Concours Centrale-Supélec, France

Session 2020, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : suivi du soleil et profil de vitesse en trapèze
- Partie II : analyse de la commande en boucle ouverte du déplacement de la voile solaire
- Partie III.A : modélisation dynamique de la voile
- Parties III.B et III.C : commande en vitesse d'un chariot central en boucle fermée
- Partie IV : conclusion, synchronisation des deux demi-voiles

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2020/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

S2I

MP

4 heures

Calculatrice autorisée

2020

Voile solaire de la Seine Musicale

I Introduction

La Seine Musicale est un équipement à vocation musicale à fort rayonnement culturel, dont l'objet est de créer ou d'aménager des espaces pour des concerts, des expositions, des installations permanentes ou provisoires.

Conçue par les architectes Shigeru Ban et Jean de Gastines, la Seine Musicale est implantée en pointe aval de l'Ile Seguin à Boulogne-Billancourt, en région parisienne.

L'auditorium, bâtiment principal du projet de la Seine Musicale, est « posé sur la Seine » et sa coque en bois semble flotter sur le fleuve, tel un bateau doté d'une voile qui circule autour de l'auditorium en suivant le soleil.

L'un des défis architecturaux de ce projet consiste à mettre en mouvement la voile (figure 1), équipée de 470 panneaux photovoltaïques, autour de l'auditorium, tout en garantissant une acoustique exceptionnelle.



Figure 1 Vue de l'auditorium et de la voile

Afin d'améliorer l'efficacité des panneaux photovoltaïques, le déplacement de la voile s'effectue en suivant l'évolution du soleil au cours d'une journée. La position du soleil (point C) par rapport à un point d'observation sur la terre (point A) est définie par deux paramètres (figure 2) :

— l'élévation θ_z, angle entre la direction d'observation du soleil (droite (AC)) et l'horizon (droite (AB)) en degrés ;

— l'azimut φ_a, angle entre la direction (AB) et la droite Nord-Sud (Nord : $\varphi_a = 0°$).

Le déplacement de la voile autour du bâtiment s'effectue périodiquement, toutes les 15 minutes, afin d'éviter que les motorisations soient sollicitées en permanence à des vitesses trop faibles. Les caractéristiques globales que la voile doit respecter lors de ses déplacements sont définies dans l'extrait de cahier des charges fonctionnel présenté tableau 1.

Dans un premier temps, on souhaite s'assurer que le déplacement de la voile respecte les exigences du tableau 1. Il est nécessaire pour cela de déterminer le déplacement maximal du soleil durant une période de 15 minutes. Dans ce but, les évolutions de l'azimut du soleil φ_a au cours de la journée sont données en figure 3 pour le solstice d'été.

Q 1. À partir de la figure 3, déterminer la vitesse azimutale maximale du soleil en degrés par seconde, notée $\Omega_{a\,\max}$. En déduire le déplacement maximal du soleil pendant un intervalle de 15 min, noté $\varphi_{a\,\max}$ en degrés.

BY-NC-SA

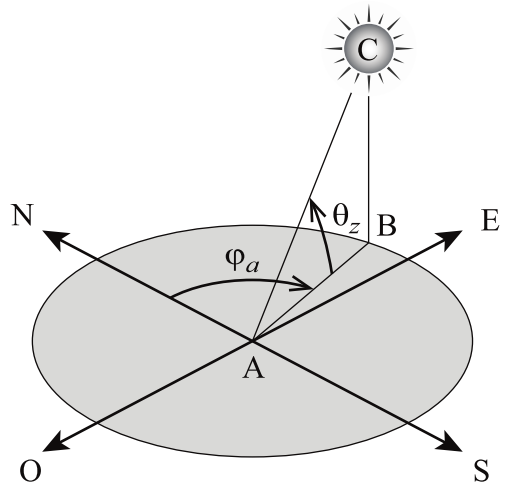


Figure 2 Paramétrage de l'azimut et de l'élévation solaires

Id	Exigence	Critère	Niveau
1	La voile doit se déplacer pour suivre le soleil	Période	Toutes les 15 min
1.1	Le déplacement de la voile doit être imperceptible à l'œil humain	Vitesse de déplacement	$\leqslant$ 0,18°/s
1.2	Le déplacement de la voile doit être suffisamment rapide	Temps de déplacement	$<$ 1 min

Tableau 1 Extrait du cahier des charges fonctionnel

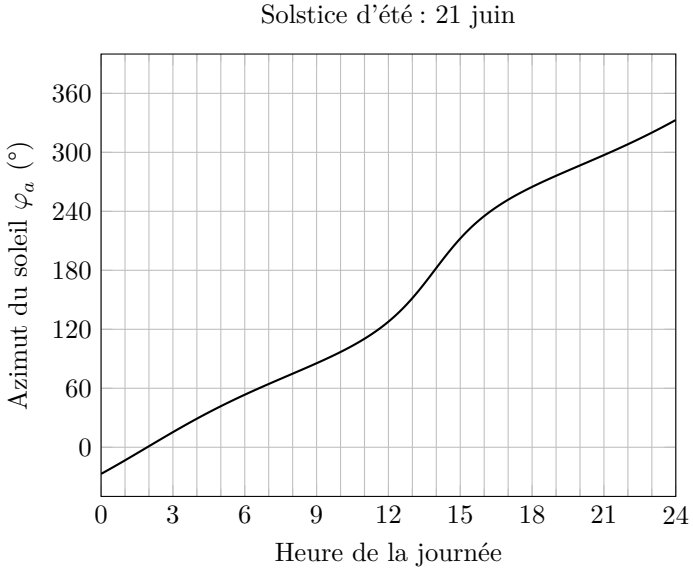


Figure 3 Évolution de l'azimut du soleil (φ_a en degrés) au solstice d'été

On s'intéresse maintenant au déplacement de la voile. Afin d'assurer un pilotage sans à-coup, le profil de vitesse retenu pour la commande de la voile est en forme de trapèze (figure 4).

Q 2. Sachant que les phases d'accélération et de décélération durent chacune 3 s, déterminer la durée de déplacement d_{cste} à la vitesse maximale (de t_1 à t_2) pour suivre le soleil pendant l'intervalle de temps de 15 min. Exprimer d_{cste} en fonction de $\Omega_{\max}$ et de $\varphi_{a\,\max}$.

Q 3. En déduire la durée totale du déplacement, d_{totale} (de t_0 à t_3), avec ce profil de vitesse. Conclure par rapport au cahier des charges.

Face à un tel défi architectural, cette voile est en réalité constituée de deux demi-voiles afin de limiter les contraintes techniques d'une solution à une seule voile de très grandes dimensions :

— le coût de fabrication d'une seule voile est plus important que celui de deux demi-voiles au regard des dimensions mises en jeu ;

— l'influence du vent est réduite sur deux demi-voiles plutôt que sur une seule voile.

Pour ces deux raisons, les ingénieurs responsables de l'étude ont choisi de concevoir cette voile à partir de deux demi-voiles de même géométrie. Les motorisations des demi-voiles étant indépendantes, il est proposé d'implanter la même commande pour gérer le déplacement de chacune d'entre elles pour des raisons de simplicité et de coût.

BY-NC-SA

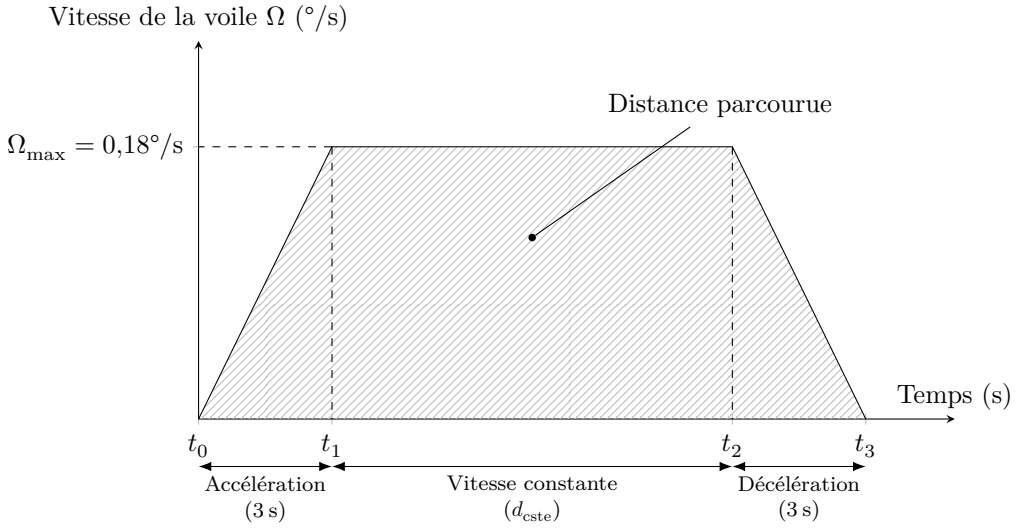


Figure 4 Profil de vitesse de la voile

En revanche, afin que la voile globale suive correctement le soleil, il est impératif que les déplacements de ces deux demi-voiles soient synchronisés. Ce dernier point constitue l'objet d'étude du sujet proposé.

Afin de justifier de la nécessité d'une synchronisation des déplacements des deux demi-voiles, il est proposé de s'intéresser dans la partie II à l'analyse des performances de la commande en boucle ouverte de leurs déplacements.

La partie III abordera l'étude de la commande corrigée en boucle fermée après avoir mis en place les modèles dynamiques nécessaires.

Enfin, la partie IV permettra de valider le schéma de commande proposé des deux demi-voiles afin d'assurer la synchronisation de leurs déplacements lors du suivi du soleil.

II Analyse de la commande en boucle ouverte du déplacement de la voile solaire

Les deux demi-voiles sont mises en mouvement de manière indépendante par des chariots motorisés, appelés chariots centraux, ainsi qu'une couronne motorisée déplaçant chacun des sommets des demi-voiles par l'intermédiaire de bielles. Des chariots latéraux, non motorisés, participent au guidage des demi-voiles sur les rails de la voie de roulement. Soit le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ associé au sol et le repère $\mathcal{R}_{C_G}(C_G, \vec{x}_{C_G}, \vec{y}_{C_G} \vec{z}_{C_G})$ associé au chariot central gauche. On note $\overrightarrow{OC_G} = R\vec{y}_{C_G}$ avec $R = 22{,}750$ m, rayon médian de la voie de roulement. Globalement, la voile se déplace en rotation autour de l'axe $(O, \vec{z})$ dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$. Ce mouvement de rotation est défini par l'angle $\varphi_G = (\vec{y}, \vec{y}_{C_G})$ (figure 5).

Chaque chariot (central et latéral) se déplace grâce à quatre galets, appelés galets de roulement, qui roulent sur les deux rails circulaires concentriques de la voie médiane de roulement et grâce à quatre autres galets de guidage qui roulent sur les côtés des deux rails. Chacun des deux chariots centraux est motorisé à l'aide de deux motoréducteurs (figure 6) qui entrainent chacun en rotation deux des quatre galets de roulement.

Afin d'optimiser son rendement énergétique, cette voile se déplace chaque jour toutes les 15 minutes pour suivre le soleil du garage est au garage ouest à la vitesse angulaire maximale de 0,18°/s. La nuit, elle retourne au garage est en effectuant le trajet inverse et le cycle recommence le jour suivant. En cas de panne de la motorisation d'un chariot central, l'autre chariot central doit être capable de déplacer l'ensemble des deux demi-voiles. À cet effet, les deux chariots centraux qui déplacent chaque demi-voile sont reliés entre eux par une barre de remorquage (figure 7).

Un capteur d'effort est installé sur la barre pour détecter la présence d'un effort de remorquage. Une alarme de sécurité est alors activée pour signaler le défaut.

Pour éviter de solliciter la barre de remorquage, qui pourrait provoquer un déclenchement intempestif de cette alarme, un jeu de 15 mm a été prévu entre les deux chariots centraux. Ainsi, lorsque la commande des deux chariots est « idéale », ils sont indépendants et l'écart de position entre les deux chariots est constant.

La chaine d'acquisition et l'asservissement des dispositifs motorisés n'étant pas idéaux, cet écart varie et peut déclencher l'alarme de sécurité, même si aucune motorisation n'est en panne.

Un extrait du cahier des charges fonctionnel du système de mise en mouvement des voiles, détaillant les exigences de déplacement de la voile, est présenté tableau 2.

Afin d'assurer le bon fonctionnement du système de mise en mouvement de la voile, il est nécessaire de vérifier l'exigence Id 1.5.

BY-NC-SA

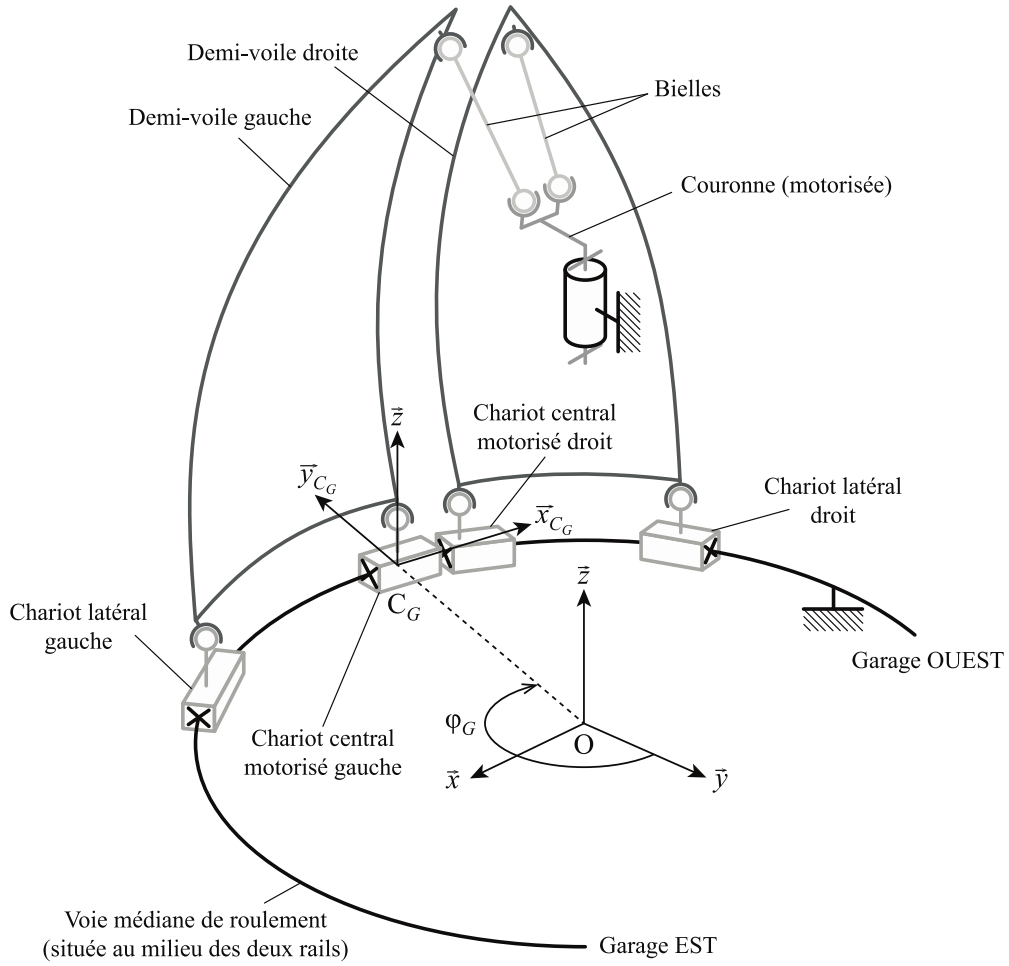


Figure 5 Schéma d'architecture de la voile solaire

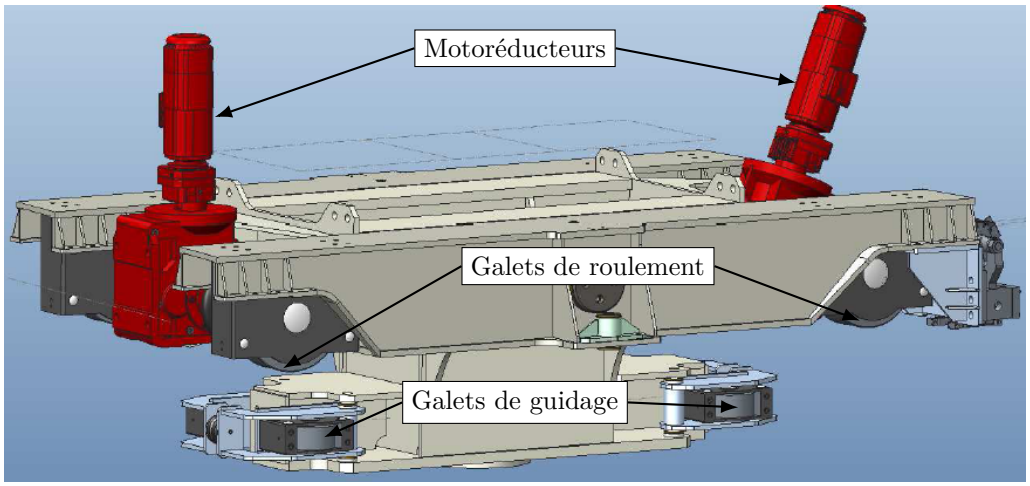


Figure 6 Vue d'un chariot central équipé de 2 motoréducteurs, 4 galets de roulements et 4 galets de guidage

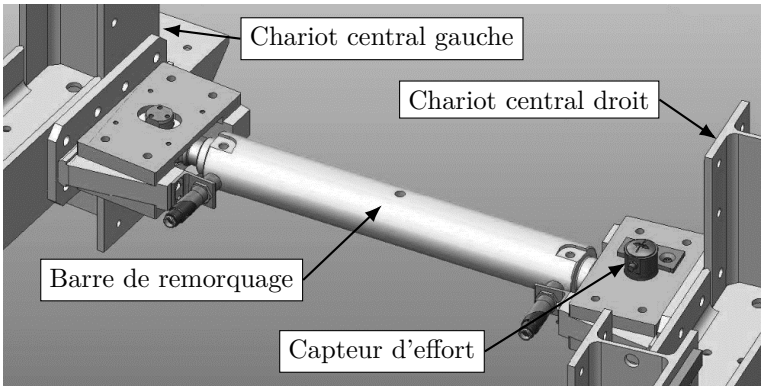


Figure 7 Barre de remorquage entre les chariots centraux

BY-NC-SA

Id	Exigence	Critère	Niveau
1	La voile doit se déplacer pour suivre le soleil	Période	Toutes les 15 min
1.3	La voile doit résister au vent	Vitesse du vent	< 9 m/s
1.4	Le déplacement de la voile doit être insensible aux perturbations	Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon	Nulle
1.5	Le déplacement des deux voiles doit être identique	Écart de déplacement entre les deux voiles	< 15 mm
1.6	Le système doit être stable	Marge de phase	$\geqslant 45°$

Tableau 2 Extrait du cahier des charges fonctionnel

Objectif

Analyser le déplacement des deux demi-voiles lors de l'utilisation d'une commande simple en boucle ouverte.

Toutes les 15 minutes, les deux demi-voiles se déplacent pour atteindre la position correspondant à l'azimut du soleil à l'heure considérée. Afin d'effectuer un premier dimensionnement en phase d'avant-projet des solutions techniques choisies, un modèle multiphysique simple de la chaine de traction d'un chariot motorisé est réalisé (figure 8).

On se place dans le cas le plus défavorable avec un seul motoréducteur fonctionnel qui entraine deux galets de roulement (roue).

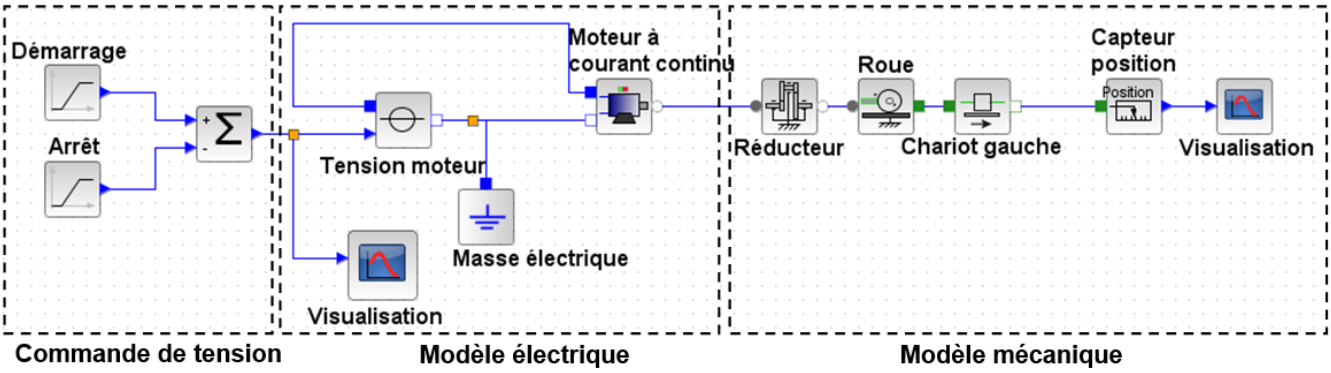


Figure 8 Modèle multiphysique du déplacement d'une demi-voile

Le modèle multiphysique est constitué de trois parties :

— commande en tension qui résulte de la superposition de deux rampes pour générer la loi de vitesse trapézoïdale ;

— modèle électrique constitué d'un moteur à courant continu alimenté (courant nominal de 10,5 A) par une source de tension idéale (550 V) ;

— modèle mécanique constitué d'un réducteur, d'une roue de chariot, d'une masse mobile de la demi-voile et d'un capteur de position.

Une première simulation est présentée figure 9. On appelle déplacement du chariot gauche par rapport au sol le déplacement du point C_G par rapport à $\mathcal{R}_g$. On rappelle $\overrightarrow{OC_G} = R\vec{y}_{C_G}$ avec $R = 22{,}750$ m.

Q 4. À partir des courbes figure 9, conclure quant au respect des exigences Id 1.1 et Id 1.2.

Lors de son déplacement, il peut arriver que la voile soit soumise à l'effet du vent. Il est donc important de le prendre en compte dans le modèle pour évaluer son impact sur le déplacement. Par ailleurs, afin d'assurer une durée de vie du moteur conforme à son mode de fonctionnement, il est important de pouvoir estimer la consommation électrique du moteur en fonctionnement.

Le modèle figure 8 a donc été enrichi de nouveaux blocs, à savoir : un capteur de courant, un capteur de tension et l'effort extérieur lié au vent (échelon).

Q 5. Sur la figure A du document réponse, compléter les liens du modèle proposé pour prendre en compte les deux capteurs.

Dans la suite, on se place dans le cas le plus défavorable où le vent va s'appliquer comme une perturbation extérieure **uniquement sur une des demi-voiles**. Une simulation du déplacement à vitesse maximale d'un chariot central a été réalisée avec et sans vent dans le modèle multiphysique. Les résultats obtenus sont présentés figure 10.

BY-NC-SA

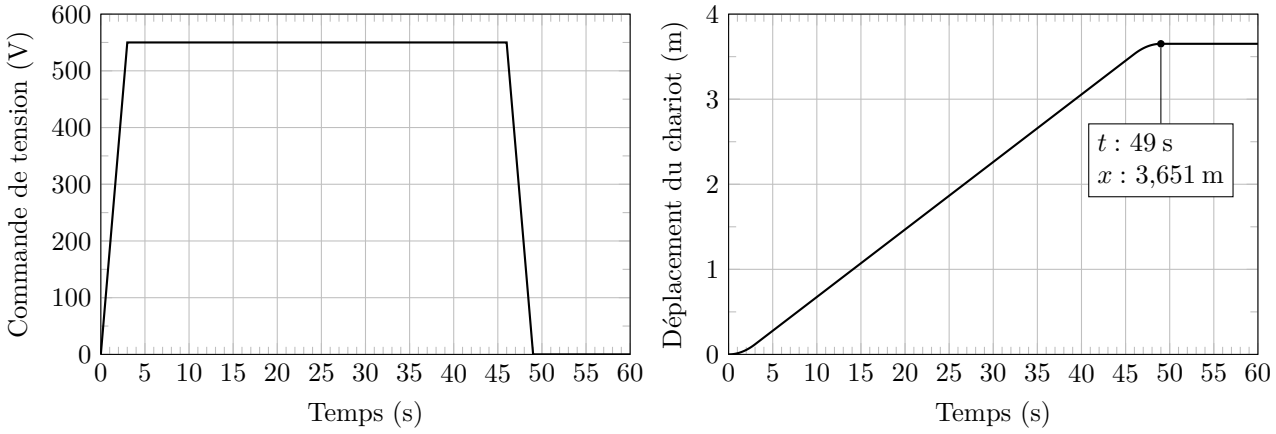


Figure 9 Résultats de simulation

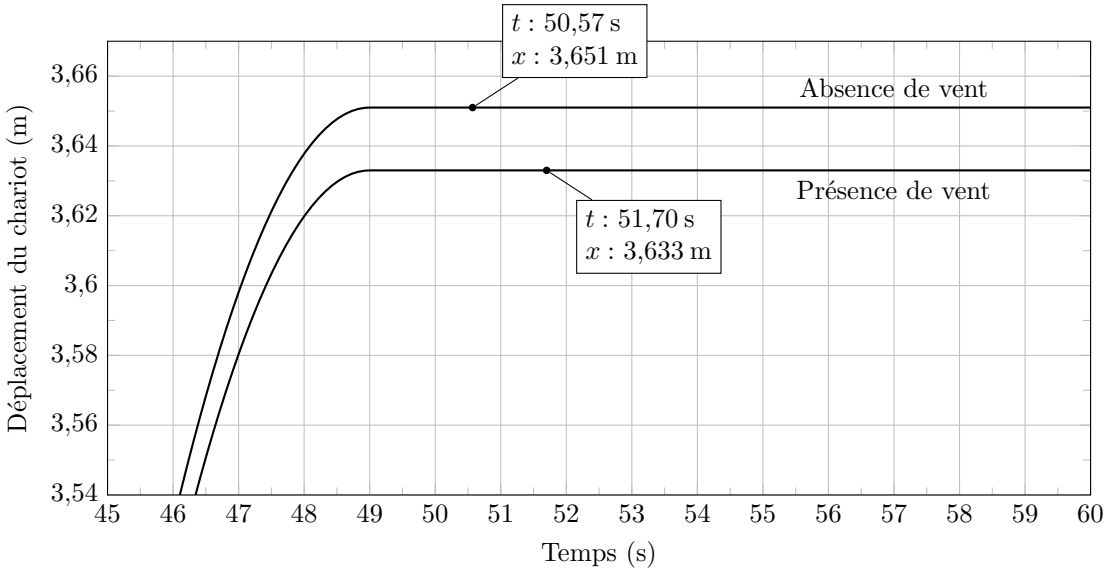


Figure 10 Comparaison du déplacement simulé d'un chariot avec et sans vent

Q 6. On suppose que les deux chariots centraux sont pilotés avec la même loi de commande, en déduire le défaut maximal de position relatif entre les deux chariots dans le cas réel présenté figure 10. Conclure quant au respect de l'exigence concernée.

III Étude de la commande en vitesse d'un chariot central en boucle fermée

Afin de réduire les coûts, on supposera que les deux solutions retenues pour la commande de chaque chariot sont strictement identiques.

Après avoir constaté les limites de la commande en boucle ouverte, il est proposé dans cette partie d'étudier la commande en boucle fermée du déplacement d'un chariot. Cette étude consiste à s'intéresser à la mise en place d'un asservissement de vitesse qui permettrait d'assurer un défaut relatif de position entre les deux demi-voiles respectant le défaut relatif de 15 mm autorisé par la barre de traction.

Le déplacement $x_{\text{ch}}(t)$, d'un chariot s'effectue en imposant une consigne de trapèze de vitesse au moteur notée $\omega_c(t)$ (figure 11).

La structure de la commande en position d'une demi-voile est représentée figure 12. Les grandeurs définies sont les suivantes :

— $u_c(t)$, signal de commande du hacheur ;

— $\omega_m(t)$, vitesse de rotation du moteur ;

— $m(t)$, signal image de la vitesse de rotation du moteur.

BY-NC-SA

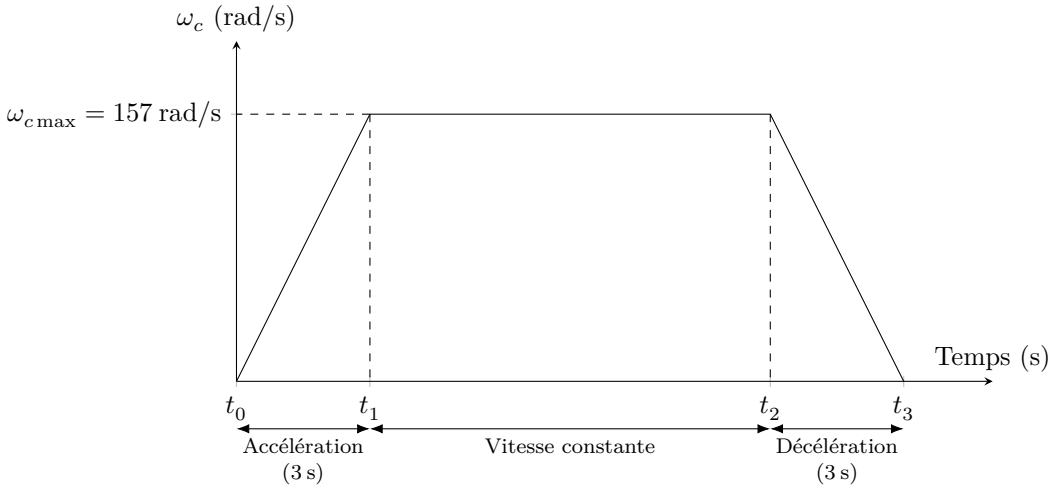


Figure 11 Vitesse de consigne imposée au moteur

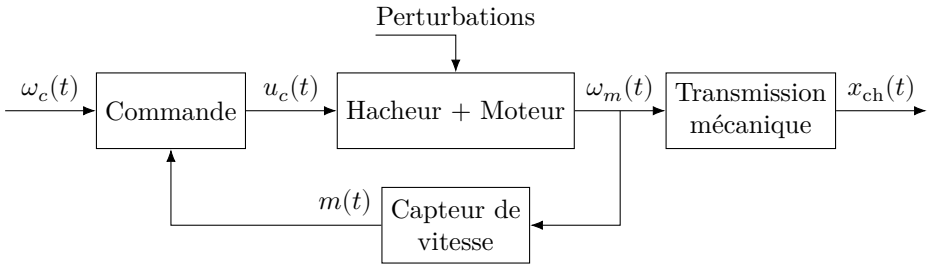


Figure 12 Schéma fonctionnel de la commande

III.A – Modélisation dynamique de la voile

Objectif

Dans cette sous-partie, il est proposé de s'intéresser à la modélisation de la chaine d'énergie et des différentes perturbations à considérer dans l'asservissement permettant le déplacement d'un chariot central afin de déterminer l'équation dynamique du moteur.

III.A.1) Modélisation de la transmission mécanique

On se propose de modéliser la chaine de transmission mécanique entre le moteur et la voie de roulement.

Chaque chariot central est mis en mouvement à l'aide :

— d'un moteur électrique de 4 kW ;

— d'un réducteur à train épicycloïdal de rapport de transmission $K_{\text{red}} = \dfrac{\omega_r(t)}{\omega_m(t)} = \dfrac{1}{512}$, avec $\omega_r(t)$ et $\omega_m(t)$ les vitesses de rotation respectives de l'arbre de sortie du réducteur et du moteur (en rad/s) ;

— de galets de roulement (roues) de diamètre $D = 520{,}5$ mm liés à l'arbre de sortie du réducteur.

Q 7. En précisant l'hypothèse utilisée, exprimer la vitesse de déplacement de la demi-voile V_{ch} en fonction de ω_m, de D et de K_{red}.

Q 8. À partir des informations précédentes, compléter les fonctions de transfert de la zone « Transmission mécanique » du schéma-bloc sur la figure B du document réponse.

On souhaite maintenant déterminer les perturbations qui s'exercent lors du déplacement de la voile pour mettre en place l'équation dynamique de comportement de la voile.

III.A.2) Modélisation des perturbations

Afin de déterminer les perturbations à prendre en compte sur le déplacement de la voile, on se propose de déterminer l'effort du vent sur le chariot central d'une demi-voile ainsi que le moment résistant s'opposant au roulement des galets sur le rail.

a) Détermination de l'effort du vent sur la demi-voile

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\mathcal{R}_v(O, \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, par une portion de demi-sphère (figure 13). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathcal{R}_{C_G}(C_G, \vec{x}_{C_G}, \vec{y}_{C_G}, \vec{z})$ et $\mathcal{R}_v(O, \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G} = R\vec{y}_{C_G}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

BY-NC-SA

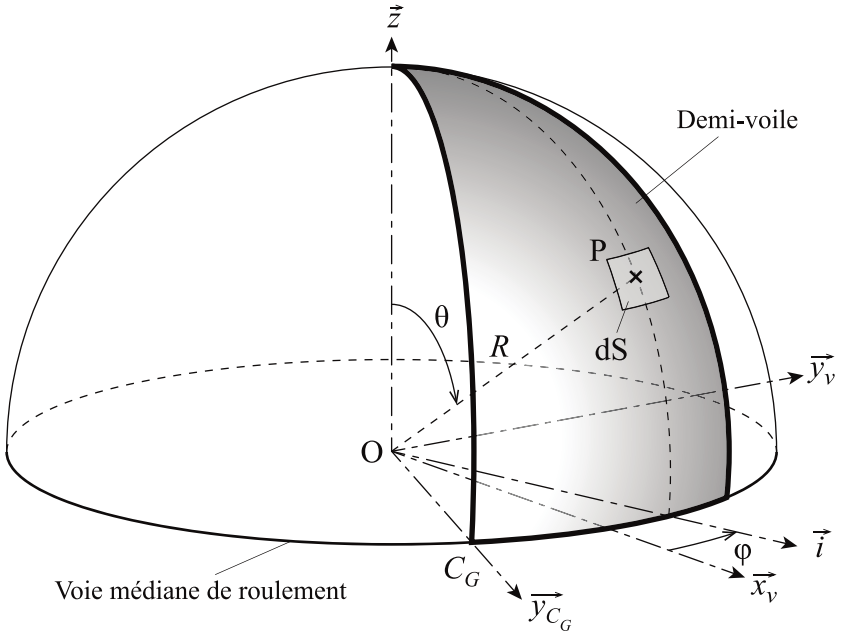


Figure 13 Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure 14 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $(\vec{x}_v, \vec{y}_v)$. La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de 9 m/s, est noté $\vec{f}_{\text{vent}} = f\vec{u}$ avec $f = 54{,}7\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}$, l'orientation de $\vec{u}$ étant définie par l'angle constant $\alpha = (\vec{x}_v, \vec{u})$.
La base associée au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP} = R\vec{e}_r$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22{,}750$ m). L'angle azimutal φ évolue entre $-\dfrac{\pi}{8}$ et $\dfrac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\dfrac{\pi}{2}$.
On précise que, dans le cas présenté figure 13, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $\mathrm{d}S = R^2 \sin\theta\, \mathrm{d}\theta\, \mathrm{d}\varphi$.

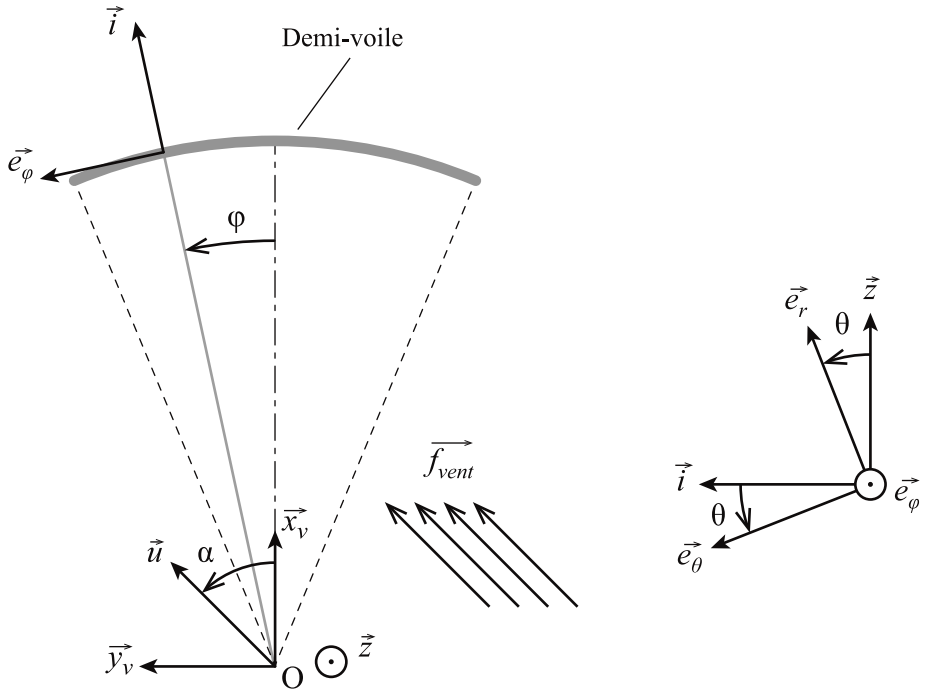


Figure 14 Paramétrage angulaire

Q 9. Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface $\mathrm{d}S$, noté $\mathrm{d}\vec{F}_{\text{vent}}$.

Q 10. Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe $(O, \vec{z})$, $\overrightarrow{M}_{O\,\text{vent}} \cdot \vec{z}$, s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe $(O, \vec{z})$ en fonction de R, f et α.

Q 11. On définit F_{vent} tel que $\left(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{\text{vent}}\vec{x}_{C_G}\right) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{M}_{O\,\text{vent}} \cdot \vec{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

BY-NC-SA

Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Q 12. Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal ? Déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

La valeur de l'effort résistant du vent étant maintenant déterminée, il reste à calculer la perturbation due à la résistance au roulement sur les galets des chariots.

Le rayon de la voie de roulement ($R = 22{,}750$ m) étant grand devant le déplacement d'un chariot (3,20 m), ce déplacement sera considéré comme étant une translation de direction tangentielle à la voie de roulement.

Jusqu'à la fin du sujet, on supposera donc que la trajectoire de C_G est une droite de direction $\vec{x}_{C_G}$ et que la voile se translate par rapport à la voie de roulement lors d'un déplacement. Ainsi les liaisons entre la voile et les chariots seront considérées comme des liaisons glissières de direction $\vec{x}_{C_G}$. L'action du vent sera représentée par un glisseur de résultante $F_{\text{vent}}\vec{x}_{C_G}$.

b) Détermination du moment de résistance au roulement des galets sur le rail

Chaque demi-voile est mise en mouvement par deux chariots : un chariot latéral et un chariot central. Chaque chariot comporte 8 galets (figure 6) : 4 galets de roulement et 4 galets de guidage.

La figure 15 représente le paramétrage d'une demi-voile et du chariot central. Les galets de roulement roulant sur 2 rails parallèles, seuls les galets de roulement en contact avec un rail ont été représentés.

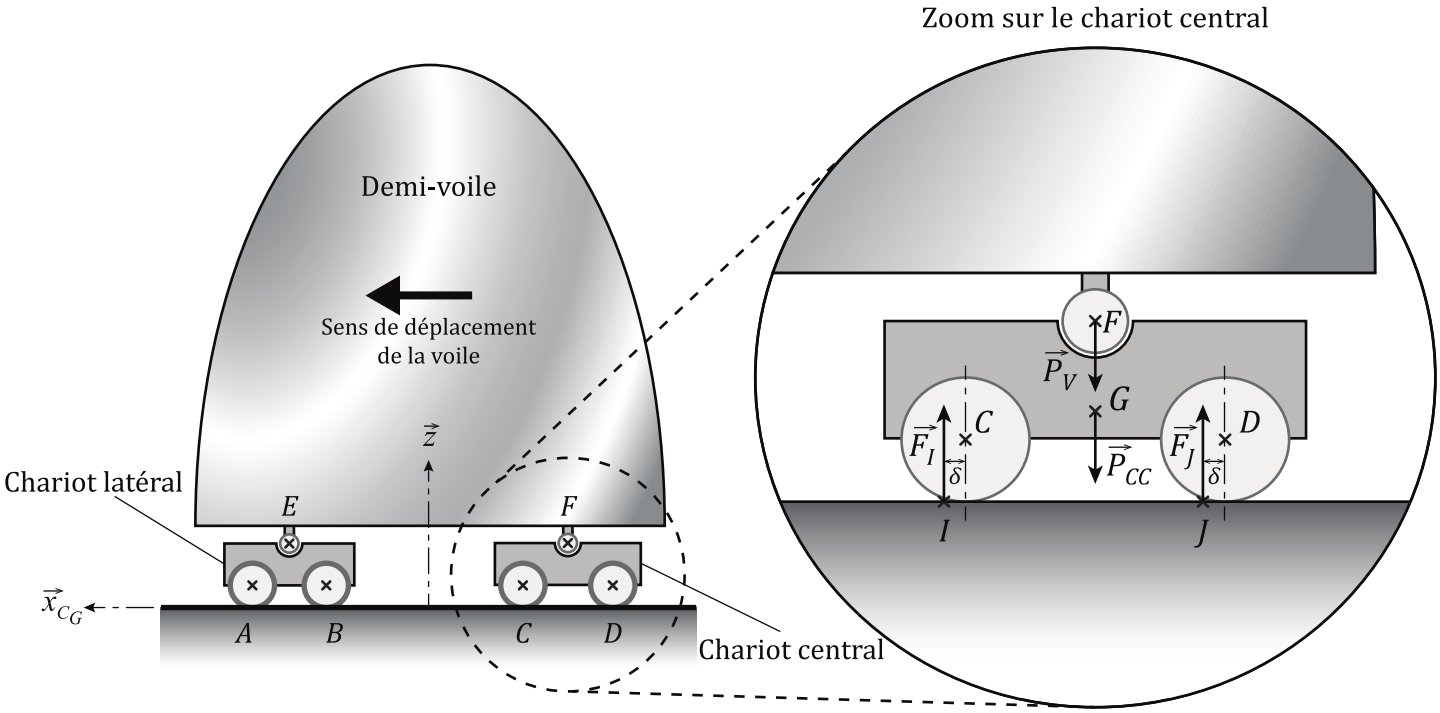


Figure 15 Paramétrage de la demi-voile et modélisation des actions mécaniques appliquées sur le chariot

Hypothèses et modélisation

— Le problème sera considéré comme un problème plan $(\vec{x}_{C_G}, \vec{z})$. Seuls 2 galets de roulement par chariot seront considérés pour les calculs (figure 15).

— L'influence de l'action mécanique du vent sur la demi-voile est négligée devant celle de son poids. En supposant la demi-voile comme étant symétrique, les actions mécaniques de celle-ci sur les chariots central (cc) et latéral (cl) sont données par :

$$\{\mathcal{T}_{v\to cc}\} = \left\{\begin{array}{c} -\frac{m_v}{2}g\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_F \qquad \text{et} \qquad \{\mathcal{T}_{v\to cl}\} = \left\{\begin{array}{c} -\frac{m_v}{2}g\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_E .$$

— Afin de prendre en compte la résistance au roulement, les résultantes des actions mécaniques de contact entre le rail et les galets de roulement, sont décalées d'une distance δ, appelée coefficient de résistance au roulement, par rapport au point de contact (figure 15). Ces actions mécaniques sont donc notées :

$$\{\mathcal{T}^I_{r\to cc}\} = \left\{\begin{array}{c} F_I\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_I \qquad \text{et} \qquad \{\mathcal{T}^J_{r\to cc}\} = \left\{\begin{array}{c} F_J\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_J .$$

Les moments de résistance au roulement autour des axes de rotation des galets créés par les actions mécaniques en I et J, respectivement notés $\overline{M}_C$ et $\overline{M}_D$, sont définis par :

BY-NC-SA

$$\left\{\mathcal{T}^{I}_{r\to cc}\right\} = \left\{\begin{array}{c} F_I\vec{z} \\ \overrightarrow{M}_C \end{array}\right\}_C \qquad \text{et} \qquad \left\{\mathcal{T}^{J}_{r\to cc}\right\} = \left\{\begin{array}{c} F_J\vec{z} \\ \overrightarrow{M}_D \end{array}\right\}_D .$$

— L'action mécanique de la pesanteur sur le chariot central est :

$$\left\{\mathcal{T}^{I}_{\text{pes}\to cc}\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_{cc}g\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_G .$$

On donne :

— masse de la demi-voile $m_v = 120\,\text{t}$;
— masse du chariot central $m_{cc} = 15\,\text{t}$;
— masse du chariot latéral $m_{cl} = 8\,\text{t}$;
— coefficient de résistance au roulement $\delta = 5\,\text{mm}$;
— diamètre d'un galet de roulement $D = 520{,}5\,\text{mm}$;
— G centre de gravité du chariot central ;
— $\overrightarrow{GF} = a\vec{z}$;
— $\overrightarrow{GC} = l\vec{x}_{C_G} - b\vec{z}$;
— $\overrightarrow{GD} = -l\vec{x}_{C_G} - b\vec{z}$;
— $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DJ} = \delta\vec{x}_{C_G} - \dfrac{D}{2}\vec{z}$.

Dans la suite, on cherche à déterminer le moment de résistance au roulement global, noté $\overrightarrow{M}_{\text{glob}}$, produit par le roulement des galets sur le rail afin de prendre en compte cette perturbation dans le modèle d'asservissement complet.

Q 13. En isolant l'ensemble $cc = \{\text{chariot central} + \text{galets de roulement}\}$ et en précisant le théorème utilisé déterminer $F_I + F_J$.

Q 14. Exprimer le moment de résistance au roulement en C, noté $\overrightarrow{M}_C$, en fonction de F_I et δ.

Q 15. Par analogie, exprimer $\overrightarrow{M}_D$ en fonction de F_J et δ, puis exprimer le moment de résistance au roulement du chariot central $\overrightarrow{M}_{cc} = \overrightarrow{M}_C + \overrightarrow{M}_D$ en fonction de δ, m_v, m_{cc} et g.

Q 16. Par analogie, déterminer le moment de résistance au roulement des galets de roulement du chariot latéral, noté $\overrightarrow{M}_{cl}$. En déduire le moment de résistance au roulement total des galets de roulement, $\overrightarrow{M}_{\text{glob}}$. Effectuer l'application numérique.

Ayant déterminé les actions mécaniques s'opposant au déplacement de la demi-voile, il est maintenant possible de déterminer l'équation dynamique caractérisant son déplacement.

III.A.3) Détermination de l'inertie équivalente de la partie mobile

Afin de modéliser le comportement dynamique du système, on se propose de déterminer l'inertie équivalente rapportée sur l'arbre moteur de l'ensemble mobile, noté E, d'une demi-voile, notée J_{eq}. La demi-voile est entrainée par le chariot central qui se déplace grâce à des galets de roulement qui roulent sans glisser sur la voie de roulement. Ceux-ci sont entrainés en rotation par le motoréducteur.

Cet ensemble mobile E est constitué de :

— la demi-voile de masse $m_v = 120\,\text{t}$;
— du chariot central de masse totale $m_{cc} = m_s + m_g + 2m_{mr} = 15\,\text{t}$, lui-même constitué de :
  - un ensemble de pièces, de masse m_s, constituant la structure et les équipements du chariot sans mouvements relatifs entre eux,
  - deux motoréducteurs, chacun de masse m_{mr} et de moment d'inertie autour de leur axe respectif $J_{mr} = 194{,}8 \times 10^{-4}\,\text{kg·m}^2$,
  - 4 galets de roulement de masse totale m_g, de diamètre $D = 520{,}5\,\text{mm}$ et d'inertie totale rapportée à l'arbre de sortie du réducteur $J_g = 27\,\text{kg·m}^2$;
— du chariot latéral de masse équivalente totale $m_{cl} = 8\,\text{t}$;
— les galets de guidage sont de masses et d'inerties négligeables.

Le moteur tourne à une vitesse ω_m et les galets de roulement tournent à la vitesse de sortie du réducteur ω_r.

On rappelle que le mouvement de la voile est modélisé par un mouvement de translation à une vitesse $V_{\text{ch}}(t)$. L'énergie cinétique totale E_c de l'ensemble mobile E dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$ a pour expression :

$$E_c = \frac{1}{2}\left(m_v + m_{cc} + m_{cl}\right)V_{\text{ch}}^2 + J_g\omega_r^2 + J_{mr}\omega_m^2$$

BY-NC-SA

Q 17. Déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente, J_{eq}, de l'ensemble mobile E rapporté sur l'arbre moteur telle que :

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\text{eq}} \omega_m^2$$

III.A.4) Détermination de l'équation dynamique de la voile

Après avoir déterminé les modèles de connaissance associés aux constituants de la chaine cinématique et aux perturbations, on s'intéresse dans cette section à l'expression de l'équation dynamique de la demi-voile afin de la prendre en compte dans le modèle de commande.

Pour cela, il sera considéré que les différentes liaisons cinématiques entre solides constituant le mécanisme sont parfaites.

On s'intéresse à l'ensemble mobile défini par $E = \{\text{demi-voile, chariot latéral, chariot central, motoréducteurs, galets}\}$.

On note :

— $C_m(t)$ le couple de conversion électromagnétique, soit l'action du stator sur le rotor du moteur. On rappelle que l'étude est menée dans le cas où un seul moteur est commandé ;

— $F_{\text{vent}}(t)$ la perturbation due au vent ;

— $M_{\text{glob}}(t)$ la perturbation due à la résistance au roulement.

Q 18. Après avoir effectué l'inventaire exhaustif des puissances mécaniques extérieures, déterminer en le justifiant l'expression de l'ensemble des puissances extérieures s'exerçant sur E dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$, noté $P_{\text{ext}\to E/\mathcal{R}_g}$.

Q 19. Après avoir effectué l'inventaire exhaustif des puissances mécaniques intérieures, déterminer en le justifiant l'expression de l'ensemble des puissances intérieures s'exerçant sur E, noté P_{int}.

Q 20. Montrer en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E que l'équation dynamique du comportement d'une demi-voile peut se mettre sous la forme suivante :

$$C_m(t) + AF_{\text{vent}}(t) + BM_{\text{glob}}(t) = J_{\text{eq}} \frac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t}$$

Exprimer A et B.

Q 21. À partir des informations précédentes, compléter les fonctions de transfert de la zone « Perturbations » du schéma-bloc sur la figure B du document réponse.

Le modèle dynamique du système étant maintenant complet, on souhaite développer le modèle d'asservissement de la demi-voile et étudier ses performances.

III.B – Modélisation de la commande en vitesse d'un chariot central en boucle fermée

Objectif

Une fois la modélisation de l'asservissement mise en place, il est proposé de valider une solution de correction permettant de répondre aux caractéristiques imposées par le constructeur.

La transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ sera écrite $F(p)$ dans le cas général.

Chaque chariot central est mis en mouvement à l'aide :

— d'un moteur électrique de 4 kW (afin de faciliter l'étude du système, on supposera que le moteur est modélisé par une machine à courant continu équivalente)
  - tension nominale $U_{\text{nom}} = 550\,\text{V}$,
  - intensité nominale $I_{\text{nom}} = 10{,}5\,\text{A}$,
  - vitesse nominale $N_{\text{nom}} = 1500\,\text{tr/min}$;

— d'une interface de puissance (hacheur) de gain $K_h = 110$ sans unité ;

— d'un réducteur à engrenages de rapport de transmission $K_{\text{red}} = \dfrac{\omega_r(t)}{\omega_m(t)}$;

— de galets de roulement (roues) de diamètre $D = 520{,}5\,\text{mm}$ liés à l'arbre de sortie du réducteur.

La commande du déplacement est réalisée à partir des éléments suivants :

— un capteur de vitesse de gain $K_{\text{capt}} = 1/30\ \text{V}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$;

— un correcteur proportionnel de gain C ;

— un convertisseur de consigne de gain K_a.

On donne les équations modélisant le fonctionnement du moteur à courant continu :

— loi des mailles aux bornes du moteur à courant continu

BY-NC-SA

$$u_m(t) = Ri_m(t) + L\frac{\mathrm{d}i_m(t)}{\mathrm{d}t} + e_m(t)\ ;$$

— théorèmes généraux de la dynamique appliqués à l'ensemble des solides en mouvement, en tenant compte des perturbations représentées par un couple résistant $C_r(t)$

$$C_m(t) + AF_{\text{vent}}(t) + BM_{\text{glob}}(t) = J_{\text{eq}}\frac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t}\ ;$$

— lois de couplage électromécanique

$$C_m(t) = k_c i_m(t),$$
$$e_m(t) = k_e \omega_m(t).$$

Avec :

— $u_m(t)$ la tension d'alimentation du moteur à courant continu utilisé (en volts) ;
— $i_m(t)$ le courant d'induit du moteur (en ampères) ;
— $e_m(t)$ la force contre électromotrice (fcem) du moteur (en volts) ;
— $R = 1\,\Omega$ la résistance d'induit du moteur ;
— $L = 0{,}0035$ H l'inductance d'induit du moteur ;
— $k_c = 3{,}5\ \text{N·m·A}^{-1}$ la constante de couple ;
— $k_e = 3{,}5\ \text{V·rad}^{-1}\text{·s}$ la constante de fcem du moteur ;
— $J_{\text{eq}} = 6{,}9 \times 10^{-2}\ \text{kg·mm}^2$ inertie totale des solides en mouvement ramenée sur l'arbre moteur.

Q 22. À partir des informations précédentes, compléter les fonctions de transfert manquantes du schéma-bloc sur la figure B du document réponse.

Q 23. Déterminer l'expression de K_a qui assure que l'écart $\varepsilon(t)$ soit une image pertinente de l'erreur, c'est-à-dire que l'écart soit nul si la consigne de vitesse du moteur, $\omega_c(t)$, est égale à la grandeur mesurée, $\omega_m(t)$.

L'ensemble des questions traitées jusqu'à présent dans la partie III a permis d'établir le schéma-blocs de la commande en vitesse d'une demi-voile. Il est proposé dans la sous-partie suivante d'analyser les performances de cette commande non corrigée.

III.C – Étude des performances de la boucle de vitesse non corrigée

Il est rappelé que la consigne de vitesse en entrée de l'asservissement est la consigne de vitesse du moteur exprimée en rad·s^{-1} et notée $\omega_c(t)$. *Le gain du correcteur proportionnel $C(p)$ sera égal à 1 dans cette sous-partie.*

Afin d'étudier la sensibilité de l'asservissement aux perturbations, il est supposé que $\omega_c(t) = 0$ rad/s.

On pose $C_{\text{pert}}(t) = AF_{\text{vent}}(t) + BM_{\text{glob}}(t)$.

Q 24. Exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme :

$$H_r(p) = -\frac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$$

Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Les applications numériques conduisent à : $H_r(p) = -\dfrac{1+1{,}0035p}{25+5{,}65\times10^{-2}p+2\times10^{-4}p^2}$ qui est supposée stable.

Q 25. Déterminer la variation de vitesse du moteur, en régime permanent, sous l'effet d'un couple de perturbation $C_{\text{pert}}(t) = C_0 u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon de Heaviside. Conclure quant à la satisfaction de l'exigence Id 1.4.

III.C.1) Asservissement avec prise en compte des perturbations

Objectif

Les sous-parties précédentes ont permis d'analyser les perturbations s'exerçant sur un chariot ainsi que leur influence sur une commande non corrigée. Il est proposé dans cette section d'appliquer une action correctrice à la commande afin de respecter le cahier des charges.

On rappelle tableau 3 les exigences de l'asservissement.

La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) de la boucle de vitesse non corrigée a pour expression :

$$H_{\text{BO}} = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1{,}05}{1+5\times10^{-3}p+1{,}9\times10^{-5}p^2}$$

CC BY-NC-SA

Id	Exigence	Critère	Niveau
1.4	Le déplacement de la voile doit être insensible aux perturbations	Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon	Nulle
1.5	Le déplacement des deux voiles doit être identique	Écart de déplacement entre les deux voiles	$< 15\,\text{mm}$
1.6	Le système doit être stable	Marge de phase	$\geqslant 45°$

Tableau 3 Extrait du cahier des charges fonctionnel

L'ajout d'un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert $C(p) = C\dfrac{1+T_i p}{T_i p}$ est envisagé.

Pour régler le correcteur, on choisit $\dfrac{1}{T_i} = \omega_0$ avec ω_0 : pulsation propre de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée.

Q 26. Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en gain et en phase du correcteur $C(p)$, avec $C = 1$, sur la figure C du document réponse.

Q 27. À partir du tracé du diagramme précédent conclure sur l'intérêt de choisir $\dfrac{1}{T_i} = \omega_0$.

Le diagramme de Bode de $H_{\text{BO corrigée}}(p)$ avec $C = 1$ et $\dfrac{1}{T_i} = \omega_0$ est donné figure 16.

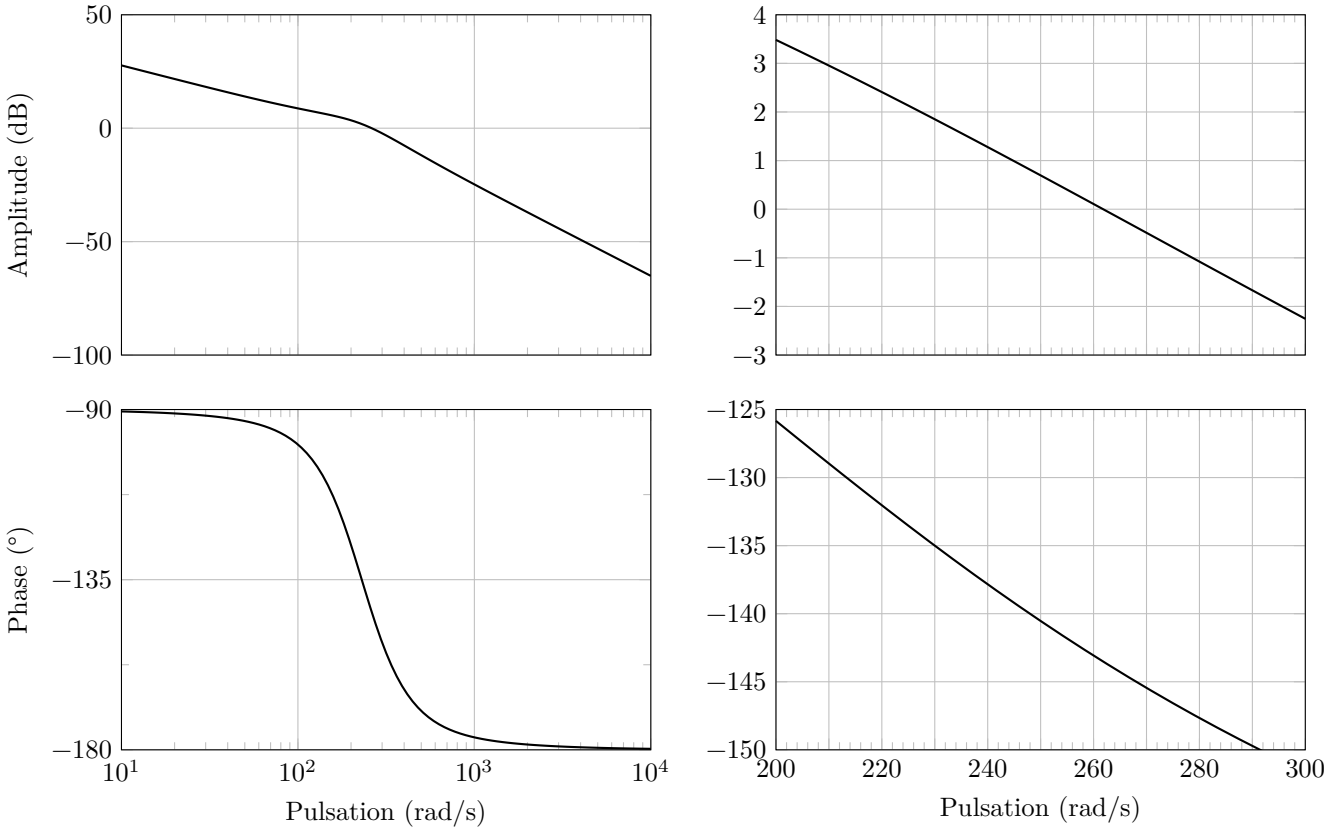


Figure 16 Diagramme de Bode de la FTBO du système corrigé (à droite, zoom entre 200 et 300 rad/s)

Q 28. À l'aide du zoom du diagramme de Bode déterminer la valeur du gain C permettant de respecter l'exigence Id 1.6.

Q 29. Quelles sont les exigences de l'asservissement qui sont satisfaites par le choix et le réglage du correcteur ?

IV Conclusion

Une fois le correcteur réglé, on commande les demi-voiles avec les mêmes consignes de vitesse en trapèze. Cependant le modèle de simulation a été enrichi afin de prendre en compte certains phénomènes : variation des caractéristiques moteurs, liaisons non parfaites...

La figure 17 présente l'écart de déplacement relatif entre les deux voiles suite à la commande du modèle de simulation enrichi pour un déplacement de l'ensemble mobile au cours d'un cycle de 15 min. Il y a évidemment plusieurs cycles de 15 min sur une journée.

BY-NC-SA

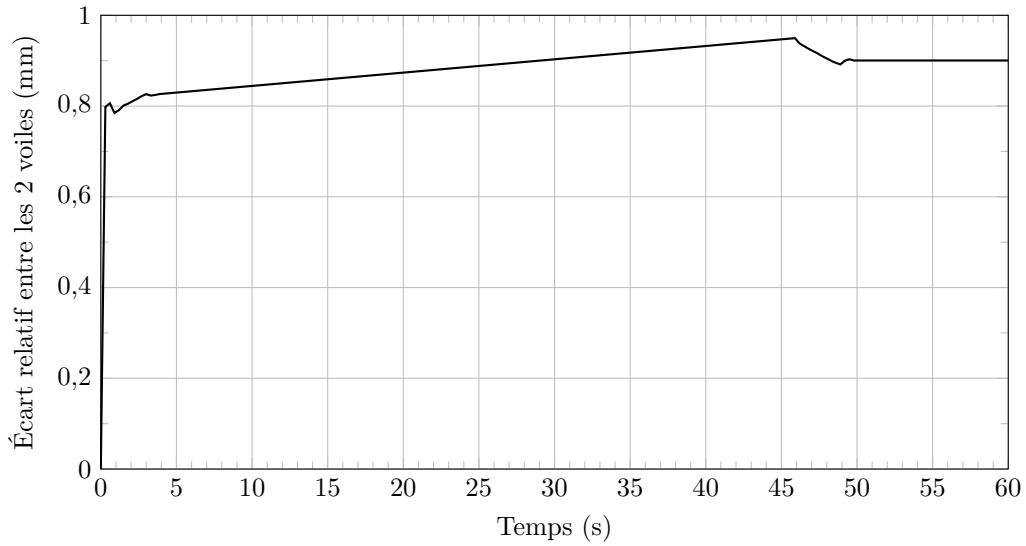


Figure 17 Écart relatif entre les 2 demi-voiles en mm avec système corrigé

Q 30. Justifier qu'il est nécessaire de mettre en place une solution de synchronisation pour le déplacement des demi-voiles entre les garages est et ouest.

Cette synchronisation, représentée par le schéma figure 18, consisterait à piloter un des deux chariots en fonction de la vitesse réelle de l'autre chariot dont l'objectif serait de faire tourner les moteurs à la même vitesse.

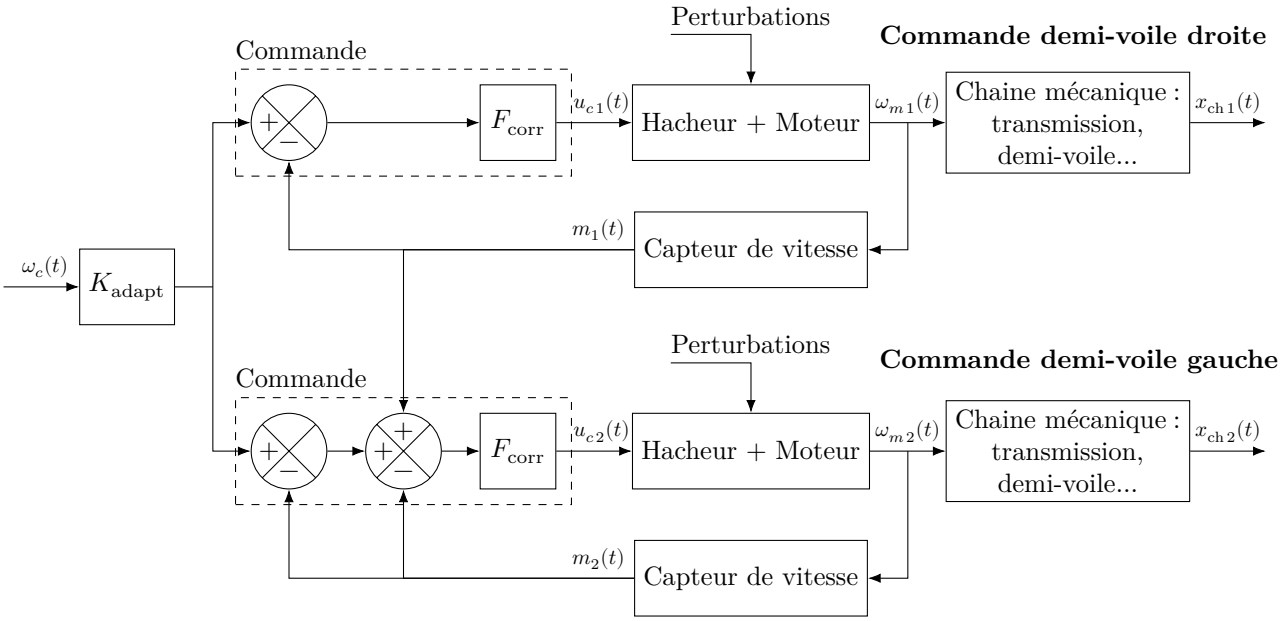


Figure 18 Schéma de synchronisation des commandes en déplacement des demi-voiles

Q 31. Exprimer $u_{c2}(t)$ en fonction de ω_c, m_1, m_2, K_{adapt} et F_{corr}. À partir de cette expression, justifier que le schéma de synchronisation proposé permet de corriger correctement le système en cas d'écart entre les vitesses des deux moteurs.

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

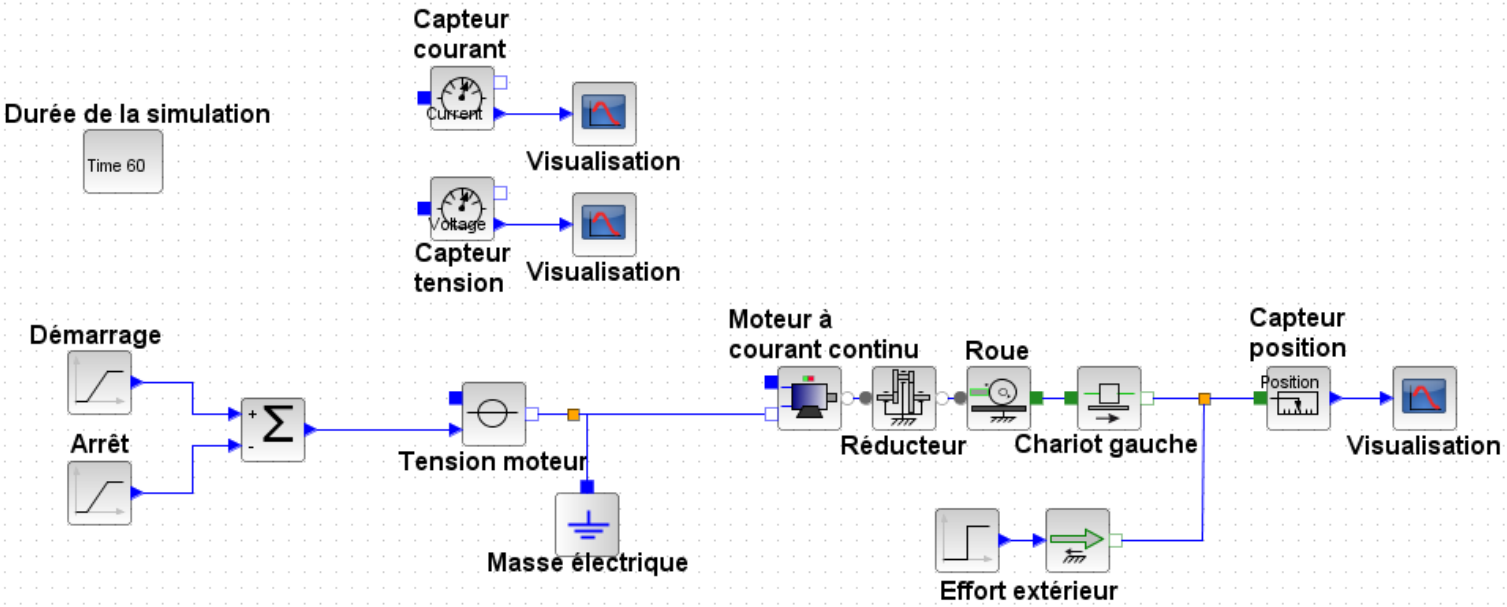


Figure A Modèle multiphysique enrichi (question 5)

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Épreuve : S2I MP

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Numéro de place

Numéro d'inscription

Nom

Prénom

Signature

Feuille

2020-05-12 17 :57 :06

Ne rien écrire

dans la partie barrée

S009-DR/20190321 MKIV

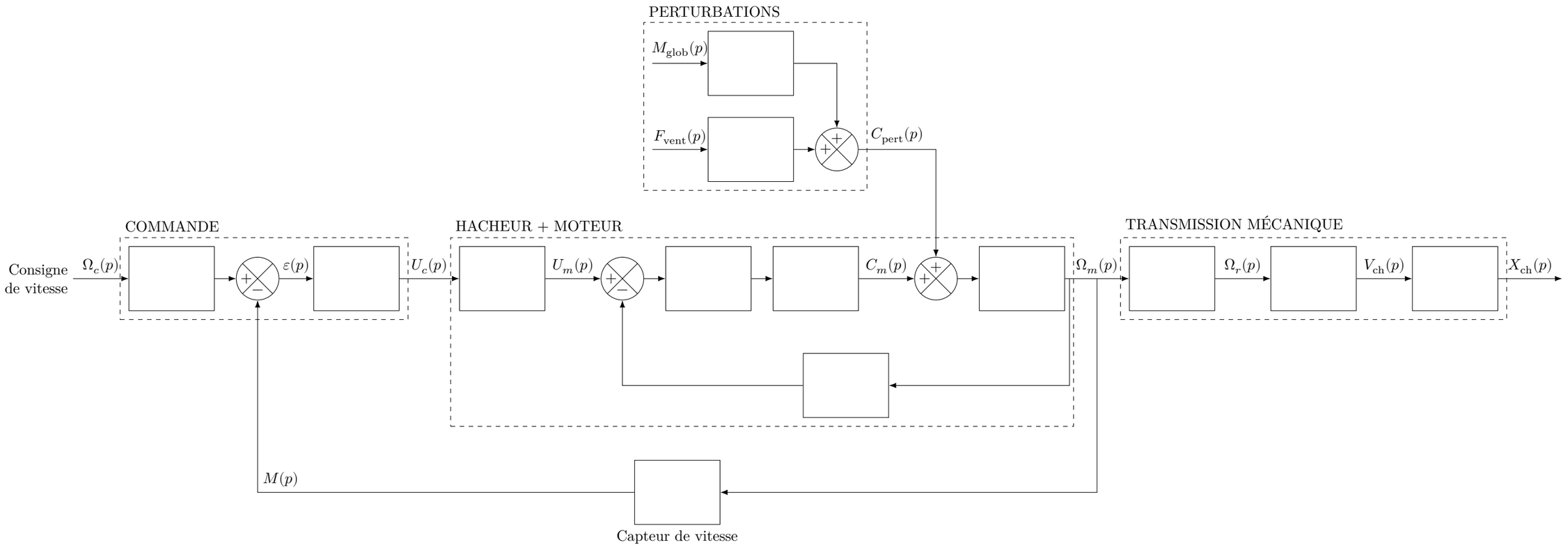


Figure B Schéma-bloc (questions 8, 21 et 22)

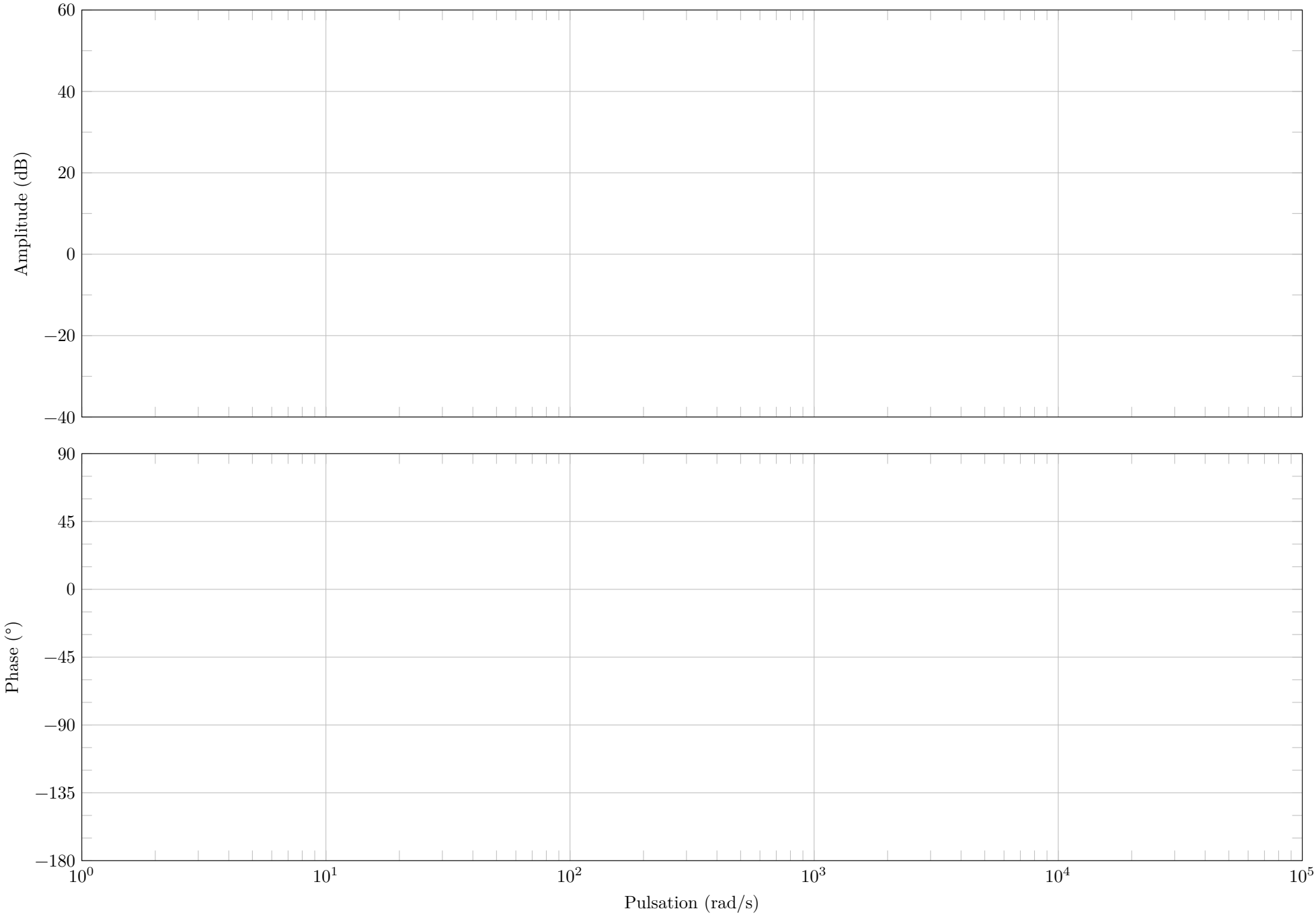


Figure C Diagramme de Bode du correcteur $C(p)$ (question 26)

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Filtrage linéaire
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Régimes transitoires

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp