ et $g(t)$ (on introduira une constante k homogène à l'inverse d'une longueur).

8) Montrer que $C(x,t)$ peut se mettre sous la forme :

$$C(x,t) = C_0 + [A\cos(kx) + B\sin(kx)]\exp(-t/\tau).$$

On précisera l'expression de τ en fonction de D et de k.

9) Le plongeur étant à la profondeur z, la concentration du diazote dans le sang est notée $C_s(z) = C(x = 0,t) = C(x = L,t)$. Déterminer alors la constante C_0 au bout d'un temps long (diffusion terminée dans le cartilage) ainsi que la constante A. Montrer que k ne peut prendre que certaines valeurs discrètes que l'on précisera.

La combinaison de plongée



Afin d'éviter l'hypothermie, le plongeur utilise une combinaison de plongée qui lui permet de conserver la chaleur qu'il produit. Soit Φ_{th} la puissance thermique fournie par le corps du plongeur.

On suppose tout d'abord que le plongeur ne porte pas de combinaison. Les échanges thermiques du type conducto-convectif s'effectuant alors de la peau vers le milieu extérieur (ici l'eau à la température T_e) sont modélisés par un flux thermique vérifiant la loi :

$$\Phi_{p\to e} = K_{pe}(T - T_e)$$

où K_{pe} est un coefficient constant et T la température du plongeur.

10) Donner l'unité de K_{pe} dans le système international et justifier qu'il porte le nom de conductance thermique.

11) On modélise le plongeur comme une phase condensée de capacité thermique C. Montrer que l'équation d'évolution de la température du plongeur est :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{T - T_e}{\tau'} = \frac{\Phi_{th}}{C}.$$

On donnera l'expression de τ' en fonction de C et de K_{pe}.

12) En déduire l'évolution de la température en fonction du temps $T(t)$, le plongeur possédant une température initiale T_p.

13) On donne $K_{pe} = 16\,\mathrm{W\cdot K^{-1}}$ et $C = 3{,}0\times10^5\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$. Calculer τ'. Commenter la valeur obtenue.

14) On donne $\Phi_{th} = 100\,\mathrm{W}$ et $T_e = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Quelle est la température T_f atteinte par le plongeur au bout d'un temps suffisamment long ? Le plongeur est-il en hypothermie sachant que la température d'hypothermie est de l'ordre de 35 °C ?

15) Le plongeur s'équipe maintenant d'une combinaison de conductance thermique K_{comb}. Montrer alors par une analogie que le flux thermique entre le corps et l'extérieur s'écrit :

$$\Phi_{p\to e} = K(T - T_e).$$

où l'on exprimera K en fonction de K_{comb} et de K_{pe}.

16) Expliquer alors l'impact de la combinaison sur le temps caractéristique τ' et sur la température finale T_f.

Propulseur de plongée



Les plongeurs ont parfois recours à un propulseur de plongée ou scooter leur permettant de se propulser plus rapidement et d'explorer davantage les fonds marins.

Celui-ci est simplement composé d'une hélice comme pour les bateaux à propulsions et peut faire atteindre aux plongeurs une vitesse maximale de $10\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.

Le scooter embarque une hélice animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Ox.

L'étude est faite dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}'$ lié à l'axe de l'hélice.

On considère un tube de courant possédant la symétrie de révolution autour de Ox et s'appuyant sur les pales de l'hélice. Ce tube de courant définit une surface fermée, constituée de la surface latérale du tube S_{lat} et des sections droites amont et aval S_1 et S_2. On suppose la pression à l'extérieur de ce tube de courant uniforme et égale à P_e.

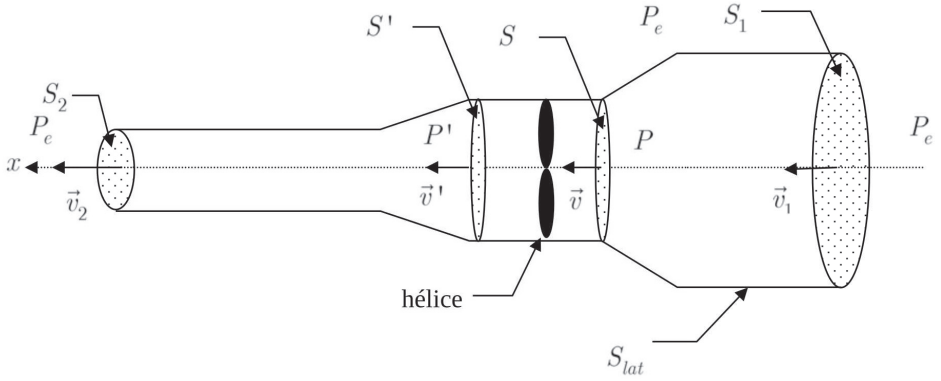


FIGURE B2 – Tube de courant

- Sur la surface S_1, la vitesse du fluide est uniforme et égale à $v_1\,\vec{e}_x$;
- sur la surface S_2, elle est égale à $v_2\,\vec{e}_x$.

Au voisinage de l'hélice, on considère deux sections S et S' d'aires sensiblement égales $S \simeq S'$:

- sur la surface S, la vitesse est $v\,\vec{e}_x$ et la pression P ;
- sur la surface S', la vitesse est $v'\,\vec{e}_x$ et la pression P'.

Au voisinage proche de l'hélice, entre S et S', l'écoulement est perturbé et il existe une discontinuité de la pression de part et d'autre de l'hélice.

L'eau de mer sera supposée comme étant un fluide parfait et incompressible, en écoulement stationnaire. On négligera l'influence de la pesanteur.

17) Donner les relations reliant S_1, v_1, S, v, S', v', S_2 et v_2. Que conclure sur v et v' ?

18) Exprimer la pression P en fonction de P_e, ρ, v_1 et v puis P' en fonction P_e, ρ, v_2 et v.

19) Par un bilan de quantité de mouvement dans le volume délimité par S_1, S_2 et S_{lat}, déterminer la résultante $\vec{F}$ des efforts exercés par l'hélice sur le fluide en fonction de ρ, S, v, $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$; commenter le sens de $\vec{F}$.

20) Evaluer $\vec{F}$ par ailleurs, en travaillant sur un bilan de quantité de mouvement dans le volume compris entre S et S'. Commenter le signe de F et justifier l'allure des lignes de courant représentées.

21) En déduire la relation suivante reliant les vitesses : $v = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$.

22) Evaluer la puissance $\mathcal{P}_f$ fournie par l'hélice au fluide et mesurée dans $\mathcal{R}'$:

22.a) à partir de $\vec{F}$;

22.b) en appliquant le principe de conservation de l'énergie à un système convenable.
On exprimera $\mathcal{P}_f$ en fonction de v_1, v_2 et du débit massique D_m circulant dans le tube de courant représenté.

Le plongeur est alors animé d'une vitesse uniforme $\vec{U} = -U\vec{e}_x$ prise par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ supposé galiléen. Dans ce référentiel, le fluide en amont de l'hélice est immobile et possède une vitesse $\vec{W} = W\vec{e}_x$ en aval de celle-ci.

23) A l'aide de la loi de composition des vitesses, exprimer les vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ dans le référentiel $\mathcal{R}'$ en fonction de $\vec{U}$ et/ou de $\vec{W}$.

24) Exprimer alors la force $\vec{F}$ en fonction de D_m, v et U. En déduire que la force de poussée $\vec{F}$ et la puissance $\mathcal{P}_f$ sont reliées par la relation suivante :

$$\mathcal{P}_f^2 - FU\mathcal{P}_f - \frac{F^3}{2S\rho} = 0. \qquad (1)$$

En réalité, le plongeur subit une force de frottement due à la viscosité de l'eau qui s'oppose au mouvement et appelée trainée. Son expression est donnée par $T_r = \frac{1}{2}C_x\rho S_{\text{eff}}U^2$, où S_{eff} est la surface efficace du plongeur (surface de celui-ci projetée dans le plan perpendiculaire au mouvement) et C_x le coefficient de trainée.

On supposera que les résultats précédents restent en première approximation valables.

25) Le plongeur avançant à une allure constante, quelle est la relation entre F et T_r ?
Résoudre l'équation (1) et montrer que la solution s'écrit :

$$\mathcal{P}_f = \frac{C_x\rho S_{\text{eff}}}{4}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{C_x S_{\text{eff}}}{S}}\right]U^3.$$

26) Application numérique : le propulseur utilisé présente les indications suivantes :



Pour un plongeur dans l'eau à la vitesse considérée, on a $C_x = 0{,}09$ et $S_{\text{eff}} = 0{,}12\,\text{m}^2$.
On rappelle que $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
Calculer $\mathcal{P}_f$. Commenter la valeur de la puissance obtenue.

Fin du problème B

Fin de l'énoncé

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TPC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Interféromètre de Michelson
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Signaux périodiques et filtrage linéaire
- Notation complexe, régime sinusoïdal forcé et fonctions de transfert
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Description des fluides : statique, cinématique et viscosité
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/tpc