Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2022, filière TPC

Physique

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Problème 1, partie I : généralités sur la diffusion thermique
- Problème 1, partie II : bilan thermique d'un igloo
- Problème 2, partie I : prospection électrique
- Problème 2, partie II : méthode tellurique

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/tpc/2022/physique

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUN INP

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TPC

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet est composé de deux problèmes indépendants.

PROBLÈME 1

Igloo

Les habitants des régions polaires savent qu'un abri constitué de neige (quinzee, hutte, abri sous arbre, trou à neige, igloo, etc.) offre un rempart efficace contre le froid. Nous allons nous intéresser ici au cas de l'igloo (**figure 1**).



Figure 1 - Igloo

Partie I - Généralités

On considère un matériau solide de section S, de longueur L, calorifugé latéralement et placé au contact parfait de deux sources de températures constantes T_1 et T_2 (**figure 2**). On note $T(x,t)$ la température d'une section d'abscisse x du matériau.

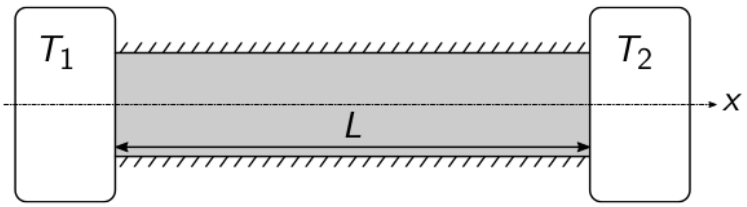


Figure 2 - Matériau au contact de deux sources

Le matériau est caractérisé par sa masse volumique ρ, sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ.

I.1 - Régime variable

Q1. Donner une interprétation physique à la loi de Fourier exprimant le vecteur densité volumique de courant thermique selon :

$$\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T).$$

Q2. Montrer, à l'aide d'un bilan thermique infinitésimal unidimensionnel, que la température satisfait à l'équation différentielle :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Q3. Déterminer l'unité de la grandeur $\tau = \dfrac{\rho c L^2}{\lambda}$ et préciser sa signification concrète.

Q4. Le phénomène de diffusion thermique peut-il être un processus réversible ? Justifier.

I.2 - Régime stationnaire

On se place en régime stationnaire. On note $\Phi_{12} = \iint_S \vec{j}_{th}.\overrightarrow{dS}$ le flux thermique traversant la section S du solide, de la zone de température T_1 vers celle de température T_2. On appelle résistance thermique conductive R_{th} la grandeur satisfaisant la loi d'Ohm thermique :

$$T_1 - T_2 = R_{th}\Phi_{12}\,.$$

Q5. Donner l'équation différentielle satisfaite par la température en régime stationnaire et en déduire l'expression de $T(x)$ en fonction de x, T_1, T_2 et de L.

Q6. Déterminer l'expression littérale de Φ_{12}. Que constate-t-on ?

Q7. Montrer que la résistance thermique conductive du matériau vaut $R_{th} = \dfrac{L}{\lambda S}$.

On souhaite faire une analogie entre les grandeurs électrocinétique et thermique en régime stationnaire. On note V le potentiel électrique et R la résistance électrique.

Q8. Reproduire le tableau suivant et le compléter en définissant, si nécessaire, les grandeurs non mentionnées par l'énoncé.

Électrocinétique	Thermique
$V_1 - V_2$	
R	
	Φ_{12}
	λ

Lorsqu'un solide de température de surface T_s et un fluide, dont la température loin du solide est notée T_f, sont en contact par le biais d'une surface d'aire S', on observe un transfert thermique entre le solide et le fluide. Le flux thermique résultant suit la loi de Newton du transfert conducto-convectif $\Phi_{sf} = h(T_s - T_f)S'$, où h est appelé coefficient de transfert conducto-convectif.

Q9. Montrer que la résistance conducto-convective associée à la loi de Newton s'écrit :

$$R_{cc} = \frac{1}{hS'}\,.$$

Partie II - Bilan thermique d'un igloo

On modélise un igloo par un hémisphère (une demi-sphère) creux de rayon intérieur $r_i = 1{,}5\,\text{m}$, fabriqué à partir de blocs de neige de conductivité thermique λ et d'épaisseur supposée constante et égale à $L = 30\,\text{cm}$ (**figure 3**).

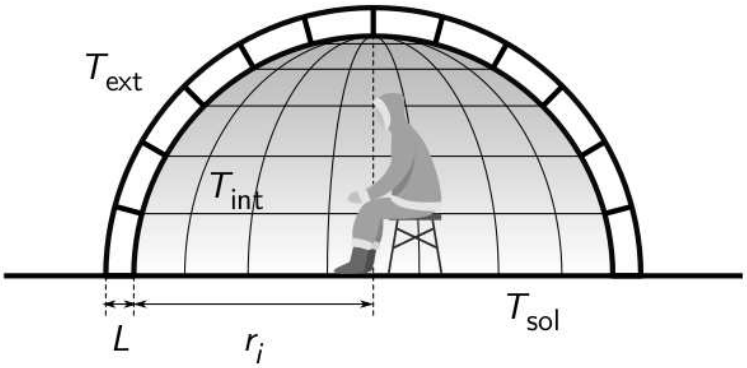


Figure 3 - Vue de l'igloo en coupe

II.1 - Résistance conductive de l'igloo

Une étude expérimentale (**figure 4**) a permis de mesurer la conductivité thermique λ de la neige en fonction de sa masse volumique ρ.

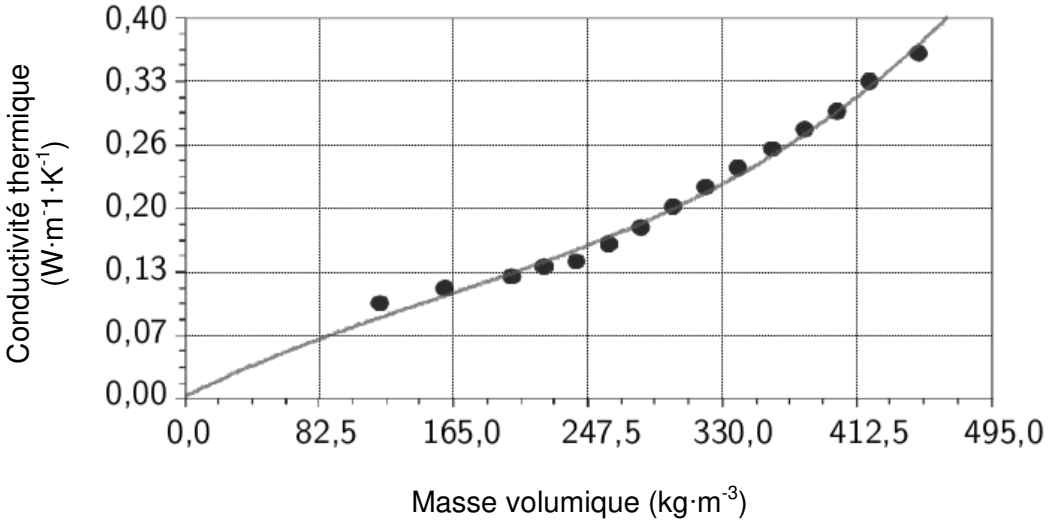


Figure 4 - Conductivité thermique de la neige en fonction de la masse volumique

On note R_{th} la résistance thermique conductive de l'igloo dont l'expression, admise, en géométrie sphérique est :

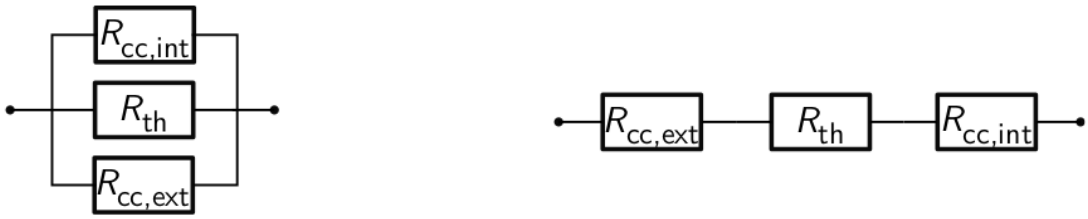
$$R_{th} = \frac{L}{2\pi\lambda r_i (r_i + L)}.$$

Q10. À partir de la **figure 4**, préciser si le fait de bien tasser les blocs de neige améliore ou non l'isolation de l'igloo.

Q11. Pour une neige de masse volumique $\rho = 20 \cdot 10^1\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, estimer la valeur de la conductivité thermique correspondante et calculer la résistance thermique R_{th}.

II.2 - Prise en compte de la conducto-convection

La circulation de l'air provoque de la conducto-convection que l'on prend en compte par le biais de résistances conducto-convectives intérieure $R_{cc,int} = \frac{1}{h_i S_i}$ et extérieure $R_{cc,ext} = \frac{1}{h_e S_e}$. Dans ces expressions, h_i et h_e sont les coefficients de transfert conducto-convectifs intérieur et extérieur tandis que S_i et S_e correspondent aux surfaces intérieure et extérieure de l'igloo.
On envisage deux modèles d'association des résistances thermiques précédentes, en parallèle ou en série (**figure 5**).



Modèle en parallèle Modèle en série

Figure 5 - Circuits équivalents

Q12. Préciser, en justifiant votre choix, quel modèle convient.

Q13. Déterminer, pour le modèle choisi, l'expression littérale de la résistance thermique équivalente R_{igloo} en fonction de λ, h_e, h_i, L et de r_i.

Q14. Cette modélisation ne tient pas compte d'un autre mode de transfert thermique. De quel mode s'agit-il ? Si l'on souhaitait en tenir compte, la résistance thermique associée devrait-elle être placée en série ou en parallèle de celles de conducto-convection ?

II.3 - Température intérieure de l'igloo

Pour étudier le comportement thermique de l'igloo, on propose un modèle électrique analogue représenté sur la **figure 6**. Ce modèle tient compte du sol sur lequel repose l'igloo et de la puissance thermique dégagée par ses occupants. On note T_{sol} la température du sol, R_{sol} sa résistance thermique et P la puissance thermique dégagée par les occupants de l'igloo qui, du point de vue électrique, est analogue à un générateur de courant. La représentation électrique de l'ensemble est donnée sur la **figure 6**.

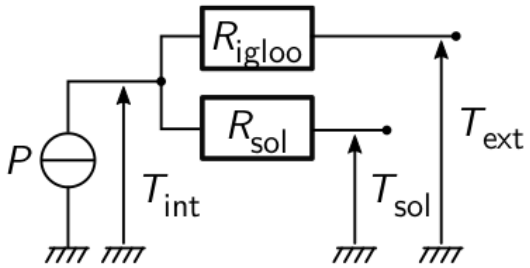


Figure 6 - Modèle électrique complet de l'igloo

Q15. Montrer que la température intérieure de l'igloo vaut :

$$T_{int} = \frac{P R_{igloo} R_{sol} + T_{ext} R_{sol} + T_{sol} R_{igloo}}{R_{igloo} + R_{sol}}.$$

Les personnes se trouvant à l'intérieur de l'igloo dégagent une puissance thermique $P = 30 \cdot 10^1$ W.
La température extérieure vaut $T_{ext} = -40\,°C$, celle du sol vaut $T_{sol} = -20\,°C$ et les résistances thermiques valent $R_{igloo} = 0{,}15\,K \cdot W^{-1}$ et $R_{sol} = 1{,}3\,K \cdot W^{-1}$.

Q16. Calculer la température intérieure T_{int} de l'igloo.

Q17. On peut lire sur la page Wikipedia consacrée aux igloos que « *Dans certains igloos, notamment ceux près du détroit de Davis, l'intérieur est quadrillé de peaux de bêtes : cela permet d'augmenter la température de presque 20 °C.* »
Sachant que, lorsque les parois intérieures de l'igloo sont recouvertes de peaux, la résistance thermique de l'igloo augmente de moitié, estimer la nouvelle température intérieure et conclure.

II.4 - Influence des conditions météorologiques sur la température dans l'igloo

On s'intéresse à l'effet du vent sur la température intérieure de l'igloo. Une étude expérimentale a permis d'établir l'influence du nombre de Reynolds sur la valeur du coefficient de conducto-convection pour un écoulement d'air autour d'une sphère (**figure 7**).

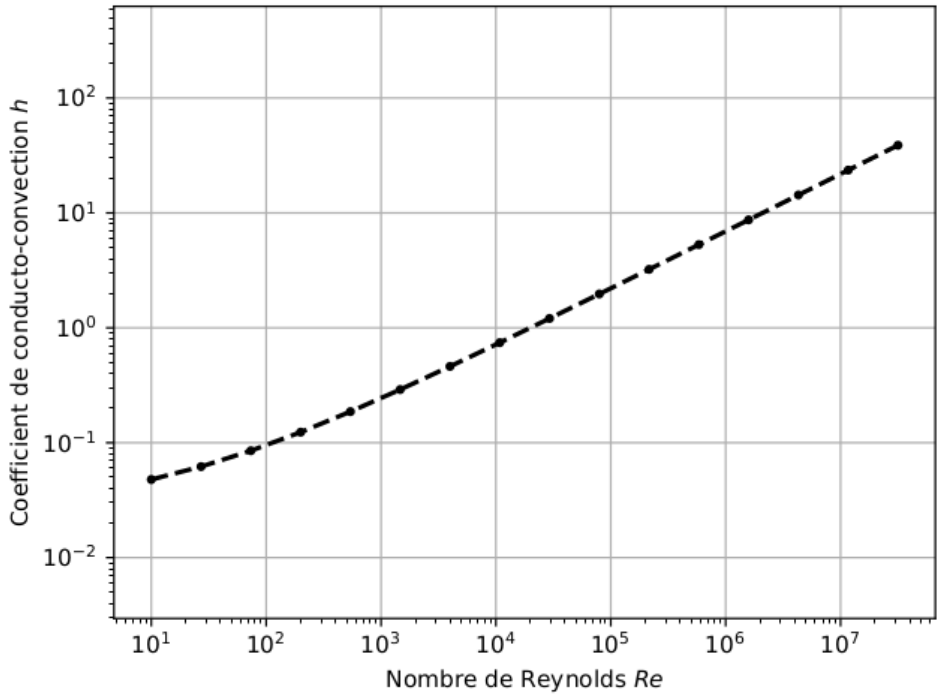


Figure 7 - Coefficient de conducto-convection h en fonction du nombre de Reynolds Re, d'un écoulement d'air autour d'une sphère

On note $\eta = 19 \cdot 10^{-6}$ Pl le coefficient de viscosité dynamique de l'air et $\mu = 1{,}3\,kg \cdot m^{-3}$ sa masse volumique.

Q18. Sachant que la vitesse moyenne du vent polaire est de $70\,km \cdot h^{-1}$ et que les rafales de vent peuvent atteindre les $20 \cdot 10^1\,km \cdot h^{-1}$, justifier, par un calcul en ordre de grandeur, que ces rafales n'ont pas d'effet sur la température intérieure de l'igloo.

II.5 - Aération de l'igloo

On assimile l'air à un fluide parfait en écoulement stationnaire, homogène et incompressible. On note v la vitesse de l'air dans l'écoulement, p sa pression et μ sa masse volumique. Une simulation a permis d'obtenir le tracé des lignes de champ des vitesses de l'écoulement de l'air autour de l'igloo (**figure 8**).

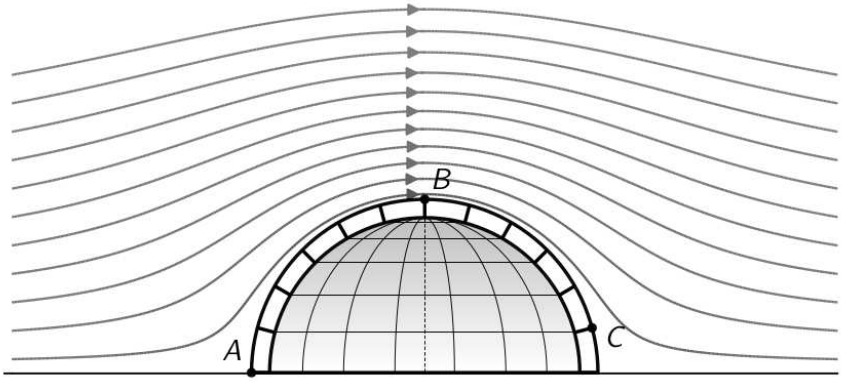


Figure 8 - Lignes de champ des vitesses autour d'un igloo hémisphérique

Q19. Que peut-on dire de la vitesse de l'air au point A ?

Q20. Quelle propriété de l'écoulement permet d'affirmer qu'il y a conservation du flux des vitesses à travers toute section d'un tube de champ de l'écoulement ?

Q21. En déduire qualitativement, à l'aide de la **figure 8**, le classement relatif des vitesses v_A, v_B et v_C de l'écoulement de l'air aux points A, B et C.

Q22. Le long d'une ligne de courant, on admet que la quantité $p+\frac{1}{2}\mu v^2$ est constante. Justifier que $p_B < p_C$.

Pour améliorer le confort thermique, il est fréquent d'abaisser l'entrée de l'igloo en y creusant une " fosse à froid " (que l'on peut deviner sur la **figure 1**) et de surélever la zone de couchage (**figure 9**).

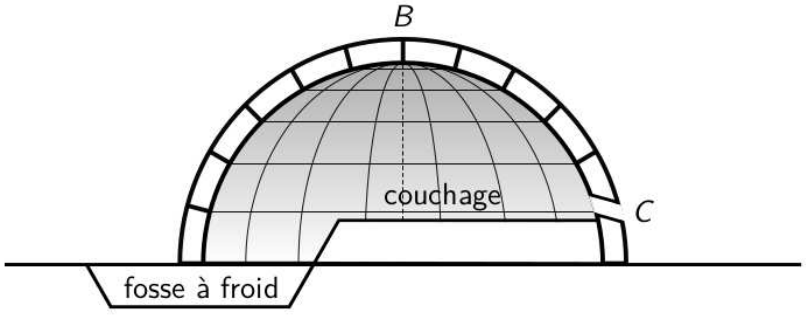


Figure 9 - Fosse à froid et zone de couchage

Q23. En assimilant l'air à un gaz parfait, exprimer sa masse volumique μ en fonction de la température T, de la masse molaire M, de la pression p et de la constante des gaz parfaits R. Conclure quant à la pertinence de ces dénivellations.

Q24. L'aération de l'igloo se fait à l'aide d'une ouverture pratiquée dans la partie basse de l'igloo au point C, plutôt qu'en haut au point B (**figure 9**). Expliquer pourquoi.

PROBLÈME 2

Prospection électromagnétique en Antarctique

L'Antarctique, continent situé autour du pôle Sud, est recouvert à 98 % d'une couche de glace pouvant atteindre 4 000 mètres d'épaisseur. C'est pourquoi la morphologie de son sous-sol reste encore peu connue, voire inconnue.
La prospection électromagnétique est dès lors un outil très utile pour l'étude des sols et est actuellement largement utilisée pour étudier l'Antarctique.

Partie I - La prospection électrique

Document 1 - Principe de la prospection électrique

La prospection électrique repose essentiellement sur l'interprétation de la résistivité électrique ρ d'un terrain.
Sachant que l'on ne peut pas procéder à cette mesure en laboratoire sur un échantillon prélevé sur le terrain et sorti de son environnement, il est nécessaire de la réaliser in situ (**figure 10**).
On dispose en A une électrode parcourue par un courant I stationnaire qui se répartit uniformément dans le sol. Une contre-électrode placée en B permet de recueillir ce courant.
C'est par la mesure d'une différence de potentiel d'une part et d'une intensité d'autre part que l'on accède à la valeur de cette résistivité.

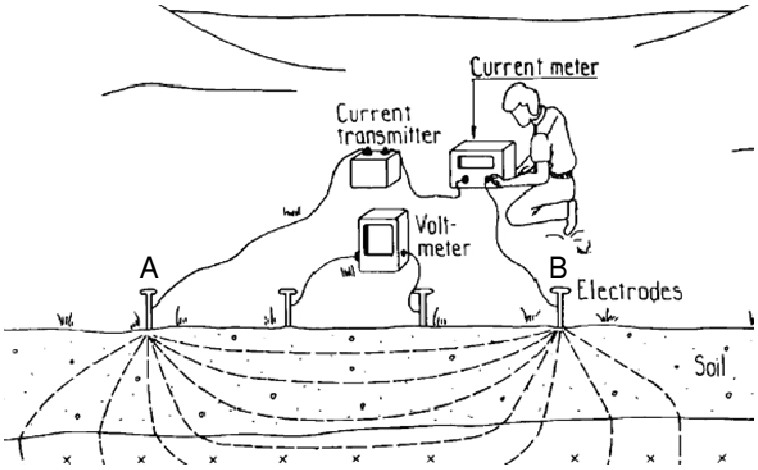


Figure 10 - Principe de la prospection électrique

Dubois Diament Cogné (2011), *Géophysique*, DUNOD

On assimile le sol à un milieu conducteur de conductivité γ , de résistivité $\rho = \frac{1}{\gamma}$.
On modélise l'electrode en A du **document 1** par le schéma de la **figure 11**.
Dans le sol, on suppose que le vecteur densité volumique de courant en un point M placé à une distance r de A est de la forme $\vec{j}(\mathrm{M}) = j(r)\overrightarrow{u_r}$ en coordonnées sphériques (**figure 11**).

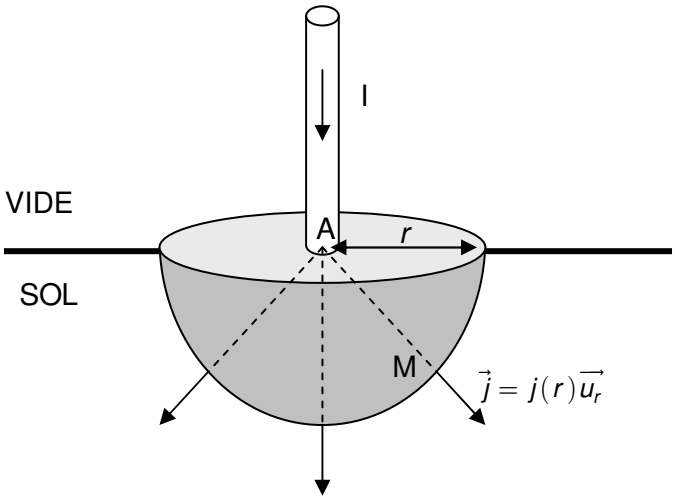


Figure 11 - Électrode au point A

Q25. Rappeler l'équation locale de conservation de la charge reliant $\vec{j}(\mathrm{M})$ à la densité volumique de charges $\mu(M)$. Simplifier cette équation en régime stationnaire. Comment peut-on alors qualifier le champ $\vec{j}(\mathrm{M})$?

Q26. Montrer alors que $j(r) = \dfrac{\mathrm{I}}{2\pi r^2}$.

Q27. À l'aide de la loi d'Ohm locale que l'on rappellera, établir l'expression du champ électrique $\vec{E}(\mathrm{M})$.

Q28. En déduire que le potentiel au point M, dû à la présence de l'électrode en A, est donné par $V_{\mathrm{A}}(\mathrm{M}) = \dfrac{\rho\,\mathrm{I}}{2\pi r}$, en choisissant le potentiel à l'infini nul.

La contre-électrode placée dans le sol en B permet de recueillir le courant injecté en A et de fermer le circuit électrique (**figure 12**).

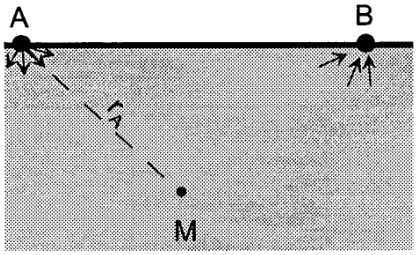


Figure 12 - Deux électrodes placées en A et B

Q29. Par analogie, établir l'expression du potentiel $V_{\mathrm{B}}(\mathrm{M})$ créé en M par l'électrode placée au point B. En déduire que le potentiel résultant au point M s'écrit : $V(\mathrm{M}) = \dfrac{\rho\,\mathrm{I}}{2\pi}\left[\dfrac{1}{r_{\mathrm{A}}} - \dfrac{1}{r_{\mathrm{B}}}\right]$, avec r_{A} et r_{B} les distances respectivement AM et BM.

Lors d'une expérience sur le terrain, on injecte du courant dans le sol grâce à une batterie ou à un groupe électrogène relié aux deux électrodes A et B plantées dans le sol. On lit l'intensité du courant injecté sur un ampèremètre. On mesure des différences de potentiel sur le sol entre deux points M et N grâce à un voltmètre et deux autres électrodes plantées dans le sol (**figure 13**).

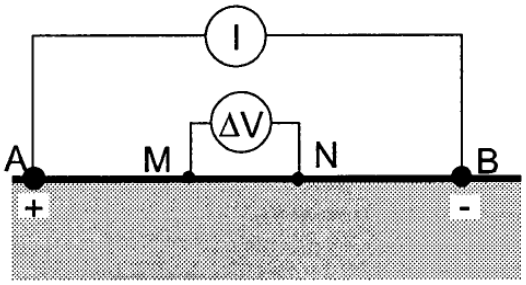


Figure 13 - Montage à quatre électrodes

On pose $\Delta\mathrm{V} = V(\mathrm{M}) - V(\mathrm{N})$ la différence de potentiel entre les points M et N.

Q30. Montrer que la résistivité du sol s'écrit alors :

$$\rho = \frac{2\pi}{f}\frac{\Delta V}{I},$$

où f correspond au facteur géométrique du montage à exprimer en fonction des distances AM, BM, AN et BN.

Q31. Montrer que le plan contenant la médiatrice du segment AB est une surface équipotentielle de potentiel nul.

La **figure 14** représente quelques courbes équipotentielles d'un sol homogène pour un courant injecté à l'électrode $I = 100$ mA. Les équipotentielles à - 0,02 V et à + 0,02 V sont repérées sur la figure.

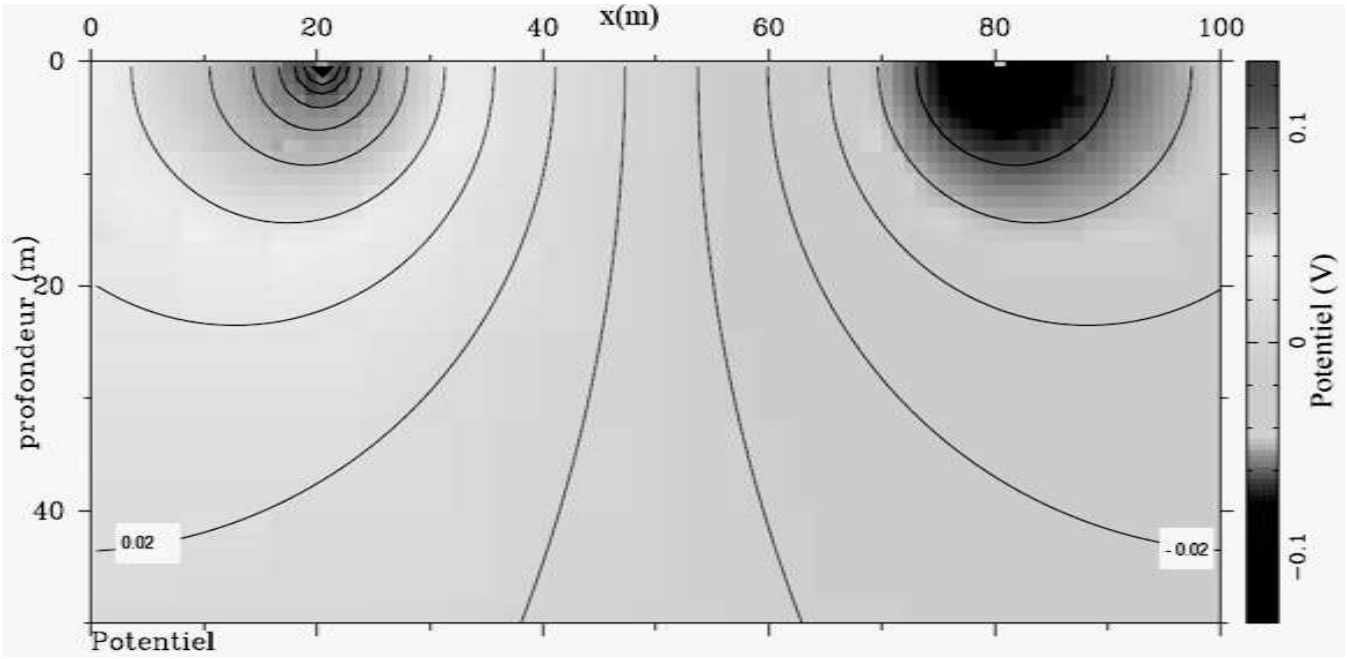


Figure 14 - Carte des équipotentielles, courant 100 mA, résistivité homogène

Q32. D'après cette carte, estimer la valeur de la résistivité de ce sol. Conclure sur la nature du milieu grâce aux données du tableau suivant.

Eaux ou roches	Résistivité (enΩ·m)
Eau de mer	0,2
Eau de nappes	10 - 30
Eau de sources	1 000 - 10 000
Sables et graviers secs	50 - 500
Sables et graviers imbibés d'eau douce	2 - 20
Sables et graviers imbibés d'eau salée	300 - 10 000
Argiles	50 - 300
Marnes	300 -10 000
Calcaires	20 - 100
Grès argileux	300 - 10 000
Grès, quartzites	0,5 - 5
Cinérites, tufs volcaniques	100 - 300

Dans le cas d'un sol inhomogène, on qualifie la résistivité de résistivité apparente ρ_a. La connaissance du facteur géométrique d'une part et la mesure de ΔV et I d'autre part permettent alors de tracer des cartes de résistivités apparentes exploitables en géologie.

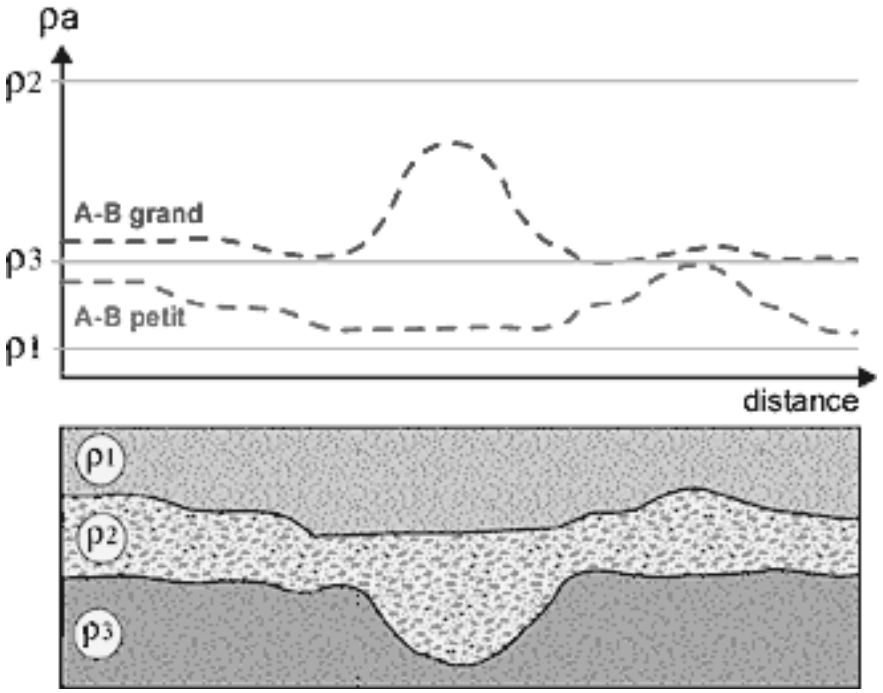


Figure 15 - Résistivité apparente pour un segment A-B petit et grand

Q33. D'après la **figure 15**, un géologue souhaitant sonder le sol en forte profondeur doit-il utiliser une grande distance A-B entre les électrodes ou une faible distance ? Peut-il conserver cette distance pour sonder le sol en surface seulement ?

Partie II - Méthode tellurique

Le **courant tellurique** est un courant électrique qui circule dans la croûte terrestre. Ce courant possède plusieurs origines :

- la variation du champ magnétique terrestre ;
- le déplacement de fluides conducteurs dans le champ magnétique (magnétohydrodynamique) ;
- les phénomènes d'ionisation dans la haute atmosphère dus au rayonnement solaire.

Ces courants permanents (fort gênants d'ailleurs dans les opérations de sondages électriques) sont alternatifs, leur période est comprise entre 10 et 30 s et leur direction varie dans le temps. La densité moyenne de ces courants est de l'ordre de $2\ A \cdot km^{-2}$.

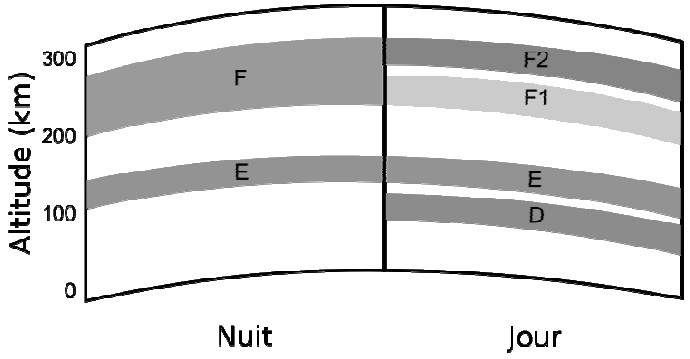
Le principe de la méthode tellurique, qui est passive, consiste à mesurer simultanément le champ magnétique à une station fixe et à une station mobile sur la zone à prospecter. Ces deux mesures permettront de construire des cartes de conductivité du sol.

On ne s'interessera qu'aux courants telluriques générés à la suite de phénomènes d'ionisation de la haute atmosphère.

II.1- Etude du plasma ionosphérique

Document 2 - Caractéristiques de l'ionosphère

Le rayonnement ultraviolet solaire et les vents solaires réagissent sur une partie des molécules atmosphériques en les amputant d'un électron. Un plasma est ainsi créé contenant des nombres égaux d'électrons et d'ions positifs et joue alors le rôle de filtre passe-haut. On distingue généralement trois couches aux propriétés propres vis-à-vis de la propagation des ondes :



- couche D : altitude de 60 à 90 km, pression 2 Pa, densité électronique 10^4 cm^{-3}. Elle est constituée d'ions polyatomiques. Absorbante pour les ondes de fréquence inférieure à quelques MHz, elle apparaît avec le lever du Soleil et disparaît immédiatement après le coucher de celui-ci.
- Couche E : altitude de 90 à 120 km, pression 0,01 Pa, densité électronique 10^5 cm^{-3}. Elle est constituée d'oxygène et monoxyde d'azote moléculaires ionisés et d'ions météoritiques. Diurne et présente tout au long du cycle solaire. Elle réfléchit les ondes de quelques MHz jusqu'à une fréquence limite qui dépend de l'angle d'incidence de l'onde sur la couche et de la densité de celle-ci.
- Couche F : altitude de 120 à 800 km, pression 10^{-4} Pa, densité électronique 10^6 cm^{-3}. Elle est constituée d'atomes d'oxygène, d'azote et d'hydrogène. Très dépendante de l'activité solaire, elle présente un niveau d'ionisation très important pendant les maximas du cycle solaire. Son altitude fluctue en fonction du rayonnement solaire ; la couche F se décompose pendant la journée en deux sous-couches F1 et F2. Ces deux sous-couches se recombinent la nuit plusieurs heures après le coucher du Soleil, mais il arrive qu'elles persistent toute la nuit lors des maximas d'activité solaire.

Source : www.wikipedia.fr

On répondra aux questions suivantes en s'appuyant sur le **document 2**.

Q34. Justifier l'évolution croissante de la densité électronique avec l'altitude.

Q35. Expliquer pourquoi certaines couches disparaîssent la nuit.

Q36. Comment expliquer que la couche D disparaît immédiatement après le coucher du soleil contrairement aux autres couches ?

Q37. La couche F2, en contact avec l'espace, possède en journée une densité électronique plus petite que celle de la couche F1. Proposer une explication.

II.2 - Propagation de l'onde électromagnétique dans le plasma ionosphérique

Les impacts des particules du vent solaire avec l'ionosphère génèrent ainsi une onde électromagnétique se propageant vers le sol terrestre.
L'équation du mouvement d'un électron libre de l'ionosphère, de masse m et de vitesse $\vec{v}$, soumis à une onde électromagnétique $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$, s'écrit :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - e\vec{v}\wedge\vec{B} - \lambda\vec{v},$$

avec e la charge élémentaire et λ un coefficient.
On supposera l'électron non relativiste.

Q38. Quelle est l'unité de λ ?

Q39. À quoi correspondent les différents termes de cette équation ? Quel terme peut-on négliger si le plasma ionosphérique est supposé peu dense ? Justifier que l'on puisse négliger le terme en $-e\vec{v}\wedge\vec{B}$ devant celui en $-e\vec{E}$.

Une onde plane progressive harmonique, OPPH, se propage dans le plasma contenant n électrons par unité de volume et autant d'ions de masse M_i chacun.

$\vec{E}$ s'écrit en complexe $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E_0}}e^{i\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)}$, avec i l'imaginaire pur tel que $i^2 = -1$, $\vec{E}_0$ son amplitude, ω sa pulsation, $\vec{k}$ son vecteur d'onde et $\vec{r}$ le vecteur position de l'électron pris depuis une origine arbitraire.

Q40. Déterminer, dans le cadre des approximations de la **Q39**, la vitesse complexe $\underline{\vec{v}}$ d'un électron en fonction de e, m, ω et de $\underline{\vec{E}}$.

Q41. En déduire la vitesse complexe $\underline{\vec{V_i}}$ d'un ion.

Q42. Évaluer la quantité $\dfrac{\left\|\vec{V_i}\right\|}{\left\|\vec{v}\right\|}$ sachant que l'atmosphère est constituée de 80 % de diazote N_2 et de 20 % de dioxygène O_2 et que la masse d'un proton est environ deux mille fois plus grande que celle d'un électron.
On rappelle les valeurs des masses molaires : $M(\mathrm{O}) = 16\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; $M(\mathrm{N}) = 14\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Q43. Montrer alors qu'en régime permanent le vecteur densité volumique de courant $\underline{\vec{j}}$ complexe s'écrit :

$$\underline{\vec{j}} = \underline{\sigma}\,\underline{\vec{E}}$$

où l'on donnera l'expression de $\underline{\sigma}$ en fonction de n, e, m et de ω.

Q44. Proposer un nom au complexe $\underline{\sigma}$ par analogie avec une loi locale que l'on citera.

Q45. La puissance volumique moyenne cédée par le champ aux charges s'écrit $\langle p_v \rangle = \dfrac{1}{2}\Re_e\left(\underline{\vec{j}}.\underline{\vec{E}}^*\right)$, avec $\underline{\vec{E}}^*$ le complexe conjugué associé à $\underline{\vec{E}}$. Calculer p_v et commenter le résultat obtenu.

Q46. Écrire les quatre équations de Maxwell dans le plasma ionosphérique.

Q47. On donne $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{E}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\,\vec{E}\right) - \Delta\vec{E}$. Établir l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ dans le plasma ionosphérique.

Q48. En déduire que pour une OPPH, le module d'onde k est donné par :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}$$

où l'on donnera l'expression de ω_P en fonction de n, e, m et de ε_0 la permittivité du vide. Donner un nom à cette relation ainsi qu'à la pulsation ω_P.

Q49. Expliquer pourquoi le plasma ionosphérique est qualifié de filtre passe-haut (**document 2**). Dans quel cas parle-t-on d'onde évanescente ?

Q50. Dans le cas d'une propagation dans le plasma, exprimer la vitesse de phase de l'onde. Comparer à la vitesse de la lumière c et commenter.

Q51. Les courants telluriques ont une période comprise entre 10 et 30 s. Déterminer quelle doit être la densité électronique maximale n_{max} d'un plasma laissant passer l'onde responsable de l'apparition de ces courants (on supposera qu'il n'y a aucun enrichissement spectral dans le sol).

Données : $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $m = 0{,}91\cdot10^{-30}$ kg, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}0\cdot10^{9}$ m.F^{-1}.

Comparer n_{max} aux densités électroniques des couches D, E et F, puis conclure.

II.3 - Courant tellurique

L'onde électromagnétique générée dans la haute atmosphèrearrive en incidence normale sur le sol conducteur.

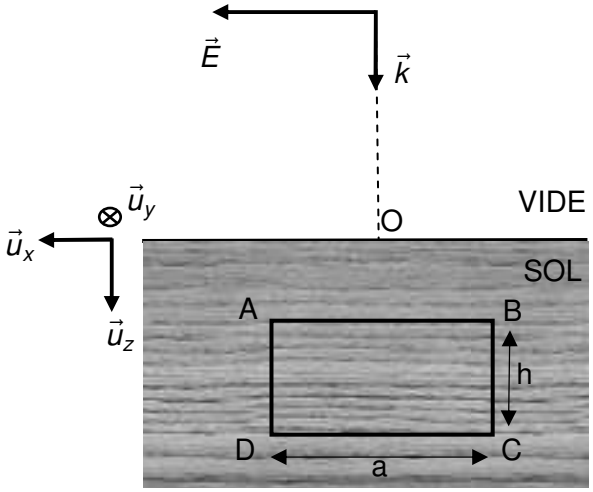


Figure 16 - Onde électromagnétique en incidence normale sur le sol

À une profondeur z, on modélise une partie du sol conducteur par une spire rectangulaire ABCD de longueur a et de hauteur h suffisamment faible pour négliger les variations spatiales du champ magnétique $\vec{B}$. Ce dernier s'écrit alors sur toute la surface de la spire $\vec{B} = \vec{B}_0\cos(\omega t)$. On négligera l'action du champ électrique de l'onde sur le conducteur.

Q52. D'après la **figure 16**, quelle est la direction prise par le champ $\vec{B}$ dans le vide ? On supposera que cette direction ne change pas dans le sol.

Q53. Préciser l'expression "h suffisamment faible ".

Q54. Décrire à l'aide de la loi de Lenz, que l'on rappellera, les conséquences du phénomène d'induction se produisant dans la spire.

On suppose que la spire ABCD est assimilable à un circuit électrique de résistance R.

Q55. Représenter le schéma électrique équivalent de la spire ABCD en y précisant le sens conventionnel choisi.

Q56. Déterminer l'expression de la force électromotrice générée dans la spire ABCD en tenant compte d'un phénomène d'auto-induction d'inductance L.

Q57. Montrer alors que l'intensité i circulant dans la spire satisfait à l'équation différentielle

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{B_0 a h \omega}{L} \sin \omega t$$

où l'on exprimera τ en fonction de R et de L.

Q58. Déterminer l'expression de l'amplitude I_m de i en régime sinusoïdal forcé.

On modélise la spire comme un conducteur de section carrée de côté d.

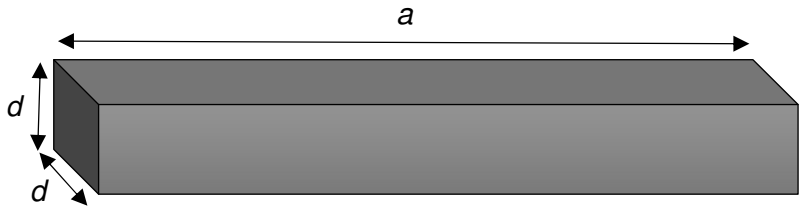


Figure 17 - Modélisation volumique d'une portion de spire

On donne les dimensions de la spire : $a = 1{,}0\,\text{km}$, $h = 10\,\text{m}$ et $d = 1{,}0\,\text{cm}$.

Pour les applications numériques, on prendra $B_0 = 10\,\mu\text{T}$, $L = 1{,}0\,\text{mH}$, $\omega = 0{,}63\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\gamma = 20\,\text{mS}\cdot\text{m}^{-1}$ la conductivité du sol.

Q59. Montrer d'après ces valeurs que l'expression de I_m se simplifie en :

$$I_m \simeq \frac{B_0 h \omega d^2}{2} \gamma .$$

Q60. Calculer alors l'amplitude J_m de la densité volumique de courant supposée uniforme sur toute section de la spire. Commenter la valeur obtenue en comparaison aux $2\,\text{A}\cdot\text{km}^{-2}$ décrit dans l'énoncé.

Q61. Comment la mesure d'un champ magnétique en surface au-dessus de la zone à prospecter permet-elle de construire des cartes de conductance des sols ?

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 22 1188 – D'après documents fournis

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TPC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Circuits électriques dans l'ARQS
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/tpc