Concours Centrale-Supélec, France

Session 2018, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Parties I et II : présentation du robot et exigence de maniabilité
- Partie III : interface utilisateur et algorithme de commande
- Parties IV et V : architecture détaillée, déplacement et réglage de cap
- Partie VI : comportement en tangage
- Parties VII et VIII : performances en changement de cap et synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2018/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

S2I

MP

2018

4 heures Calculatrices autorisées

Robot SPHERO



I Présentation du support

I.A – Description du robot Sphero

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette). C'est le cas du robot **Sphero** créé par la société Orbotix et qui sert de support d'étude pour ce sujet.

Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement (figure 1). Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.



Figure 1 Constitution du Sphero

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone. Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

I.B – Manipulation et déplacement du robot Sphero

Pour commander le robot l'utilisateur dispose d'une application sur son smartphone (ou sa tablette). Une fois la connexion bluetooth établie entre le Sphero et le smartphone, l'utilisateur peut mettre en mouvement le robot grâce à une interface tactile (figure 2). L'utilisateur place son doigt au centre du cadran (sur le curseur ayant le sigle Sphero) puis le déplace dans le cadran. La position du doigt sur le cadran fournit une consigne de cap (par rapport à la marche avant) et de vitesse au robot : plus le doigt est éloigné du centre du cadran plus le robot va vite.

BY-NC-SA

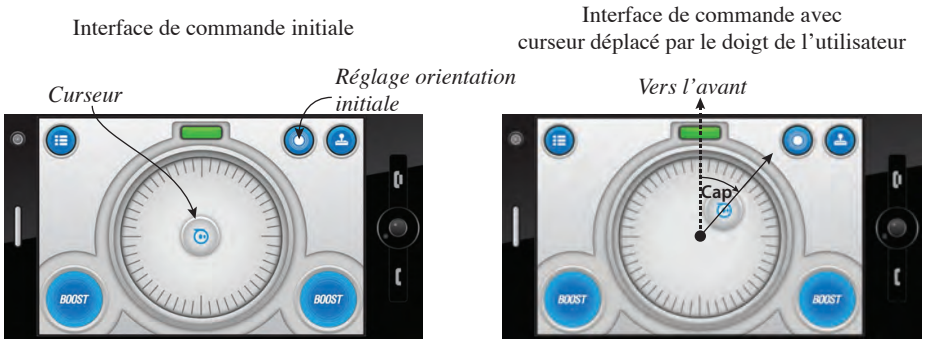


Figure 2 Interface homme-machine (IHM) de commande du Sphero

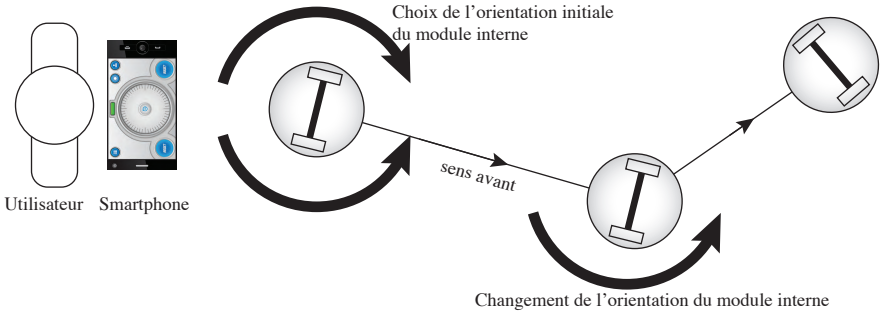


Figure 3 Déplacement du robot

Un exemple de déplacement du robot Sphero est décrit par la figure 3. Pour un cap donné le Sphero se déplace selon une trajectoire rectiligne. Lorsque le cap est changé par l'utilisateur, le module interne change son orientation autour d'un axe vertical de lacet et une nouvelle direction est ainsi imposée au Sphero. Ce dernier reprend un déplacement en ligne droite suivant le nouveau cap.

Afin que l'utilisation du robot soit à la hauteur des attentes de l'utilisateur, le robot Sphero doit satisfaire les exigences définies figure 4.

II Étude préliminaire et respect de l'exigence 2 de maniabilité

Cette partie préliminaire propose de mener une analyse comportementale du Sphero afin de mettre en évidence la problématique qui sera traitée dans ce sujet. Cette analyse permettra de définir l'objectif du sujet.

Un essai est réalisé avec le Sphero en mode non asservi. Les capteurs du robot ne sont pas utilisés pour la commande de ce dernier (figure 5).

La figure 5 montre la trajectoire suivie par le Sphero lors de l'essai. Le Sphero est en mode non asservi et connecté à un ordinateur (liaison sans fil). À l'écran de l'ordinateur est affiché un parcours délimité par deux lignes et l'utilisateur peut cliquer à l'écran pour imposer au Sphero une consigne de cap. Celle-ci correspond à la direction du vecteur ayant pour origine la position mesurée du Sphero au moment du clic et pour extrémité le point cliqué à l'écran. L'expérimentation est réalisée en intérieur et sans aucune perturbation pouvant altérer le fonctionnement du robot. La vitesse du robot est volontairement limitée à 50% de sa vitesse maximale afin de rendre la manipulation plus aisée pour l'utilisateur.

Q 1. En considérant le Sphero comme parfaitement asservi aux consignes de clic de l'utilisateur, quel serait le nombre minimal de consignes de changement de cap nécessaire pour faire évoluer le robot selon la trajectoire théorique ? Pour chacune de ces consignes de changement de cap quelle est la valeur du cap imposé (à l'instant initial le cap est de 0 deg) ?

Q 2. D'après l'expérimentation, l'exigence 2 de maniabilité est-elle respectée ? Justifier la réponse à partir du nombre d'actions de changement de cap réalisées par l'utilisateur lors de l'expérimentation.

Au vu de l'essai analysé précédemment il apparait que sans commande spécifique le robot Sphero n'atteint pas toutes les exigences attendues. Le comportement précédemment observé impose à l'utilisateur de compenser sans cesse les défauts de trajectoire du Sphero, ce qui rend ce dernier difficilement maniable et donc inutilisable. La suite du sujet vise à résoudre ce problème.

Objectif

Évaluer les solutions techniques mises en jeu dans la conception du Sphero et déterminer une commande du Sphero permettant à ce robot d'atteindre les exigences de stabilité, de maniabilité et de respect des consignes de l'utilisateur.

Deux aspects de la commande du robot Sphero seront étudiés : la génération des consignes de cap et de vitesse envoyées au Sphero et le principe de commande de la chaine d'énergie du Sphero.

BY-NC-SA

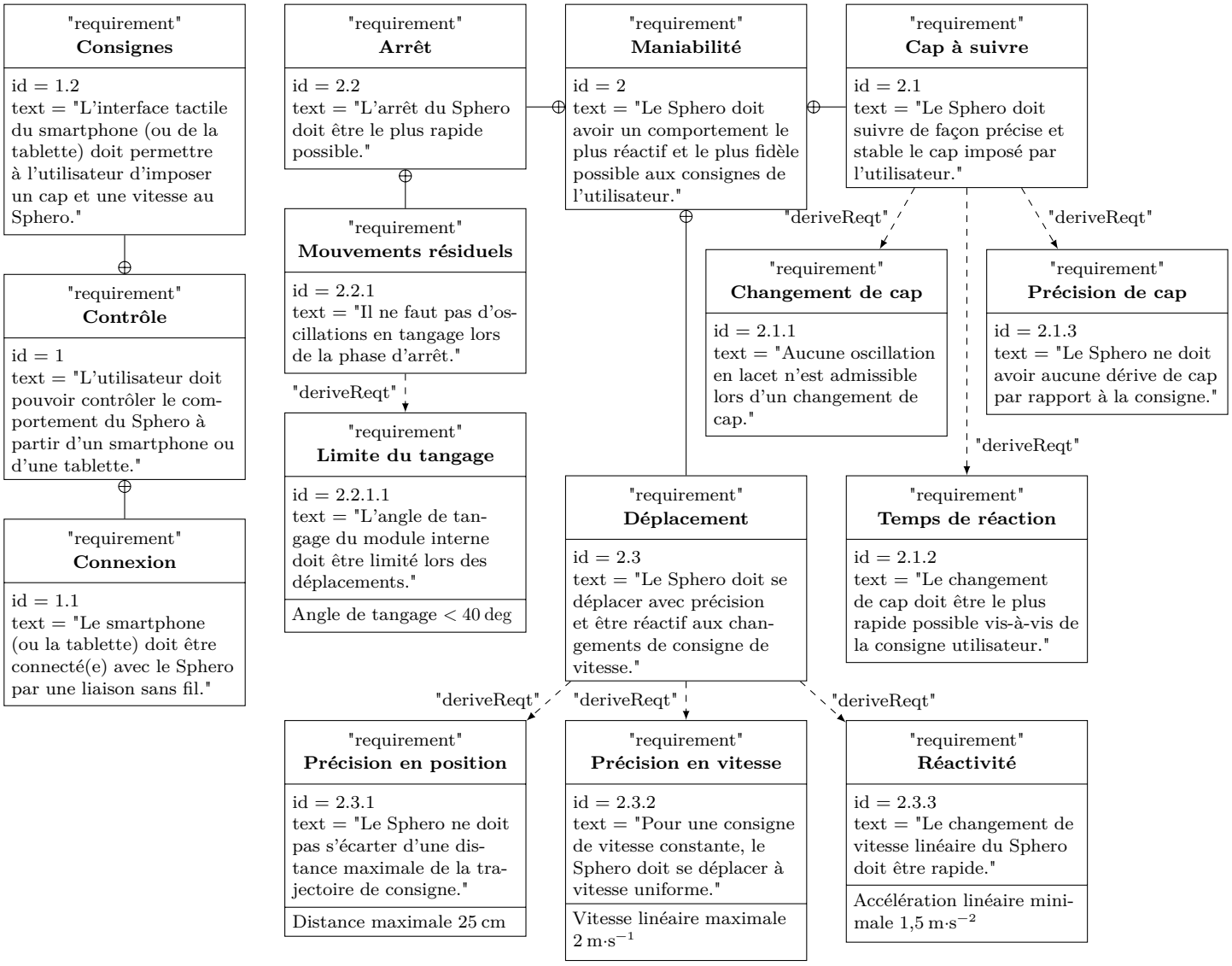


Figure 4 Diagramme des exigences du Sphero

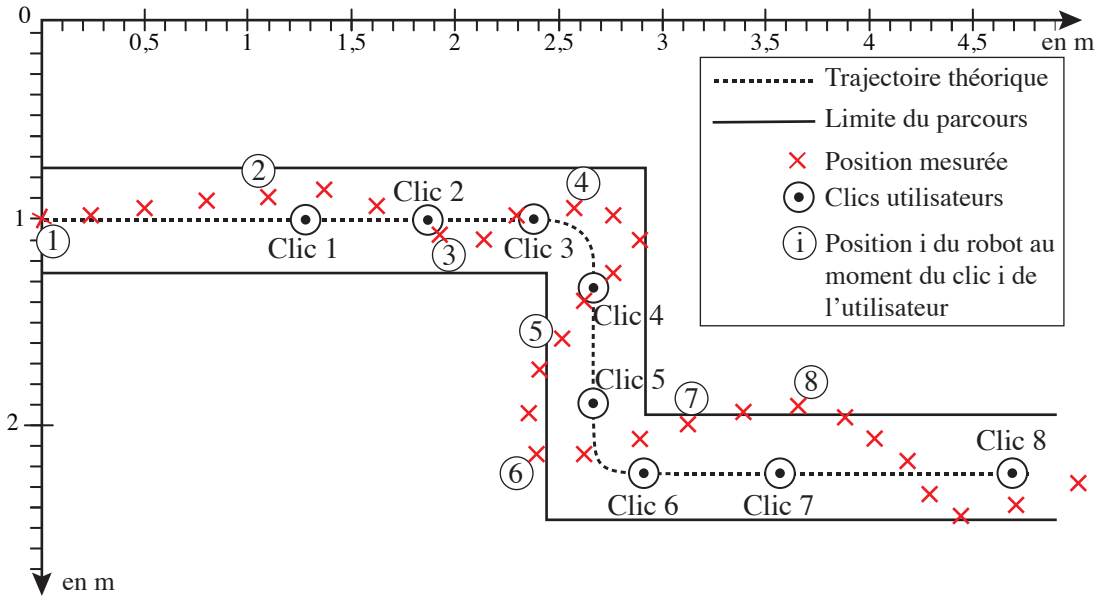


Figure 5 Trajectoire du Sphero

BY-NC-SA

III Interfaçage utilisateur / Sphero (exigence 1 de contrôle)

Une première approche de la commande du robot Sphero concerne la génération des consignes de cap et de vitesse à envoyer au robot.

Objectif

Concevoir un algorithme générant les consignes d'utilisation du Sphero (vitesse et cap) à partir de la manipulation de l'interface tactile.

III.A – Présentation de la technologie des écrans tactiles capacitifs

Dans les écrans tactiles capacitifs simples, la surface de l'écran est recouverte d'une couche conductrice protégée par une couche isolante (verre, plastique, etc.). Lorsqu'un objet conducteur (comme le doigt de l'utilisateur) touche la couche isolante, il crée une capacité à l'endroit du contact. Étant donné que la couche conductrice est résistante, l'impédance mesurée à chaque coin de l'écran est différente et la comparaison des mesures effectuées aux quatre coins permet de localiser le point de contact.

Les écrans tactiles capacitifs plus élaborés fonctionnent sur le même principe mais utilisent un réseau d'électrodes au lieu d'une couche conductrice continue, ce qui permet la détection de plusieurs points de contacts simultanés. Une unité de traitement récupère les mesures des capteurs et construit une matrice A, de mêmes dimensions que celles du réseau d'électrodes. La valeur d'un terme de A est d'autant plus élevée que l'électrode correspondante est plus proche d'un point de contact.

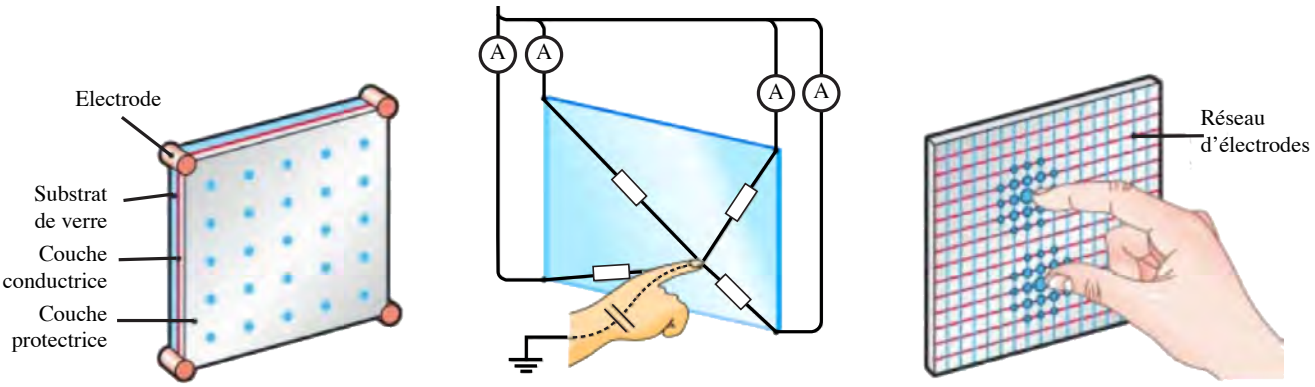


Figure 6 Principe d'une surface tactile capacitive

III.B – Interface graphique et respect de l'exigence 1

La zone de l'interface graphique utilisée pour guider le robot à partir d'un smartphone est présentée sur la figure 7. En faisant glisser le curseur à l'intérieur du cadran, l'utilisateur indique au Sphero une consigne de cap et de vitesse.

L'écran considéré a une taille de 1334×750 pixels. On suppose que les pixels sont carrés et qu'à chaque pixel d'affichage est associé un point du réseau d'électrodes.

Q 3. En déduire la largeur et la hauteur de l'écran en cm sachant que sa diagonale est de 4,7 pouces (11,938 cm).

Q 4. En déduire la taille en cm d'un pixel.

Q 5. Calculer, en pixels, les dimensions de la surface de contact d'un doigt sachant qu'elle correspond approximativement à un carré d'une surface de 1 cm^2 (arrondir au pixel supérieur).

Q 6. Le curseur circulaire de l'interface graphique est contenu dans un carré de largeur 170 pixels. Le choix du curseur est-il compatible avec le contrôle du Sphero par l'utilisateur ?

Dans le programme Python de contrôle du Sphero à partir de l'interface tactile, la détection du doigt sur l'écran est gérée par trois fonctions :

— `Get_A()` renvoie la matrice A qui indique les points de contact sur l'écran tactile (voir section III.A) ;

— `On_cursor(A)` renvoie `True` si le doigt de l'utilisateur est posé sur le curseur ;

— `On_dial(A)` renvoie `True` si le doigt de l'utilisateur est à l'intérieur du cadran.

BY-NC-SA

III.C – Consignes utilisateur

Les consignes de cap à suivre et de vitesse sont élaborées à partir de la position du curseur (et donc du doigt) sur le cadran. La figure 7 montre le repérage du curseur dans le cadran. Le repère $(O_e, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$ est lié à l'écran (avec O_e correspondant au bord supérieur gauche) et le point O_c est au centre de l'écran et du cadran. À l'état initial le curseur se trouve au point O_c.

La matrice A possède 750 lignes et 1334 colonnes. Le terme $A[0][0]$ correspond géométriquement au point O_e et les indices des termes de la matrice A correspondent aux coordonnées des pixels dans le repère $(O_e, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$.

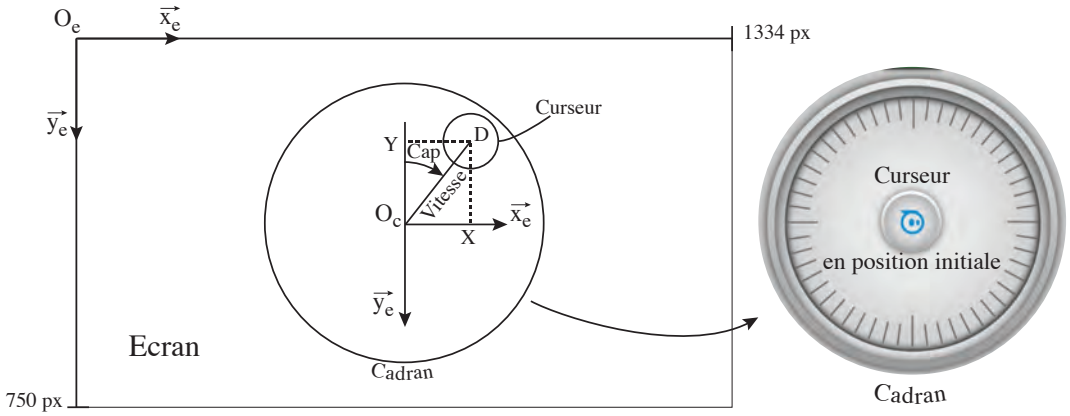


Figure 7 Paramétrage de l'interface tactile

Lors de la manipulation du curseur, son centre (noté D) est confondu avec le centre de la surface de contact du doigt avec l'écran. Ses coordonnées dans le repère $(O_c, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$ sont notées (X, Y). La fonction `Get_XY(A)`, qui prend la matrice A en paramètre, renvoie un couple d'entiers correspondant aux coordonnées (X, Y) de D, exprimées en pixels.

Q 7. Donner l'expression de X et Y en fonction des indices du terme de la matrice A correspondant au point D.

L'interface tactile permet de fournir les consignes de cap et de vitesse au Sphero. La consigne de cap est une consigne en degrés et celle de vitesse est une consigne en pourcentage (0% pour l'arrêt et 100% pour la vitesse maximale) qui correspond à l'éloignement du curseur par rapport au centre du cadran ; elle vaut 100% quand $O_cD = 305$ pixels. Quant à la consigne de cap, elle est fournie par l'angle $(-\vec{y}_e, \overrightarrow{O_cD})$ exprimé en degrés dans l'intervalle $[0, 360[$.

Q 8. Écrire en langage Python la fonction `Get_CV(X, Y)` qui prend en paramètre deux entiers correspondant à la position du curseur en pixels par rapport au centre du cadran et renvoie un couple de flottants (C, V) correspondant aux consignes de cap et de vitesse correspondantes. Cette fonction renvoie `(None, None)` si le point (X, Y) n'est pas à l'intérieur du cadran.

La fonction `Set_heading(C)`, prenant pour argument C, transmet la consigne de cap C à la carte électronique du Sphero. Une seconde fonction `Set_speed(V)`, prenant pour argument V, transmet la consigne de vitesse à la carte électronique du Sphero.

III.D – Algorithme de commande du Sphero

Le cahier des charges de l'interface tactile impose le fonctionnement suivant pour la commande du Sphero : si le doigt de l'utilisateur est posé sur le curseur alors, tant que ce dernier est à l'intérieur du cadran, le Sphero doit avancer dans la direction et à la vitesse indiquée par la position du curseur dans le cadran. Dès que le doigt de l'utilisateur n'est plus en contact avec le curseur, le Sphero doit s'arrêter (le curseur retourne au centre du cadran). Le curseur accompagne toujours le doigt tant qu'il n'est pas levé. Si le curseur quitte le cadran, alors le Sphero poursuit sa route avec les dernières consignes de cap et de vitesse. L'utilisateur pourra reprendre le contrôle en replaçant le curseur dans le cadran.

Q 9. Écrire en langage Python l'algorithme de commande respectant le fonctionnement décrit précédemment et utilisant les fonctions données précédemment (qu'il n'est pas demandé d'écrire en Python). L'algorithme attendu a pour fonction d'expliciter la logique générale de commande du Sphero, il commencera ainsi :

```
while True: # tant que le Sphero n'est pas éteint
        A = Get_A()
        . . .
```

La génération des consignes de cap et de vitesse ainsi que l'interfaçage support tactile/Sphero étant définis par l'étude menée précédemment, il convient de s'intéresser à l'architecture détaillée du robot et à ses performances. Ces dernières devant être en accord avec les exigences attendues, il est nécessaire d'évaluer les capacités du robot afin de déterminer la nécessité ou non d'une commande spécifique.

BY-NC-SA

IV Architecture détaillée du robot Sphero

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs figure 8.

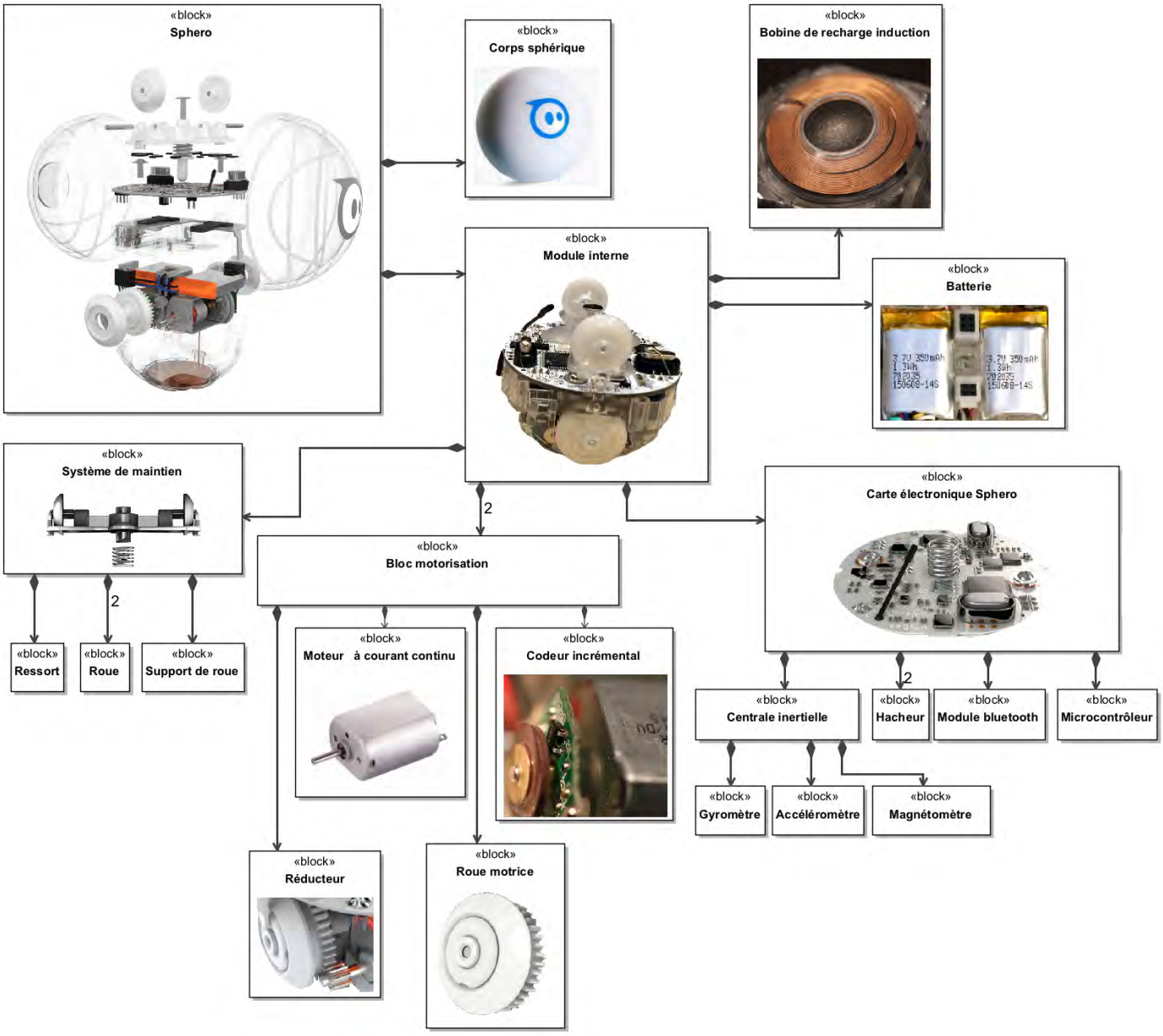


Figure 8 Diagramme de définition des blocs du Sphero

L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur). Le module interne est également équipé d'une centrale inertielle composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique (qui calcule les déplacements selon trois axes par double intégration des accélérations mesurées) ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation en $\mathrm{deg \cdot s^{-1}}$ autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations décrites par la figure 9.

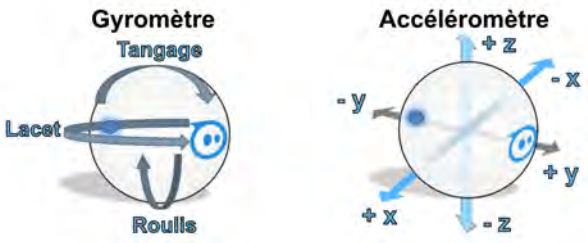


Figure 9 Illustration des informations acquises par la centrale inertielle

Q 10. Compléter sur la figure A du document réponse la description chaine d'information / chaine d'énergie du robot Sphero.

BY-NC-SA

V Déplacement et réglage de cap du robot Sphero

Le robot est équipé de deux actionneurs (moteurs électriques à courant continu) indépendants. Il est de fait nécessaire de mettre en évidence le lien entre le comportement du robot Sphero et celui des actionneurs.

Objectif

Mettre en évidence la relation entre les actionneurs et le comportement du Sphero, afin de déterminer la façon dont les actionneurs doivent être commandés.

V.A – Modélisation et paramétrage

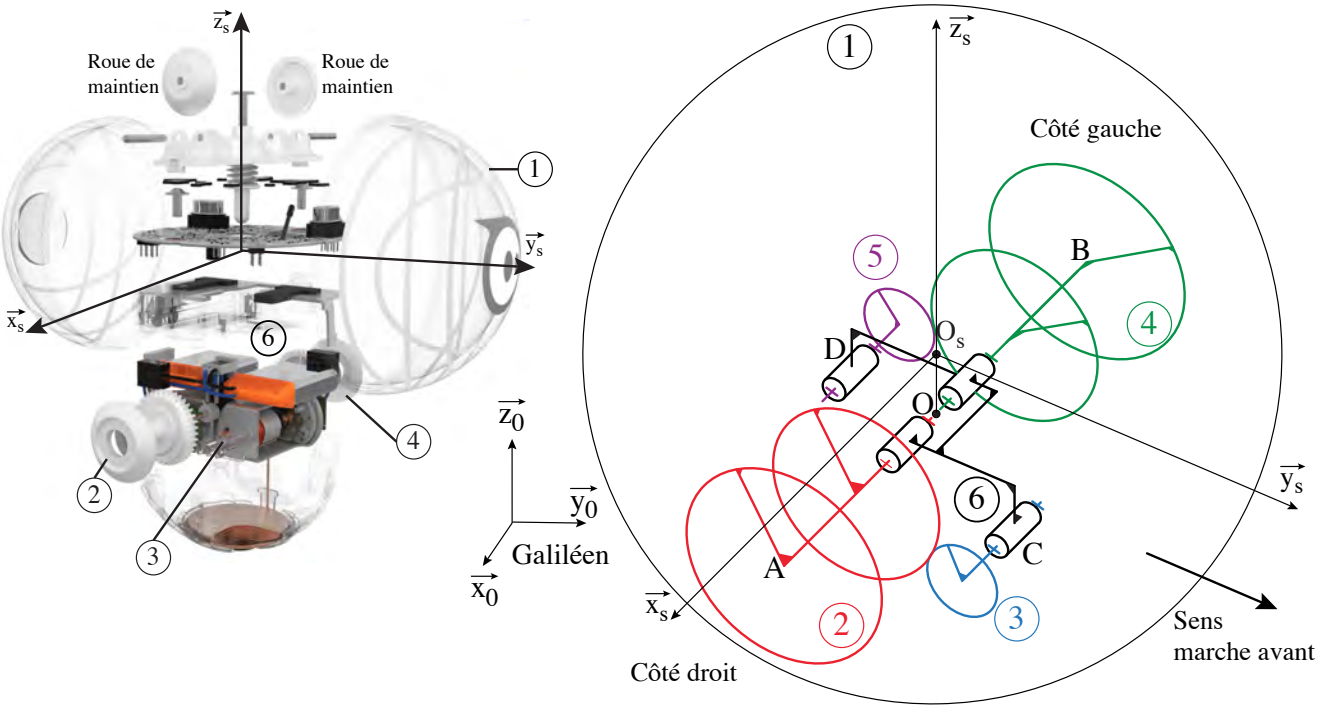


Figure 10 Schéma cinématique 3D du Sphero (sans le système de maintien)

1 désigne le corps sphérique du robot, **2** la roue motrice droite, **3** l'arbre moteur denté droit, **4** la roue motrice gauche, **5** l'arbre moteur denté gauche et **6** le châssis du module interne. Par la suite la désignation « **module interne** » correspond à l'ensemble {2+3+4+5+6}.

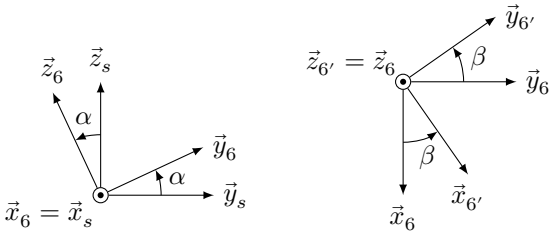


Figure 11 Définition des repères $\mathcal{R}_6$ et $\mathcal{R}_{6'}$

Le repère $\mathcal{R}_s\,(O_s;\vec{x}_s,\vec{y}_s,\vec{z}_s)$ accompagne le robot Sphero et est tel que $\vec{z}_s=\vec{z}_0$ à chaque instant du mouvement, avec $\vec{z}_0$ la verticale du lieu et $\vec{y}_s$ dans la direction d'avance du robot. Le point O_s correspond au centre du corps sphérique du robot.

Le châssis du module interne possède une mobilité en lacet et une en tangage par rapport au corps du Sphero. Le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière.

Le repère $\mathcal{R}_6\,(O;\vec{x}_6=\vec{x}_s,\vec{y}_6,\vec{z}_6)$ se déduit du repère $\mathcal{R}_s$ par rotation d'angle α autour de l'axe $(O,\vec{x}_s)$. Cet angle α définit l'angle de tangage du châssis du module interne par rapport au repère $\mathcal{R}_s$.

Le repère $\mathcal{R}_{6'}\,(O;\vec{x}_{6'},\vec{y}_{6'},\vec{z}_{6'}=\vec{z}_6)$ lié au châssis du module interne, se déduit du repère $\mathcal{R}_6$ par rotation d'angle β autour de l'axe $(O,\vec{z}_6)$. Cet angle β définit l'angle de lacet du châssis du module interne par rapport au repère $\mathcal{R}_s$.

La figure 12 propose un schéma cinématique du Sphero projeté dans le plan $(O;\vec{y}_s,\vec{z}_s)$ ainsi que dans le plan $(O;\vec{x}_s,\vec{y}_s)$ (le système de maintien n'est pas pris en compte).

BY-NC-SA

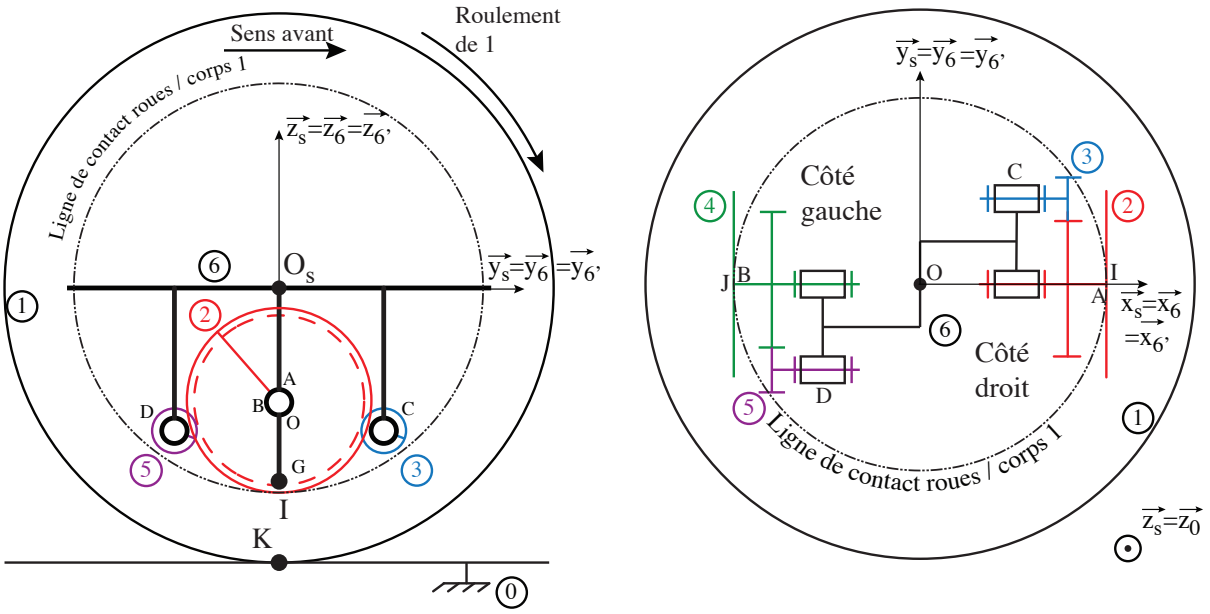


Figure 12 Schémas cinématiques du Sphero vu de côté et de dessus avec $\alpha = 0$ et $\beta = 0$

Le graphe des liaisons du robot Sphero (sans le système de maintien) est présenté figure 13.

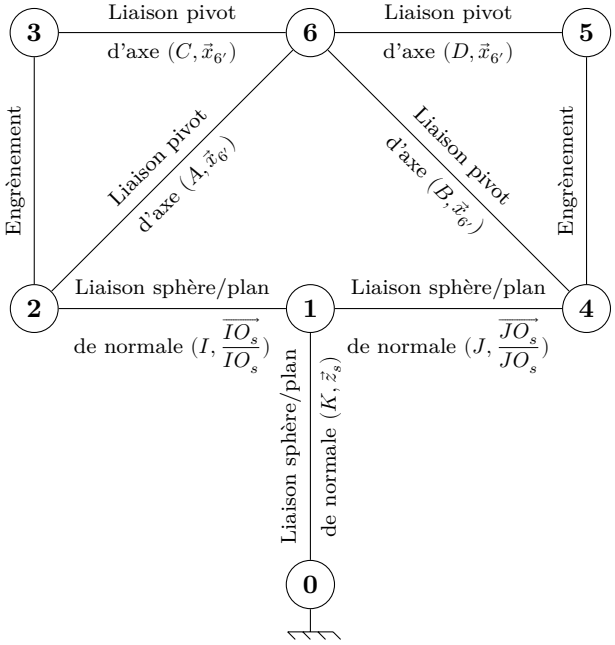


Figure 13 Graphe des liaisons du Sphero

Hypothèses

L'hypothèse de roulement sans glissement sera adoptée au point I (point de contact 2/1), au point J (point de contact 4/1) et au point K (point de contact 1/0).

Modèles cinématiques

— Les torseurs cinématiques sont notés : $\left\{\mathcal{V}_{S_i/S_j}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{array}\right\}_{X,\mathcal{B}_{6'}}$

— Du fait de l'hypothèse de roulement sans glissement au point I, le torseur cinématique de la liaison 2/1 s'écrit en I et dans la base $\mathcal{B}_{6'}(\vec{x}_{6'}, \vec{y}_{6'}, \vec{z}_{6'})$: $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{21} & 0 \\ q_{21} & 0 \\ r_{21} & 0 \end{array}\right\}_{I,\mathcal{B}_{6'}}$.

Pour les mêmes raisons, $\left\{\mathcal{V}_{4/1}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{41} & 0 \\ q_{41} & 0 \\ r_{41} & 0 \end{array}\right\}_{J,\mathcal{B}_{6'}}$.

BY-NC-SA

— Le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{6/1}\right\}$ en O est de la forme $\left\{\mathcal{V}_{6/1}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{61} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{61} & 0 \end{array}\right\}_{O,\mathcal{B}_{6'}}$.

p_{61} correspond au taux de rotation en tangage du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero, et r_{61} correspond au taux de rotation en lacet du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero.

— Les autres liaisons mécaniques ont aussi leur torseur cinématique défini dans le repère $\mathcal{R}_{6'}$.

Données

— $\overrightarrow{IA} = R\vec{z}_{6'} = \overrightarrow{JB}$ avec $R = 8\,\text{mm}$ rayon de la roue motrice 2 ;

— $\overrightarrow{OA} = L\vec{x}_{6'} = -\overrightarrow{OB}$;

— $\overrightarrow{O_sK} = -R_s\overrightarrow{z_s}$ avec $R_s = 74\,\text{mm}$ rayon du corps sphérique 1 ;

— le rapport de réduction entre 2 et 3 (et entre 4 et 5) est noté k avec $k = 0{,}21 = \left|\frac{p_{26}}{p_{36}}\right| = \left|\frac{p_{46}}{p_{56}}\right|$.

En exploitant la fermeture cinématique 2-6-4-1 il est possible d'écrire que $r_{21} = k\frac{R}{2L}\left(p_{36} - p_{56}\right)$ avec p_{36} le taux de rotation du moteur droit et p_{56} celui du moteur gauche.

Q 11. Écrire au point A les torseurs cinématiques suivants : $\left\{\mathcal{V}_{6/1}\right\}_A$, $\left\{\mathcal{V}_{2/6}\right\}_A$ et $\left\{\mathcal{V}_{1/2}\right\}_A$.

Q 12. Par composition des mouvements faisant intervenir les solides 1, 2 et 6, montrer que l'expression de r_{61} en fonction de p_{36} et p_{56} est de la forme $r_{61} = \lambda\left(p_{36} - p_{56}\right)$ avec λ à déterminer.

Q 13. Donner l'expression de p_{21} en fonction de p_{36}, de p_{56} et de k.

Q 14. Montrer que l'expression de p_{61} est de la forme $p_{61} = \mu\left(p_{36} + p_{56}\right)$ avec μ à déterminer.

Pour la suite il est considéré que $\lambda = 0{,}074$ et $\mu = 0{,}105$.

Lors d'un changement de cap du Sphero le châssis du module interne admet un mouvement de lacet autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$. Le cap du robot Sphero est en fait imposé par celui du module interne. Le lacet du châssis du module interne ne doit pas induire de tangage car l'avance et le changement de cap du Sphero doivent être indépendants.

V.B – Comportement des actionneurs pour un changement de cap

Q 15. Quelle doit être la valeur de p_{61} lors d'un changement de cap ?

Q 16. En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero lors d'un changement de cap.

V.C – Comportement des actionneurs pour un déplacement en ligne droite

Q 17. Quelle est la valeur de r_{61} lorsque le Sphero se déplace en ligne droite ?

Q 18. En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero afin que ce dernier puisse se déplacer en ligne droite.

V.D – Vitesse d'avance et respect de l'exigence 2.3 de déplacement

Au point K de contact entre le corps 1 et le sol noté 0 il y a roulement sans glissement et donc le torseur cinématique de la liaison 1/0 s'écrit en K et dans la base $\mathcal{B}_s(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$: $\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{array}\right\}_{K,\mathcal{B}_s}$.

Q 19. Lors d'un mouvement d'avance en ligne droite, donner la relation entre p_{10}, R_s et v la vitesse d'avance du robot par rapport au sol $\left(v = \vec{V}_{O_s,1/0} \cdot \vec{y}_s\right)$.

Pour cette étude, on se place en régime établi où l'angle de tangage α du module interne est constant.

Q 20. Pour α constant et toujours lors d'un déplacement en ligne droite ($\vec{x}_s = \vec{x}_6 = \vec{x}_{6'}$), que vaut la composante $p_{60} = \overrightarrow{\Omega}_{6/0} \cdot \vec{x}_s$ correspondant à la vitesse de tangage du module interne par rapport au sol ?

Q 21. En déduire la relation entre p_{10} et p_{61}.

Le constructeur du robot Sphero annonce une vitesse maximale d'avance en ligne droite $v = \vec{V}_{O_s,1/0} \cdot \vec{y}_s = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ alors que les moteurs possèdent un taux de rotation maximal de $1200\,\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$.

Q 22. Déterminer l'expression de v en fonction de p_{36} et de p_{56}. Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 2.3.

Maintenant que la manière avec laquelle les moteurs doivent être pilotés est connue et que ces derniers semblent cinématiquement bien dimensionnés, il reste à évaluer les performances dynamiques du robot en tangage.

BY-NC-SA

VI Comportement en tangage du Sphero (exigences 2.2.1 et 2.2.1.1)

Les choix technologiques de conception du robot Sphero ont été réalisés afin que « naturellement » le robot n'ait pas d'oscillations en tangage à l'arrêt et que le tangage du module interne soit à angle constant lors des phases de mouvement à vitesse uniforme.

Objectif

Vérifier que la structure mécanique du robot permet le respect de la contrainte sur le tangage du module interne.

VI.A – Analyse de l'agencement mécanique du robot

La figure 14 représente le robot Sphero à l'arrêt vu de côté et de dessus. Le robot a été conçu de façon à ce que les éléments principaux du module interne soient disposés symétriquement par rapport à l'axe $(O_s; \vec{z}_{6'})$. Quant à la carte électronique, son centre de gravité est confondu avec le centre O_s.

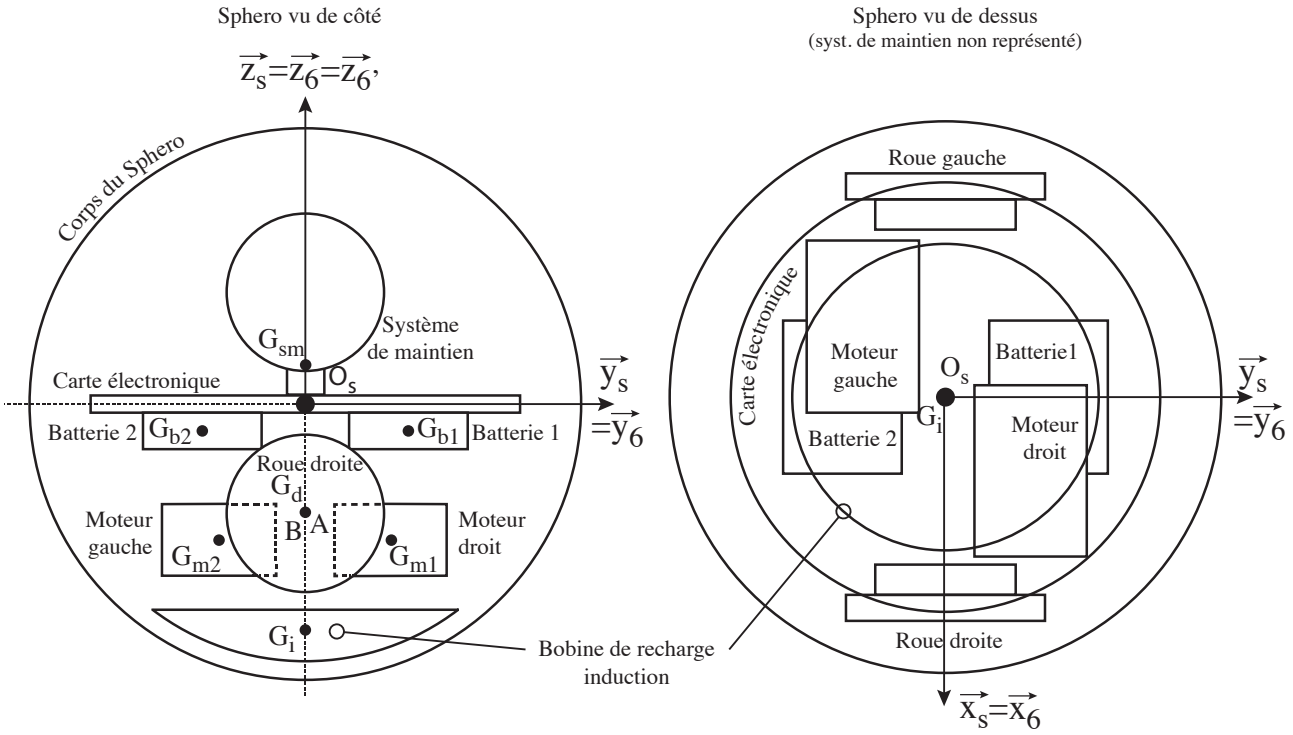


Figure 14 Robot Sphero représenté à l'arrêt de profil et vu de dessus $\alpha = 0$ et $\beta = 0$

G_i est le centre de gravité de la bobine de recharge par induction, G_{m1} celui du moteur droit, G_{m2} celui du moteur gauche, G_{b1} celui de la batterie 1, G_{b2} celui de la batterie 2, A celui de la roue droite, B celui de la roue gauche et G_{sm} celui du système de maintien. Ces points sont définis par :

— $\overrightarrow{O_sG_{b1}} \cdot \vec{z}_{6'} = \overrightarrow{O_sG_{b2}} \cdot \vec{z}_{6'} = -h_b$;

— $\overrightarrow{O_sG_{m1}} \cdot \vec{z}_{6'} = \overrightarrow{O_sG_{m2}} \cdot \vec{z}_{6'} = -h_m$;

— $\overrightarrow{O_sA} \cdot \vec{z}_{6'} = \overrightarrow{O_sB} \cdot \vec{z}_{6'} = -h_r$;

— $\overrightarrow{O_sG_{sm}} \cdot \vec{z}_{6'} = h_s$;

— $\overrightarrow{O_sG_i} \cdot \vec{z}_{6'} = -h_i$.

La masse totale du module interne est $M = 115\,\text{g}$. Les masses des différents composants sont fournies tableau 1.

Désignation	Position	Masse
Carte électronique	en O_s	$m_c = 12\,\text{g}$
Batterie 1	$h_b = 9\,\text{mm}$	$m_b = 7\,\text{g}$
Batterie 2	$h_b = 9\,\text{mm}$	$m_b = 7\,\text{g}$
Bobine de recharge	$h_i = 35\,\text{mm}$	$m_i = 27\,\text{g}$
Système de maintien	$h_s = 9\,\text{mm}$	$m_s = 8\,\text{g}$

Désignation	Position	Masse
Roue droite	$h_r = 15\,\text{mm}$	$m_r = 1\,\text{g}$
Roue gauche	$h_r = 15\,\text{mm}$	$m_r = 1\,\text{g}$
Moteur droit	$h_m = 20\,\text{mm}$	$m = 26\,\text{g}$
Moteur gauche	$h_m = 20\,\text{mm}$	$m = 26\,\text{g}$

Tableau 1 Masses et positions des composants

BY-NC-SA

Q 23. La position du centre de gravité G du module interne étant définie par $\overrightarrow{O_sG} = x_g\vec{x}_{6'} + y_g\vec{y}_{6'} + z_g\vec{z}_{6'}$, déterminer x_g, y_g et z_g en fonction des paramètres dimensionnels du robot. Faire les applications numériques.

Q 24. À partir de la question précédente, expliquer l'intérêt de la répartition des masses des composants du module interne.

VI.B – Comportement en tangage du module interne

Même si la structure du robot semble en cohérence avec les exigences à atteindre, il reste encore à analyser le comportement en tangage du module interne lors de l'avance du robot.

Il faut que lors d'un mouvement d'avance rectiligne et pour l'accélération minimale préconisée du robot Sphero, l'angle de tangage du module interne soit constant et n'excède pas 40 deg (exigence 2.2.1.1.). Au delà de cette valeur, les oscillations en tangage du Sphero lors de son arrêt seront d'amplitude trop grande et leur nombre trop important. De plus, sur un sol dur et non parfait (tel que du béton), ces oscillations couplées aux défauts du sol peuvent induire des petites oscillations en lacet qui ont pour conséquence un changement d'orientation du robot. De fait, avant tout nouveau démarrage, l'utilisateur serait contraint de régler de nouveau le cap s'il voulait que le robot reprenne celui initialement suivi.

Pour ce qui suit $\beta = 0$ (pas de lacet) et donc les repères $\mathcal{R}_6$ et $\mathcal{R}_{6'}$ sont confondus. La liaison corps 1/sol est une liaison sphère/plan de centre K et de normale $\vec{z}_s$ avec frottement.

On rappelle $\overrightarrow{O_sK} = -R_s\vec{z}_s$ avec $R_s = 74\,\text{mm}$.

Expression du torseur mécanique de l'action du sol sur le corps 1 :

$$\{\mathcal{T}_{0\to1}\} = \left\{\begin{array}{c} T_{01}\vec{y}_s + N_{01}\vec{z}_s \\ \vec{0} \end{array}\right\}_K \text{ avec } N_{01} > 0 \text{ et } T_{01} > 0$$

L'accélération constante minimale préconisée du Sphero s'écrit : $\vec{a}_{(O_s,6/0)} = a\vec{y}_s$ avec $a = 1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

On néglige les masses des solides 1, 2, 3, 4, 5 au regard de la masse du châssis du module interne 6. La masse de l'ensemble des solides {1, 2, 3, 4, 5, 6} est $M = 115\,\text{g}$, et le centre de gravité de cet ensemble est G avec $\overrightarrow{O_sG} = z_g\vec{z}_6$ et $z_g = -18\,\text{mm}$.

L'angle de tangage, α, du châssis du module interne est défini figure 15.

Q 25. Le système isolé étant l'ensemble du Sphero constitué des solides {1, 2, 3, 4, 5, 6}, faire un inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées à cet ensemble.

Q 26. En considérant un mouvement rectiligne uniformément accéléré du châssis du module interne du Sphero et un angle α de tangage du châssis du module interne constant, donner l'expression de $\vec{\delta}_K(\{1,2,3,4,5,6\}/0)$ moment dynamique de l'ensemble {1, 2, 3, 4, 5, 6} au point K.

Q 27. Après avoir précisé le théorème utilisé, déterminer l'accélération a en fonction de l'angle de tangage α de z_g et de R_s : $a(\alpha, z_g, R_s)$.

Q 28. En admettant que la fonction $a(\alpha, z_g, R_s)$ est croissante en α, $\alpha \in [0\text{deg}, 50\text{deg}]$, conclure au regard de l'exigence 2.2.1.1.

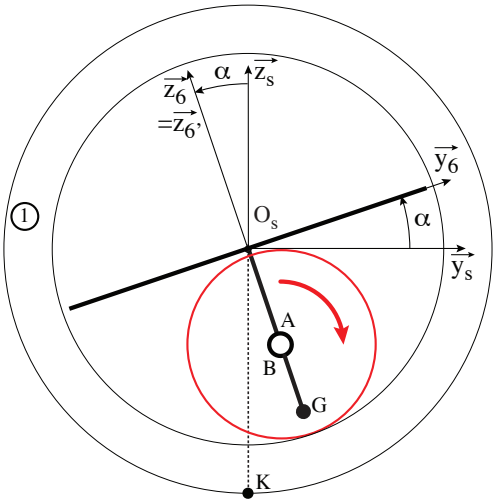


Figure 15 Vue de profil du Sphero avec $\alpha \neq 0$ et $\beta = 0$

VI.C – Conclusion sur l'étude menée

L'étude précédemment menée a permis de mettre en évidence les conséquences des choix de conception du robot sur son comportement. Ainsi, il est permis de conclure que la structure du robot induit une commande du comportement du Sphero plus simple puisque la gestion du comportement en tangage n'est pas à réaliser.

Il reste maintenant à vérifier les performances du robot d'un point de vue du cap à suivre. Si la commande de cap est défaillante alors la maniabilité du robot ne sera pas à la hauteur des attentes de l'utilisateur.

BY-NC-SA

VII Performances en changement de cap du Sphero (exigence 2.1 de suivi de cap)

Objectif

Déterminer la loi de commande en lacet du module interne qui permettra le respect des exigences de cap lors de l'utilisation du Sphero (exigences 2.1, 2.1.1 et 2.1.2).

Lors d'un réglage de cap le module interne admet un mouvement de lacet d'angle β (voir figure 16). Le cap du robot Sphero est imposé par celui du module interne.

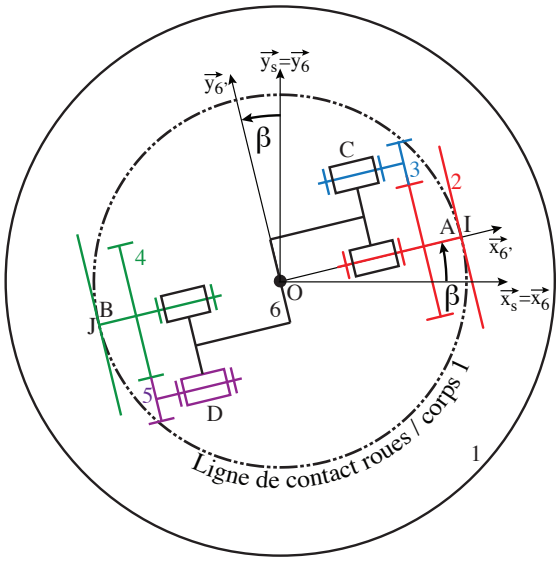


Figure 16 Schéma cinématique plan du Sphero vu de dessus avec $\alpha = 0$ et $\beta \neq 0$

Lors de la rotation du module interne autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$ aucun mouvement de lacet du corps sphérique 1 n'est induit. Ceci est rendu possible du fait de l'action combinée des deux moteurs associée à la résistance au roulement au niveau du contact Sphero/sol.

L'étude proposée dans cette partie est réalisée robot à l'arrêt. Si les performances en lacet du module sont satisfaisantes dans ces conditions, elles le seront également en mouvement car le fait que le robot avance n'induit pas de perturbations sur le lacet du module interne.

Lors du réglage de cap, le mouvement du module interne est un mouvement de rotation autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$, le corps 1 étant considéré immobile ($\vec{z}_{6'} = \vec{z}_6$).

Les moteurs devant avoir le même taux de rotation, la notation suivante est adoptée : $p_{36} = \omega_m(t) = -p_{56}$.

Afin que les exigences 2.1, 2.1.1 et 2.1.2 soient vérifiées par le robot, les performances données tableau 2 doivent être atteintes.

Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur en position en régime permanent	Nulle pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$tr_{5\%} \leqslant 0{,}3$ s
Stabilité	Dépassement	aucun

Tableau 2

VII.A – Commande en lacet du module interne

La loi entrée-sortie de la transmission mécanique étant connue, l'objectif est maintenant d'évaluer les performances de la commande en lacet du module interne. Dans un premier temps la commande étudiée sera sans correction afin de mettre en évidence les performances intrinsèques liées au choix de l'architecture de commande.

La commande en lacet du module interne est décrite figure 17.

La commande des motorisations se fait directement par l'acquisition de la vitesse de tangage $r_{61}(t)$ du module interne et par une tension de consigne $u_c(t)$. Cette tension $u_c(t)$ est générée par un correcteur à partir de la différence entre l'orientation de consigne $\beta_c(t)$ du module interne et son orientation réelle $\beta(t)$ (information fournie par la centrale inertielle).

BY-NC-SA

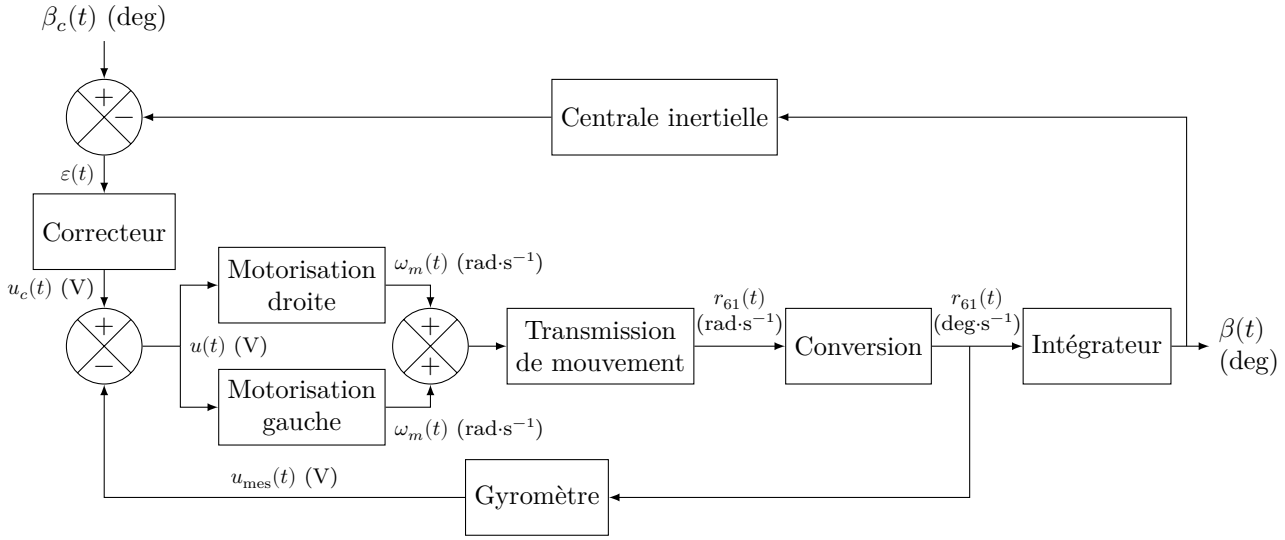


Figure 17 Schéma fonctionnel de l'asservissement en lacet

Données

— la centrale inertielle est modélisée par un gain unité ;

— la fonction de transfert du correcteur est notée $C(p)$;

— la sensibilité du gyromètre est de $K_g = 0{,}028\ \text{V·s·deg}^{-1}$;

— les blocs motorisation ont la même fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \dfrac{K_m}{1+\tau_m p}$. Le bloc motorisation modélise l'ensemble hacheur + moteur ;

— $r_{61} = 2\lambda\omega_m(t)$.

La figure 18 représente la réponse indicielle du moteur droit pour un essai avec un échelon d'entrée $u(t) = 1\ \text{V}$. Le bloc gauche possède la même réponse.

Q 29. Déduire de l'essai les valeurs numériques de K_m et τ_m.

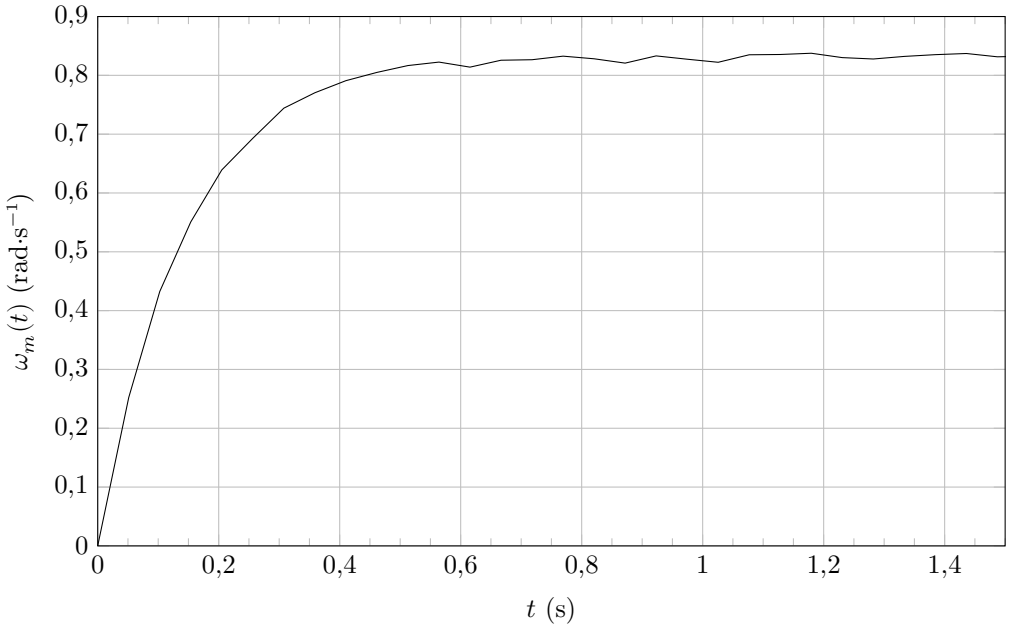


Figure 18 Réponse indicielle du moteur droit

Q 30. En se plaçant dans le domaine de Laplace, compléter sur la figure B du document réponse le schéma-blocs de l'asservissement de l'angle de lacet du module interne.

Dans cette première étude de la commande, il n'y a pas de correction : $C(p) = 1$.

Q 31. Déterminer l'expression sous forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \dfrac{\beta(p)}{\beta_c(p)}$.

Pour la suite la forme numérique de $H(p)$ est $H(p) = \dfrac{1}{ap^2+bp+1}$, avec $a = 0{,}019\ \text{s}^2$ et $b = 0{,}17\ \text{s}$.

BY-NC-SA

Q 32. En utilisant l'abaque de la figure 19 fournissant la valeur de $tr_{5\%}\omega_0$ en fonction de ξ, déterminer le temps de réponse à 5% du système de commande en lacet.

Q 33. D'après les questions précédemment traitées, les performances requises pour l'asservissement sont-elles atteintes ? Justifier les réponses apportées et s'il y a lieu proposer un type de correction pour la commande.

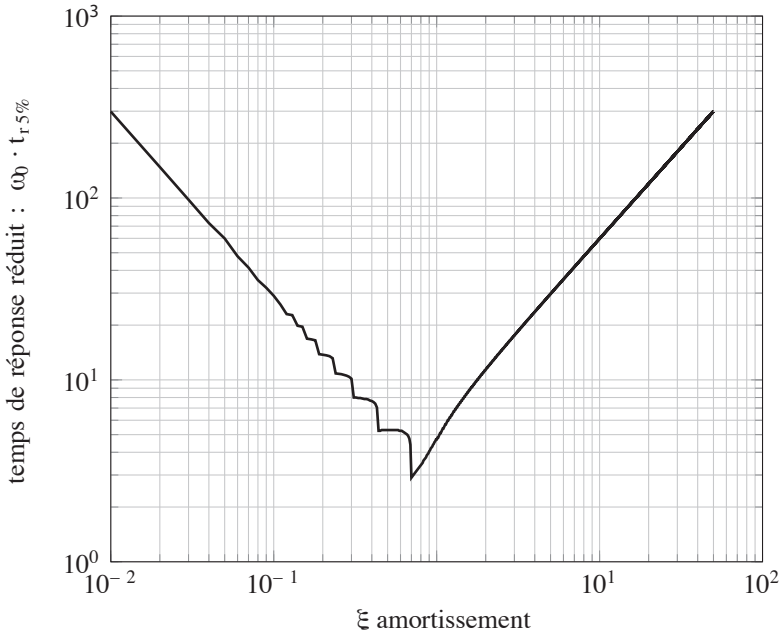


Figure 19 Abaque des temps de réponse

Il apparait que certaines performances de la commande en lacet sans correction sont à améliorer. L'utilisation d'un correcteur est nécessaire à l'optimisation du comportement en lacet précédemment mis en évidence.

VII.B – Optimisation de la commande en lacet

Afin que la commande permette le respect des critères de performance attendus, un correcteur à avance de phase de fonction de transfert $C(p) = K_c \dfrac{1+bp}{1+ap}$ (avec $a = 0{,}01$ s et $b = 0{,}12$ s) est implanté dans la chaine de commande en lacet du Sphero.

Q 34. Tracer sur la figure C du document réponse le diagramme de Bode asymptotique du correcteur $C(p)$ pour $K_c = 1$ et justifier le choix d'un tel correcteur dans l'optique d'une amélioration des performances de la commande en lacet.

La figure 20 représente le diagramme de Bode de la boucle ouverte avec correcteur pour $K_c = 1$.

Afin que le critère de rapidité soit respecté sans dégrader les performances de dépassement, la pulsation de coupure à 0 dB notée ω_u doit être fixée à $10\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q 35. Déterminer la valeur de K_c permettant d'avoir $\omega_u = 10\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

La figure 21 représente le comportement en lacet du module interne pour un essai indiciel $\beta_c(t) = 10$ deg. Cet essai a été réalisé avec la correction de la commande précédemment déterminée.

Q 36. Conclure sur les performances du système de commande en lacet du module interne une fois la correction appliquée.

BY-NC-SA

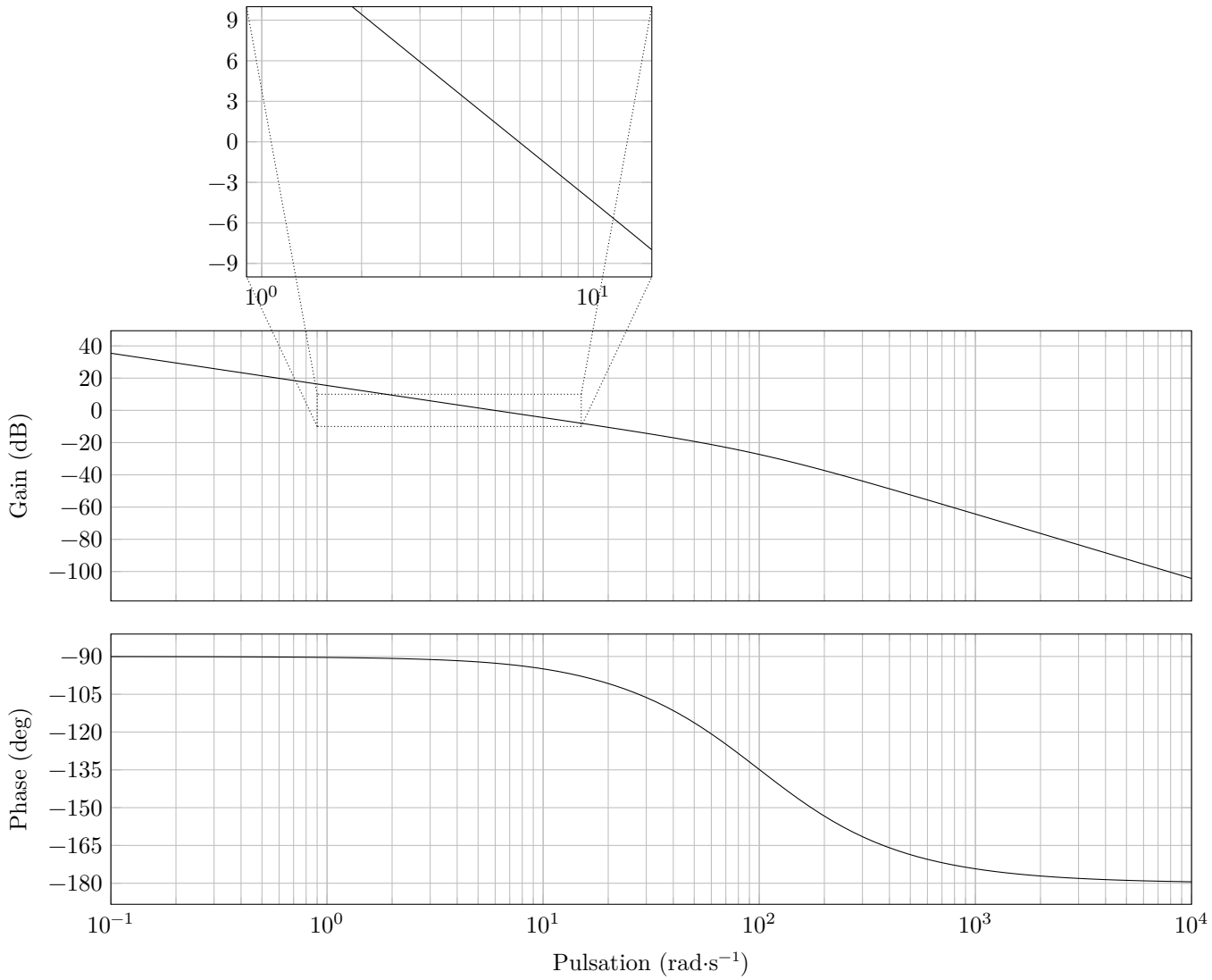


Figure 20 Diagramme de Bode en boucle ouverte pour $K_c = 1$

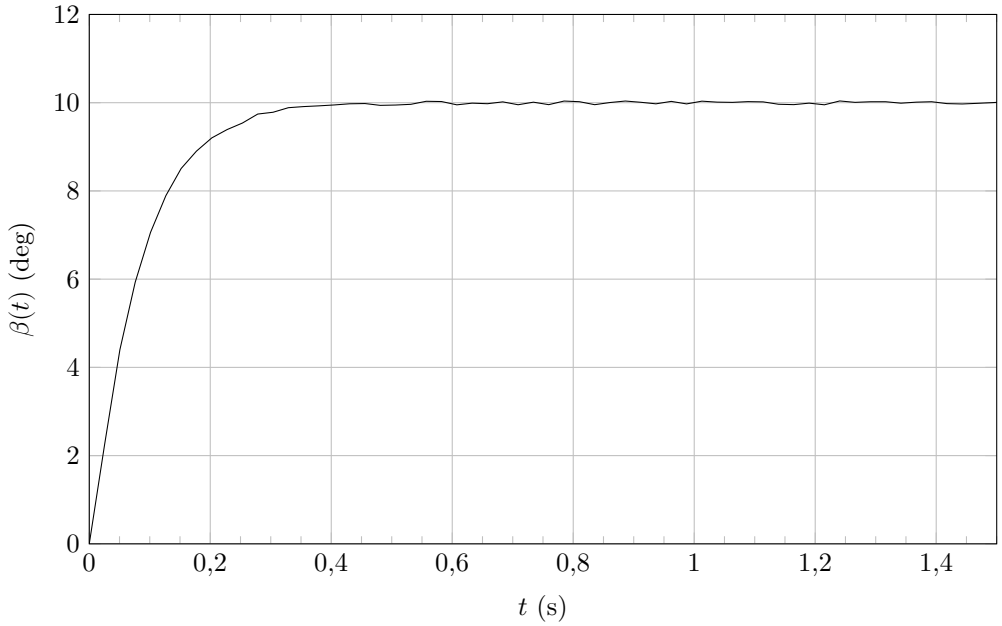


Figure 21 Réponse temporelle de la commande corrigée du Sphero pour un échelon $\beta_c(t) = 10$ deg

BY-NC-SA

VIII Conclusion et synthèse

L'utilisateur reprend l'essai de la partie II, à la différence que le Sphero est muni de la commande asservie étudiée dans le sujet. À l'écran de l'ordinateur est affichée la trajectoire à suivre. Après quelques essais, l'utilisateur minimise le nombre de clics à trois. La figure 22 représente son dernier essai. Les croix pointent la trajectoire du centre du Sphero.

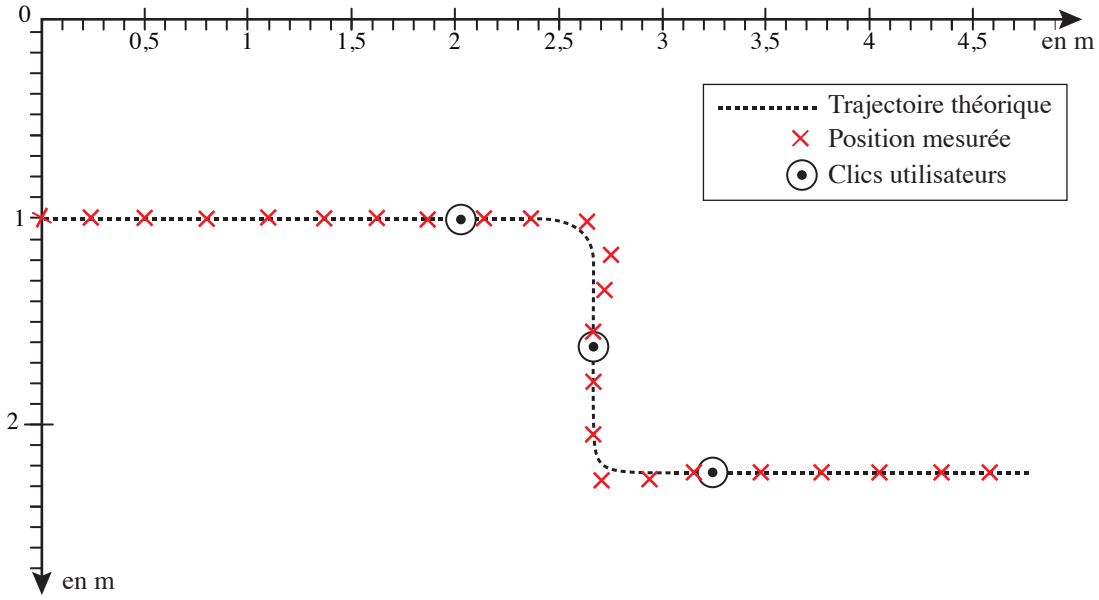


Figure 22 Essai en condition réelle avec la commande corrigée

La démarche de l'ingénieur abordée dans le programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la filière MP a pour objectif de quantifier les écarts entre trois performances (figure 23).

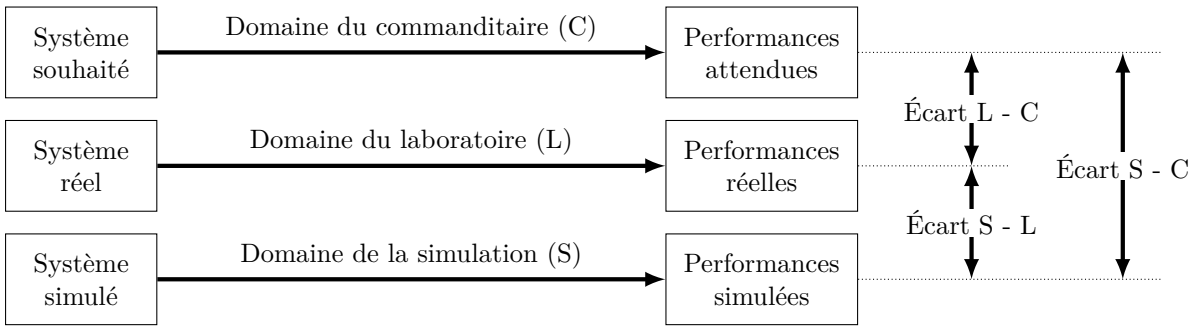


Figure 23 Synoptique de la démarche de l'ingénieur, telle que présentée dans le programme

Q 37. Proposer, en moins de 100 mots, une synthèse sur le respect des exigences données sur le diagramme des exigences de la figure 4. Se limiter aux exigences étudiées dans le sujet et/ou validées par la comparaison entre l'essai de la figure 5 et celui de la figure 22. Pour chaque exigence évoquée il sera rappelé son id, le numéro de la figure ou le numéro de la question s'y référant et il sera précisé si l'étude effectuée correspond à un écart L-C, S-L ou S-C.

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Épreuve : S2I MP

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

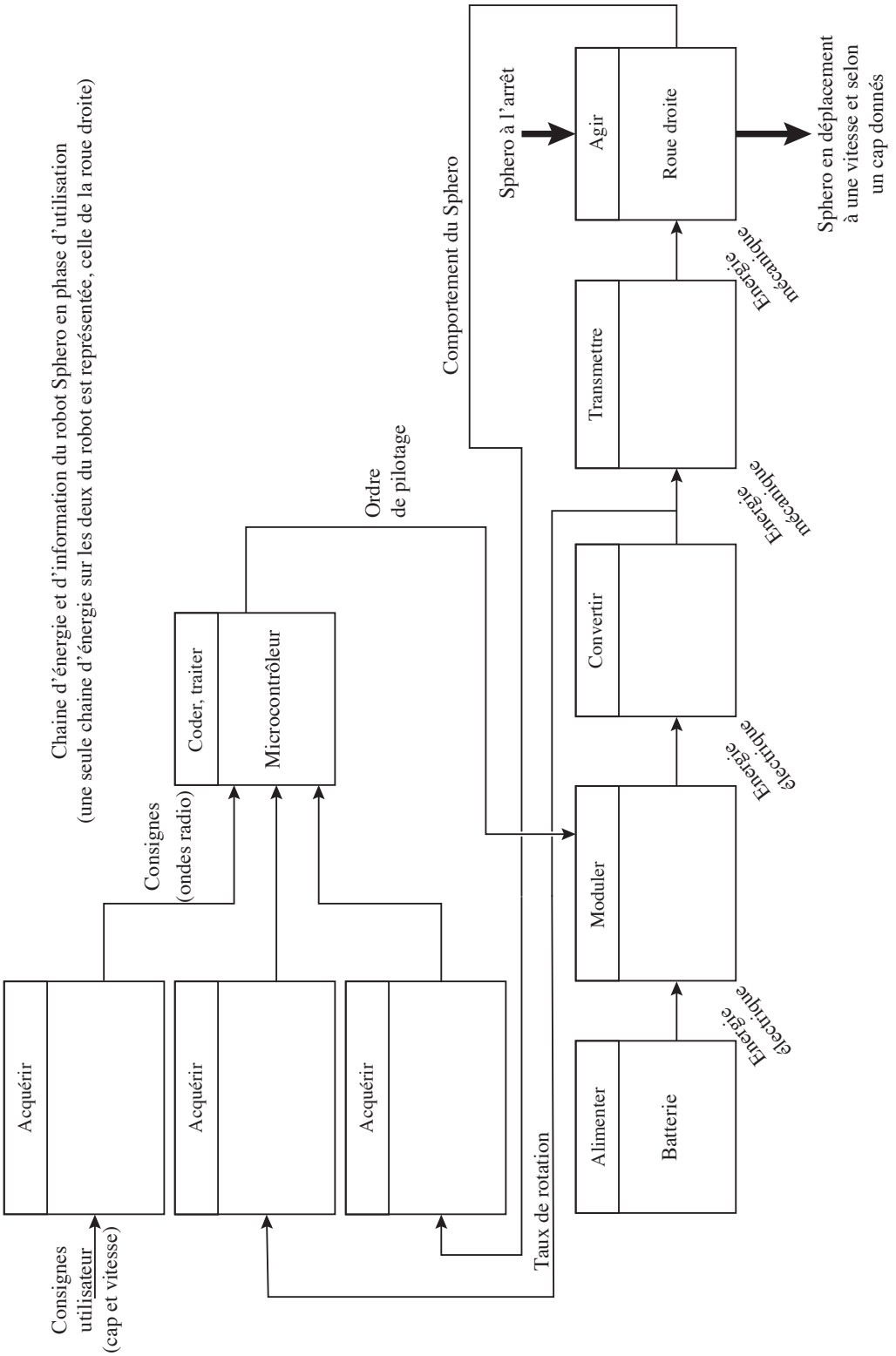


Figure A (question 10)

Ne rien écrire

dans la partie barrée

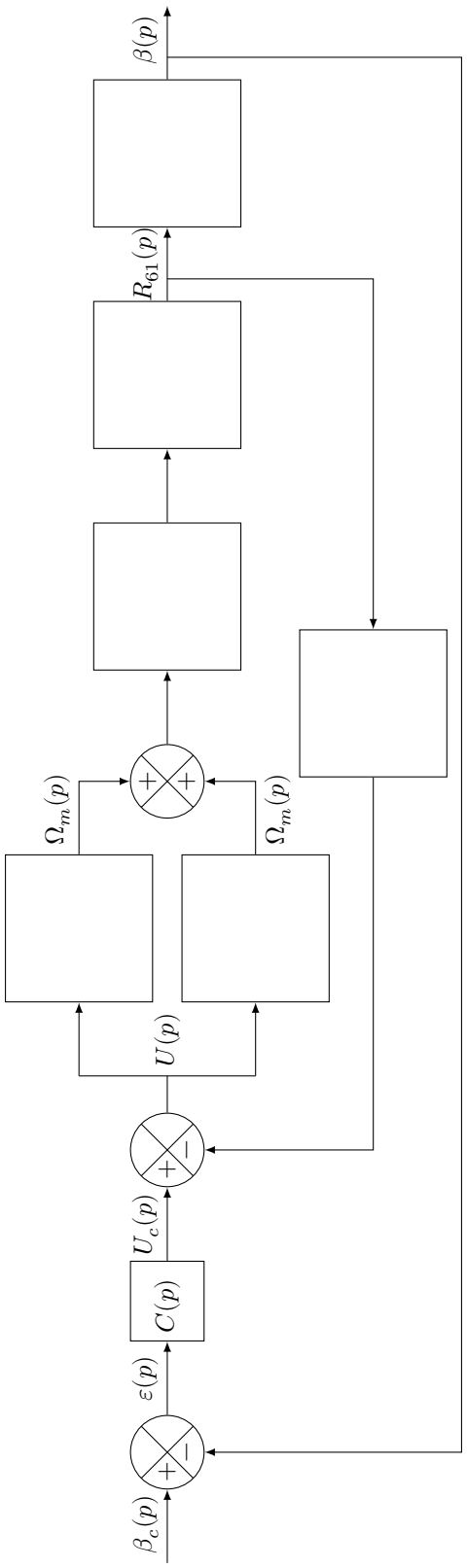


Figure B (question 30)

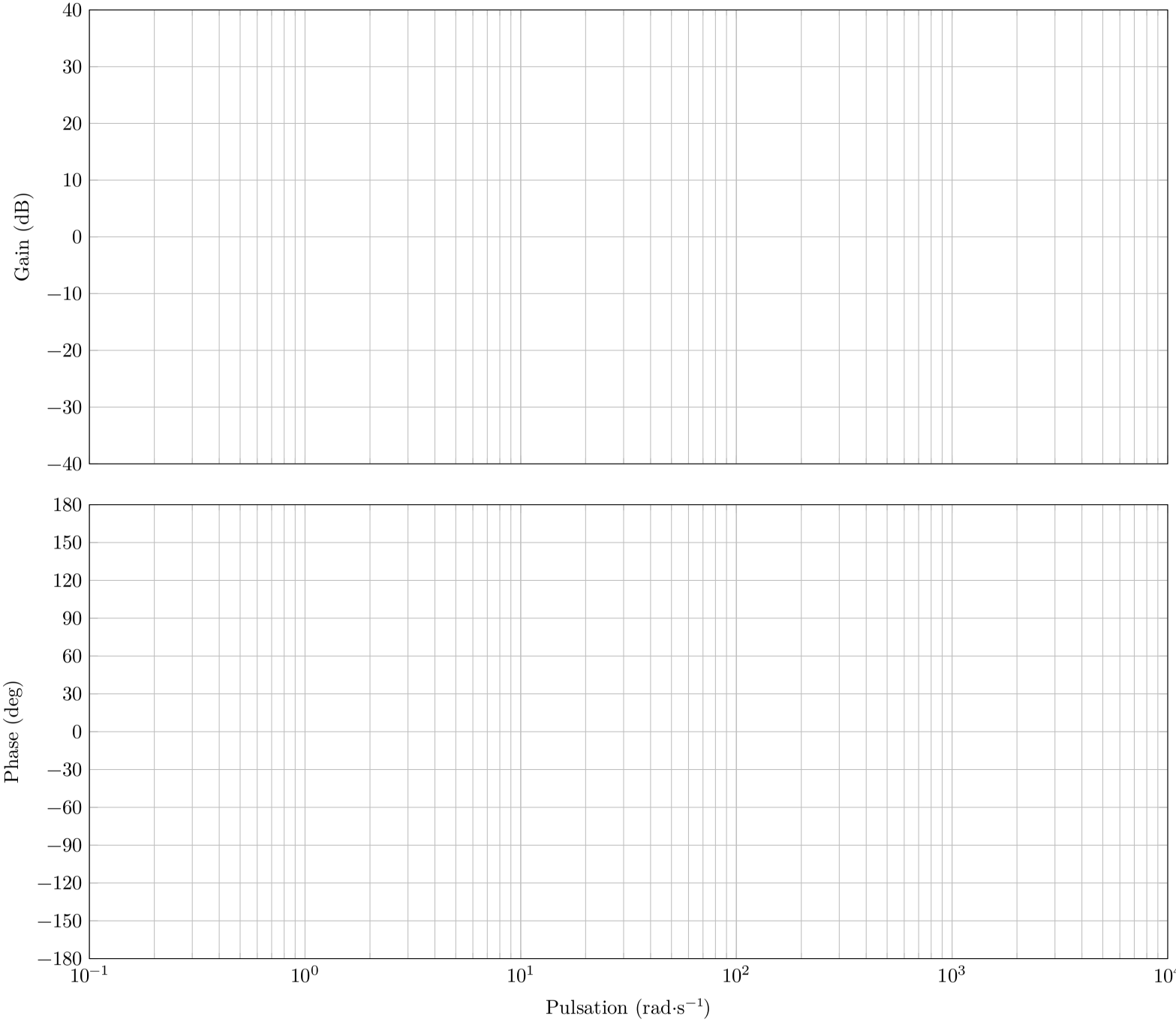


Figure C (question 34)

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Images : matrices de pixels, opérations, convolution
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp