Concours Centrale-Supélec, France

Session 2015, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : comparatif des structures de commande des mouvements des doigts
- Partie II : la prothèse peut-elle saisir un verre ?
- Partie III : maintien du verre et commande en couple de l'actionneur
- Parties IV et V : évolution fonctionnelle de la prothèse et synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2015/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

S2I

MP

2015

4 heures

Calculatrices autorisées

Prothèse de main myoélectrique

L'amputation d'un membre est une intervention chirurgicale lourde qui consiste à enlever tout ou partie d'un membre. Les causes d'une amputation sont multiples :

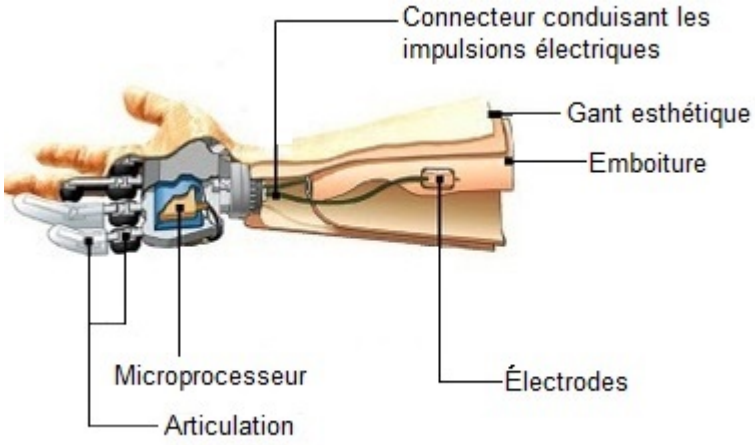
- les affections traumatiques (83%), accidents de la route, du travail, domestiques, ainsi que les brûlures, les gelures... ;
- les affections médicales (9%), irrigation sanguine insuffisante, infections osseuses ou des tissus, tumeurs... ;
- les affections congénitales (6%) ;
- ...

Bien que l'amputation puisse être associée à des causes très différentes, celle-ci est toujours vécue comme un drame humain pour l'amputé. Elle le touche en effet dans son intégrité physique et elle bouleverse sa manière de vivre dans son activité quotidienne, ses études, son métier ou ses loisirs, modifiant ainsi ses aptitudes physiques. Les amputations du ou des membres supérieurs (un doigt, une main, un avant-bras ou un bras) représentent environ 14% des amputations en France, soit environ 8 000 à 10 000 amputations par an. Un cinquième des amputations des membres supérieurs sont des amputations cubitales, c'est-à-dire comprises entre le coude et le poignet. Afin de limiter les conséquences d'une amputation, le patient peut recourir à l'usage d'une main artificielle appelée dans la suite « prothèse ».

Il existe actuellement de nombreuses technologies de prothèse de main, parmi lesquelles les prothèses esthétiques, les prothèses passives et les prothèses myoélectriques. Les prothèses esthétiques sont visuellement proches d'une main réelle mais ont des possibilités fonctionnelles limitées (soutenir des objets, porter un sac...). Les prothèses myoélectriques (figure 1a), qui représentent la dernière génération, fonctionnent grâce aux contractions musculaires du membre amputé restant, suite aux demandes du cortex frontal, qui sont acquises par des électrodes EMG (ElectroMyoGraphe) placées au contact de la peau. Ces électrodes délivrent des signaux électriques à un microprocesseur, qui après traitement, fournit les ordres de commande à un ou plusieurs actionneurs électromécaniques (figure 1b). Un gant esthétique recouvre l'ensemble de la prothèse.



(a)



(b)

Figure 1 (a) Photographie d'une prothèse myoélectrique ; (b) Constitution d'une prothèse myoélectrique

Ce sujet s'intéresse à une prothèse de main myoélectrique actuellement en phase de développement et dont la mise en vente est prévue en 2016.

Objectif

L'objet de l'étude est d'évaluer la capacité de cette prothèse à effectuer des gestes de la vie courante, en particulier saisir un verre à eau sans le casser.

Le tableau 1 regroupe quelques verres de référence devant être saisis par une telle prothèse.

BY-NC-SA

Modèle	Verre 1	Verre 2	Verre 3	Verre 4	Gobelet plastique
Dénomination	V1	V2	V3	V4	G
					
Contenance	33 cl	32 cl	42 cl	52 cl	20 cl
Diamètre mini	48 mm	61 mm	76 mm	94 mm	42 mm
Masse	175 g	310 g	340 g	200 g	3,3 g

Tableau 1 Paramètres des différents modèles de verre à eau

Les besoins du patient s'expriment en termes d'exigences décrites dans le diagramme de la figure 2.

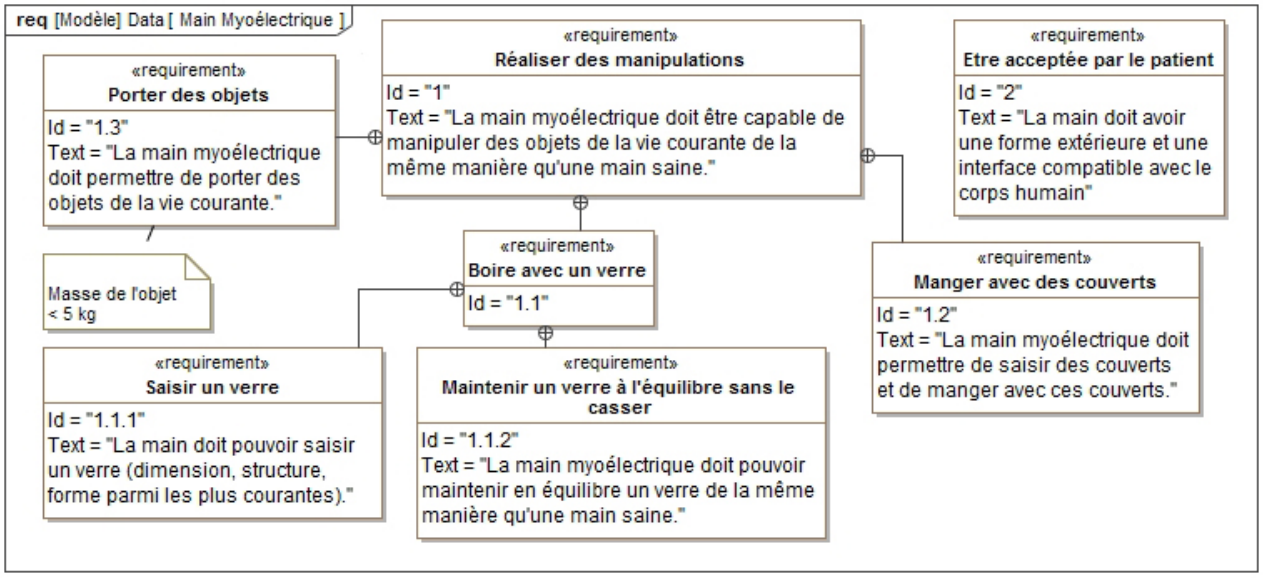


Figure 2 Diagramme partiel des exigences de la prothèse de main

Le tableau 2 décrit la qualification des exigences relatives à la fonction « Boire avec un verre ».

Id	Exigences	Caractérisation du service rendu	Critères				
			V1	V2	V3	V4	G
1.1.1	Saisir un verre	Très satisfaisant	■	■	■	■	■
		Satisfaisant	■	■	■	□	■
		Moyen	■	■	□	□	■
		Non conforme	Dans les autres cas				
1.1.2	Maintenir un verre à l'équilibre sans le casser	Très satisfaisant	■	■	■	■	■
		Satisfaisant	■	■	■	□	□
		Non conforme	Dans les autres cas				

Tableau 2 Caractérisation des exigences

L'objectif du sujet est de proposer quelques évolutions du prototype de prothèse déjà réalisé. Ce dernier est organisé structurellement tel qu'indiqué sur la figure 3 (batterie non représentée).

Les électrodes positionnées sur les muscles de l'avant-bras délivrent des informations (impulsions électriques) traitées par le microprocesseur. Celui-ci élabore les ordres de commande pour les modulateurs d'énergie qui transfèrent la quantité d'énergie adaptée de la batterie aux actionneurs mettant en mouvement les phalanges de la prothèse.

La première partie permet de s'approprier la problématique à l'aide d'une analyse des différences entre une main humaine et une prothèse myoélectrique. Dans un premier temps, le contrôle de la position des doigts de la main prothétique n'est pas exigé. Les ordres de commande sont donc la demande d'une flexion ou d'une extension complète des doigts. Dans les parties II et III, des propositions d'évolutions du prototype de la prothèse myoélectrique sont étudiées afin que l'ensemble des services rendus du tableau 2 soient très satisfaisants. Dans un second temps (partie IV), l'étude porte partiellement sur le contrôle de la position des doigts de la prothèse.

BY-NC-SA

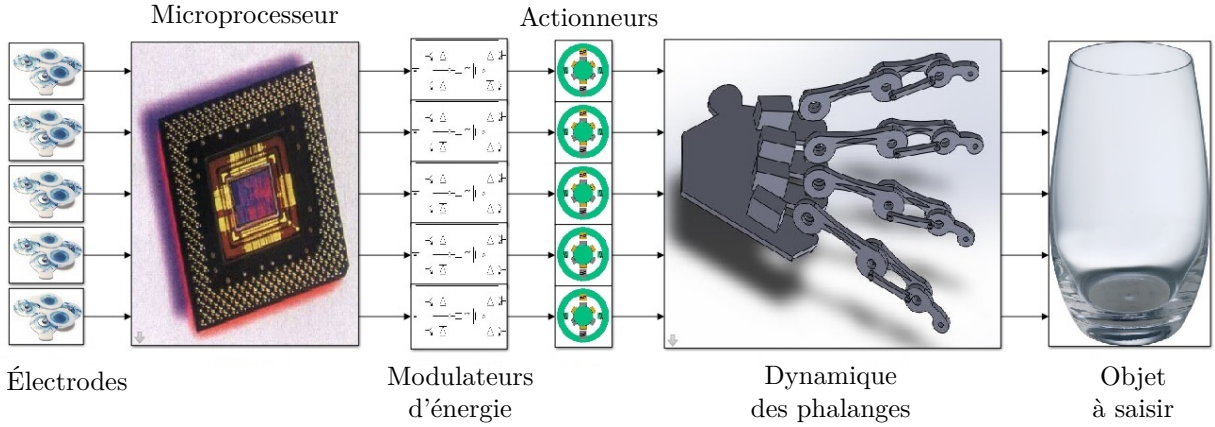


Figure 3 Organisation structurelle du prototype de prothèse myoélectrique

I Comparatif des structures de commande des mouvements des doigts

Objectif

Mettre en évidence les différences fonctionnelles entre une prothèse myoélectrique et une main humaine saine.

Les organes du corps humain intervenant dans la commande des doigts humains sont listés ci-dessous :
- l'appareil digestif transforme les aliments en nutriments et assure également leur passage dans le sang ;
- le sang transporte les nutriments à tous les organes, notamment aux muscles ;
- les muscles actionnent le squelette osseux articulé via des tendons ;
- les capteurs sensoriels contenus dans la peau acquièrent des informations sensorielles telles que la température, la pression, la douleur... ;
- la moelle épinière et les nerfs sensitifs transmettent les informations au cortex pariétal supérieur ;
- le cortex pariétal postérieur capte les informations sensorielles ;
- le cortex frontal traite, décide et élabore les ordres de commande ;
- la moelle épinière et les nerfs moteurs transmettent les informations du cortex frontal aux muscles.

Les fonctions remplies par ces organes du corps humain peuvent être rapprochées de celles remplies par les constituants de tout système complexe, à savoir, l'actionneur, le capteur, le conditionneur de signaux issus de capteurs, l'effecteur, l'interface de traitement, l'interface de puissance, le pré-actionneur, le transmetteur et l'unité de traitement.

Q 1. Compléter le diagramme chaine d'énergie - chaine d'information du document réponse DR1 en indiquant les organes du corps humain intervenant dans le fonctionnement d'une main humaine.

Q 2. Parmi les organes listés précédemment, préciser celui qui manque dans la chaine d'information chez la personne amputée. Indiquer la différence de comportement lors de la prise d'un objet entre une main saine et une main amputée équipée d'une prothèse myoélectrique.

II La prothèse de main permet-elle de saisir un verre à eau ?

Objectif

Valider l'exigence Id 1.1.1, « Saisir un verre » (voir tableau 2).

La prothèse myoélectrique, comme la main humaine, est composée de 5 doigts mus par 5 actionneurs (un pour chaque doigt). Chacun des doigts est composé de 3 phalanges, à l'exception du pouce constitué seulement de 2 phalanges. Les études étant identiques pour chaque doigt composé de 3 phalanges, seule celle de l'index est mise en œuvre.

La figure 4 décrit sous forme simplifiée les constituants réalisant l'index d'une main gauche prothétique (gant esthétique non représenté). On retrouve notamment la paume (**0**), la phalange (**3**) associée à la biellette (**4**), la phalangine (**5**) associée à la biellette (**6**) et la phalangette (**7**). La bielle (**2**) permet la mise en mouvement de la phalange (**3**) à partir du mouvement de l'arbre de l'actionneur (**1**).

En raison d'un encombrement limité, les ingénieurs ont proposé, sur le prototype de la prothèse, que la rotation du pouce soit réalisée dans un plan perpendiculaire à celui de l'index. *La prise d'un objet se fait donc par pincement entre la phalangette (**7**) de l'index et la paume de la main (**0**). Le pouce de la main prothétique n'enroule donc pas l'objet.* Pour la saisie d'un verre, seule l'action de l'index est donc étudiée. À contrario, une

BY-NC-SA

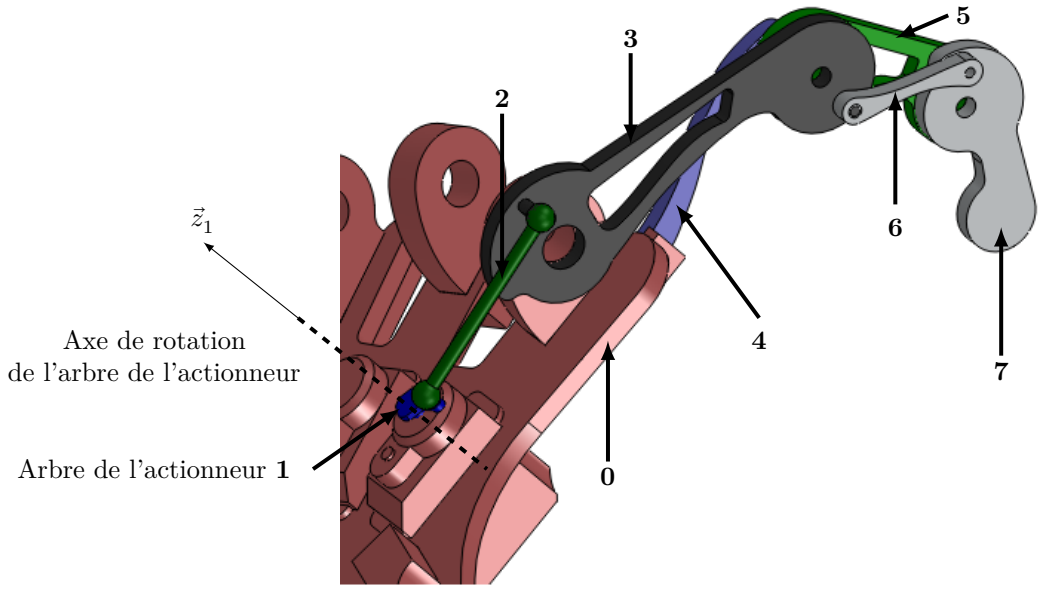
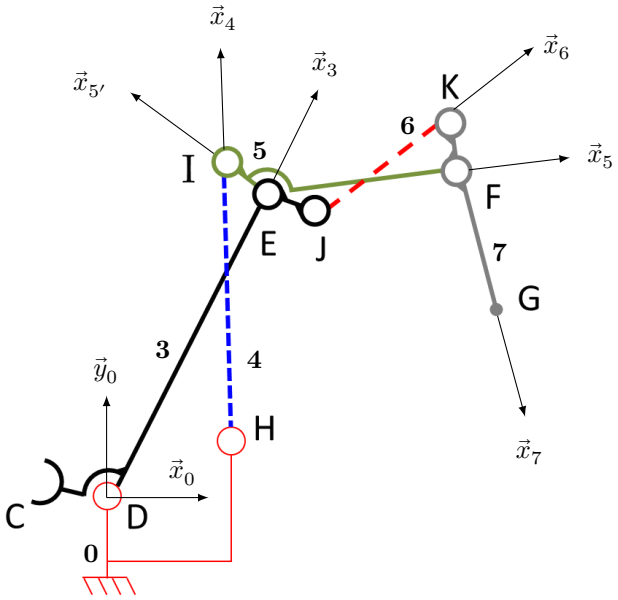


Figure 4 Description des constituants associés aux mouvements de l'index

main humaine enroule l'objet avec tous les doigts, pouce compris, et permet de saisir des objets de plus grandes dimensions.

II.A – Étude du dispositif entre la bielle (2) et la phalangette (7)

Le dispositif permettant de mouvoir la phalangette (**7**) est représenté sur la figure 4 et schématisé sur la figure 5.



$$\overrightarrow{DE} = l_3\vec{x}_3$$
$$\overrightarrow{HI} = l_4\vec{x}_4$$
$$\overrightarrow{EI} = R_5\vec{x}_{5'}$$
$$\overrightarrow{DH} = d\vec{x}_0 + e\vec{y}_0$$
$$\overrightarrow{EF} = l_5\vec{x}_5$$
$$\overrightarrow{FG} = l_7\vec{x}_7$$
$$\overrightarrow{JE} = R_3\vec{x}_{3'}$$
$$\overrightarrow{KF} = R_7\vec{x}_{7'}$$

Figure 5 Schéma cinématique du dispositif de mise en mouvement de la phalangette (**7**) et paramétrage associé

Le pincement d'un verre à eau par l'index entre la phalangette (**7**) et la paume (**0**) est considéré effectué entre les points H et G.

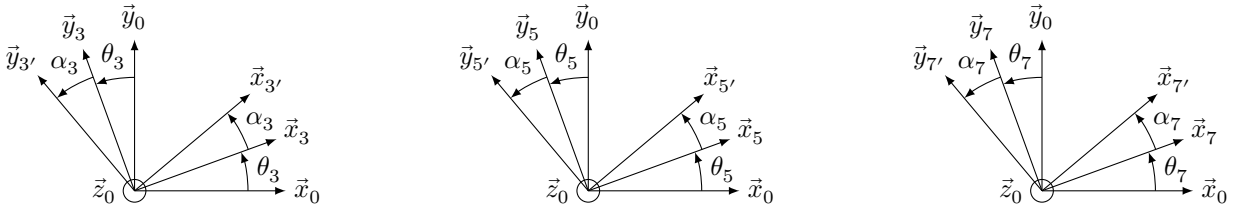
Q 3. À partir des figures 4 et 5, indiquer le degré de mobilité de la liaison entre les solides (**0**) et (**3**), puis le comparer à celui d'une main saine. Justifier ce choix de liaison retenu par les ingénieurs sur le prototype de prothèse myoélectrique.

Les figures géométrales associées aux changements de bases sont données sur la figure 6. Les mouvements des différents solides sont dans le plan $(D, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.

Q 4. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{HG}$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Les composantes seront exprimées en fonction des angles θ_3, θ_5 et θ_7 et des paramètres dimensionnels du modèle d, e, l_3, l_5 et l_7.

Le paramètre associé à la grandeur d'entrée lors de cette étude est l'angle θ_3 et le paramètre associé à la grandeur de sortie est la distance $\|\overrightarrow{HG}\|$. Il est donc nécessaire d'exprimer la distance $\|\overrightarrow{HG}\|$ en fonction de l'angle θ_3 seul (loi d'entrée-sortie géométrique de l'index).

BY-NC-SA



On note $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$ et $\theta_6 = (\vec{x}_0, \vec{x}_6) = (\vec{y}_0, \vec{y}_6)$

Figure 6 Figures géométrales de changement de bases et paramétrages

Q 5. Proposer un graphe des liaisons de l'index (chaine complexe de solides 0-3-4-5-6-7) à partir des figures 4 et 5. Proposer une démarche permettant d'exprimer les angles θ_5 et θ_7 en fonction de l'angle θ_3 et les paramètres géométriques dimensionnels. Ne pas mettre en œuvre les calculs.

Le modèle de connaissance ainsi obtenu permet de tracer l'évolution de la loi d'entrée-sortie (figure 7) pour un mouvement complet de flexion (fermeture) de l'index. Le diamètre du verre pincé est égal à $\|\overrightarrow{HG}\|$ diminué de 4 mm correspondant aux épaisseurs du gant esthétique et des pièces.

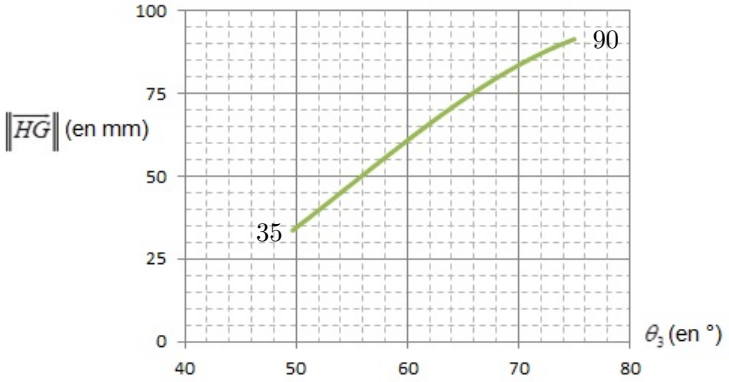


Figure 7 Tracé de la loi d'entrée-sortie de l'index

Q 6. À partir des tableaux 1 et 2, indiquer le degré de satisfaction (très satisfaisant, satisfaisant, moyen ou non conforme) du service rendu par le prototype de prothèse pour l'exigence 1.1.1.

Le choix initial sur le prototype de la prothèse myoélectrique d'imposer les mouvements du pouce et de l'index dans des plans orthogonaux ne permet pas la saisie d'un nombre suffisant de verres. Par conséquent, l'articulation du pouce a été modifiée afin de permettre la saisie d'objets entre le pouce et l'index. Cette disposition, retenue pour la suite du sujet, permet ainsi d'obtenir un degré de satisfaction du service rendu très satisfaisant.

III La prothèse de main est-elle capable de maintenir un verre à eau sans le casser ?

Objectif

Valider l'exigence Id 1.1.2, « Maintenir un verre à l'équilibre sans le casser » (voir tableau 2).

III.A – Efforts de maintien et de rupture du verre

III.A.1) Effort de maintien en équilibre du verre

La commande de l'actionneur de l'index en boucle ouverte, sous tension nominale en régime permanent (rotor bloqué), permet de déterminer l'évolution de l'effort de pincement d'un objet entre les points G et G_p, le point G_p étant défini comme l'extrémité de la phalangette du pouce. Une simulation numérique a permis de déterminer l'effort de l'index sur le verre en fonction de la distance $\|\overrightarrow{GG_p}\|$ (égale au diamètre du verre + épaisseurs du gant esthétique et des pièces).

Le facteur d'adhérence entre le gant esthétique et le verre à eau est $f = 0{,}6$ et l'hypothèse de verres parfaitement cylindriques est formulée pour la suite.

Q 7. À partir de la courbe de la figure 8, compléter le tableau du document réponse DR2, et indiquer si la prothèse est capable de maintenir à l'équilibre l'ensemble des verres du tableau 1 remplis d'eau. La démarche, les hypothèses simplificatrices et la méthode sont laissées à l'initiative du candidat.

BY-NC-SA

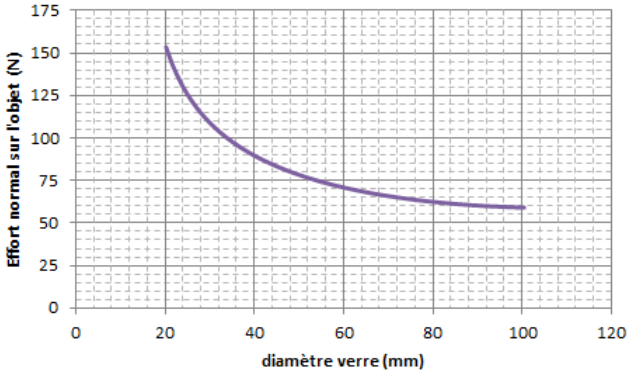


Figure 8 Évolution de l'effort normal exercé par l'index sur le verre en fonction du diamètre du verre

III.A.2) Effort de rupture du verre

Des essais expérimentaux sur les 5 types de verres à eau du tableau 1 ont été réalisés à l'aide d'une machine de traction-compression afin de déterminer la valeur de l'effort de rupture ou d'écrasement. Les résultats moyennés sur 10 mesures sont répertoriés dans le tableau 3.

Modèle	Verre 1	Verre 2	Verre 3	Verre 4	Gobelet plastique
Effort (N)	532	437	461	233	12
Déformation	Rupture	Rupture	Rupture	Rupture	Écrasement

Tableau 3 Efforts normaux provoquant la rupture ou l'écrasement des verres

Q 8. À partir des tableaux 1 et 2, indiquer le degré de satisfaction (très satisfaisant, satisfaisant ou non conforme) du service rendu par la prothèse pour l'exigence 1.1.2.

III.A.3) Synthèse intermédiaire

Les ingénieurs développant la prothèse myoélectrique souhaitent améliorer le degré de satisfaction du service rendu au patient et ainsi assurer un maintien à l'équilibre sans rupture ou écrasement des 5 verres. Ils envisagent donc de contrôler l'effort appliqué par chaque doigt sur l'objet à saisir par le contrôle du couple développé par chaque actionneur. La suite de cette partie s'intéresse donc aux solutions technologiques assurant la maitrise de l'effort de pincement.

III.B – Modélisation du comportement dynamique de la chaine d'énergie de l'index

Objectif

Établir un modèle dynamique de la chaine d'énergie relatif à la mise en mouvement de l'index de la main prothétique.

III.B.1) Modélisation de la chaine cinématique de transmission

Dans cette partie, l'étude porte sur la chaine cinématique, comprise entre l'arbre de l'actionneur (**1**) et la phalangette (**7**), composée des solides (**2**), (**3**), (**4**), (**5**) et (**6**) (figure 5). L'objectif est d'évaluer le couple que devra fournir l'actionneur pour la mise en mouvement de l'index de la main prothétique. Les masses des bielles (**2**), (**4**) et (**6**) et des phalanges (**5**) et (**7**) sont négligées, les liaisons sont supposées parfaites et le référentiel associé à la paume de la main prothétique (**0**) est supposé galiléen. Lors de cette phase de mise en mouvement, il n'y a pas d'action du verre sur l'index. Les caractéristiques géométriques et inertielles de la phalange (**3**) et de l'arbre de l'actionneur (**1**) sont fournies dans le tableau 4.

Le paramètre angulaire de la liaison pivot d'axe $(G_1, \vec{z}_1)$ orientant le solide (**1**) par rapport à (**0**) est noté θ_1. Il représente la position angulaire de l'arbre de l'actionneur (**1**).

Q 9. Donner l'expression des énergies cinétiques des solides (**1**) et (**3**) dans leur mouvement par rapport au référentiel galiléen associé à la paume (**0**).

L'actionneur exerce une action mécanique sur le solide (**1**), assimilée à un couple pur $\vec{c}_{\text{mot}} = c_{\text{mot}}\vec{z}_1$. L'accélération de la pesanteur est modélisée par $\vec{g} = -g\vec{z}_0$.

Q 10. Après avoir calculé les expressions des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures et intérieures au système (S) composé des solides (**1**), (**2**), (**3**), (**4**), (**5**), (**6**) et (**7**), déterminer la relation entre le couple moteur $c_{\text{mot}}(t)$, $\theta_1(t)$, $\theta_3(t)$, leurs dérivées successives et les caractéristiques géométriques et inertielles des solides.

BY-NC-SA

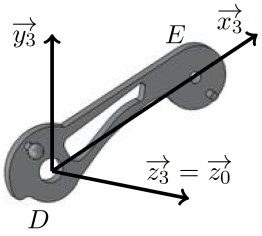
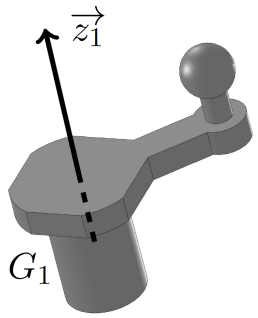
Phalange (**3**)		
	Masse	$M3$
	Centre d'inertie	$\overrightarrow{DG_3} = a_3\vec{x}_3 + b_3\vec{y}_3 + c_3\vec{z}_3$
	Opérateur d'inertie	$\overline{\overline{I}}(G_3,3) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{B_3}$
Arbre actionneur (**1**)		
	Masse	$M1$
	Centre d'inertie	G_1 situé sur l'axe de rotation de l'actionneur
	Opérateur d'inertie	$\overline{\overline{I}}(G_1,1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{B_1}$

Tableau 4 Tableau des caractéristiques géométriques et inertielles de l'arbre de l'actionneur (**1**) et de la phalange (**3**)

Pour le système existant, le comportement dynamique de la chaine d'énergie relative aux mouvements de l'index en tenant compte des frottements dans les différentes liaisons et de l'action du verre sur la phalangette (**7**) peut être décrit par l'équation différentielle :

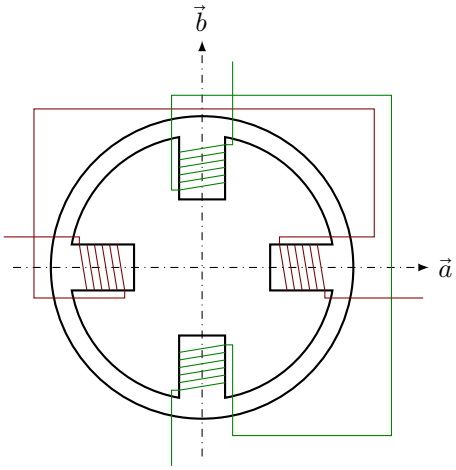
$$J_{eq}\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{mot}}}{\mathrm{d}t} = c_{\mathrm{mot}}(t) + c_r(t) - f_{eq}\omega_{\mathrm{mot}} \qquad \text{avec} \qquad \omega_{\mathrm{mot}} = \frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_1$$

où ω_{mot} est la vitesse angulaire de l'actionneur, $c_{\mathrm{mot}}(t)$ le couple fourni par l'actionneur, J_{eq} l'inertie équivalente rapportée sur l'axe de l'arbre de l'actionneur fonction de la position angulaire de (**1**) et de sa vitesse angulaire, $c_r(t)$ le couple résistant rapporté sur l'axe de l'arbre de l'actionneur modélisant l'action du verre sur la phalangette (**7**), et f_{eq} un coefficient tenant compte des frottements visqueux et des effets inertiels.

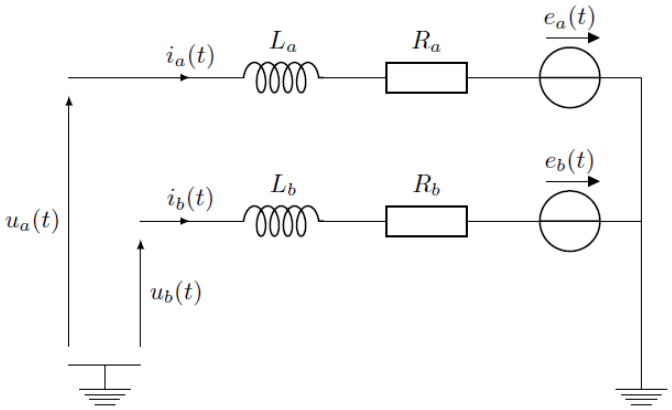
L'analyse de l'expression du couple que devra fournir l'actionneur pour mettre en mouvement l'index de la main prothétique, dans le cadre des hypothèses retenues, montre un comportement fortement non linéaire. Il est donc nécessaire d'élaborer un modèle de l'actionneur afin de déterminer une loi de commande permettant un contrôle en couple de celui-ci. La maitrise du couple fourni par l'actionneur est alors primordiale, afin de contrôler les efforts lors d'une phase de saisie d'un verre et d'éviter ainsi son écrasement ou sa rupture.

III.B.2) Modélisation de l'actionneur

L'actionneur utilisé est un moteur pas à pas hybride biphasé, c'est-à-dire composé de deux phases au stator (partie fixe, aussi appelée induit) dont les axes magnétiques sont orthogonaux, représenté sur la figure 9 et d'un rotor (partie mobile non représentée) constitué de $N = 12$ dents.



Vue en coupe de l'actionneur



Modèle électrique des 2 phases du moteur pas à pas

Figure 9 Actionneur

BY-NC-SA

Le circuit magnétique n'est pas saturé. Pour chaque phase de l'actionneur, le modèle représenté sur la figure 9 est adopté et les tensions d'alimentation de l'actionneur sont notées $u_a(t)$ et $u_b(t)$. Les paramètres électriques et mécaniques utilisés pour le modèle de l'actionneur sont décrits dans le tableau 5. L'inertie équivalente J_{eq}, présentant des non linéarités, est modélisée par J où J représente le maximum de l'inertie équivalente rapportée sur l'arbre de l'actionneur.

R_a, R_b	Résistances électriques des phases a et b	Ω
L_a, L_b	Inductances propres des phases a et b	H
N	Nombre de dents du rotor	
K_m	Constante de couple	$\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}$
J	Inertie équivalente rapportée sur l'arbre de l'actionneur	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
f_{eq}	Coefficient tenant compte des frottements et effets inertiels	$\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}s{\cdot}rad^{-1}}$

Tableau 5 Paramètres du modèle de l'actionneur

Les forces contre-électromotrices $e_a(t)$ et $e_b(t)$ apparaissent en raison de la variation de flux magnétique embrassé par les enroulements a et b en fonction de la position angulaire du rotor θ_1. Les flux magnétiques Φ_a et Φ_b embrassés respectivement par les enroulements a et b s'expriment alors par :

$$\Phi_a = \frac{K_m}{N}\cos(N\theta_1) \qquad \text{et} \qquad \Phi_b = \frac{K_m}{N}\sin(N\theta_1)$$

Le modèle de l'actionneur dans la base fixe $(\vec{a},\vec{b})$ représenté sur la figure 9 est composé des équations des grandeurs électriques et mécaniques décrites à partir des grandeurs temporelles liées aux phases physiques a et b. Cette base est fixe car liée au stator de l'actionneur.

Q 11. Montrer que les 2 équations électriques du moteur pas à pas dans la base fixe $(\vec{a},\vec{b})$ s'écrivent :

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a\frac{\mathrm{d}i_a(t)}{\mathrm{d}t} - K_m\dot{\theta}_1\sin(N\theta_1)$$
$$u_b(t) = R_b i_b(t) + L_b\frac{\mathrm{d}i_b(t)}{\mathrm{d}t} + K_m\dot{\theta}_1\cos(N\theta_1)$$

Le moteur pas à pas, d'un point de vue énergétique, et dans la base fixe $(\vec{a},\vec{b})$, peut être représenté par la figure 10.

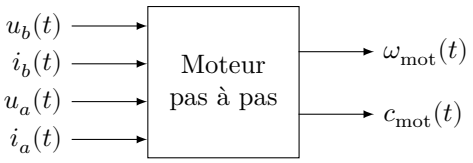


Figure 10 Représentation de l'actionneur dans la base fixe

Q 12. Donner l'expression des puissances électriques instantanées absorbées par les phases a et b notées respectivement $p_a(t)$ et $p_b(t)$. En déduire la puissance électrique instantanée totale absorbée par l'actionneur notée $p_{\mathrm{mpp}}(t)$ et l'écrire sous la forme :

$$p_{\mathrm{mpp}}(t) = p_J(t) + p_{em}(t) + p_{tr}(t)$$

où $p_J(t)$ représente la puissance instantanée dissipée par effet Joule, $p_{em}(t)$ la puissance instantanée électromagnétique stockée dans les inductances et $p_{tr}(t)$ la puissance instantanée transmise au rotor.

Le couple moteur $c_{\mathrm{mot}}(t)$ délivré par l'actionneur s'exprime par :

$$c_{\mathrm{mot}}(t) = \frac{\partial p_{tr}}{\partial\dot{\theta}_1} \qquad \text{avec} \qquad \dot{\theta}_1 = \omega_{\mathrm{mot}} = \frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t}.$$

Q 13. Déterminer l'expression du couple moteur $c_{\mathrm{mot}}(t)$ en fonction de K_m, $i_a(t)$, $i_b(t)$, N et $\theta_1(t)$.

Le modèle de l'actionneur élaboré dans la base fixe $(\vec{a},\vec{b})$ est composé de deux équations électriques et une équation électromécanique. L'analyse de ce modèle montre qu'il est non linéaire et que les grandeurs sont couplées entre elles. Dans le but d'obtenir un modèle linéaire et découplé, il est possible de travailler dans une autre base, appelée base tournante $(\vec{d},\vec{q})$, telle que représentée sur la figure 11. Les bases $(\vec{a},\vec{b})$ et $(\vec{d},\vec{q})$ sont orthonormées directes. On note $\overrightarrow{X}$ un vecteur associé à une grandeur électrique (tension ou courant) tel que $\overrightarrow{X} = a\vec{a} + b\vec{b} = d\vec{d} + q\vec{q}$.

BY-NC-SA

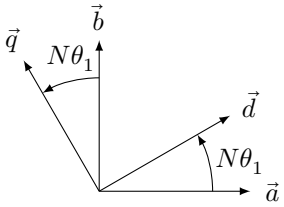


Figure 11 Figure géométrale de changement de bases

Q 14. Déterminer la matrice de changement de bases $P(N\theta_1)$ telle que $\begin{pmatrix} d \\ q \end{pmatrix} = P(N\theta_1)\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Calculer la matrice $P^{-1}(N\theta_1)$.

De par sa construction, l'actionneur est équilibré, c'est-à-dire que les paramètres relatifs à chaque phase sont identiques ($R_a = R_b = R$ et $L_a = L_b = L$). Les tensions et les courants dans la base tournante $(\vec{d}, \vec{q})$ sont notés respectivement $u_d(t)$, $u_q(t)$, $i_d(t)$ et $i_q(t)$.

Q 15. Montrer que les 2 équations électriques de l'actionneur dans la base fixe $(\vec{a}, \vec{b})$ de la question 11, s'écrivent dans la base tournante $(\vec{d}, \vec{q})$:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = R\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + N\omega_{\text{mot}}\begin{pmatrix} 0 & -L \\ L & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + K_m\omega_{\text{mot}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La démarche mise en œuvre à la question 12 pour la détermination de la puissance absorbée par l'actionneur dans la base fixe $(\vec{a}, \vec{b})$ peut être reconduite dans la base tournante $(\vec{d}, \vec{q})$. Celle-ci conduit au résultat suivant :

$$p_{\text{mpp}}(t) = R(i_d^2(t) + i_q^2(t)) + \frac{1}{2}L\frac{\mathrm{d}(i_d^2(t) + i_q^2(t))}{\mathrm{d}t} + K_m i_q(t)\omega_{\text{mot}}(t)$$

L'expression du couple fourni par l'actionneur devient donc :

$$c_{\text{mot}}(t) = K_m i_q(t)$$

Le changement de bases a donc permis de linéariser et de découpler les grandeurs dans l'équation du couple fourni par l'actionneur.

Une prothèse de main étant un système autonome en énergie, il est nécessaire de maitriser la consommation d'énergie électrique, et notamment de minimiser les pertes par effet Joule de chacun des actionneurs.

Q 16. Proposer une valeur au courant $i_d(t)$ permettant de minimiser les pertes par effet Joule dans chaque actionneur. Conclure sur le couplage des grandeurs et la linéarité du modèle de l'actionneur dans la base tournante $(\vec{d}, \vec{q})$ avec la valeur proposée du courant $i_d(t)$.

L'analyse des expressions du couple moteur et celle issue du théorème de l'énergie cinétique montre que le couple $c_{\text{mot}}(t)$ et donc l'effort de pincement au moment de la saisie du verre est contrôlable par la maitrise des courants $i_d(t)$ et $i_q(t)$.

III.C – Étude du contrôle en couple de l'actionneur

Objectif

Analyser les solutions constructives permettant un contrôle en couple de l'actionneur.

Le changement de bases, fixe $(\vec{a}, \vec{b})$ vers tournante $(\vec{d}, \vec{q})$, et le choix d'une loi de commande adaptée permettent l'obtention d'un modèle linéaire dont les grandeurs sont parfaitement découplées. Afin de s'assurer de la maitrise du couple moteur, il est donc nécessaire d'asservir les courants $i_d(t)$ et $i_q(t)$. Ces asservissements constituent les boucles de courant. Les correcteurs des deux boucles sont respectivement notés $C_d(p)$ et $C_q(p)$.

Le schéma-blocs de l'asservissement en courant est donné sur la figure 12.

L'objectif est de déterminer les correcteurs $C_d(p)$ et $C_q(p)$ des boucles de courants afin de satisfaire le cahier des charges fourni dans le tableau 6.

Il est nécessaire d'établir, dans un premier temps, un modèle linéaire du moteur pas à pas dans la base tournante $(\vec{d}, \vec{q})$ valable autour d'un point de fonctionnement F défini par :

$$F \begin{cases} u_d = U_{d0} \\ u_q = U_{q0} \\ i_d = I_{d0} \\ i_q = I_{q0} \\ \omega_{\text{mot}} = \omega_0 = \text{constante} \end{cases}$$

BY-NC-SA

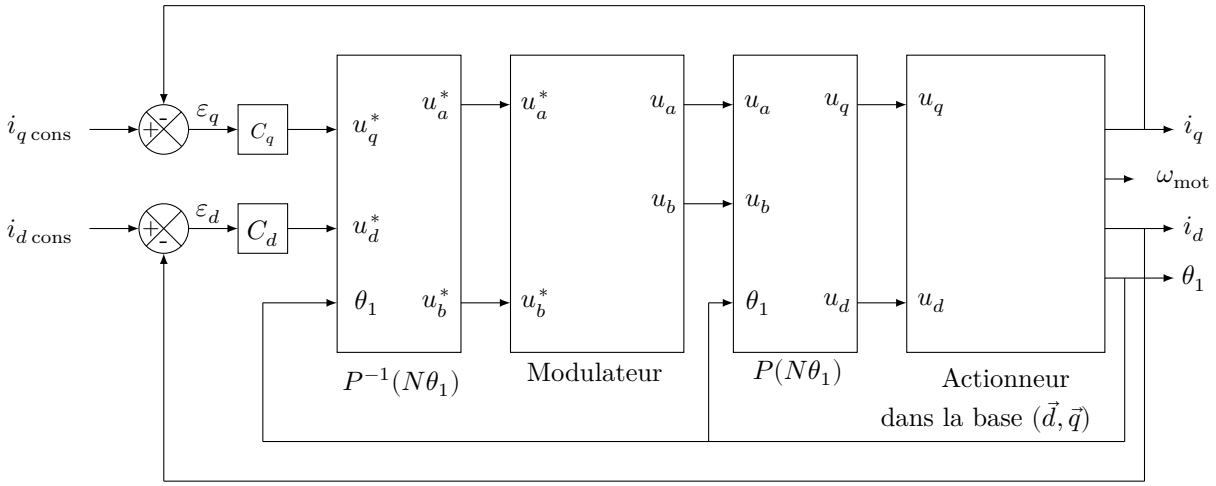


Figure 12 Modèle des boucles de courant i_d et i_q

Qualification	Critères	Niveaux
Contrôler les courants i_d et i_q	Erreur en régime permanent pour une entrée échelon	Nulle
	Temps de réponse à 5%	< 13 ms
	Dépassement en boucle fermée	Aucun
	Marge de gain	> 60 dB
	Marge de phase	$\geqslant 90°$

Tableau 6 Cahier des charges fonctionnel relatif aux boucles de courant

De petites variations de tensions notées $\delta u_d(t)$ et $\delta u_q(t)$ provoquent de petites variations des courants notées respectivement $\delta i_d(t)$ et $\delta i_q(t)$. La pulsation angulaire $\omega_{\text{mot}}(t)$ est supposée constante et égale à ω_0. Cette hypothèse est vérifiée car la constante de temps électrique est très inférieure à la constante de temps mécanique. Ce modèle linéaire permettra ensuite de déterminer les paramètres des correcteurs $C_d(p)$ et $C_q(p)$ afin de vérifier le cahier des charges relatif aux asservissements de courant du tableau 6.

Q 17. Déterminer les deux relations liant les grandeurs $\delta u_d(t)$, $\delta u_q(t)$, $\delta i_d(t)$, $\delta i_q(t)$, ω_0 et les paramètres électriques du modèle de l'actionneur.

On note $U_d(p)$, $U_q(p)$, $I_d(p)$ et $I_q(p)$ respectivement les transformées de Laplace des grandeurs temporelles $\delta u_d(t)$, $\delta u_q(t)$, $\delta i_d(t)$ et $\delta i_q(t)$.

Q 18. Déterminer la fonction de transfert $\left.\dfrac{I_q(p)}{U_q(p)}\right|_{U_d(p)=0}$.

La synthèse des deux correcteurs étant similaire, seule celle de $C_q(p)$ est abordée. Le schéma-blocs de la figure 12 se résume à celui de la figure 13 pour l'étude de l'axe q de l'actionneur, où A représente l'amplification statique du modulateur d'énergie. $\varepsilon_q(p)$ est l'entrée du correcteur $C_q(p)$.

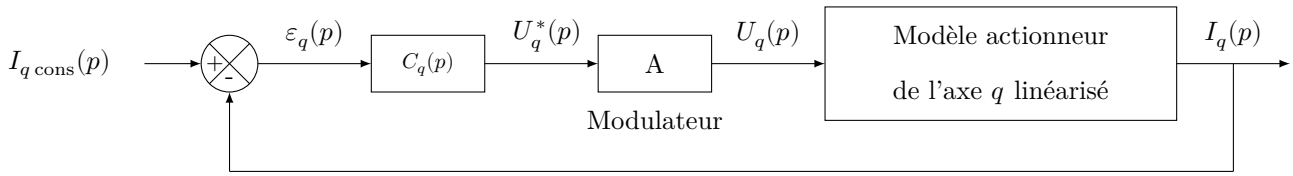


Figure 13 Modèle linéarisé de la boucle d'asservissement du courant i_q

Le choix des correcteurs pour les asservissements des courants $i_d(t)$ et $i_q(t)$ s'est porté dans un premier temps sur des correcteurs de fonctions de transfert :

$$C_d(p) = K_{id}\frac{1+T_{id}p}{T_{id}p} \qquad \text{et} \qquad C_q(p) = K_{iq}\frac{1+T_{iq}p}{T_{iq}p}$$

On note $\text{FTBO}_q(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement du courant sur l'axe q définie par :

$$\text{FTBO}_q(p) = \frac{I_q(p)}{\varepsilon_q(p)}$$

Q 19. Justifier l'utilisation de tels correcteurs vis-à-vis des performances attendues du cahier des charges fonctionnel (tableau 6).

BY-NC-SA

Sur le document réponse DR3 est fourni le diagramme de Bode de $\text{FTBO}_q(p)$ pour $C_q(p) = 1$ et $\omega_{\text{mot}} = 70\text{rad·s}^{-1}$. Les deux paramètres T_{iq} et K_{iq} influencent tous les deux la marge de phase. La démarche de réglage mise en œuvre consiste à déterminer dans un premier temps le paramètre T_{iq} permettant d'obtenir une marge de phase intermédiaire de 75° pour $K_{iq} = 1\,\text{V·A}^{-1}$, puis à déterminer K_{iq} afin d'imposer la marge de phase du cahier des charges fonctionnel.

Q 20. Déterminer, à partir du document réponse DR3, la marge de phase (minimale) de la boucle de courant i_q pour $C_q(p) = 1$.

Q 21. Déterminer la valeur de T_{iq} permettant d'obtenir une marge de phase de 75° pour $K_{iq} = 1\,\text{V·A}^{-1}$.

Pour la suite, le paramètre T_{iq} du correcteur est pris égal à 1 ms. Sur le document réponse DR4 est fourni le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\text{FTBO}_q(p)$ pour $\omega_{\text{mot}} = 70\,\text{rad·s}^{-1}$, $K_{iq} = 1\,\text{V·A}^{-1}$ et $T_{iq} = 1\,\text{ms}$.

Q 22. Déterminer la valeur de K_{iq} permettant d'obtenir la marge de phase de 90° imposée par le cahier des charges fonctionnel.

Une simulation de la boucle de courant relative à $i_q(t)$ pour une consigne échelon d'amplitude 1 A fournit le résultat de la figure 14 avec les paramètres adaptés.

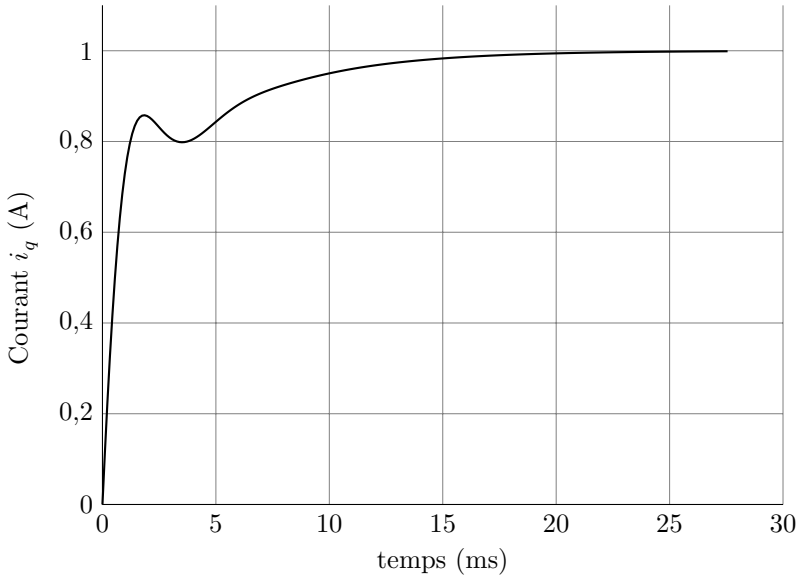


Figure 14 Réponse indicielle de la boucle de courant i_q pour $\omega_{\text{mot}} = 70\,\text{rad·s}^{-1}$

Q 23. Vérifier l'ensemble des performances attendues dans le cahier des charges fonctionnel pour le point de fonctionnement F.

Il faut maintenant s'assurer que les performances des boucles de courant sont atteintes quel que soit le point de fonctionnement F. L'étude se limite ici à l'arrêt et dans ce cas, la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit :

$$\text{FTBO}_q(p) = \frac{I_q(p)}{\varepsilon_q(p)} = \frac{K}{p}\frac{1+T_1 p}{1+T_2 p}$$

avec $K = 1{,}85 \times 10^3\ \text{s}^{-1}$; $T_1 = 1{,}10 \times 10^{-3}$ s et $T_2 = 2{,}4 \times 10^{-3}$ s.

Q 24. Montrer qu'à l'arrêt, le critère de non dépassement du cahier des charges (tableau 6) n'est pas vérifié.

L'étude d'un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement a montré ses limites pour la détermination des paramètres d'un correcteur linéaire. Afin de valider le cahier des charges quel que soit le point de fonctionnement F, le choix des ingénieurs s'est porté sur des correcteurs non linéaires dit « à fourchette de courant », dont la loi entrée-sortie est donnée figure 15.

Une simulation du modèle donné figure 12 fournit les résultats de la figure 16 avec $\Delta I = 0{,}1$ A, autour d'un point de fonctionnement F défini par $I_{d0} = -1$ A, $I_{q0} = 4$ A, pour des échelons de consigne de 2 A.

Q 25. Après avoir analysé les résultats de simulation des boucles de courant i_d(t) et i_q(t) donnés figure 16, conclure sur la validation du cahier des charges fonctionnel relatif aux performances attendues des boucles de courant (tableau 6).

Dans l'objectif global de contrôler le couple moteur, l'ondulation des courants (ΔI) due à la correction en fourchette de courant est négligée. Par ailleurs, comme les temps de réponse des boucles de courant pour des entrées échelon sont inférieurs à 1 ms, alors ils sont négligeables. Au final, les boucles de courant sont donc assimilables à des systèmes infiniment rapides et d'amplification unitaire.

BY-NC-SA

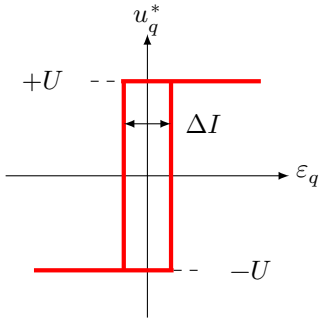


Figure 15 Loi entrée-sortie du correcteur non linéaire

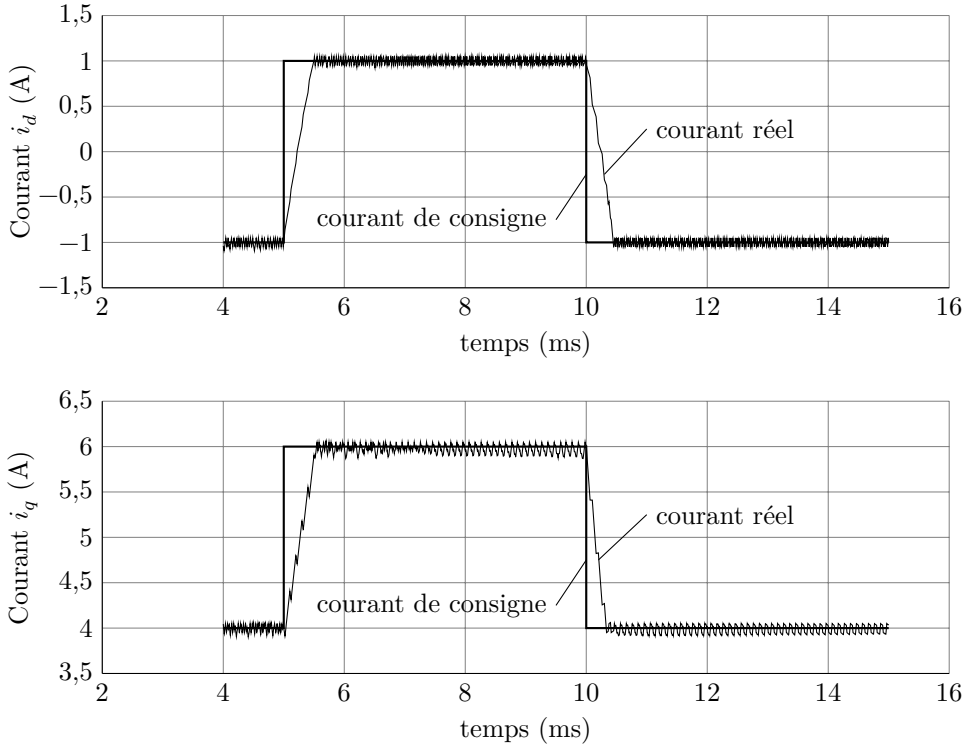


Figure 16 Résultats de simulation des boucles de courant avec correcteurs à fourchette de courant ($\Delta I = 0{,}1$ A)

III.D – Synthèse

Cette étude a permis de valider les solutions technologiques ainsi que la loi de commande pour contrôler le couple moteur $c_{\text{mot}}(\text{t})$ par régulation du courant $i_d(t) = 0$ et par asservissement du courant $i_q(t)$, avec la mise en place de correcteurs non linéaires. Il est donc possible de contrôler l'effort normal des doigts de la prothèse sur le verre à eau. Des saturations sont mises en place dans la chaine d'asservissement des courants afin de maitriser le couple maximal développé par l'actionneur de chaque doigt, et ainsi éviter l'écrasement ou la rupture des verres. La commande élaborée par le microprocesseur peut donc être du type Tout Ou Rien (sans contrôle de la position des doigts) à partir des signaux fournis par les électrodes EMG.

IV Étude d'une évolution fonctionnelle de la prothèse myoélectrique

Le traitement réalisé par le microprocesseur implanté dans la prothèse myoélectrique ne permet pas actuellement de contrôler l'angle de flexion des doigts. Chaque doigt est commandé pour être soit totalement fléchi, soit totalement tendu (commande TOR). La présence d'un objet bloque la rotation de l'actionneur et donc le mouvement des doigts, mais le contrôle de l'effort mis en place et analysé dans la partie III permet de s'assurer de la non détérioration du verre.

Les recherches actuelles sur les prothèses de main permettent, grâce aux traitements des signaux émis par les électrodes EMG, de quantifier la flexion souhaitée des doigts. Dans le cas d'une main saine, les capteurs sensoriels situés sur la peau des doigts ainsi que les yeux permettent un contrôle de la flexion lors de la prise du verre. Les concepteurs de la prothèse myoélectrique souhaitent donc la faire évoluer en contrôlant la flexion des doigts afin de proposer aux patients une prothèse très proche en termes de comportement et de performances d'une main humaine.

L'organisation générale de la prothèse myoélectrique suite à cette évolution est fournie sur la figure 17.

BY-NC-SA

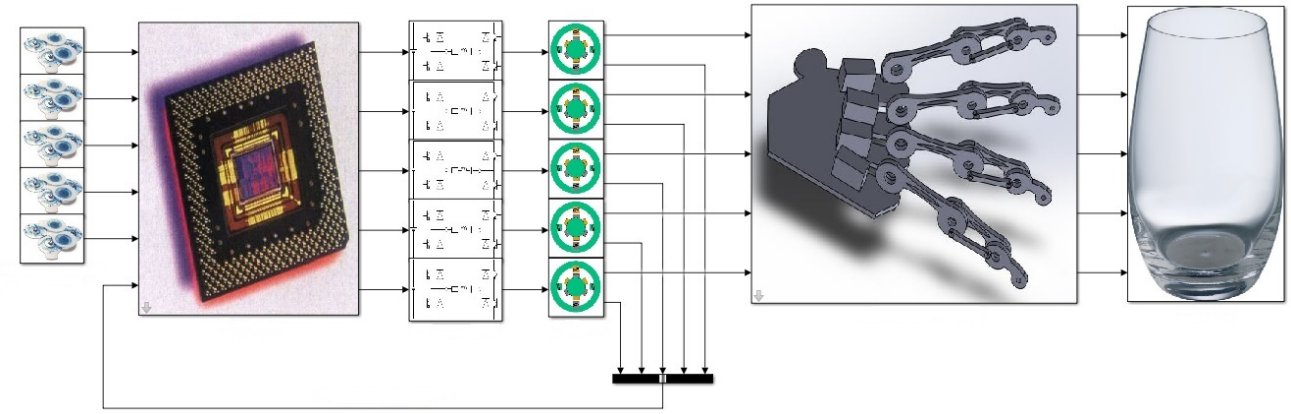


Figure 17 Organisation structurelle du prototype de prothèse myoélectrique

Le microprocesseur équipant la prothèse myoélectrique reçoit et traite les signaux fournis par les électrodes EMG placées au niveau des muscles et détermine la consigne de position angulaire $\theta_{1\,\text{cons}}$ de l'arbre de l'actionneur. Un capteur de position angulaire de coefficient d'amplification unitaire est placé sur l'arbre de l'actionneur. Il délivre au microprocesseur un signal électrique, image de la position angulaire réelle de l'actionneur.

Le schéma de principe de l'asservissement en position angulaire à retour unitaire est donné figure 18.

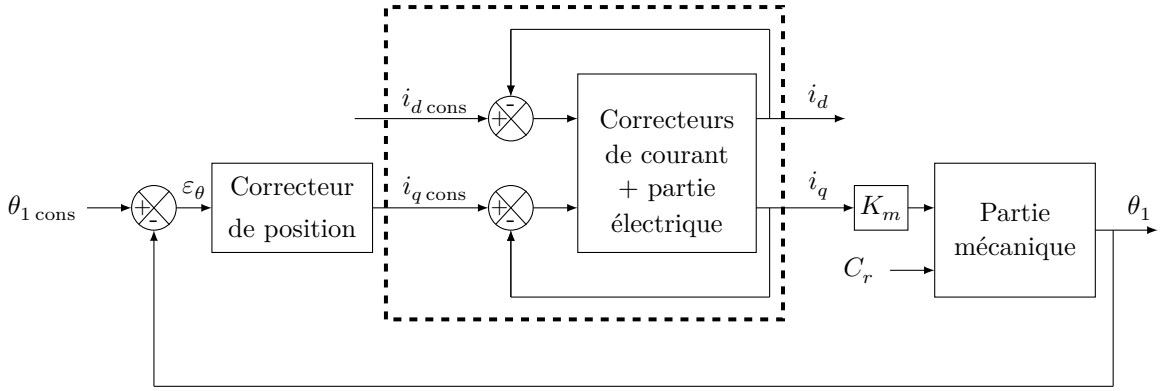


Figure 18 Schéma de principe de l'asservissement de position angulaire de l'arbre de l'actionneur de l'index de la prothèse myoélectrique

La modélisation du comportement dynamique de la chaine fonctionnelle est fortement non linéaire (comme vue dans les parties II et III). L'étude de l'asservissement en position angulaire θ_1 de l'arbre de l'actionneur est donc réalisée à partir d'un modèle multi-physique acausal. La détermination des paramètres du correcteur de position $C_{pos}(p)$ est réalisée par approches successives afin d'obtenir des performances globales adaptées à la morphologie de l'amputé et à son activité professionnelle.

Le correcteur de position angulaire choisi pour la suite est :

$$C_{pos}(p) = \frac{I_{q\,\text{cons}}(p)}{\varepsilon_\theta(p)} = K_p \frac{1 + T_p p}{T_p p}$$

Objectif

Décrire le traitement réalisé par le microprocesseur afin de contrôler l'angle de flexion des doigts de la prothèse de main myoélectrique.

Ce correcteur de position est réalisé par le microprocesseur, et par conséquent le traitement est numérique avec une période d'échantillonnage, notée T_e, supposée très faible. Cette partie s'intéresse à la réalisation du correcteur de position sous forme numérique à partir d'une équation de récurrence.

Q 26. Donner l'équation différentielle décrivant le correcteur de position $C_{pos}(p)$, en exprimant la relation entre $i_{q\,\text{cons}}(t)$, $\varepsilon_\theta(t)$ et leurs dérivées temporelles respectives.

Les fonctions associées aux grandeurs $i_{q\,\text{cons}}(t)$ et $\varepsilon_\theta(t)$ sont des fonctions supposées de classe au moins $\mathcal{C}^1$.

BY-NC-SA

Q 27. À l'aide d'un développement de Taylor à l'ordre un, exprimer la relation liant $i_{q\,\text{cons}}(t-T_e)$, $i_{q\,\text{cons}}(t)$, $\dfrac{\mathrm{d}i_{q\,\text{cons}}(t)}{\mathrm{d}t}$ et T_e. De même pour $\varepsilon_\theta(t-T_e)$, $\varepsilon_\theta(t)$, $\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_\theta(t)}{\mathrm{d}t}$ et T_e. En déduire l'équation de récurrence du correcteur $C_{pos}(p)$ réalisé sous forme numérique et la mettre sous la forme

$$i_{q\,\text{cons}}(n\cdot T_e) = A\cdot i_{q\,\text{cons}}((n-1)\cdot T_e) + B\cdot \varepsilon_\theta(n\cdot T_e) + C\cdot \varepsilon_\theta((n-1)\cdot T_e)$$

en précisant les expressions de A, B et C en fonction de K_p, T_p et T_e et en posant $t = n\cdot T_e$.

Les opérations exécutées par le microprocesseur pour réaliser le correcteur de position étant séquentielles, le comportement de celui-ci peut être décrit par un algorigramme (algorithme sous forme graphique). Seule la mesure de θ_1 est à réaliser car $\theta_{1\,\text{cons}}$ est supposé connu par le microprocesseur. La grandeur de sortie est $i_{q\,\text{cons}}$. Le tableau 7 fournit les symboles graphiques nécessaires à la description du comportement séquentiel d'un système et leurs fonctions.

Symboles	**Fonctions**
ACQUÉRIR ENTRÉE $M \leftarrow E$	Cette fonction fait l'acquisition d'une grandeur analogique et réalise la conversion analogique-numérique, puis sauvegarde la valeur numérisée (E) en mémoire dans la variable (M).
ÉCRIRE MÉMOIRE $M \leftarrow V$	Cette fonction permet de sauvegarder une valeur (V) en mémoire dans la variable (M) du microprocesseur.
MULTIPLIER $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 \times N2$	Cette fonction multiplie deux nombres décimaux $(N1)$ et $(N2)$. Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
ADDITIONNER $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 + N2$	Cette fonction additionne deux nombres décimaux $(N1)$ et $(N2)$. Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
SOUSTRAIRE $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 - N2$	Cette fonction soustrait deux nombres décimaux $(N1)$ et $(N2)$. Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
ÉCRIRE SORTIE $S \leftarrow M$	Cette fonction écrit la valeur (S) à l'entrée du convertisseur numérique-analogique à partir d'une valeur située en mémoire (M) puis réalise la conversion numérique-analogique.

Tableau 7 Symboles élémentaires d'un algorigramme

Q 28. Compléter, sur le document réponse DR5, l'algorigramme décrivant la suite d'opérations que doit réaliser le microprocesseur afin de réaliser le correcteur de position $C_{pos}(p)$ avec les constantes A, B et C.

V Synthèse

Q 29. Proposer une synthèse décrivant la démarche mise en œuvre dans ce sujet. Il est notamment attendu de présenter les conclusions apportées pour valider les solutions technologiques afin de permettre à des patients ayant subi une amputation cubitale d'exécuter des gestes de la vie courante.

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

NOM : .....

Prénom : .....

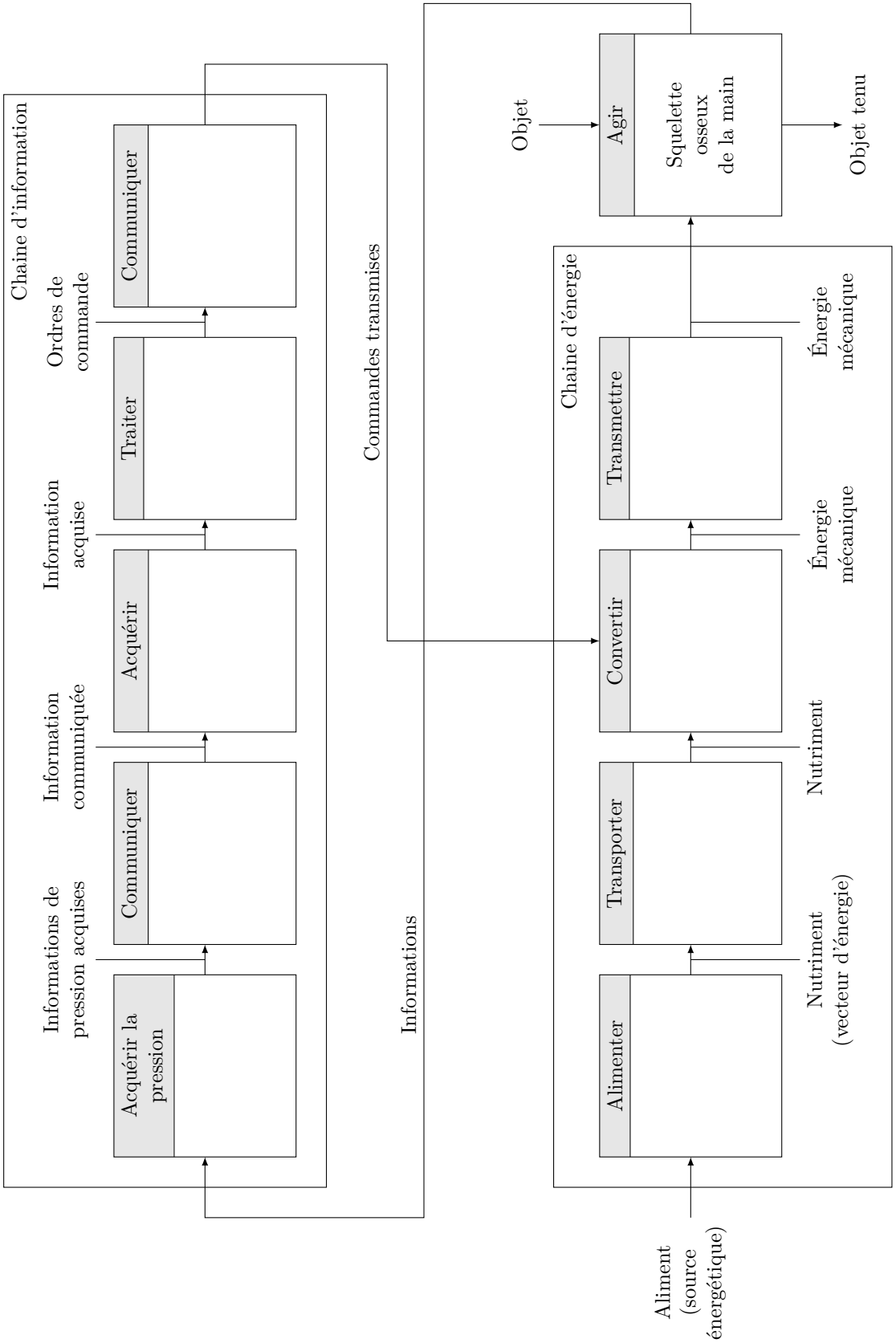
Signature :

Épreuve de **S2I** Filière **MP**

NUMÉRO DE PLACE

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir rempli complètement l'en-tête

DR1 : chaine d'énergie - chaine d'information



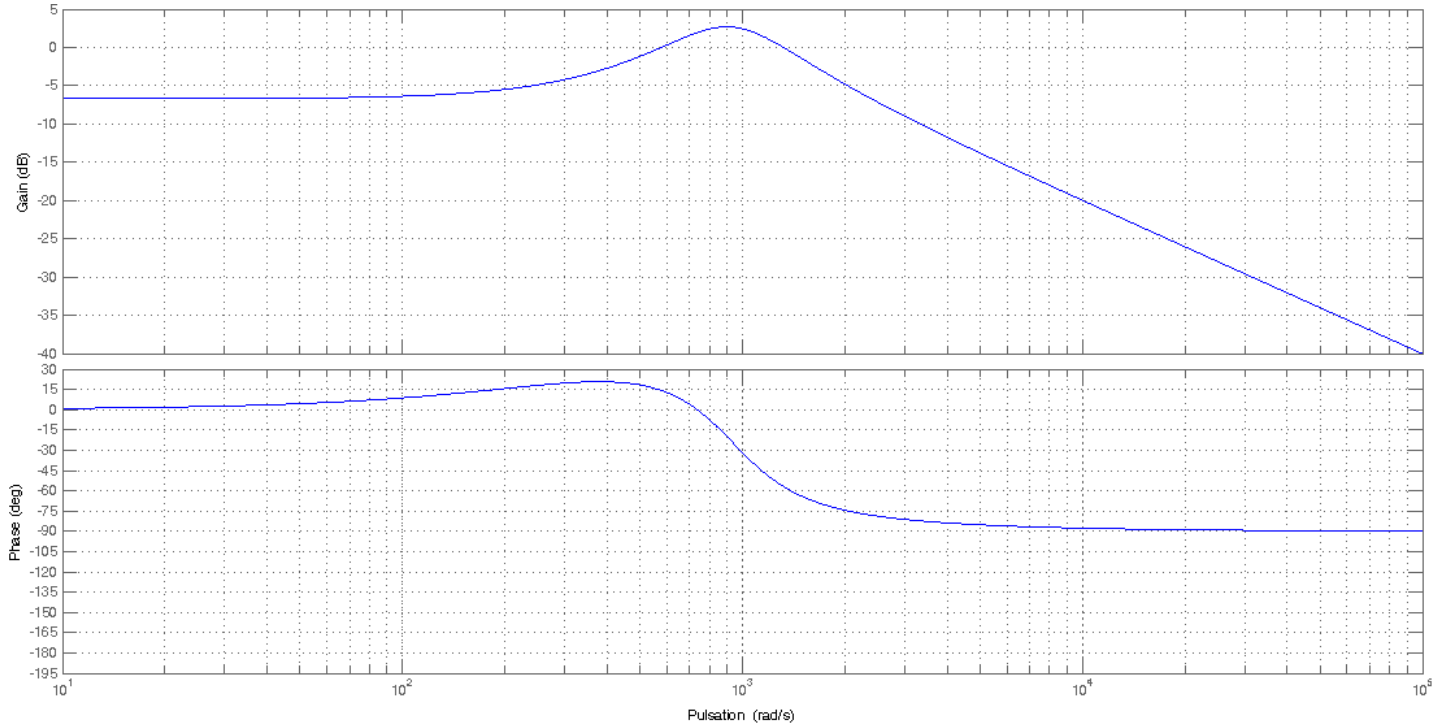
DR2 : validation de la capacité de la prothèse à maintenir en équilibre les verres

	Diamètre	Masse à vide	Contenance	Poids total	Effort normal nécessaire au maintien du verre	Effort normal développé par un doigt	Conclusion
Unité	mm	g	cl	N	N	N	
Verre 1	48	175	33				
Verre 2	61	310	32				
Verre 3	76	340	42				
Verre 4	94	200	52				
Gobelet plastique	42	3,3	20				

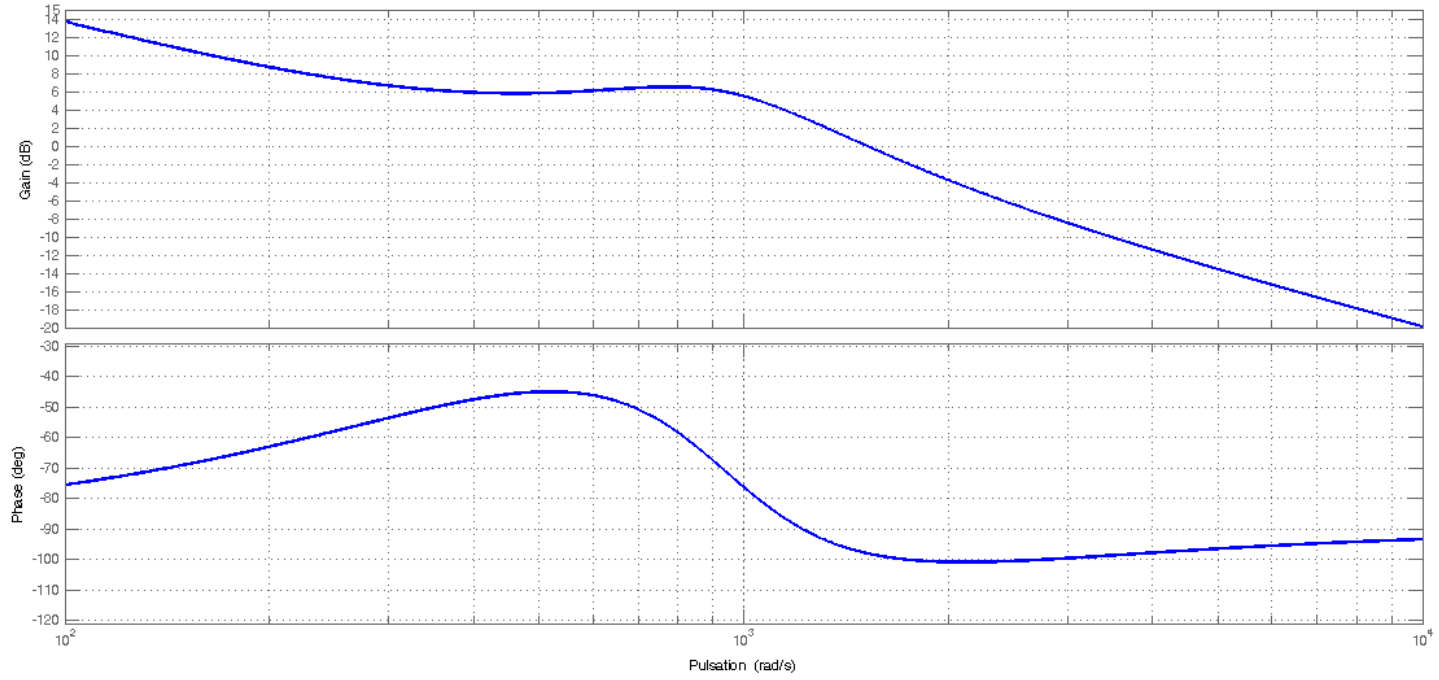
Conclusion

Ne rien écrire dans la partie barrée

DR3 : diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'axe q pour $C_q(p) = 1$ et $\omega_{\text{mot}} = 70\,\text{rad·s}^{-1}$



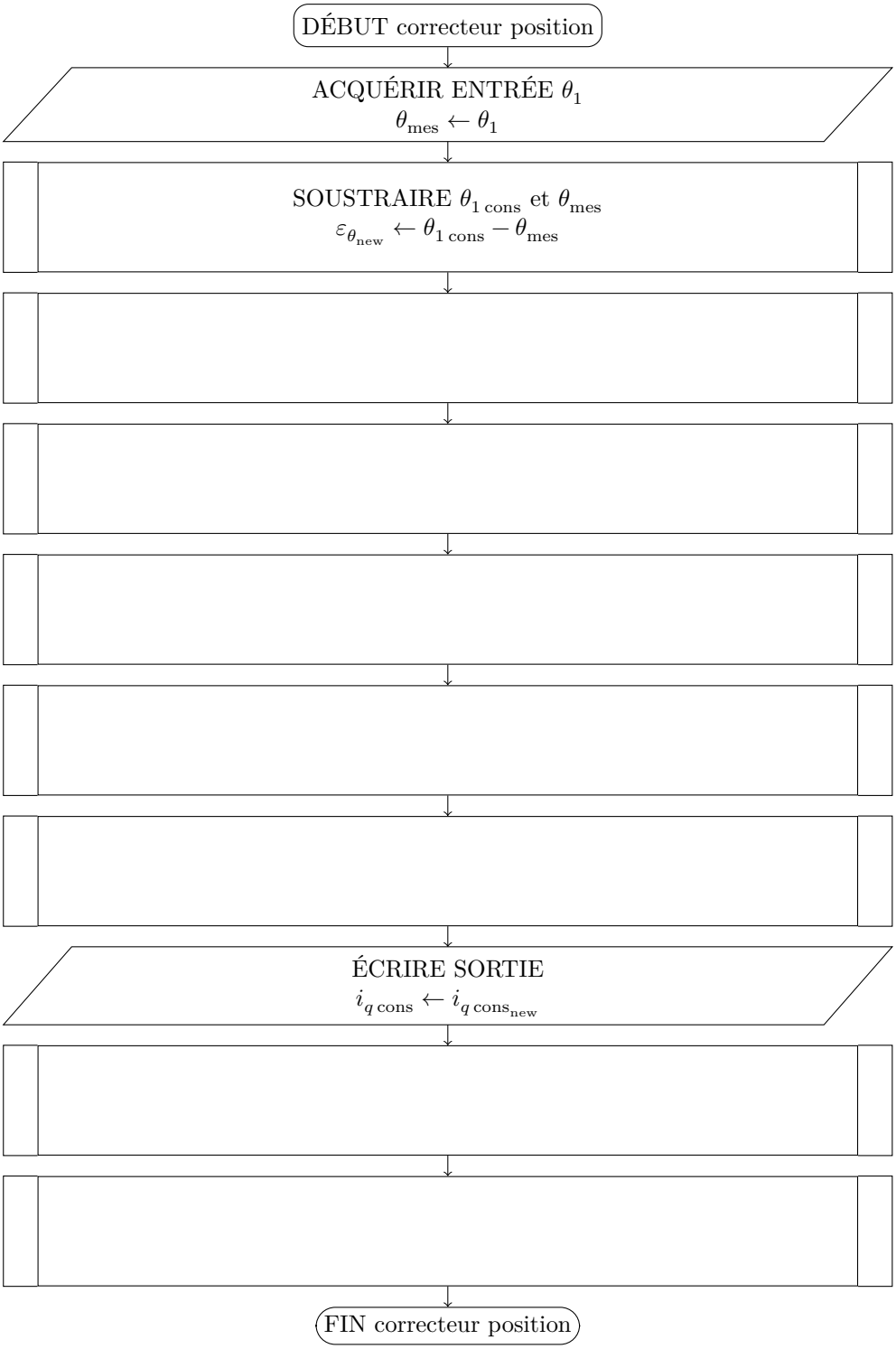
DR4 : diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'axe q pour $\omega_{\text{mot}} = 70\,\text{rad·s}^{-1}$, $K_{iq} = 1\,\text{V·A}^{-1}$ et $T_{iq} = 1\,\text{ms}$



DR5 : algorigramme de description de la réalisation du correcteur $C_{pos}(p)$

Remarques :

- Les constantes A, B et C sont définies dans un autre algorigramme appelé avant celui du correcteur de position.
- La valeur de $\theta_{1\,\text{cons}}$ est élaborée par un autre algorigramme appelé avant celui du correcteur de position.
- On note $\varepsilon_{\theta_{\text{old}}}$ et $i_{q\,\text{cons}_{\text{old}}}$, respectivement la valeur de $\varepsilon_\theta(t)$ et $i_{q\,\text{cons}}(t)$ à l'instant $(n-1)\cdot T_e$.
- On note θ_{mes}, $\varepsilon_{\theta_{\text{new}}}$ et $i_{q\,\text{cons}_{\text{new}}}$, respectivement la valeur de la position angulaire $\theta_1(t)$, la valeur de $\varepsilon_\theta(t)$ et $i_{q\,\text{cons}}(t)$ à l'instant $n\cdot T_e$.



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Simplification d'un modèle : linéarisation, non-linéarités, pôles dominants, validité

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp