Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2019, filière TSI

Modélisation

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : inertie du plateau
- Partie II : accélération de la platine
- Partie III : commande du moteur

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/tsi/2019/modelisation

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS COMMUN INP

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TSI

MODÉLISATION

Jeudi 2 mai : 8 h - 11 h

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont interdites

Le sujet est composé de trois parties, toutes indépendantes.

Le sujet est composé de 14 pages et d'un document réponse à rendre avec votre copie.

Sujet : page 1 à page 14
Document réponse : DR1 à DR3

A

Étude d'une platine vinyle

Présentation générale

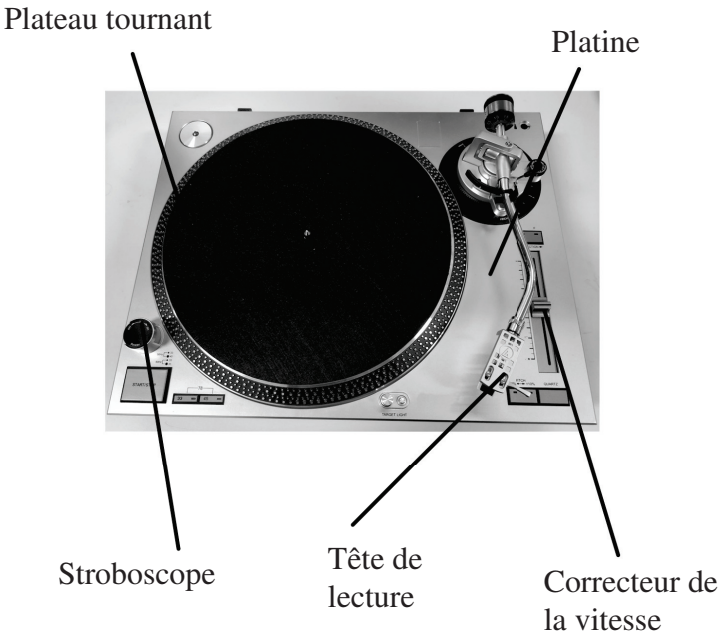


Figure 1 – Platine vinyle

Une platine vinyle est un appareil électronique permettant la lecture d'enregistrements sonores effectués sur des disques microsillons. Le fonctionnement est analogique. Un plateau tournant, sur lequel le disque à lire est posé, est entraîné en rotation par un moteur électrique.
La rotation du disque sur la platine permet à un diamant installé sur la tête de lecture de parcourir le sillon gravé sur le disque. Les reliefs présents dans le sillon du disque génèrent des mouvements de la pointe de lecture. Ceux-ci sont transformés en un signal électrique, qui, *via* un amplificateur, peut être envoyé vers des enceintes audio.

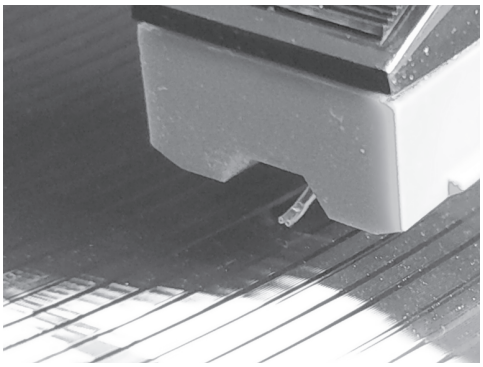


Figure 2 – Tête de lecture et microsillon

Le disque vinyle, successeur du phonographe, apparaît au milieu du XX^{e} siècle pour connaître son apogée dans les années 1970. À partir du milieu des années 1980, la production des vinyles commence à décroître avec l'apparition du Compact Disc (CD), qui permet de stocker des données sous forme numérique.
Il est resté très utilisé dans les milieux des Disc Jockey (DJ). En effet, grâce au disque vinyle, le DJ peut scratcher, c'est-à-dire poser ses doigts sur le vinyle et en modifier la vitesse et le sens de lecture, afin de déformer et de rythmer les sons existants. De même, certains mélomanes préfèrent le son du disque vinyle, qui est ressenti comme plus naturel, plus « chaud » car, contrairement à celui du CD, celui-ci n'est jamais converti au format numérique. Enfin, il connaît depuis quelques années un nouvel essor. Les maisons de disques rééditent une partie de leur catalogue en format vinyle et de nouveaux groupes utilisent aussi ce support.

Il existe plusieurs formats de disque microsillon. Un des plus répandus est le 33 tours, permettant d'enregistrer un album complet. Le nom des formats de disques vinyle vient de la vitesse de rotation utilisée pour graver/lire l'enregistrement présent sur le disque.
Il faudra donc que le plateau de la platine soit entraîné à la vitesse de 33 tours par minute. Si cette exigence n'est pas respectée, le son en sortie des enceintes ne sera pas correct. Il sera plus aigu si le plateau tourne plus vite ou plus grave s'il tourne moins vite.



Figure 3 – 33 tours

Objectifs de l'étude

L'objectif des deux premières parties de ce sujet est de piloter le moteur d'une platine vinyle afin de respecter pour le cahier des charges :
- un temps de réponse à 5 % de la platine $t_{5\%}$ inférieur à 8 s ;
- une variation de ± 2 % de la vitesse de rotation du plateau autour de la valeur de 33 tours·min^{-1} (après la phase de démarrage).

Pour cela, nous allons dans la **partie I** modéliser l'inertie du plateau à entraîner en rotation (nous allons négliger l'inertie de l'arbre moteur ainsi que celle du disque vinyle).
Puis, dans la **partie II**, nous allons déterminer le couple à appliquer à ce plateau afin de le mettre en rotation et le maintenir, tout au long de la lecture, à une vitesse qui respecte le cahier des charges.

Enfin, dans la **partie III**, l'objectif est d'étudier les impacts de la commande en pleine onde par des interrupteurs. Nous tenterons de minimiser l'impact de cette méthode de pilotage sur la lecture des disques vinyles.

Partie I - Inertie du plateau

L'objectif de cette partie est de déterminer l'inertie du plateau tournant (les inerties des autres pièces seront négligées vis-à-vis de celle du plateau). Ce plateau est en aluminium. La masse volumique de l'aluminium est $\rho = 2\,700$ kg·m^{-3}.
La **figure 4** représente un modèle simplifié de la géométrie du plateau. C'est à partir de ce modèle que sera calculée son inertie. Le plateau possède une symétrie de révolution et, afin de visualiser toute sa géométrie, un quart de celui-ci a été retiré sur la figure.

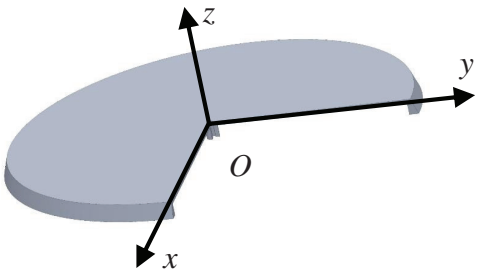


Figure 4 – Modèle du plateau

I.1 - Simplification de l'étude

La forme générale de la matrice d'inertie du plateau au point O, relativement à la base liée au plateau $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, s'obtient en disposant en colonnes les transformées des vecteurs de la base par l'opérateur d'inertie. En intégrant ses composantes sur tout le solide, en prenant $dm = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ et en effectuant les simplifications liées aux symétries du plateau, on obtient :

$$I(O, plateau) = \begin{pmatrix} \int_V (y^2 + z^2) \cdot dm & 0 & 0 \\ 0 & \int_V (x^2 + z^2) \cdot dm & 0 \\ 0 & 0 & \int_V (x^2 + y^2) \cdot dm \end{pmatrix}. \quad (1)$$

La géométrie du plateau fait qu'il est plus aisé de calculer l'intégrale sur le volume en utilisant des coordonnées cylindriques.

En utilisant la **figure 5**, on peut montrer que le système des coordonnées cylindriques est :

$$\begin{cases} x &= r \cdot cos(\theta) \\ y &= r \cdot sin(\theta) \\ z &= z \end{cases} \quad (2)$$

Le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est orthonormé direct.

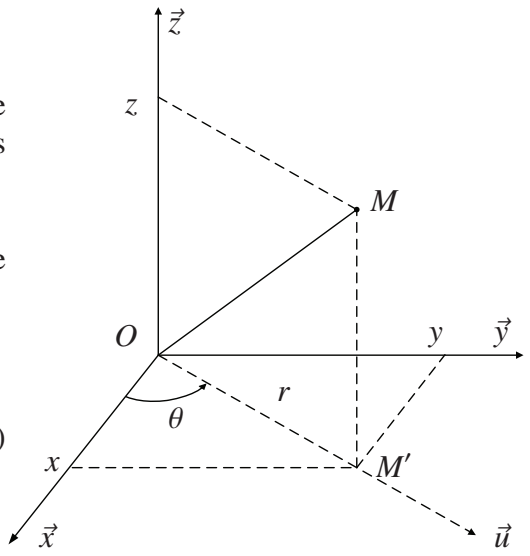


Figure 5 – Figure de changement de coordonnées

Q1. Justifier le fait que la matrice (1) soit diagonale.

I.2 - Décomposition du volume du plateau

Afin de simplifier les calculs, l'étude de l'inertie du plateau se fera en le décomposant en trois volumes élémentaires, présentés sur le **tableau 1** (page 5). Les figures de ce tableau, qui ne sont pas à la même échelle, présentent le volume et la section cotée de chacun de ces volumes par rapport à son axe de révolution $(O, \vec{z})$.

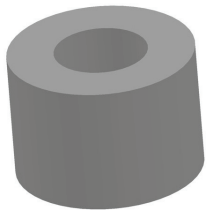
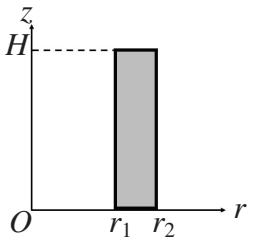
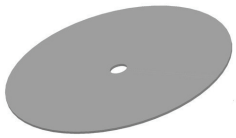
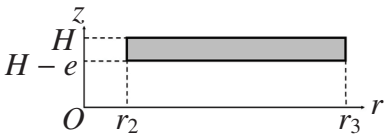
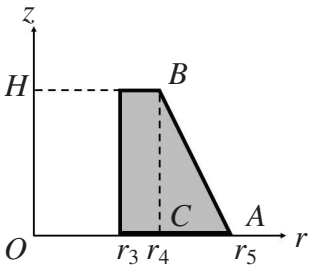
Nom	Volume	Section cotée
1		
2		
3		

Tableau 1 – Décomposition du volume du plateau (échelles différentes)

Q2. Représenter sur le **Document Réponse 1**, les trois sections cotées précédentes en traçant des hachures :

- ▨ : à 30° à droite pour le volume 1,
- ▨ : à 30° à gauche pour le volume 2,
- ▨ : à 60° à droite pour le volume 3.

En déduire que cette solution de décomposition du plateau convient pour déterminer l'inertie de celui-ci.

Pour le volume 1, on admet que :

$$I(O, vol1)_z = \rho \int_z dz \cdot \int_\theta d\theta \cdot \int_r r^3 dr. \tag{3}$$

Q3. Pour ce même volume, préciser les intervalles dans lesquels varient r, z et θ. En déduire que :

$$I(O, vol1)_z = 2\pi \cdot H \cdot \rho \cdot \frac{r_2^4 - r_1^4}{4}. \tag{4}$$

Q4. On admet que la formule de l'inertie $I(O, vol2)_z$, du volume 2, est la même que celle de $I(O, vol1)_z$ (équation (3)). En déduire l'expression littérale de $I(O, vol2)_z$.

On partage le troisième solide : d'une part le solide S_a semblable au solide 1, entre r_3 et r_4 et d'autre part, le solide S_b, obtenu par rotation autour de l'axe $(O, \vec{z})$ du triangle ABC avec $A(r_5, 0)$, $B(r_4, H)$ et $C(r_4, 0)$ dans le repère représenté dans le **tableau 1**.

Q5. On admet que la formule de l'inertie $I(O, S_a)_z$, du volume S_a, est la même que celle de $I(O, vol1)_z$ (équation (4)). En déduire l'expression littérale de $I(O, S_a)_z$.

Q6. Donner l'équation réduite de la droite (AB) avec z en fonction de r. En déduire l'expression littérale de r en fonction de z.

On admet que $I(O, S_b)_z = \rho \int_0^H \left(\int_0^{2\cdot\pi} \left(\int_{r_4}^{r_5 - z\cdot\frac{r_5 - r_4}{H}} r^3 \cdot dr \right) d\theta \right) dz$.

Q7. En déduire l'expression littérale de l'inertie $I(O, S_b)_z$ de S_b.

Le reste des calculs n'est pas demandé et pour la suite de l'étude, on notera J l'inertie telle que $I(O, plateau)_z = J = 0{,}1$ kg·m^2.

Partie II - Accélération de la platine

L'objectif de cette partie est de déterminer le couple nécessaire à l'accélération de la platine. Sur celle-ci la vitesse n'est pas asservie. L'utilisateur peut vérifier que la vitesse de rotation est correcte grâce à un stroboscope qui éclaire des cibles réfléchissantes sur le plateau. Lorsque la vitesse est correcte, ces cibles paraissent immobiles. Si elle est mal réglée, un potentiomètre (non étudié) permet de corriger la vitesse manuellement.



Figure 6 – Stroboscope

II.1 - Première solution de pilotage

Tout d'abord, afin de mettre en rotation le plateau (en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z})$ par rapport au bâti), on considère qu'un échelon de couple $C_p(t) = C_{nom}$ est exercé sur le plateau, afin de lui permettre d'atteindre une vitesse de rotation de 33 tours·min^{-1} lorsque le régime est établi. La pointe de la tête de lecture est « en l'air » et ne touche pas le disque.
Les notations et données pour cette étude sont présentées dans le **tableau 2**. Il faudra prendre en compte les frottements, appliqués sur l'ensemble disque+plateau, modélisés par un couple de frottements secs C_{fs} et par un couple de frottements fluides $C_{ff} = \mu_{ff} \cdot \omega_p(t)$.

$J = 0{,}1$	Inertie du plateau (en kg·m^2)
$\omega_p(t)$	Vitesse de rotation du plateau (en rad·s^{-1})
$C_p(t)$	Couple exercé sur le plateau (en N·m)
$C_{fs} = 0{,}4$	Couple de frottements secs (en N·m)
$\mu_{ff} = 2{\cdot}10^{-2}$	Coefficient de frottements fluides (en N·m·rad^{-1}·s)

Tableau 2 – Données pour l'étude

Les vitesses de rotation en rad·s^{-1} seront notées ω et les fréquences en tours·min^{-1} seront notées N.

Q8. En précisant le théorème utilisé et le système isolé, montrer que l'on peut écrire :

$$J \cdot \frac{\mathrm{d}\omega_p(t)}{\mathrm{d}t} = C_p(t) - C_{fs} - \mu_{ff} \cdot \omega_p(t). \tag{5}$$

Q9. Préciser la condition initiale sur $\omega_p(t)$ et résoudre l'équation différentielle (5).

Q10. Étudier les variations de la solution ω_p obtenue, pour $t \geq 0$. Préciser l'existence d'une éventuelle asymptote horizontale à la courbe de ω_p.

On rappelle que la fréquence de rotation du disque est $N_{fin} = 33$ tours·min^{-1} en régime établi.

Q11. Donner l'expression littérale du couple C_{nom} qui permet d'obtenir la vitesse de rotation ω_{fin} et en déterminer, à 10^{-2} près, la valeur numérique.

Pour la suite, on prendra $C_{nom} = 0{,}47$ N·m. De plus, on notera $t_{5\%}$, le temps tel que si $t > t_{5\%}$ alors la vitesse $\omega_p(t)$ est comprise entre 95 % et 105 % de la vitesse finale ω_{fin}.

Q12. Vérifier que $t_{5\%} = \dfrac{-\,ln(0{,}05) \cdot J}{\mu_{ff}}$ et en donner une valeur approchée. On prendra $\ln(0{,}05) \simeq -3$.
Justifier que $\forall t \geq t_{5\%}$, on a $\omega_p(t) \geq 0{,}95 \cdot \omega_{fin}$.

II.2 - Deuxième solution de pilotage

Une seconde solution a été envisagée afin d'améliorer le temps de réponse. On se propose d'imposer un couple de démarrage $C_{dem} = 0{,}62$ N·m pendant 2 s, puis de revenir à $C_{nom} = 0{,}47$ N·m déterminé à la question **Q11**. La **figure 7** présente le nouveau couple appliqué à l'ensemble disque+plateau en fonction du temps.

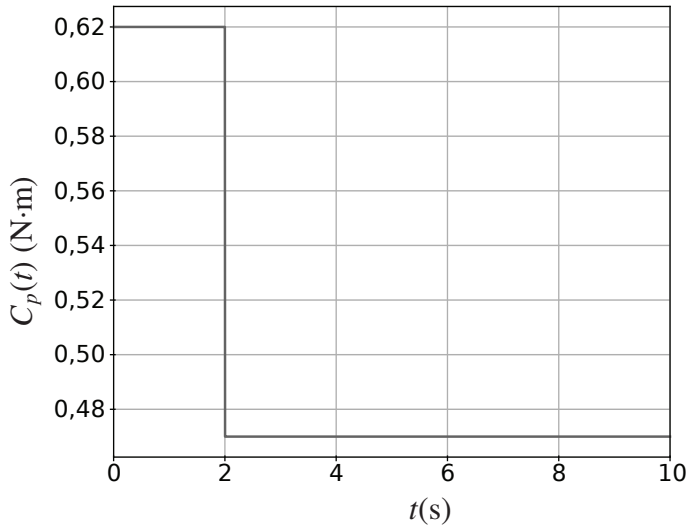


Figure 7 – Couple $C_p(t)$

Q13. Déterminer l'expression littérale de $\omega_p(t)$ sur l'intervalle $t \in [0, 2s]$.
En déduire la valeur numérique exacte de $\omega_p(t = 2\text{s})$, puis de $N_p(t = 2\text{s})$ et la fréquence de rotation du plateau (en tours·min^{-1}) pour $t = 2$ s.
En prenant $e^{-2 \cdot \frac{\mu_{ff}}{J}} \simeq 0{,}656$, donner une valeur numérique approchée de $\omega_p(t = 2\text{s})$ et de $N_p(t = 2\text{s})$ en tours·min^{-1}.

Pour la suite, on prendra $\omega_p(t = 2\text{s}) = 3{,}8$ rad.s^{-1} et on montre que $\omega_p(t) = 3{,}5 + 0{,}45 \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{9{,}5}}$ sur l'intervalle $t \in [2, +\infty[$.

Q14. Déterminer le temps de réponse à 5 % du système avec la nouvelle commande et à partir de la nouvelle forme de $\omega_p(t)$. Le résultat correspond-il au cahier des charges ? On pourra choisir parmi ces approximations pour l'application numérique :

$$ln\left(\frac{23}{85}\right) \simeq -1,3\,;\; ln\left(\frac{35}{90}\right) \simeq -0,94\,;\; ln\left(\frac{14}{54}\right) \simeq -1,34.$$

II.3 - Pilotage du moteur pendant la lecture

La lecture commence, pour une durée de 30 min dans le cas du disque de notre étude, lorsque la pointe de la tête de lecture est posée sur le disque. La pointe de la tête de lecture suit alors le microsillon gravé sur le disque en forme d'une spirale d'Archimède.

Q15. Déterminer le nombre de tours n_{tot} qu'effectue le disque durant la lecture d'une seule face.

La spirale d'Archimède conduit à une équation polaire de la forme : $R(\theta_p(t)) = a \cdot \theta_p(t) + b$, comme le montre la **figure 8**, sur laquelle la distance entre deux sillons a été volontairement augmentée afin d'améliorer la compréhension.
Lorsqu'on pose la tête de lecture sur le disque à l'instant $t = 0$ (pour cette partie de l'étude), on définit le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ **lié au disque**, où O est le centre du disque et I le point de contact de la tête, tels que $\overrightarrow{OI} = R_{ext} \cdot \vec{i}$. Le repère $R_b(O, \vec{x_b}, \vec{y_b}, \vec{z})$ est associé au bâti galiléen. Ainsi, selon ce modèle, tout se passe **comme si la tête de lecture tournait autour du disque immobile**.

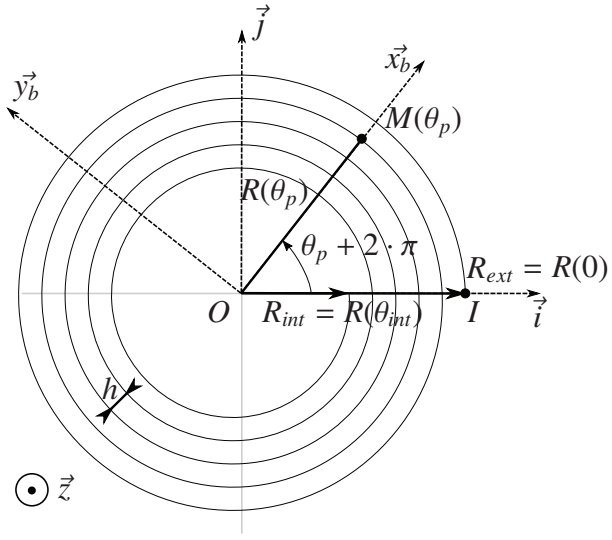


Figure 8 – Spirale d'Archimède

À l'instant $t > 0$, après le début de la lecture, on note :
- $M(\theta_p(t))$ la position instantanée de la tête de lecture,
- $\theta_p(t) = (\vec{i}, \vec{x_b}) = (\vec{j}, \vec{y_b})$, la position angulaire de la tête entre le vecteur $\vec{i}$ et le vecteur défini par O et $M(\theta_p(t))$,
- $R(\theta_p(t))$ la distance entre O et $M(\theta_p(t))$.

Comme le montre la **figure 8**, la distance $R(\theta_p(t))$ entre le point O, centre du disque et le point d'appui de la tête de lecture $M(\theta_p(t))$ varie en fonction de $\theta_p(t)$, l'angle parcouru par le plateau à partir du moment où la pointe a été en contact avec le disque. Le premier et le dernier point de contact du disque sont supposés sur l'axe $(O, \vec{i})$.

Le rayon extérieur du disque est R_{ext} = 150 mm, le rayon intérieur est R_{int} = 75 mm. On prendra comme condition initiale $\theta_p(t = 0\text{s}) = 0$ lorsque $R(\theta_p(t = 0\text{s})) = R_{ext}$.

Q16. Que vaut θ_{int}, la valeur numérique de $\theta_p(t)$ lorsque $R(\theta_p(t)) = R_{int}$?

On appelle pas de la spirale la distance, notée h, entre les points $M(\theta_p(t))$ et $M(\theta_p(t)+2\pi)$, sur la droite $(M(\theta_p(t))M(\theta_p(t) + 2\pi))$. On a donc $h = R(\theta_p(t)) - R(\theta_p(t) + 2\pi)$.

Q17. Montrer que $h \simeq 75\ \mu$m.

Q18. Déterminer l'expression littérale de $R(\theta_p(t))$ en fonction de R_{ext}, de $\theta_p(t)$ et de h.

La composante verticale de l'action de la tête sur le disque est appelée P_{tete}. Elle est réglée à l'aide d'un contrepoids placé sur le bras ($P_{tete} = 30{\cdot}10^{-3}$ N). Le coefficient de frottement entre le vinyle et le diamant est $f_{dv} = 0{,}3$. Ainsi, lorsque la pointe est posée sur le disque, celle-ci exerce une composante horizontale, $\overrightarrow{F_{pointe}}$, liée aux frottements au niveau du point de contact. On fera l'hypothèse que la direction de la force $\overrightarrow{F_{pointe}}$ est perpendiculaire au rayon $\overrightarrow{OM}(\theta_p)$.

Q19. Déterminer l'expression littérale de la norme de l'action $\overrightarrow{F_{pointe}}$ en fonction de f_{dv} et P_{tete}.

Tout d'abord, le couple moteur $C_p(t)$ sera considéré constant tout le long du mouvement, comme dans la **sous-partie II.1**.
De plus, les conditions initiales seront considérées nulles ($\theta_p(t = 0\text{s}) = 0$ et $\omega_p(t = 0\text{s}) = 0$). Cela revient à dire que la vitesse de rotation du disque est nulle lorsque la tête est posée sur le vinyle. Cette configuration est courante lorsqu'un DJ a préparé le démarrage de son disque afin d'effectuer un bon cut (transition entre deux disques).

Q20. Appliquer le théorème de la résultante dynamique au plateau sur l'ensemble du mouvement et démontrer que l'équation régissant $\theta_p(t)$ est :

$$J \cdot \frac{\mathrm{d}^2\theta_p(t)}{\mathrm{d}t^2} + \mu_{ff} \cdot \frac{\mathrm{d}\theta_p(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{\|\overrightarrow{F_{pointe}}\| \cdot h}{2\pi} \cdot \theta_p(t) = C_p(t) - C_{fs} - R_{ext} \cdot \|\overrightarrow{F_{pointe}}\|. \tag{6}$$

Q21. Écrire l'équation sans second membre de l'équation (6) et la résoudre. On donnera l'expression littérale des solutions en fonction de $\Delta = \mu_{ff}^2 + 4 \cdot J \cdot \dfrac{F_{pointe} \cdot h}{2\pi}$ et de deux constantes que l'on ne calculera pas ici.

Q22. Une solution particulière sous la forme d'une constante m peut être envisagée. Déterminer l'expression littérale de cette constante.

Q23. Déterminer alors l'expression littérale de la solution en fonction de m et Δ en prenant en compte les conditions initiales.

La résolution complète du problème nécessiterait de prendre en compte la variation du couple moteur C_p étudiée dans la seconde solution de pilotage (**sous-partie II.2**).
Afin de simplifier l'étude, cette résolution a été réalisée à l'aide d'un calcul numérique dont les résultats sont présentés sur la **figure 9** (page 10).

L'axe des abscisses est commun à tous ces tracés. Le premier présente le nombre de tours effectués par le plateau depuis le démarrage. Le second présente la fréquence de rotation du plateau (en tours·min^{-1}). Enfin, le troisième présente cette même fréquence mais après avoir enlevé la phase de démarrage du moteur afin de faciliter la visibilité du tracé sur l'intervalle $t \in [1, 30]$ (en min).

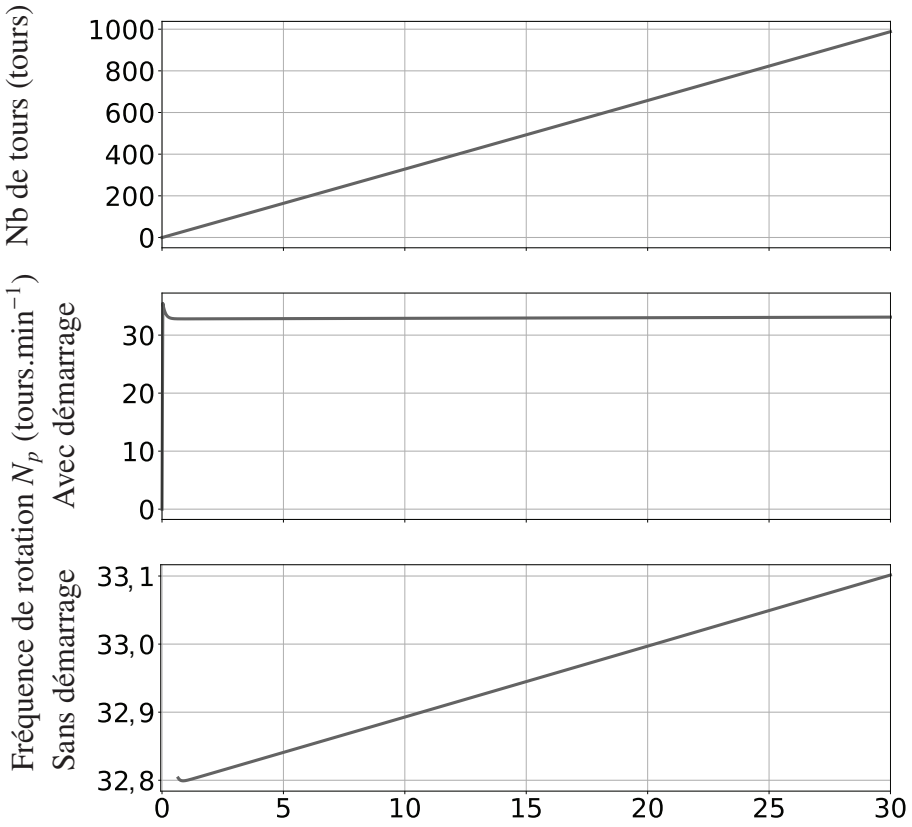


Figure 9 – Tracés de $N_p(t)$

Q24. Expliquer la tendance de la courbe de la fréquence de rotation après la phase de démarrage, sur l'intervalle $t \in [1, 30]$ (en min).

Q25. Montrer que sur l'intervalle $t \in [1, 30]$ (en min), en excluant la phase de démarrage, on peut considérer que $\omega_p(t)$ respecte le cahier des charges. Conclure quant à la nécessité d'asservir la vitesse de rotation du disque si celle-ci a été bien réglée dès le départ.

Partie III - Commande du moteur

Pour que le plateau tourne à une vitesse $\omega_p(t)$, le moteur doit tourner à une vitesse $\omega_m(t)$. C'est un moteur synchrone triphasé à aimants permanents dont le schéma de principe, non étudié ici, est donné **figure 10**.
La génération des tensions pour chacune des phases est élaborée grâce à un onduleur dont l'étude n'est pas demandée ici.

Il est ainsi possible de définir un vecteur $\overrightarrow{v_3} = \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix}$ dont les composantes représentent la tension aux bornes de chacune des bobines du stator et un vecteur $\overrightarrow{i_3} = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$ dont les composantes modélisent le courant dans chacune des bobines du stator.

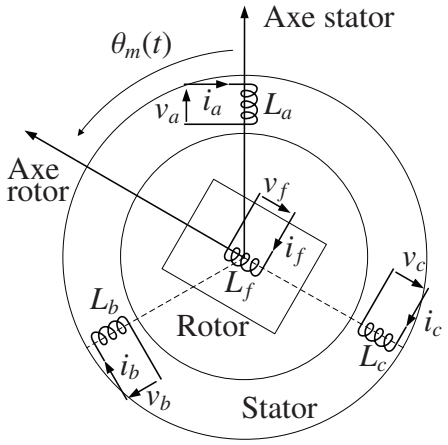


Figure 10 – Schéma de principe d'un moteur triphasé

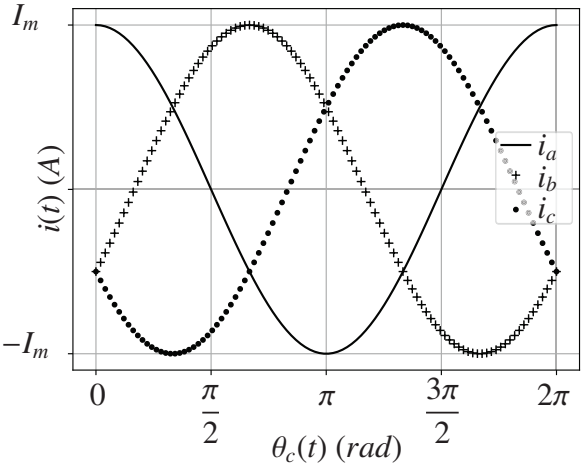


Figure 11 – Tracé du courant dans les bobines du moteur

Les composantes du vecteur $\overrightarrow{i_3}$ ont été tracées sur la **figure 11**. Les courbes ont pour équations :

$$\begin{cases} i_a = I_m \cdot \cos(\theta_c(t)) \\ i_b = I_m \cdot \cos(\theta_c(t) - \Psi) \\ i_c = I_m \cdot \cos(\theta_c(t) + \Psi). \end{cases} \quad (7)$$

Q26. Déterminer Ψ à partir des tracés de la **figure 11**.

La **figure 12** présente le schéma équivalent du câblage d'une branche de l'onduleur alimentant une des bobines.
La bobine est modélisée par une résistance pure de valeur R et une inductance de valeur L.

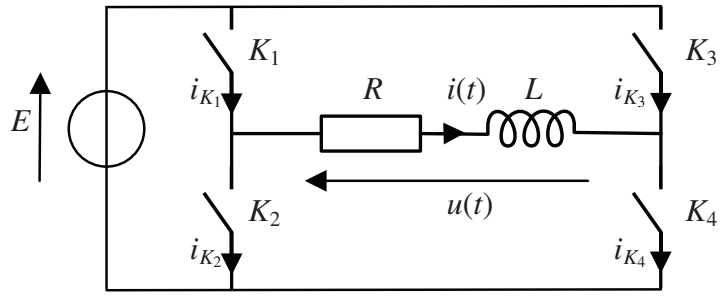


Figure 12 – Schéma électrique d'une branche de l'onduleur

Le moteur tourne à une vitesse $\omega_m(t) = r \cdot \omega_p(t)$, avec $r = 6$. De plus, le moteur possède $p = 8$ paires de pôles. La relation suivante permet de déterminer la pulsation $\omega(t)$ des phases de tension et de courant en fonction de la vitesse de rotation du plateau $\omega_p(t)$

$$\omega(t) = p \cdot r \cdot \omega_p(t) \tag{8}$$

avec $\omega(t) = \dfrac{d\theta_c(t)}{dt} = \dfrac{d\theta_u(t)}{dt}$, où $\theta_c(t)$ et $\theta_u(t)$ représentent respectivement les positions angulaires relatives des phases de courant et de tensions, séparées par un déphasage constant en régime établi.

Cet onduleur est commandé en pleine onde : les commutations des interrupteurs K_1 à K_4 permettent de générer les signaux présentés sur la **figure 13**.

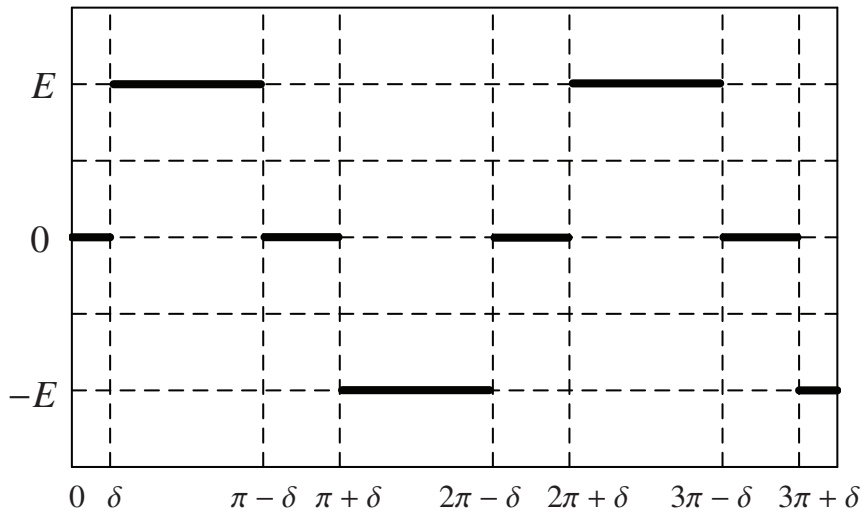


Figure 13 – Tension d'alimentation d'une bobine en fonction de l'angle du moteur $u\,(\theta_u(t))$

Q27. Compléter le tableau des commutations du **DR2** en indiquant :
- O : si l'interrupteur est ouvert,
- F : si l'interrupteur est fermé.

La génération des signaux sous la forme d'un créneau permet d'obtenir en première harmonique la sinusoïde nécessaire au pilotage du moteur. Cependant, les harmoniques suivantes génèrent des fluctuations du couple moteur. Cela perturbe la vitesse de rotation du plateau et donc la lecture du disque.

L'objectif des questions suivantes est de montrer l'impact de ces harmoniques, puis de tenter de le minimiser.

On suppose que $u(\theta_u(t))$ est une fonction de période 2π. De plus, on se place en régime permanent avec $\theta_u(t) = \omega \cdot t$ et ω constant.

Q28. Déterminer $u(t)$ en fonction de $i(t)$, R et L.

On note j le complexe tel que $j^2 = -1$.

Q29. Écrire cette équation dans le domaine de Laplace afin de déterminer la fonction de transfert $H(j \cdot \omega) = \dfrac{I(j \cdot \omega)}{U(j \cdot \omega)}$ (avec U et I respectivement les transformées de Laplace de u et i).
Mettre ce résultat sous la forme canonique.

Les bobines du moteur utilisé possèdent les caractéristiques suivantes :
- $R = 4\ \Omega$,
- $L = 25$ mH.

Q30. Calculer littéralement le module et un argument de la fonction de transfert $H(j \cdot \omega)$. En déduire l'expression du gain G (en $\mathrm{A \cdot V^{-1}}$) et de la phase $\Phi(\omega)$ (en rad) de cette fonction de transfert.

Q31. Faire l'application numérique et tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert sur le **DR3** (on rappelle que $\log 2 \simeq 0{,}3$). Justifier qu'elle agit comme un filtre passe-bas.

Q32. Construire la courbe de la fonction $t \rightarrow u(t)$ sur l'intervalle $\theta_u \in [-3\pi, 3\pi]$ et en donner, à l'aide du graphique, la parité.

Q33. Calculer $\displaystyle\int_{\delta}^{\pi-\delta} E \cdot sin(n \cdot \theta_u) \cdot d\theta_u$. Préciser son expression en fonction de la parité de n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Q34. Calculer les coefficients de Fourier de la fonction u.

On admet que la série de Fourier de u est :

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot E}{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi} \cos((2 \cdot n + 1) \cdot \delta) \sin((2 \cdot n + 1) \cdot \omega \cdot t). \tag{9}$$

Soit v une fonction admettant la série de Fourier $v(t) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} v_n$, on appelle k^{e} harmonique le terme v_k, k étant le rang de ce terme.

On prendra pour les applications numériques suivantes :

$$\pi \simeq 3,\ \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}7$$
$$\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} \simeq \frac{1}{n} \text{ pour } n > 2.$$

Q35. Quelle est la valeur numérique de la pulsation de la première harmonique (fondamental) et le gain de $H(j \cdot \omega)$ correspondant ?

Cette harmonique est la seule souhaitée, les autres apparaissant du fait de la génération de la tension à partir d'interrupteurs. La suite va donc tenter d'évaluer puis de minimiser ces termes.

Q36. Quelle est l'expression littérale de la pulsation de la k^{e} harmonique ? Montrer que le gain de $H(j \cdot \omega)$ correspondant à l'harmonique de rang $k+1$ et donc son influence sur le signal final, est inférieur à celui de l'harmonique de rang k.

Q37. Quelle est la valeur numérique de la pulsation de l'harmonique non nulle, de plus petit terme (plus grand que 1) et le gain de $H(j \cdot \omega)$ correspondant ?

Q38. Montrer que lorsque $\delta = \frac{\pi}{6}$, les termes pour lesquels $2n+1$ est un multiple de 3 sont nuls.

Q39. Quelle est donc maintenant l'harmonique suivante (après la première) non nulle ? Que vaut le gain pour cette harmonique ? Conclure quant à la solution de l'onduleur pour piloter le système.

Q40. Modifier la série de Fourier précédente afin de déterminer $i(t)$ dans le cas où seule la première harmonique est prise en compte.

Q41. Justifier alors l'intérêt de choisir cette valeur de δ dans le cadre spécifique de notre étude. Proposer une caractéristique mécanique du système permettant de compléter cet effet.

FIN

CONCOURS COMMUN INP

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement QR Code

Filière : TSI

Session : 2019

Épreuve de : Modélisation

Consignes

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

TSIMO06

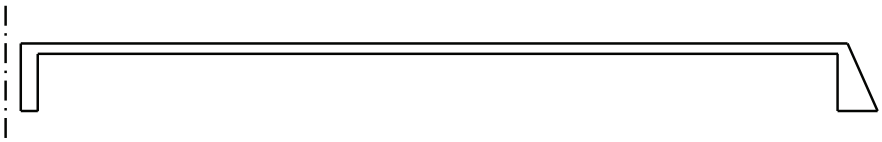
DOCUMENT RÉPONSE

(à rendre avec la copie)

B

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q2



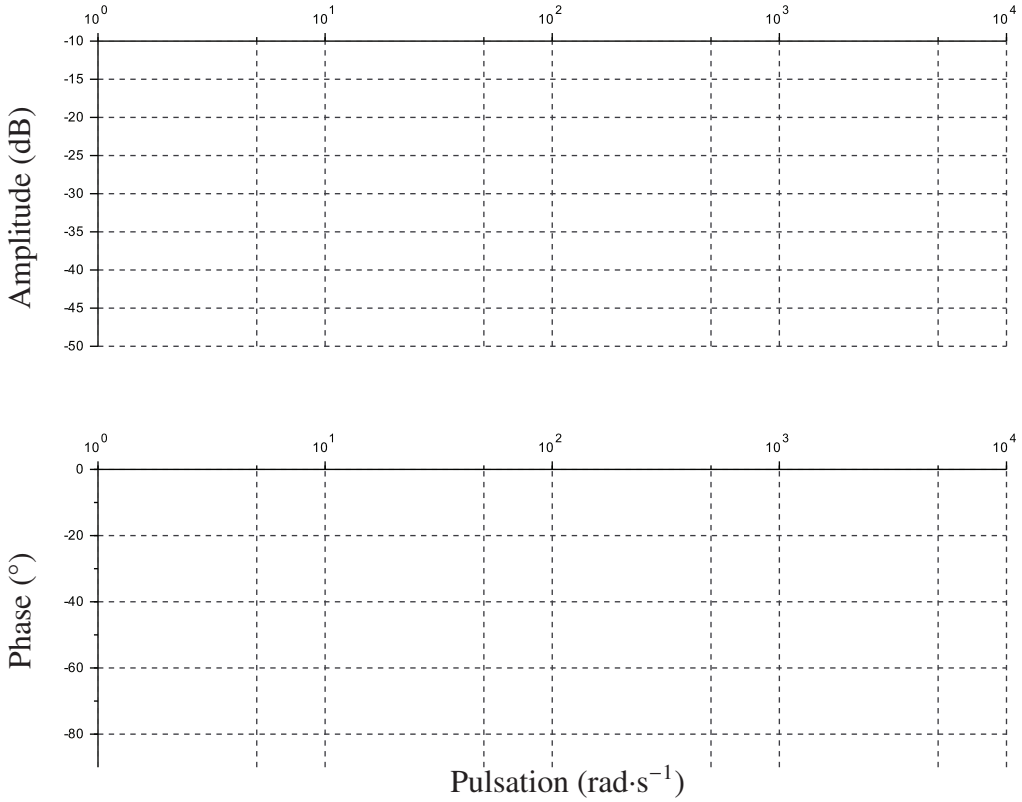
DR1

Q27

t	K_1	K_2	K_3	K_4
$0 \leq \theta_u \leq \delta$	O			
$\delta \leq \theta_u \leq \pi - \delta$	F			
$\pi - \delta \leq \theta_u \leq \pi + \delta$	F			
$\pi + \delta \leq \theta_u \leq 2\pi - \delta$	O			
$2\pi - \delta \leq \theta_u \leq 2\pi$	O			

DR2

Q31


Amplitude (dB)
-10
-15
-20
-25
-30
-35
-40
-45
-50
Phase (°)
0
-20
-40
-60
-80
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
Pulsation (rad·s^{-1})

DR3

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modèles de comportement et réponse temporelle : premier ordre, second ordre, identification
- Séries de Fourier
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Notation complexe, régime sinusoïdal forcé et fonctions de transfert

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/tsi