Concours Commun INP (CCINP), France

Session 2023, filière TSI

Modélisation

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : structure du robot
- Partie II : calculs de cinématique
- Partie III : dimensionnement des moteurs du robot

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/ccinp/tsi/2023/modelisation

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE TSI

MODÉLISATION

Durée : 3 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé d'une Introduction suivie de trois parties qui peuvent être traitées indépendamment.

Le sujet comporte :
- le texte du sujet : 8 pages,
- le Document-Réponse (DR) : 1 page.

Le Document Réponse doit être rendu avec la copie.

A

Étude d'un Robot Lézard

Introduction

Comme dans tout problème d'ingénierie, l'évolution d'une espèce animale est souvent issue de compromis. La capacité de ces "systèmes" naturels à être optimisés pour une tâche spécifique est limitée par des contraintes structurelles, historiques ou fonctionnelles.
Les lézards grimpants en sont un bon exemple. Leur capacité d'escalade nécessite l'optimisation de paramètres conflictuels tels que la vitesse, la stabilité ou l'efficacité.
En s'inspirant de la morphologie d'un lézard, un groupe de chercheurs a conçu un robot, composé d'une colonne vertébrale, d'épaules et de pieds actionnés. Ces derniers adhèrent à la surface grâce à des griffes. Cette conception a permis aux chercheurs de faire varier indépendamment la vitesse, les angles de pied et la plage de mouvement, tout en collectant simultanément des données sur la distance grimpée, la stabilité et l'efficacité. Le robot est présenté sur la **figure 1**.

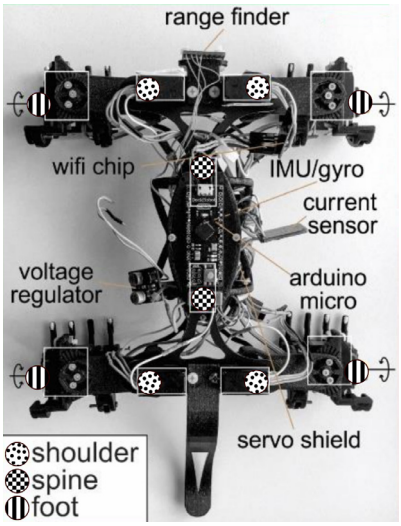


Figure 1 - Robot lézard - architecture et identification des liaisons (spine, shoulder, foot) (`https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspb.2020.2576`)

Les mobilités proposées pour le Robot Lézard sont :
- 2 rotations *spine* (colonne vertébrale) : axes perpendiculaires à la surface ;
- 4 rotations *shoulder* (épaule) : axes perpendiculaires à la surface ;
- 4 rotations *foot* (pied) : axes parallèles à la surface.

Ce travail devra permettre de montrer comment la morphologie de plusieurs espèces de lézards (ou de geckos) découle directement de l'évolution vers un compromis sur des capacités motrices.

1 - Présentation de l'étude

L'objectif de cette étude consiste à définir un paramétrage de la géométrie et de la cinématique du robot, afin de permettre le pilotage de sa trajectoire, puis de dimensionner les moteurs nécessaires à la mise en mouvement.
La structure du robot constituant une chaîne cinématique fermée et complexe, le sujet propose la validation d'une hypothèse géométrique simplificatrice dans la **partie I**.
Dans la **partie II**, l'étude d'une fermeture cinématique permettra d'établir la loi de commande du robot. Elle sera suivie d'une analyse du mouvement d'un lézard par tracking vidéo afin d'identifier un des paramètres de sa cinématique.
Enfin, dans la **partie III**, une étude du dimensionnement des moteurs du robot sera effectuée afin de permettre l'ascension d'une paroi verticale.

2 - Modélisation géométrique

Un modèle cinématique simplifié du robot est présenté sur la **figure 2**. On se place dans l'espace muni du produit scalaire euclidien usuel et les bases considérées sont toutes orthonormales directes. On a $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_2} = \overrightarrow{z_3}$. On remarquera de plus que $\theta_1 > 0$ et $\theta_2 < 0$ et ainsi que $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}\right) = \pi + \theta_2$.

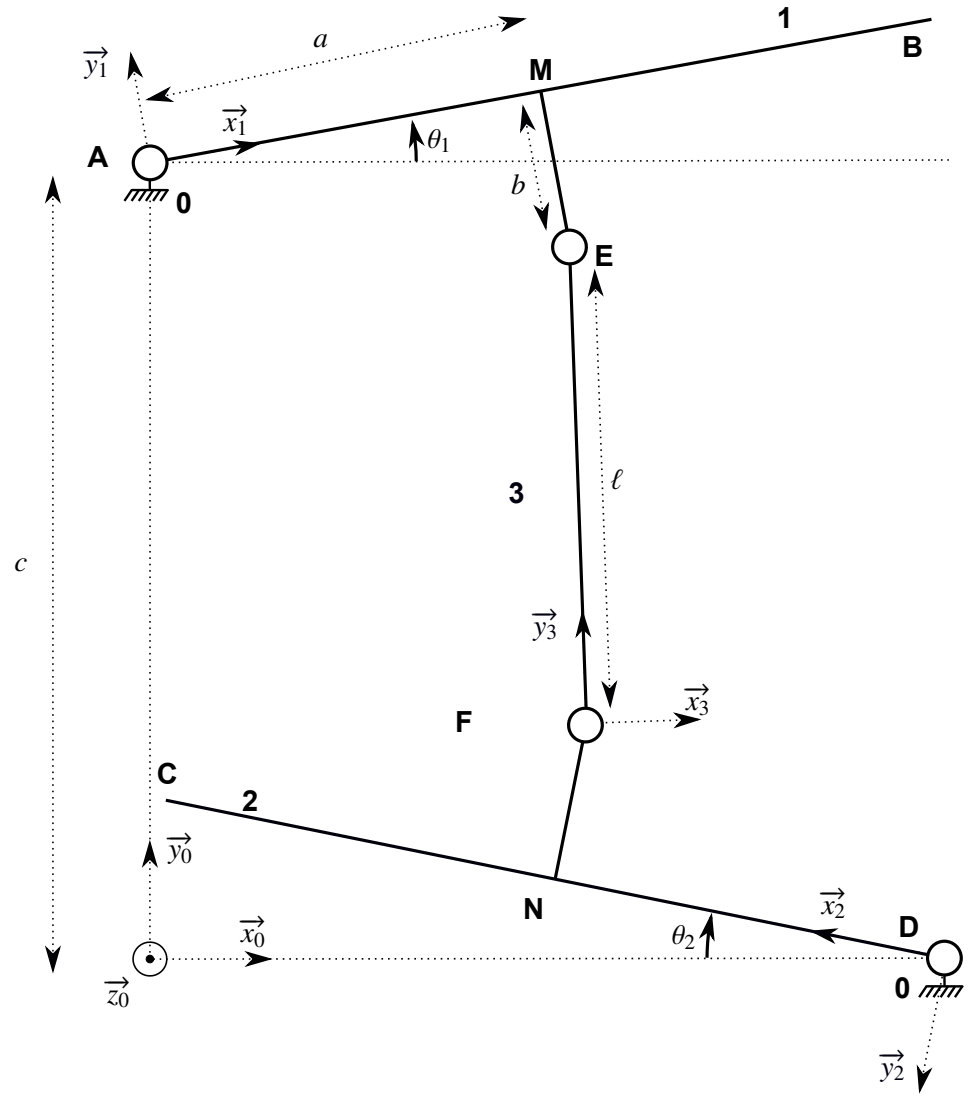


Figure 2 - Modèle cinématique du robot ($\theta_1 > 0$ et $\theta_2 < 0$)

Pour obtenir ce modèle, deux hypothèses simplificatrices ont été prises en compte :

- suppression des liaisons *foot* : celles-ci permettant aux griffes de s'insérer dans le revêtement mural (moquette...) facilitant l'adhérence du robot. On ne considérera pas ce réglage pour le mouvement étudié ;
- suppression des liaisons *shoulder* et remplacement par des liaisons au niveau des griffes. Cela ne correspond pas au mouvement réel du robot, mais les conséquences de cette modélisation ont peu d'influence sur la suite.

Le mécanisme est présenté durant la phase du mouvement pendant laquelle A et D sont fixés.
Les dimensions sont les suivantes :

- $a = 50\,\text{mm}$ (AM = MB = CN = ND) ;
- $b = 20\,\text{mm}$ (ME = NF) ;
- $\ell = 60\,\text{mm}$;
- $c = 2b + \ell = 100\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AD} = 2a\,\overrightarrow{x_0} - (2b + \ell)\,\overrightarrow{y_0}$ (quels que soient θ_1 et θ_2) ;
- $-10^\circ < \theta_i < 10^\circ$ avec $i \in [\![1, 2]\!]$.

Partie I - Structure du robot

L'objectif de cette partie est de considérer l'hypothèse simplificatrice suivante : $\theta_1 = -\theta_2$. Dans un premier temps, il sera démontré qu'elle n'est, en toute rigueur, pas satisfaite. Dans un second temps, on verra qu'avec une certaine marge d'erreur, de l'ordre de 15 %, elle est acceptable.
La première sous-partie va consister à déterminer l'erreur engendrée par cette hypothèse. Pour les premières questions, les deux angles θ_1 et θ_2 seront conservés.

I.1 - Estimation de l'erreur liée à l'hypothèse

Q1. Écrire la matrice P_{B_0,B_1} de changement de base, de la base $B_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ à la base $B_1 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

Q2. Écrire la matrice P_{B_0,B_2} de changement de base, de la base $B_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ à la base $B_2 = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$.

Q3. Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DF}$ dans la base $B_2 = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$, puis dans la base $B_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ en fonction de a, b et de θ_2.

Q4. Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$ dans la base $B_1 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, puis dans la base $B_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ en fonction de a, b et de θ_1.

Q5. En déduire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FE}$ dans la base $B_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ en fonction de a, b, ℓ, θ_1 et de θ_2.

Q6. Après avoir supposé que $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$, déterminer le carré de la longueur EF en fonction de θ.

Q7. Vérifier que EF^2 peut s'écrire sous la forme $EF^2 = \ell^2 + f(\theta)$ avec :

$$f(\theta) = 8\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(2\left(a^2+b^2\right)\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \ell b\right).$$

Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles $f(\theta) = 0$. Conclure quant à l'hypothèse $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$.

L'erreur que l'on va commettre sur l'estimation de EF^2 en remplaçant θ_1 par θ et θ_2 par $-\theta$ est donc $f(\theta)$. On cherche à savoir pour quelle valeur de θ, $f(\theta)$ est la plus grande.

Q8. Vérifier que la dérivée de f peut s'écrire sous la forme :

$$f'(\theta) = 4\sin(\theta)\left(4\left(a^2+b^2\right)\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \ell b\right).$$

Q9. Dresser le tableau de variations de f sur $[-10°; 10°]$. Conclure quant aux valeurs de θ qui génèrent le plus grand écart.

I.2 - Construction graphique

L'objectif ici est de tracer la configuration du mécanisme pour un de ces maxima et de déterminer l'écart entre θ_1 et $-\theta_2$. Sur le **Document Réponse**, les points A, B, C, D, E, F et A', B', C', D', E', F' caractériseront respectivement les positions du robot pour $\theta_2 = 0°$ et $\theta_2 = -10°$.

Q10. Tracer sur le **DR** le point E. Justifier les constructions.

Q11. Tracer sur le **DR** le point F'. Il faudra utiliser le rapporteur imprimé sur le document et justifier les constructions.

Q12. Tracer sur le **DR** le point E'. Justifier les constructions.

Q13. Mesurer, à partir de la variation de position du point E, l'angle θ_1 et calculer l'écart avec $-\theta_2$. Commenter l'hypothèse $\theta_1 = -\theta_2$.

Partie II - Calculs de cinématique

II.1 - Étude de la fermeture cinématique

Dans cette sous-partie, le sujet va traiter de la cinématique du mécanisme décrite sur la **figure 2**. Pour la suite, on prendra $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$ et on notera de façon générale :

$$\left\{V_{i/j}\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{i/j}} \\ \overrightarrow{V_{A\in i/j}} \end{array} \right\}_{B_0} = \left\{ \begin{array}{cc} \omega_{ijx} & V_{Aijx} \\ \omega_{ijy} & V_{Aijy} \\ \omega_{ijz} & V_{Aijz} \end{array} \right\}_{A,B_0}$$

les éléments de réduction du torseur cinématique de la liaison entre les pièces i et j au point A dans la base B_0.

On posera aussi $\omega_{10z} = \dfrac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_1$ et $\omega_{20z} = \dfrac{\mathrm{d}\theta_2}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_2$.

Q14. Quel est le modèle de liaison cinématique utilisé pour toutes les liaisons de ce mécanisme ? Donner les éléments de réduction du torseur $\{V_{1/0}\}$ au point A.

Q15. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle du système tel qu'il est représenté sur la **figure 2**. Commenter la valeur trouvée et expliciter brièvement la localisation du jeu permettant de libérer les contraintes d'assemblage.

La fermeture cinématique suivante est déduite de l'étude des cycles du mécanisme :

$$\{V_{2/3}\} + \{V_{3/1}\} + \{V_{1/0}\} = \{V_{2/0}\}.$$

Q16. Écrire les éléments de réduction des torseurs $\{V_{2/3}\}$, $\{V_{3/1}\}$ et $\{V_{2/0}\}$ au point A dans la base B_0 en fonction de a, b, c, θ et des inconnues cinématiques.

Q17. En utilisant la fermeture cinématique précédente au point A, montrer que l'on peut écrire le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = 0 \\ 0 = 0 \\ \omega_{10z} + \omega_{31z} + \omega_{23z} - \omega_{20z} = 0 \\ c\ \omega_{20z} + (a\sin(\theta) - b\cos(\theta))\ \omega_{31z} + (-c + a\sin(\theta) + b\cos(\theta))\ \omega_{23z} = 0 \\ 2a\ \omega_{20z} - (a\cos(\theta) + b\sin(\theta))\ \omega_{31z} - (2a - a\cos(\theta) + b\sin(\theta))\ \omega_{23z} = 0 \\ 0 = 0 \end{array} \right. .$$

Q18. Montrer que l'on peut mettre ce système sous la forme $A \cdot X = B$, avec $A \in M_3(\mathbb{R})$, que l'on précisera, $X = \left(\begin{array}{c} \omega_{31z} \\ \omega_{23z} \\ \omega_{20z} \end{array} \right)$ et $B = \left(\begin{array}{c} -\omega_{10z} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$.

Q19. Calculer le déterminant de la matrice A et vérifier qu'il est proportionnel à :

$$D = (2ab - ac)\cos(\theta) + (2a^2 + bc)\sin(\theta) - (a^2 + b^2)\sin(2\theta).$$

La **figure 3** présente le tracé de la valeur du déterminant de A en fonction de θ.

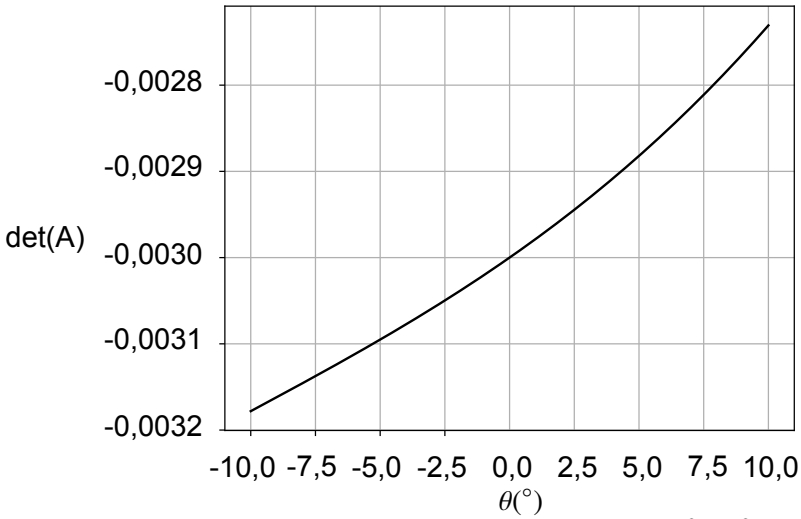


Figure 3 - Tracé de det(A) pour $\theta \in [-10°; 10°]$

Q20. Montrer, à l'aide de la **figure 3**, que ce système a une unique solution pour $\theta \in [-10°; 10°]$.

Il n'est pas demandé de déterminer cette solution car l'objectif de cette sous-partie était de montrer la faisabilité du problème.
Ainsi, cette sous-partie a permis de montrer que connaître ω_{10z} est nécessaire et suffisant pour déduire l'ensemble des mouvements du robot. La suite va donc consister à déterminer ω_{10z} à partir d'une étude de tracking vidéo sur un lézard.

II.2 - Analyse du tracking vidéo du mouvement d'un lézard

Afin "d'imiter" le comportement de l'animal, ω_{10z} sera déterminée à partir de l'analyse du mouvement d'un lézard filmé en vue de dessus comme sur la **figure 4**.

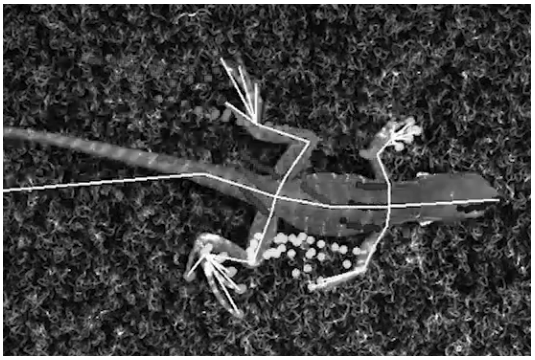


Figure 4 - Tracking de la position de points spécifiques sur un lézard

On a extrait de cette étude $n = 100$ positions successives pour chacun des points équivalents à A, B et D. Il en résulte n valeurs d'angles θ, notées $(\theta_i)_{1\leq i\leq n}$, correspondant aux instants $(t_i)_{1\leq i\leq n}$. Elles sont présentées sur la **figure 5**. Les moyennes suivantes sont données dans le **tableau 1** :

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i, \quad \bar{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \theta_i, \quad \overline{t^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i^2 \quad \text{et} \quad \overline{\theta t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \theta_i t_i.$$

La suite va consister à effectuer une régression linéaire à partir du nuage de points de la **figure 5** en traçant une droite d'équation $\theta = ut + v$ qui passe au plus près de ces points.
Pour cela, deux séries de valeurs finies $(t_i)_{1\leq i\leq n}$ et $(\theta_i)_{1\leq i\leq n}$ seront considérées, elles correspondent respectivement aux valeurs de t et de θ.

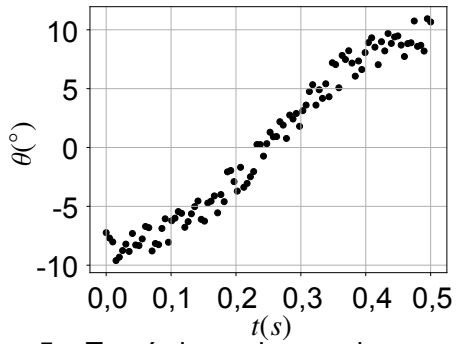


Figure 5 - Tracé des valeurs θ issues du tracking vidéo en fonction du temps t

	AN
$\bar{t}$	0,25
$\bar{\theta}$	0,4
$\overline{t^2}$	0,084
$\overline{\theta t}$	1,03

Tableau 1 - Tableau de valeurs issues des données

On pose $V_t = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \bar{t}\right)^2$.

Q21. Démontrer que $V_t = \overline{t^2} - \bar{t}^2$.

On définit la covariance des deux variables t et θ par $Cov(t,\theta) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \bar{t}\right)\left(\theta_i - \bar{\theta}\right)$.

Q22. Démontrer que $Cov(t,\theta) = \overline{\theta t} - \bar{t}\,\bar{\theta}$.

On cherche un couple (m,p) qui minimise la fonction $e(u,v) = \sum_{i=1}^{n}(\theta_i - ut_i - v)^2$.

Q23. Calculer les deux dérivées partielles d'ordre 1 de la fonction e.

On admet que la fonction e admet un unique point critique, qui est aussi son minimum.

Q24. Vérifier que les coordonnées de celui-ci sont $\left(\dfrac{Cov(t,\theta)}{V_t}\ ,\ \bar{\theta} - \dfrac{Cov(t,\theta)}{V_t}\,\bar{t}\right)$.

Q25. Faire l'application numérique pour m et p, on pourra arrondir aux valeurs entières.

Q26. Déduire de la question précédente la valeur de ω_{10z} constante permettant de copier le mouvement du lézard de la vidéo.

Maintenant qu'il a été montré qu'il est cinématiquement possible "d'imiter" le comportement du robot, la partie suivante va permettre de dimensionner les moteurs nécessaires à la mise en œuvre de ce mouvement.

Partie III - Dimensionnement des moteurs du robot

La morphologie du lézard permet de constater que la majorité des efforts utilisés pour grimper sur une paroi proviennent de l'articulation du bassin, c'est-à-dire la liaison entre 2 et 3 sur la **figure 2**.
Afin de dimensionner les moteurs à mettre en place sur cette liaison, pour la suite, il sera considéré que seul le moteur installé sur cette liaison met en mouvement le robot. L'hypothèse $\theta = \theta_1 = -\theta_2$ est toujours vraie dans cette partie.

Hypothèses :

- les liaisons sont supposées parfaites ;
- la masse de la pièce 3 vaut $m = 250\,\mathrm{g}$;
- l'accélération de pesanteur a pour valeur $g \approx 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;
- la surface 0 sur laquelle est accrochée le robot est immobile dans le référentiel galiléen d'étude ;
- le vecteur vitesse du centre de gravité de la pièce 3 dans son mouvement par rapport à 0 est modélisé par le vecteur $\left(0, v_y, 0\right)$ dans la base $B_0 = \left(\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0}\right)$, avec $v_y = a\omega_{20z}$ (la relation n'est pas à démontrer) ;

- la masse de la pièce 2 est m_2, son moment d'inertie autour de l'axe $(F,\vec{z_0})$ est appelé J_2 et son centre de gravité est le point G_2 tel que $\overrightarrow{DG_2} = x_{G_2}\vec{x_2} + y_{G_2}\vec{y_2}$.

L'application du principe fondamental de la dynamique au solide 3 permet de déterminer le torseur suivant pour les actions mécaniques de $3 \to 2$, avec $P = mg$:

$$\{T_{3\to2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -P - m\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{F,B_0}.$$

De plus, on modélisera le torseur lié au couple du moteur sur 2 :

$$\{T_{Cm\to2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_m \end{array} \right\}_{F,B_0}.$$

Q27. Déterminer la résultante dynamique $\overrightarrow{Rd_{2/0}}$ en projection sur $\vec{x_2}$ et $\vec{y_2}$ en fonction de m_2, ω_{20z}, $\dfrac{\mathrm{d}\omega_{20z}}{\mathrm{d}t}$, x_{G_2} et de y_{G_2}.

Q28. Déterminer la projection du moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{F,2/0}}$ sur $\vec{z_0}$ en fonction de m_2, J_2, ω_{20z}, $\dfrac{\mathrm{d}\omega_{20z}}{\mathrm{d}t}$, a, b, x_{G_2} et de y_{G_2}.

Pour la suite, le point G_2 étant très proche du point D, les deux points seront supposés confondus, c'est-à-dire $x_{G_2} = y_{G_2} = 0\,\mathrm{mm}$.

Q29. En déduire les éléments de réduction du torseur dynamique simplifié de $\{\mathscr{D}_{2/0}\}$ au point F dans la base B_0.

Montrer qu'il peut s'écrire sous la forme $\{\mathscr{D}_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & Le \\ 0 & Me \\ 0 & J_{eq2}\dfrac{\mathrm{d}\omega_{20z}}{\mathrm{d}t} \end{array} \right\}_{F,B_0}$ et préciser l'expression de J_{eq2}. Les expressions de Le et Me ne sont pas demandées.

On notera $\left\{T_{i\to j}\right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{M,B_0}$ le torseur de l'action mécanique de la pièce i vers j au point M.

Q30. Après avoir isolé la pièce 2 et fait un bilan des actions mécaniques, déterminer le système de 6 équations issu du principe fondamental de la dynamique, au point D, projeté dans la base B_0.

Q31. Montrer que l'on peut alors écrire :

$$C_m + (a\cos(\theta) - b\sin(\theta))\left(ma\frac{\mathrm{d}\omega_{20z}}{\mathrm{d}t} + P\right) = J_{eq2}\frac{\mathrm{d}\omega_{20z}}{\mathrm{d}t}. \quad (\mathbf{1})$$

Ce résultat sera admis pour la suite et comme $\theta \in [-10°, 10°]$, on accepte que θ soit proche de 0.

Q32. Donner les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $\cos$ et $\sin$ en 0.

Q33. En déduire que l'équation linéarisée à résoudre est alors :

$$\left((b\theta - a)ma + J_{eq2}\right)\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + (a - b\theta)P + C_m = 0. \quad (\mathbf{2})$$

On pourra négliger une grandeur dans une somme à condition que la valeur à négliger soit inférieure à 5 % du reste. Pour la suite, on donne $J_{eq} = J_{eq2} - ma^2 = 9\cdot10^{-4}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$.

Q34. Montrer qu'on peut écrire $(b\theta - a)ma + J_{eq2} \approx J_{eq2} - ma^2$, mais pas $a - b\theta \approx a$.

Q35. Simplifier en conséquence l'équation **(2)** et vérifier que l'on obtient le système de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} J_{eq}\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} - b\theta P = -aP - C_m \\ \dot{\theta}(0) = 0\,^\circ\cdot\mathrm{s}^{-1} \\ \theta(0) = -10^\circ = -\dfrac{\pi}{18}\mathrm{rad} \end{cases}. \qquad (\mathbf{C})$$

Q36. Résoudre le problème de Cauchy (**C**). En posant $\alpha = \sqrt{\dfrac{bP}{J_{eq}}}$ et $K = \dfrac{C_m + aP}{bP}$, on écrira la solution de (**C**) sous la forme de l'équation (**3**). On précisera les expressions de k_1 et k_2 en fonction de K.

$$\theta(t) = k_1 e^{\alpha t} + k_2 e^{-\alpha t} + K. \qquad (\mathbf{3})$$

On cherche à vérifier que le couple maximal des moteurs choisis permet de respecter l'exigence suivante : l'instant t à partir duquel $\theta(t) = 10^\circ = \dfrac{\pi}{18}\mathrm{rad}$ doit être inférieur à 0,5 s.

Q37. Vérifier que $\theta(t) = \dfrac{\pi}{18}$ est équivalente à l'équation (**4**).

$$-\frac{1}{2}\left(K + \frac{\pi}{18}\right)e^{2\alpha t} + \left(K - \frac{\pi}{18}\right)e^{\alpha t} - \frac{1}{2}\left(K + \frac{\pi}{18}\right) = 0. \qquad (\mathbf{4})$$

Q38. Justifier que l'équation (**4**) obtenue admet des solutions réelles si et seulement si $C_m \leq -aP$. On pourra poser $X = e^{\alpha t}$.

Q39. Cette condition étant vérifiée, exprimer les deux solutions X_1 et X_2 en fonction de K.

Q40. En faisant une application numérique, montrer qu'une seule des deux solutions peut correspondre à l'étude.
De grandes approximations peuvent être effectuées. On donne $\ln(2) \approx 0{,}7$. Les moteurs choisis ont un couple maximal $|C_m| = 0{,}2\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$

Q41. Les moteurs choisis permettent-ils de respecter le cahier des charges ?

FIN

IMPRIMERIE NATIONALE – 23 1148 – D'après documents fournis

CONCOURS COMMUN

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement QR Code

Filière : TSI

Session : 2023

Épreuve de : MODÉLISATION

Consignes

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

TSI3MO

DOCUMENT RÉPONSE

Ce Document Réponse doit être rendu avec la copie.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Q10. à Q13.

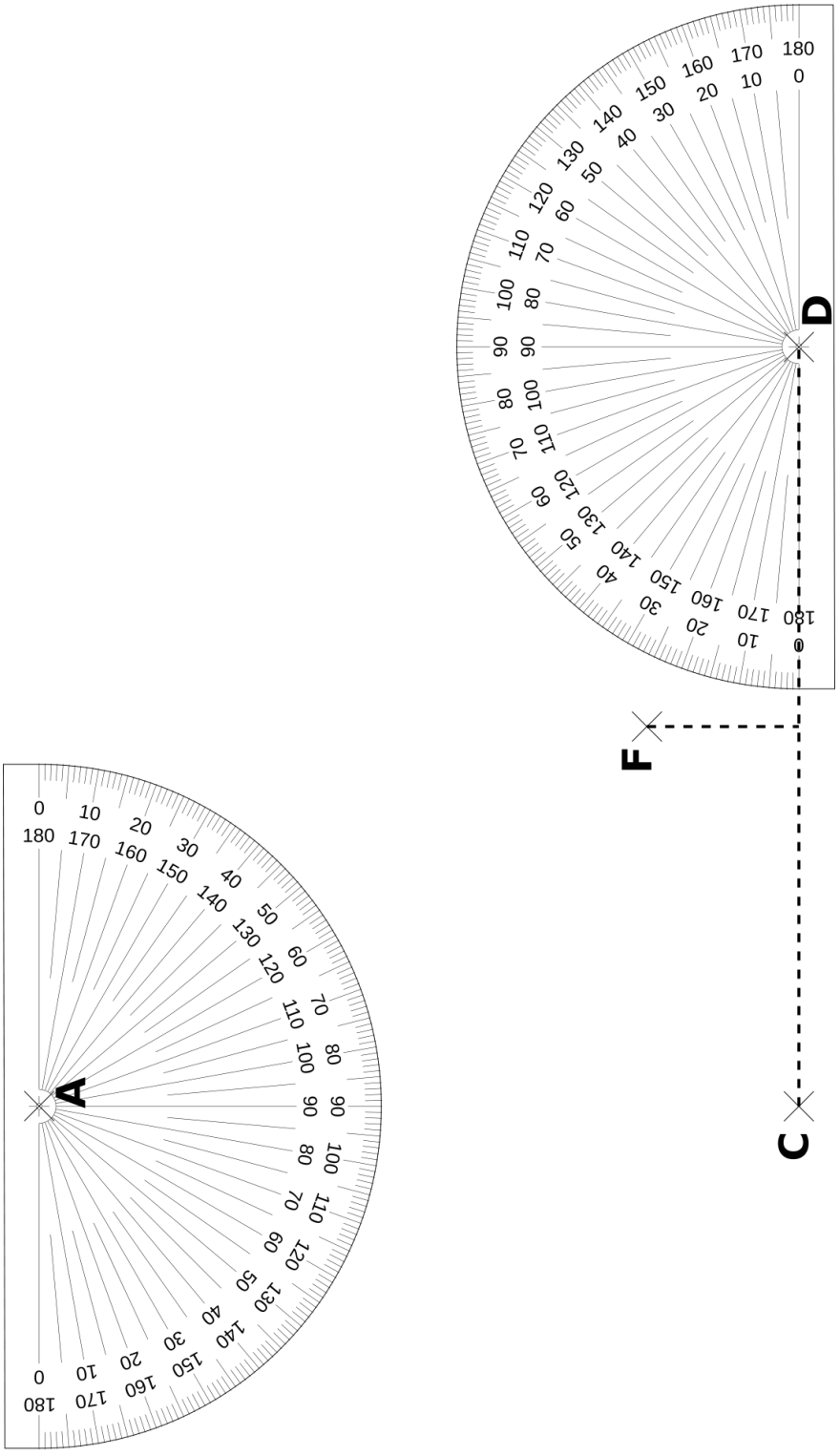


Figure 1 - Construction graphique (échelle 1 : 1)

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Déterminants
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Équations différentielles linéaires

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/ccinp/tsi