Concours Centrale-Supélec, France

Session 2021, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Parties I et II : détection de l'environnement et prédiction de la trajectoire de stationnement
- Partie III : modélisation de la commande de direction et validation des performances
- Partie IV : amélioration des performances, choix d'une correction de la commande
- Partie V : conclusion et synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2021/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Option S2I

MP

2021

4 heures Calculatrice autorisée

Système de stationnement automatique

I Introduction

I.A – Présentation générale

Les manœuvres de stationnement pouvant être parfois difficiles pour certains conducteurs, les constructeurs automobiles proposent depuis maintenant quelques années une option de stationnement automatique sur leurs véhicules. Cette fonctionnalité est permise par un système embarqué qui permet l'automatisation d'une manœuvre de stationnement (pour des places en créneau, épi ou bataille).



L'intervention du système de stationnement se fait sur la direction du véhicule : le système gère automatiquement l'orientation des roues avant du véhicule (et donc celle du volant). Quant au conducteur, il contrôle le déplacement du véhicule (marche avant ou arrière) et la vitesse du véhicule avec la pédale d'accélération. Cette vitesse est limitée et est supposée constante pendant la manœuvre.

Ce type d'aide au stationnement permet une meilleure précision de la manœuvre et un stationnement dans un espace plus restreint en optimisant l'insertion du véhicule dans une place libre.

Les principaux éléments technologiques entrant en jeu dans cette automatisation des manœuvres de stationnement sont : le calculateur du véhicule, la motorisation de la direction du véhicule et les capteurs à ultrasons (généralement entre 4 et 6 capteurs à l'avant et à l'arrière).



Figure 1 Détection par ultrasons (4 capteurs)

La procédure d'insertion automatisée du véhicule dans une place de stationnement, du point de vue du conducteur, est décrite par la figure 2 dans le cas d'une insertion en créneau parfaitement exécuté. Sur la figure, le véhicule est équipé de 4 capteurs à ultrasons à l'avant et à l'arrière.

Lorsque le conducteur voit une place libre devant lui, il active le stationnement automatique par l'appui d'un bouton dédié sur son tableau de bord. La voiture est parallèle au trottoir et se déplace dans le sens normal de la marche (repère 1 figure 2).

Le déclenchement du stationnement automatique a pour conséquence la détection de l'emplacement libre par les capteurs ultrasons équipant la voiture lorsque celle-ci se déplace (repère 2 figure 2).

Si la place de stationnement est suffisamment longue et profonde alors le conducteur est prévenu que la manœuvre est possible par un voyant lumineux situé sur son tableau de bord. Le conducteur doit alors arrêter son véhicule (repère 3 figure 2) et mettre la boite de vitesses au point mort (position neutre).

BY-NC-SA

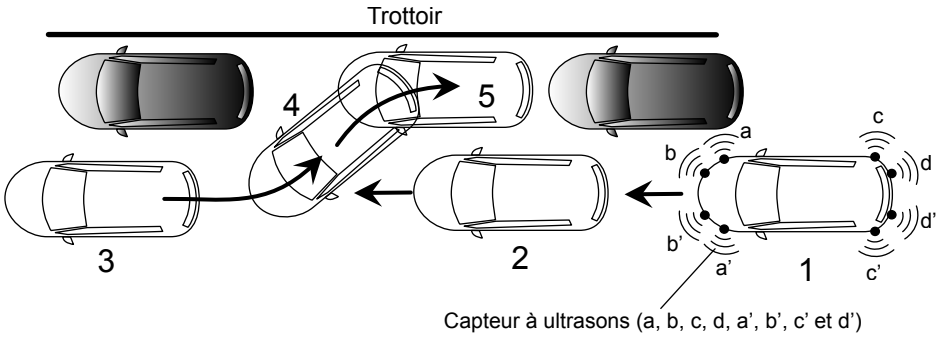


Figure 2 Manœuvre d'insertion en créneau dans une place de stationnement

Un signal sur le tableau de bord invite alors le conducteur à passer la marche arrière et à appuyer sur la pédale d'accélération afin que le véhicule commence la manœuvre (repères 4 et 5 figure 2). Pendant la manœuvre le conducteur ne touche pas le volant.

Le processus d'automatisation de l'insertion du véhicule dans une place de stationnement en créneau suit un algorithme dont l'action dépend du type de manœuvre, de l'espace de stationnement et de la géométrie du véhicule. Cet algorithme gère :

— la détection d'une place libre suffisamment longue et profonde pour la manœuvre ;

— le calcul de la trajectoire à suivre ;

— la commande de la direction du véhicule.

Les exigences que le système de stationnement doit respecter sont décrites en figure 26 page 19.

I.B – Problématique et organisation de l'étude

Lors d'un stationnement en créneau, c'est la phase d'insertion du véhicule dans la place envisagée qui va conditionner la réussite du stationnement et le nombre de manœuvres permettant d'atteindre une position correcte de stationnement.

Objectif

L'étude proposée a pour objectif de définir et de valider les conditions et les modèles à implanter dans un algorithme de stationnement automatique afin qu'une manœuvre d'insertion de type créneau dans une place de stationnement soit réussie et qu'elle atteigne les niveaux de performance attendus.

L'étude est limitée à une manœuvre en créneau dont la position finale est définie repère numéro 5 sur la figure 2. *La manœuvre d'insertion en stationnement doit être réalisée en une fois. Si l'insertion est réussie alors la position finale de stationnement sera, dans un second temps, facilement atteinte par une légère avance du véhicule pour être centré dans la place de stationnement.*

Dans un premier temps l'étude portera sur le stationnement automatique d'un véhicule réel. Le travail mené en début de sujet pour un véhicule réel pouvant être transposé (à l'échelle près) à tout type de véhicule roulant, le support technique de l'étude sera dans un second temps une voiture radio commandée (elle sera présentée ultérieurement dans l'étude). Ce choix est justifié par le fait qu'il n'est pas possible de réaliser des essais sur un véhicule réel et que les choix technologiques de la commande de direction ne sont pas rendus accessibles par les constructeurs automobiles.

II Détection de l'environnement et prédiction de la trajectoire de stationnement

La phase pendant laquelle le véhicule circule parallèlement à une place libre est primordiale car elle correspond à la phase de détection de l'emplacement de stationnement. Cette détection doit permettre de vérifier la compatibilité de l'emplacement détecté avec la manœuvre automatisée et d'identifier dans l'environnement du véhicule des repères géométriques à partir desquels l'algorithme pourra établir la trajectoire à suivre.

Ces deux tâches sont possibles grâce aux capteurs de proximité à ultrasons équipant le véhicule (figure 2) et à l'exploitation de leurs signaux.

Objectif

Les objectifs de cette partie sont de déterminer les conditions à implanter dans l'algorithme de stationnement pour la validation d'une place libre et de caractériser la géométrie de la trajectoire à suivre pour mener avec succès la manœuvre de stationnement. Cette trajectoire servira de consigne à l'algorithme pour son action sur la direction du véhicule.

BY-NC-SA

II.A – Détection et caractérisation d'une place libre (exigence 1.4)

Objectif

L'objectif est de caractériser les conditions définissant une place compatible avec la manœuvre de stationnement.

Lors du fonctionnement du véhicule tous les capteurs sont actifs, mais tous ne sont pas forcément exploités pour la manœuvre automatique. Ainsi on distingue les capteurs dont les signaux peuvent être exploités par l'algorithme de stationnement et ceux dont le signal sera exploité pour la sécurité (des passagers, des autres usagers de la route et des piétons lors de la manœuvre du véhicule).

Q 1. À partir du diagramme des exigences (figure 26) et de la figure 2, identifier le ou les capteurs à ultrasons pouvant participer au respect de l'exigence 1.4. Faire de même pour l'exigence 1.6.1.

Dans la réalité, le signal du capteur latéral côté passager (capteur **a** figure 3) est suffisant pour détecter une place de stationnement suffisamment spacieuse. Le signal fourni par le capteur **a** va permettre de savoir si la place de stationnement envisagée par le conducteur est compatible avec la manœuvre, mais va aussi permettre de définir certains repères géométriques de l'environnement. Ces repères géométriques vont servir de référence pour l'élaboration de la trajectoire à suivre pour réaliser le stationnement en créneau.

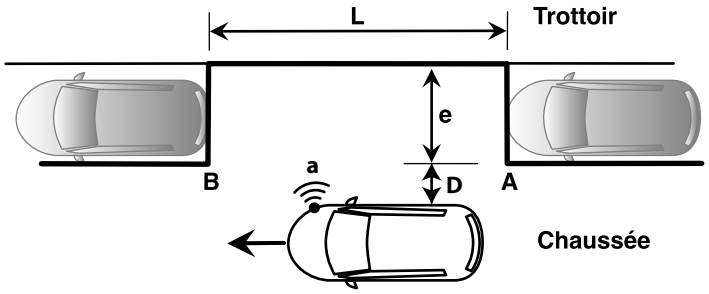


Figure 3 Phase de détection d'une place libre

Le type de capteur utilisé est un capteur de proximité à ultrasons (figure 4). Ce type de capteur possède une membrane qui émet une onde ultrasonore par vibrations. La distance d entre un capteur et un obstacle est déduite du temps T_e d'aller et retour de l'onde qui est réfléchie par l'obstacle puisque la vitesse du son dans l'air est connue : $V_s = 340\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

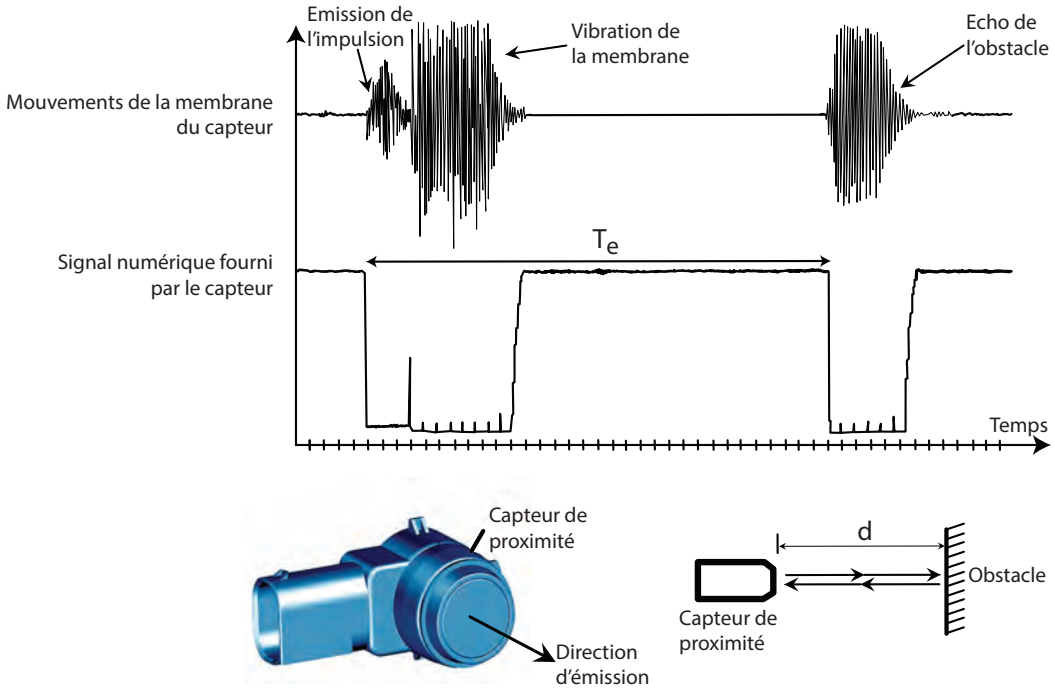


Figure 4 Principe du capteur de proximité

Ainsi au niveau du capteur de proximité, l'information exploitable est le temps T_e entre l'émission et la réception du signal (écho) émis par le capteur. C'est l'acquisition de T_e qui servira dans l'algorithme pour l'identification d'une place libre et pour la caractérisation de la trajectoire à suivre.

BY-NC-SA

La figure 5 représente le profil de vitesse du véhicule lorsque ce dernier longe une place libre. Le temps T_a représente l'instant où le temps T_e augmente brusquement (ce qui correspondrait au point A figure 3). Le temps T_b correspond au moment où T_e diminue brusquement (ce qui correspondrait au point B figure 3).

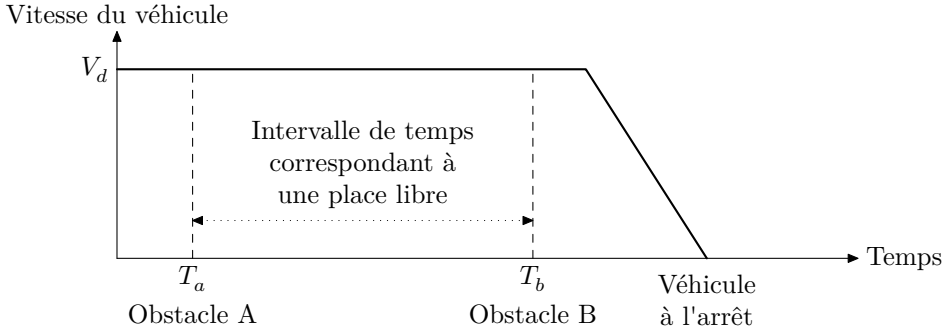


Figure 5 Profil de vitesse du véhicule lors des phases 1, 2 et 3 de la figure 2

Lors de la phase de détection le véhicule avance à une vitesse V_d constante et connue (information déduite de capteurs situé au niveau des roues). La longueur du véhicule notée L_v est également connue comme tous les paramètres géométriques du véhicule.

Le fait de relever $\Delta T_p = T_b - T_a$ au niveau du capteur **a** permet de déterminer la longueur de la place et de vérifier qu'elle est compatible avec la manœuvre.

Q 2. Déterminer la condition que la grandeur ΔT_p doit vérifier pour que la longueur L d'une place de stationnement respecte l'exigence 1.4. Cette condition est fonction de V_d et L_v.

Lorsque la voiture longe la place libre (entre les repères A et B figure 3), c'est la valeur maximale de T_e relevée lors du déplacement qui permet de savoir si la largeur de la place est suffisante pour la manœuvre. Cette largeur est notée e (figure 3) et la largeur du véhicule est notée e_v. La grandeur D désigne la distance latérale par rapport aux véhicules déjà stationnés (figure 3).

Q 3. Déterminer la condition sur le temps T_e pour que la largeur d'une place de stationnement respecte l'exigence 1.4.

Les conditions de longueur et de largeur d'une place de stationnement étant vérifiées, les distances L et e étant déduites des mesures, ces deux dernières grandeurs sont désormais des données implantables dans l'algorithme de stationnement. Le fait de connaitre en temps réel la vitesse du véhicule donne aussi la possibilité de connaitre la position du véhicule à partir d'un instant de référence tel que T_a. Il est donc maintenant considéré que la position du point A par rapport au véhicule est une donnée.

Une place de stationnement libre étant acceptée pour la manœuvre et sa géométrie (longueur, largeur, position des obstacles) étant connue, il reste à caractériser la trajectoire à suivre pour la manœuvre.

II.B – Trajectoire à suivre pour le stationnement (exigence 1.2)

Objectif

L'objectif est de déterminer les paramètres géométriques à implanter dans l'algorithme de stationnement afin d'y définir la trajectoire à suivre pour le stationnement.

II.B.1) Caractérisation de la trajectoire à suivre

Une fois que le véhicule a longé une place et qu'il est à l'arrêt (position 3 figure 2) la manœuvre de type créneau débute par une phase de recul rectiligne jusqu'à ce que le train arrière soit au niveau de l'extrémité arrière du véhicule déjà stationné (point B figure 6). Toujours en recul, il s'en suit le braquage des roues (dans un sens puis l'autre) pour l'insertion dans la place libre.

La trajectoire du véhicule est définie par celle du point F, centre du train arrière (figure 6). La trajectoire « idéale » de F est donc une portion linéaire jusqu'au point O suivie de deux arcs de cercles identiques (sur les cercles C_1 et C_2) tangents en un point P. Ce dernier est le point où le véhicule fait un angle de 45° par rapport au trottoir.

Le point O est défini à partir de la longueur L de la place de stationnement, des dimensions du véhicule et de la distance D de ce dernier avec le véhicule déjà stationné en amont de la place libre.

Le tableau 1 précise les paramètres géométriques qui caractérisent la trajectoire du véhicule pendant la manœuvre de stationnement.

Q 4. Parmi tous les paramètres géométriques définis dans le tableau 1 ainsi que sur la figure 6, identifier ceux qui sont propres au véhicule et ceux qui se déduisent directement des informations des capteurs à ultrasons. Que reste-t-il donc à déterminer afin que la géométrie de la trajectoire du point F soit définie ?

BY-NC-SA

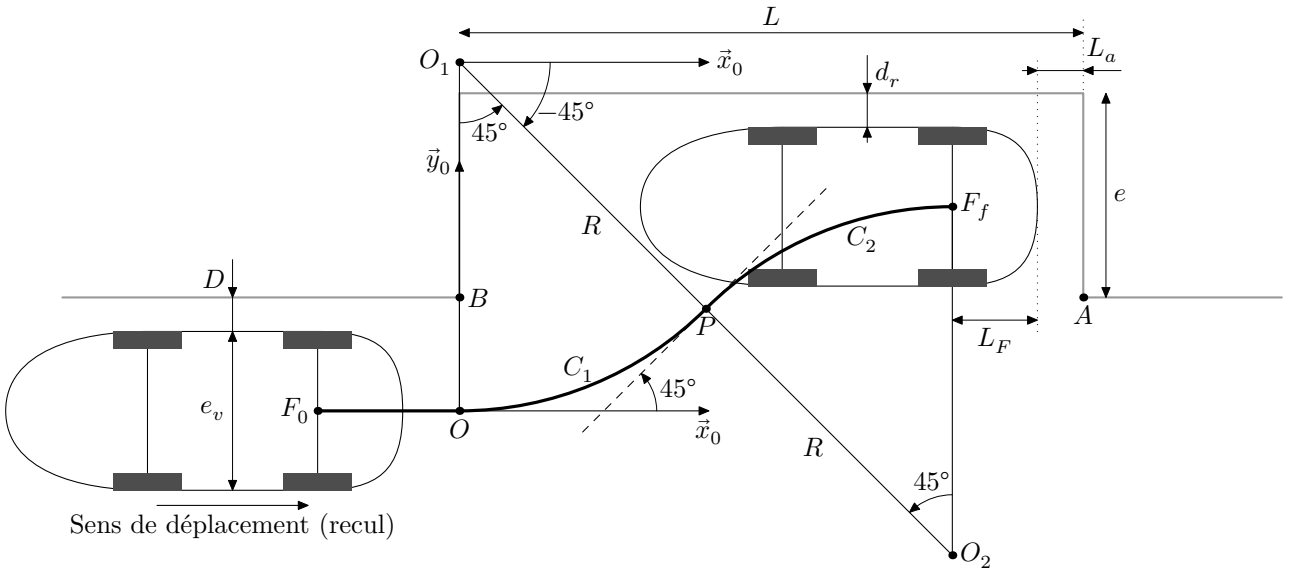


Figure 6 Trajectoire à suivre pour la manœuvre

— Paramètres de la place de stationnement
  - L longueur de la place libre ;
  - e largeur de la place libre.
— Autres paramètres géométriques
  - D distance latérale par rapport au véhicule déjà stationné ;
  - L_F distance train arrière/extrémité arrière du véhicule ;
  - R rayon des cercles C_1 et C_2 composant la trajectoire ;
  - L_a distance entre l'arrière du véhicule en manœuvre et du véhicule placé derrière ;
  - e_v largeur du véhicule en manœuvre ;
  - d_r distance latérale entre le véhicule stationné et tout obstacle limitant la largeur de la place de stationnement.

Tableau 1 Définition des paramètres géométriques qui caractérisent la trajectoire

— $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère galiléen défini au point O.
— Les points O_1 et O_2 sont respectivement les centres des cercles C_1 et C_2.
— Le point P est milieu de $[O_1O_2]$.
— Les cercles C_1 et C_2 sont de même rayon R.
— La position du point F est repérée par un angle $\theta_1(t)$ (figure 7) dans le repère $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et par un angle $\theta_2(t)$ (figure 7) dans le repère $(O_2, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
— Le point F_0 correspond à la position initiale du point F et F_f à celle de la position finale lors de la phase d'insertion.

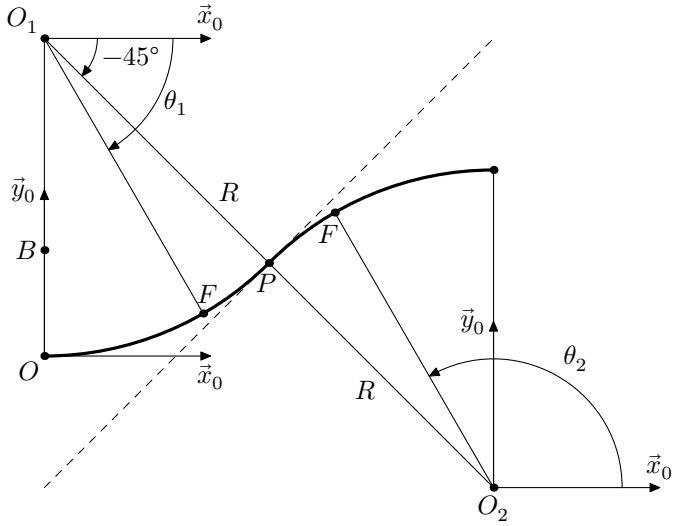


Figure 7 Trajectoire du point F lors de l'insertion dans la place vacante

BY-NC-SA

Q 5. Les coordonnées du point P dans le repère R_0 sont notées x_p et y_p : $\overrightarrow{OP} = x_p\vec{x}_0 + y_p\vec{y}_0$. Déterminer l'expression de x_p et y_p en fonction des paramètres géométriques L, e, L_F, d_r, L_a et D. Le rayon R n'étant pas encore déterminé, il ne doit pas apparaitre dans les expressions de x_p et y_p.

Q 6. Déterminer l'expression de R en fonction de L, L_a et L_F qui permettra de définir le cercle C_1 (et donc le cercle C_2).

Le cercle C_1 (et donc C_2 par symétrie) est maintenant défini, donc la trajectoire que le point F devra suivre l'est également.

Afin de vérifier en simulation la validité de la trajectoire déterminée, il est nécessaire de déterminer les coordonnées du point F lors du déplacement du véhicule en insertion dans la place de stationnement.

II.B.2) Simulation et validation de la trajectoire à suivre

Q 7. Exprimer dans R_0 les coordonnées x et y du point F parcourant la portion de cercle C_2 en fonction de R et θ_2 : $\overrightarrow{OF} = x\vec{x}_0 + y\vec{y}_0$. Préciser l'intervalle dans lequel θ_2 doit varier.

Le rayon R et les coordonnées du point F étant déterminés, il est maintenant possible d'implanter dans l'algorithme de stationnement le modèle de la trajectoire à suivre. Il est cependant nécessaire de valider la trajectoire déterminée en prenant en compte l'ensemble du véhicule avant de poursuivre par l'étude de la direction du véhicule.

En se servant de l'expression de R et de celle des coordonnées du point F lors du mouvement du véhicule, il est possible de réaliser une simulation de la manœuvre d'insertion dans la place envisagée.

La figure 8 représente le résultat de cette simulation. Le nombre de positions du véhicule représentées a été limité à quatre par souci de clarté. La simulation a été réalisée pour une voiture dont les dimensions correspondent à la moyenne des véhicules vendus en France et en prenant une place de stationnement compatible avec la manœuvre. La trajectoire a été déterminée à partir des relations trouvées dans les études précédentes.

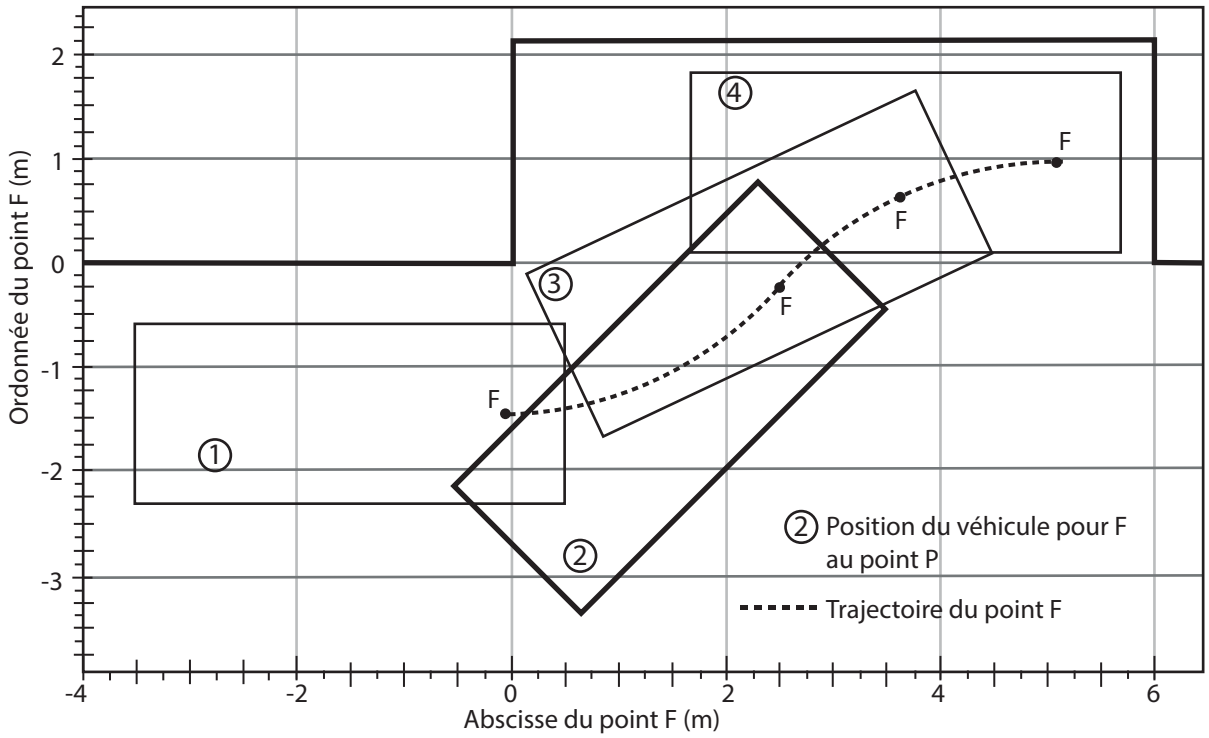


Figure 8 Simulation du stationnement

Q 8. Quelles sont les exigences dimensionnelles vérifiées par la simulation (figure 8) et permettant de valider la trajectoire ? Justifier les réponses apportées.

La simulation a permis de valider la trajectoire à suivre. Cependant il faut encore établir le lien entre l'orientation des roues directrices du véhicule et la trajectoire à suivre puisque le système de stationnement automatique agit directement sur les roues directrices du véhicule.

II.C – Direction du véhicule

Objectif

L'objectif est de déterminer la consigne angulaire des roues directrices du véhicule et sa vitesse de recul lors de la phase d'insertion dans la place de stationnement.

BY-NC-SA

Pour l'étude il est choisi de prendre un véhicule type traction (roues avant motrices) comme 90 % des véhicules vendus en France. De plus, la détermination de l'angle d'orientation des roues directrices (noté α sur la figure 9) sera limitée à la première portion de cercle C_1 pour laquelle le véhicule est en rotation autour du point O_1. Du fait de la symétrie de la trajectoire, il n'est donc pas nécessaire de prolonger la détermination de α à la portion de cercle C_2.

L'insertion du véhicule dans la place de stationnement peut se décomposer en trois phases à partir de l'instant t_0 où le véhicule est à l'arrêt après avoir longé la place de stationnement envisagée.

— *Phase 0* : recul rectiligne permettant au point F d'atteindre le point O. La durée de cette phase est notée ΔT_0.

— *Phase 1* : recul avec braquage des roues directrices, l'objectif étant que le point F parcoure la portion de cercle C_1 jusqu'au point P. La durée de cette phase est notée ΔT_1.

— *Phase 2* : recul avec contre-braquage des roues directrices, l'objectif étant que le point F parcoure la portion de cercle C_2 jusqu'au moment où le véhicule est dans l'alignement de la place de stationnement. Comme la manœuvre de stationnement se fait à vitesse constante et que les portions de cercle C_1 et C_2 sont symétriques, alors la durée de cette phase vaut également ΔT_1.

Lors des phases de stationnement et entre chaque changement d'orientation des roues directrices du véhicule, le véhicule recule à une vitesse supposée constante v telle que $\overrightarrow{V}_{(C,V/R_1)} = v\vec{x}_r$. Dans la notation $\overrightarrow{V}_{(C,V/R_1)}$, V désigne le véhicule et $R_1(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère galiléen défini au point O_1.

Le paramètre angulaire $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{y}_v)$ (figure 7) définit la position relative de la base $(\vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_v)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Ainsi $\overrightarrow{\Omega}_{(V/R_1)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0$.

La figure 9 représente le véhicule lors de la phase 1 de la manœuvre de stationnement. Comme l'orientation des roues directrices (roues avant) sont liées entre elles, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les deux roues. α désigne l'angle que fait la roue intérieure au virage (côté trottoir) par rapport au véhicule (figure 9).

Ainsi $\alpha = (\vec{x}_v, \vec{x}_r) = (\vec{y}_v, \vec{y}_r)$ avec $R_r(C, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$ un repère orthonormé direct défini au point C, centre de la roue intérieure, et tel que $(C, \vec{y}_r)$ est confondu avec l'axe de cette roue (figure 9) et $R_v(F, \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_v)$ un repère orthonormé défini au point F et lié au véhicule (figure 9).

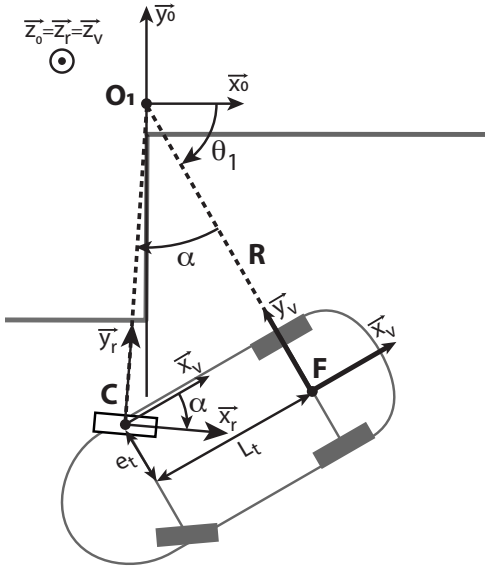


Figure 9 Paramétrage lors de la manœuvre

Données : $\overrightarrow{FO_1} = R\vec{y}_v$, $\overrightarrow{CF} = L_t\vec{x}_v - e_t\vec{y}_v$ où C est le centre de rotation de la roue intérieure avant par rapport au véhicule.

Q 9. Déterminer en projection dans la base $(\vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_v)$ l'expression de $\overrightarrow{V}_{(C,V/R_1)}$ en fonction de R, e_t, L_t et $\dot{\theta}_1$.

Q 10. On rappelle que $\overrightarrow{V}_{C,V/R_1} = v\vec{x}_r$. À partir du résultat de la question précédente, déterminer, en fonction de R, e_t et L_t, l'expression de $\tan(\alpha)$ des roues directrices lors de la phase 1 de la manœuvre. Cet angle noté α_{c1} est constant puisque le point F parcourt C_1. α_{c1} représente la consigne angulaire à imposer aux roues directrices lors de la phase 1.

Lors de la manœuvre de stationnement, l'angle des roues devra suivre une consigne de position angulaire notée $\alpha_c(t)$ à définir pour respecter les trois phases de l'insertion dans la place.

Q 11. Sous forme d'un graphique, proposer l'évolution temporelle de la consigne $\alpha_c(t)$ pour que le véhicule puisse s'insérer dans la place de stationnement selon les trois phases de manœuvre définies précédemment. Sur ce graphique devront apparaitre les ordonnées particulières que α devra atteindre ainsi que les durées des différentes phases de la manœuvre en fonction des données littérales du texte.

BY-NC-SA

Dans cette deuxième partie il a été possible de définir la trajectoire du véhicule et la consigne angulaire d'orientation des roues afin que le véhicule puisse effectuer la manœuvre en créneau en une fois. Ceci étant, le suivi de la trajectoire dépend des performances du système d'orientation des roues directrices. Ce système appelé « direction » en automobile a son comportement défini par l'algorithme de stationnement lors de manœuvres automatiques. Il est donc nécessaire de vérifier que la commande en direction permet effectivement de suivre la trajectoire.

Pour la suite du sujet le support technique utilisé est une voiture radio commandée comme expliqué en début de sujet.

III Modélisation de la commande de direction et validation des performances

Le choix d'une voiture radio commandée (voiture RC) est motivé par la nécessité d'identifier les composants (et leurs caractéristiques) intervenant dans la commande de direction, mais également par la nécessité de pouvoir analyser des résultats d'essais réalisés sur un support réel. Tout ceci n'est pas possible sur un véhicule réel du fait de la confidentialité des données des constructeurs automobiles, mais concernant un modèle réduit il n'y a plus ces difficultés.

La figure 10 représente le modèle de voiture RC choisi pour la suite de l'étude.



Figure 10 Tamiya M-05 Mazda

Le choix de la voiture radio commandée est pertinent pour les raisons suivantes :

— les résultats obtenus en première partie de sujet sont transposables à plus petite échelle ;

— la voiture RC possède des proportions identiques à un véhicule réel (échelle un dixième) et est de type traction comme dans la première partie ;

— compte tenu de la faible vitesse de déplacement du véhicule, les effets dynamiques dûs au déplacement du véhicule ne seront pris en compte dans les études suivantes ;

— à part l'actionneur, la structure de la direction est assimilable à celle des véhicules réels.

Objectif

La trajectoire d'insertion dans une place de stationnement est certes déterminée, mais il reste à évaluer la capacité du véhicule à suivre cette trajectoire. L'objectif de cette partie est donc de synthétiser la commande du système de direction du véhicule choisi permettant à ce dernier d'exécuter la manœuvre d'insertion en créneau telle que définie en première partie de sujet.

III.A – Modélisation de la direction du véhicule radio commandé

L'objectif est d'établir le modèle de la commande de direction du véhicule RC à implanter dans l'algorithme de stationnement afin de pouvoir déterminer les performances de cette commande et d'évaluer la nécessité ou non d'optimiser cette dernière. L'algorithme d'assistance au stationnement pilotant la direction du véhicule, cette dernière doit avoir des performances garantissant le suivi de la trajectoire calculée pour la manœuvre de stationnement.

Les performances attendues pour cette commande sont recensées dans le tableau 2.

Performance	**Critère**	**Niveau**
Précision angulaire	Erreur	Nulle en régime permanent pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	$tr_{5\%} \leqslant 0{,}4$ s
Stabilité	Dépassement	Aucun

Tableau 2 Performances attendues de l'asservissement en position des roues directrices du véhicule RC

BY-NC-SA

III.A.1) Étude structurelle de la direction du véhicule radio commandé

Q 12. À partir des documents relatifs à la direction du véhicule RC fournis figures 27 (page 19) à 29 (page 21) identifier à quoi correspondent les numéros figurant sur la description chaine d'énergie / chaine d'information figure 11.

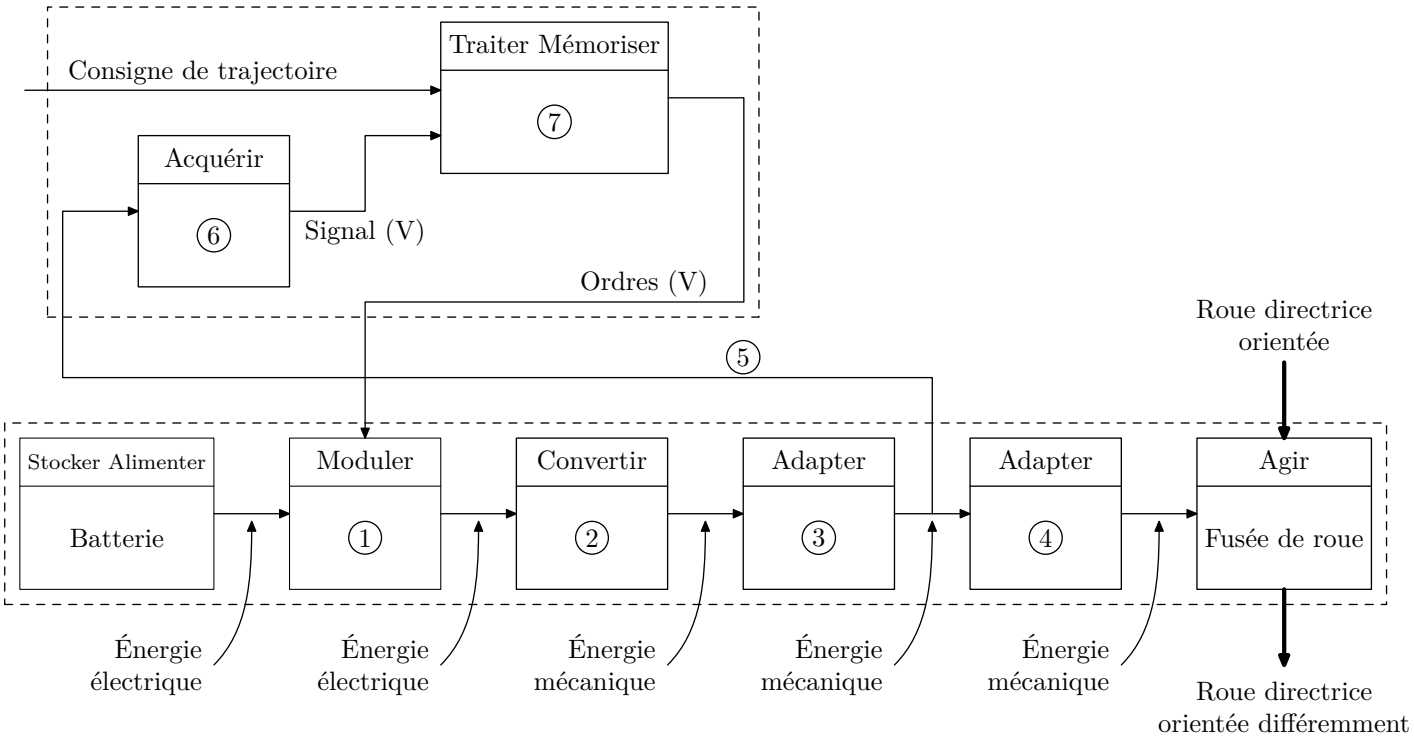


Figure 11 Description chaine d'énergie / chaine d'information de la direction

III.A.2) Commande angulaire des roues directrices

La commande angulaire des roues directrices est fournie figure 12. Cette commande permet d'imposer l'angle des roues directrices $\alpha(t)$ (figure 9) en fonction d'un angle de consigne $\alpha_c(t)$ (dont l'évolution a été caractérisée en fin de seconde partie).

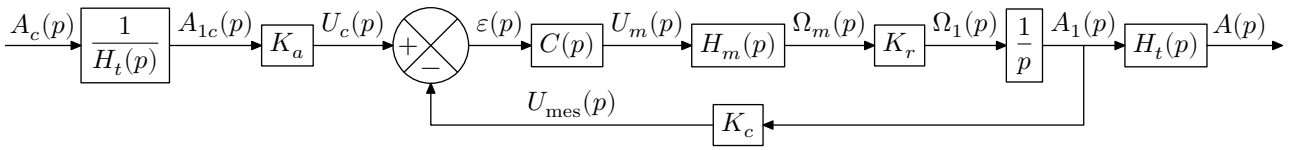


Figure 12 Schéma blocs de la commande en position des roues directrices du véhicule RC

Données et notations

- $A_c(p)$, $A(p)$, $A_{1c}(p)$, $A_1(p)$, $U_m(p)$, $U_{\text{mes}}(p)$, $U_c(p)$, $\Omega_m(p)$ et $\Omega_1(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace des grandeurs $\alpha_c(t)$, $\alpha(t)$, $\alpha_{1c}(t)$, $\alpha_1(t)$, $u_m(t)$, $u_{\text{mes}}(t)$, $u_c(t)$, $\omega_m(p)$ et $\omega_1(t)$.
- Les conditions initiales sont supposées nulles.
- $K_c = 1{,}05\ \text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$ et $K_r = 1/120$.
- *À ce stade de l'étude la commande est étudiée sans correction* $C(p) = 1$.

Pour cette première étude de la commande de direction, le véhicule est *maintenu horizontal mais n'est pas en contact avec le sol.*

La boucle d'asservissement est réalisée sur le servomoteur. L'angle de consigne $\alpha_c(t)$ est converti en angle de consigne $\alpha_{1c}(t)$ pour le servomoteur. Le bloc $H_t(p)$ modélise dans le domaine de Laplace la relation entre $\alpha(t)$ et $\alpha_1(t)$ l'angle de rotation en sortie du servomoteur. Ainsi le bloc $H_t(p)$ correspond à la modélisation de la transmission de mouvement dans la direction (ensemble des bielles et des bras composant la direction du véhicule).

Le gain K_a est un gain d'adaptation permettant de convertir l'angle de consigne $\alpha_{1c}(t)$ (en radians) en une tension de consigne $u_c(t)$ (en volts). La tension $u_{\text{mes}}(t)$ est l'image en volts de l'angle $\alpha_1(t)$ (en radians) du bras **1** du servomoteur. Le gain K_c (en $\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$) modélise le potentiomètre équipant le servomoteur.

La tension de commande $u_m(t)$ du servomoteur est directement générée à partir de $u_c(t) - u_{\text{mes}}(t)$ par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$. Le moteur du servomoteur est modélisé par le bloc $H_m(p)$. Le taux de rotation du moteur est noté $\omega_m(t)$. Le gain K_r correspond au rapport de réduction du réducteur du servomoteur.

BY-NC-SA

Le bras **1** du servomoteur est monté sur l'axe de sortie du réducteur du servomoteur. $\omega_1(t)$ est le taux de rotation (en rad·s^{-1}) du bras du servomoteur.

Afin d'établir le modèle de la commande angulaire de la direction non corrigée et d'en déterminer les performances, il est nécessaire d'identifier les modèles et les caractéristiques des différents composants.

a) Modélisation de la transmission de la direction et détermination de $H_t(p)$

Objectif

L'objectif est de déterminer l'expression de $H_t(p) = \dfrac{A(p)}{A_1(p)}$ modélisant la transmission mécanique entre le bras **1** du servomoteur et la roue **6**.

La figure 13 représente le schéma cinématique de la direction dans le plan $(A, \vec{x}, \vec{y})$ avec $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère galiléen dont le vecteur $\vec{z}$ est vertical ascendant. La direction est sans jeu et les liaisons sont supposées parfaites.

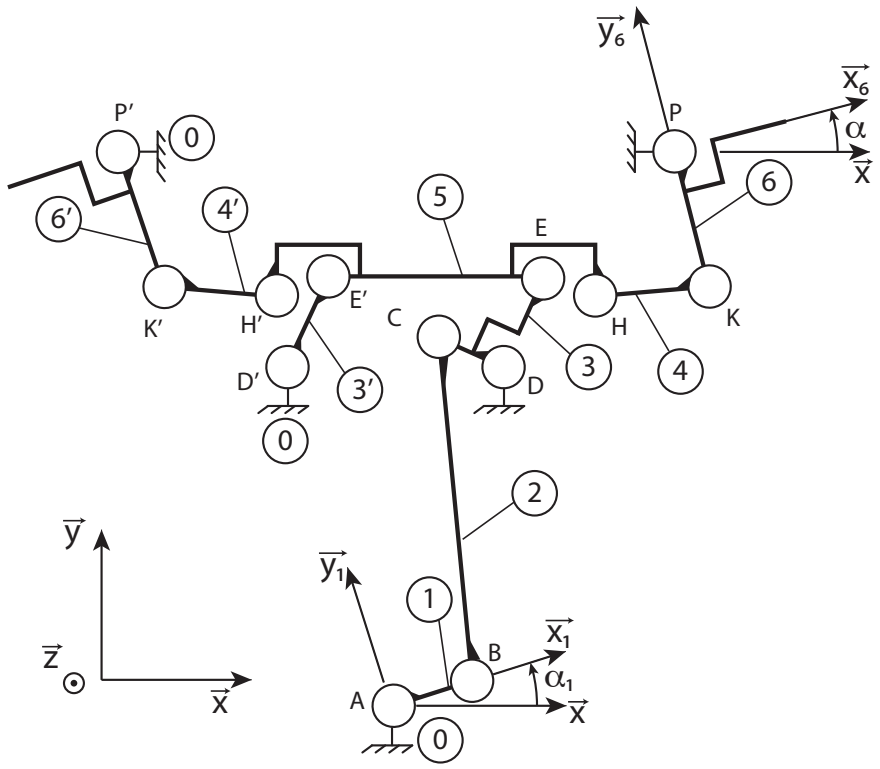


Figure 13 Schéma cinématique plan de la direction du véhicule radio commandé

$R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ est un repère orthonormé lié au bras **1**, $R_6(P, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z})$ un repère orthonormé lié à l'ensemble **6** {fusée+roue}. Ainsi $\alpha_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ et $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_6)$.

Le bâti **0** représente le châssis du véhicule RC. Les deux roues sont orientées grâce à un seul actionneur.

Afin de déterminer l'expression de $\alpha(t)$ en fonction de $\alpha_1(t)$, il est nécessaire d'étudier deux chaines fermées de solides et de liaisons : la chaine {0, 1, 2, 3, 0} et la chaine {0, 3, 4, 6, 0}.

La figure 14 présente le paramétrage lié aux solides **1**, **2** et **3**.

Paramétrage

— $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ est un repère orthonormé lié à la tige **2** et $R_3(D, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$ un repère orthonormé lié à la bielle de renvoi **3**.

— $\overrightarrow{AB} = l_1\vec{x}_1$, $\overrightarrow{BC} = b\vec{x}_2$, $\overrightarrow{CD} = (a - l_1)\vec{x}_3$, $\overrightarrow{AD} = a\vec{x} + b\vec{y}$ et $\overrightarrow{DE} = l_3\vec{y}_3$.

— $\alpha_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$, $\alpha_2 = (\vec{x}, \vec{x}_2)$ et $\alpha_3 = (\vec{x}, \vec{x}_3)$.

Q 13. En exploitant la fermeture géométrique de la chaine {0, 1, 2, 3, 0} et en faisant l'hypothèse que l'angle α_2 varie très peu ($\alpha_2(t) \approx 90°$), montrer que $\sin(\alpha_3) = k\sin(\alpha_1)$ et préciser l'expression de k.

La figure 15 représente l'évolution de α_3 en fonction de α_1 pour un seul des deux sens de rotation des roues (α_3 varie de 0° à −45°). Lorsque les roues sont parallèles au véhicule $\alpha_1 = 0°$ et $\alpha_3 = 0°$.

Q 14. À partir de la figure 15 justifier que $\alpha_3 = K_{31}\alpha_1$ en précisant la valeur de la constante K_{31}.

En raisonnant de façon similaire, l'étude de la chaine fermée {0, 3, 4, 6, 0} permet de montrer que α est proportionnel à α_3.

Ainsi, pour la suite de l'étude il est considéré que $\alpha = \lambda\alpha_1$, avec λ une constante supposée connue. Ainsi pour la suite de l'étude $H_t(p) = \lambda$.

BY-NC-SA

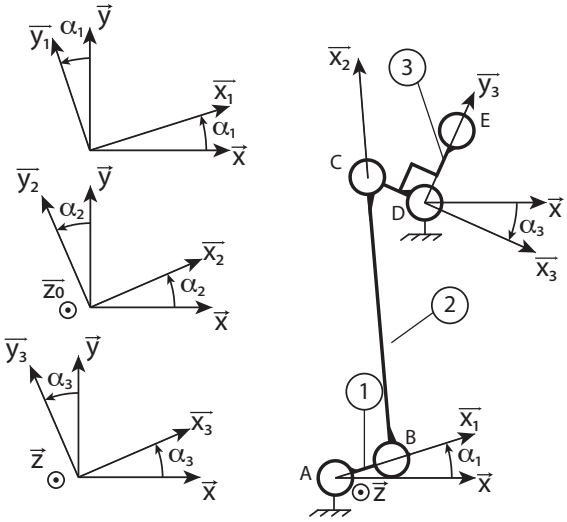


Figure 14 Schéma cinématique plan de la direction du véhicule radio commandé

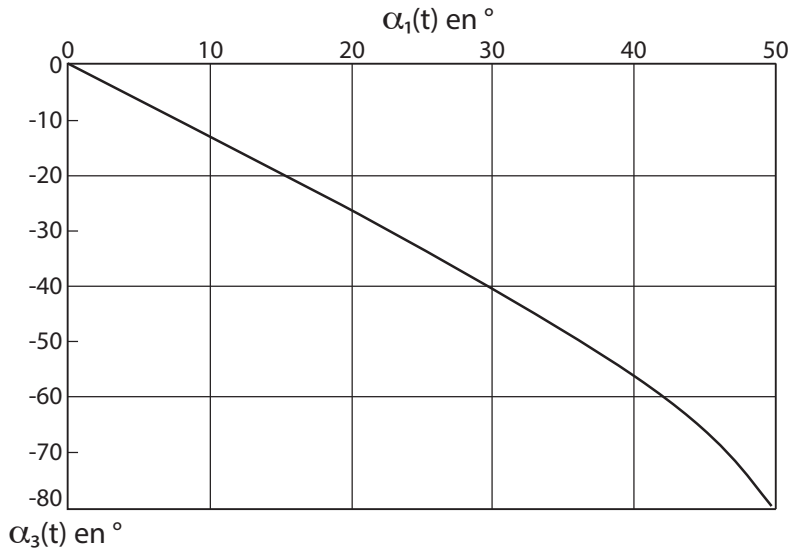


Figure 15 Tracé de $\alpha_3(t)$ en fonction de $\alpha_1(t)$

Toujours dans l'objectif de modéliser la commande de la direction il est nécessaire de s'intéresser à son comportement dynamique.

b) Comportement dynamique de la direction et modélisation du servomoteur

Objectif

L'objectif est d'écrire l'équation comportementale de la direction permettant d'identifier le bloc $H_m(p)$.

L'axe du moteur du servomoteur, dont le taux de rotation par rapport au châssis est noté $\omega_m(t)$, est soumis à un couple moteur défini par $\{\tau_{\text{moteur}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{array} \right\}_A$.

Le couple dû aux frottements visqueux présents dans la direction est modélisé par une action mécanique extérieure appliquée au bras **1** : $\{\tau_{\text{ext}\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -f\dot{\alpha}_1(t)\vec{z} \end{array} \right\}_A$ avec $f = 8{,}87 \times 10^{-8}$ N·m·s le coefficient de viscosité.

Pour cette étude le véhicule est à l'horizontale mais n'est pas en contact avec le sol. Une étude du comportement dynamique de la direction permet d'obtenir

$$J_{\text{eq}} \frac{\mathrm{d}\dot{\alpha}_1(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{C_m}{K_r} - f\dot{\alpha}_1(t) \tag{III.1}$$

L'équation (III.1) a été obtenue à partir du théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble Σ = {réducteur et axe moteur du servomoteur, 1, 2, 3, 3', 4, 4', 5, 6, 6'} en mouvement par rapport au châssis du véhicule supposé galiléen.

BY-NC-SA

Données et notations

— Les solides 1, 2, 3, 3', 4 et 4' sont supposés de masse négligeable par rapport à la masse des autres solides de la direction.

— J_m (inconnu) est le moment d'inertie équivalent de l'ensemble {axe moteur + réducteur} du servomoteur rapporté à l'axe $(A, \vec{z})$ de sortie du servomoteur.

— Le solide **5** est en mouvement de translation et sa masse est notée m_5.

— J_6 est le moment d'inertie de l'ensemble **6** selon l'axe $(P, \vec{z})$.

— $J_{6'}$ est le moment d'inertie de l'ensemble **6'** selon l'axe $(P', \vec{z})$ et $J_6 = J_{6'}$.

— J_{eq} représente le moment d'inertie équivalent de tous les solides en mouvement lors de l'orientation des roues et rapporté à l'axe $(A, \vec{z})$ de sortie du servomoteur.

— Le rapport de réduction du réducteur du servomoteur est $K_r = 1/120$.

— On considère que l'angle de direction $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_6)$ est égal pour les roues directrices (figure 13). C'est le cas sur le modèle RC puisque l'ensemble {3, 3', 5} forme un parallélogramme déformable.

Q 15. Faire un inventaire des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures mises en jeu dans le théorème de l'énergie cinétique appliqué à Σ fournissant l'équation (III.1). Une attention particulière sera portée à la classification, au caractère *lisible*, *compréhensible* et *justifié* de l'inventaire. L'expression des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures est exigée.

Q 16. Déterminer l'expression de $\overrightarrow{V}_{E,3/0}$ et de $\overrightarrow{V}_{E,5/0}$ en fonction de $\dot{\alpha_1}(t)$.

Q 17. Déterminer l'expression des énergies cinétiques $E_{c(S/0)}$ (S désignant l'ensemble {axe moteur + réducteur} du servomoteur), $E_{c(5/0)}$, $E_{c(6/0)}$ et $E_{c(6'/0)}$ en fonction de $\dot{\alpha}_1(t)$.

Q 18. Écrire l'expression de l'énergie cinétique $E_{c(\Sigma/0)}$ en fonction de $\dot{\alpha}_1(t)$ et en déduire l'expression de l'inertie équivalente J_{eq}.

Pour finaliser la modélisation de la commande, il est nécessaire d'identifier toutes les caractéristiques du servomoteur dont J_m.

c) Identification du servomoteur

Pour déterminer les caractéristiques du servomoteur, on procède à des mesures sur celui-ci, lorsqu'il n'est pas en liaison avec le reste de la direction. La figure 16 représente une modélisation sous forme de schéma-blocs du servomoteur.

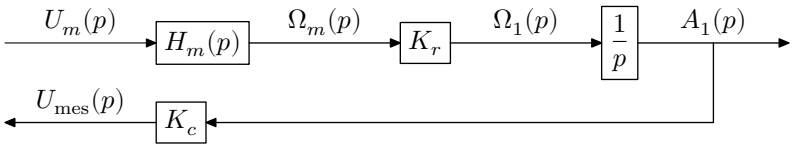


Figure 16 Schéma blocs du servomoteur seul

Les équations disponibles pour la modélisation du fonctionnement du servomoteur sont :

— en notant R la résistance aux bornes de l'induit, L l'inductance aux bornes de l'induit, $i(t)$ l'intensité moteur et $e(t)$ la force contre-électromotrice,

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) = u_m(t) - e(t) \ ; \tag{III.2}$$

— avec k_e la constante de vitesse du moteur en $\mathrm{V{\cdot}s{\cdot}rad^{-1}}$ et $\omega_m(t)$ le taux de rotation du moteur du servomoteur par rapport au châssis de la voiture,

$$e(t) = k_e\omega_m(t) \ ; \tag{III.3}$$

— avec $C_m(t)$ le couple moteur, k_t la constante de couple en $\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}$ et $k_t = k_e$,

$$C_m(t) = k_t i(t) \ ;$$

— en négligeant les autres actions mécaniques mises en jeu dans la direction par rapport au couple moteur $C_m(t)$,

$$J_m\frac{\mathrm{d}\omega_1(t)}{\mathrm{d}t} = C_m(t) \ ;$$

— enfin,

$$\omega_1(t) = \frac{\mathrm{d}\alpha_1(t)}{\mathrm{d}t}.$$

BY-NC-SA

Aucune donnée n'est accessible pour le moteur à courant continu utilisé ainsi que pour le servomoteur à part K_r donné précédemment. Une série d'essais *en boucle ouverte* est réalisée afin de déterminer les caractéristiques R, L et J_m du servomoteur.

La figure 17 représente l'évolution de la tension $u_{\text{mes}}(t)$ fournie par le potentiomètre du servomoteur pour un échelon de tension $u_m(t) = u_0 = 3\,\text{V}$ en boucle ouverte.

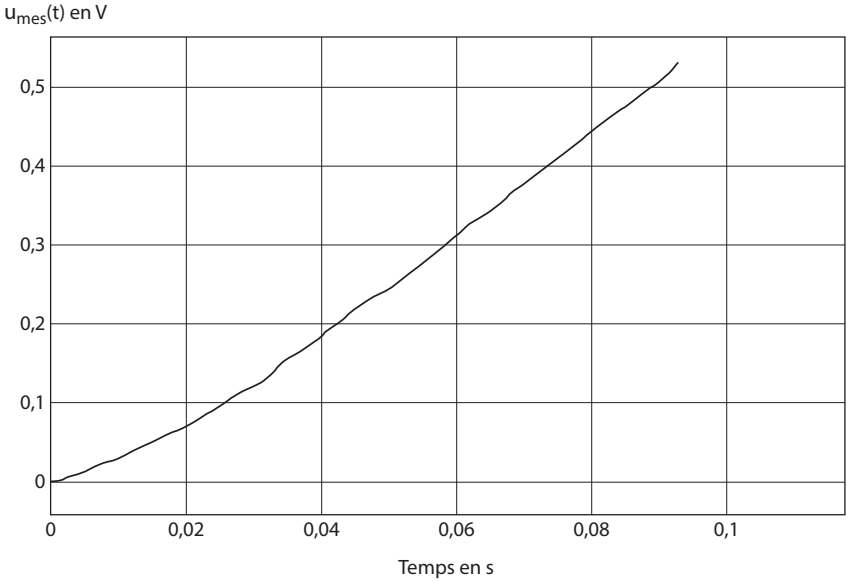


Figure 17 Tension fournie par le potentiomètre du servomoteur pour un échelon de tension $u_m(t) = 3\,\text{V}$

L'expression temporelle de $u_{\text{mes}}(t)$ correspondant au comportement observé figure 17 est

$$u_{\text{mes}}(t) = K_m K_c K_r u_0 (t - \tau_m) + K_m K_c K_r \tau_m u_0 \text{e}^{-(1/\tau_m)t}.$$

Il est possible de mettre $H_m(p)$ sous la forme $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1 + \tau_m p}$ avec $K_m = \dfrac{1}{k_e}$ et $\tau_m = \dfrac{RJ_m}{k_e^2}$.

Q 19. À partir de l'expression temporelle de $u_{\text{mes}}(t)$ donnée précédemment, déduire de l'essai figure 17 les valeurs numériques des constantes K_m et τ_m. Il est rappelé que $K_c = 1{,}05\,\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$.

Q 20. Déduire la valeur numérique de k_e et de RJ_m.

La figure 18 représente l'évolution de l'intensité moteur pour un échelon de tension $u_m(t) = 3\,\text{V}$ avec le *rotor du moteur bloqué*.

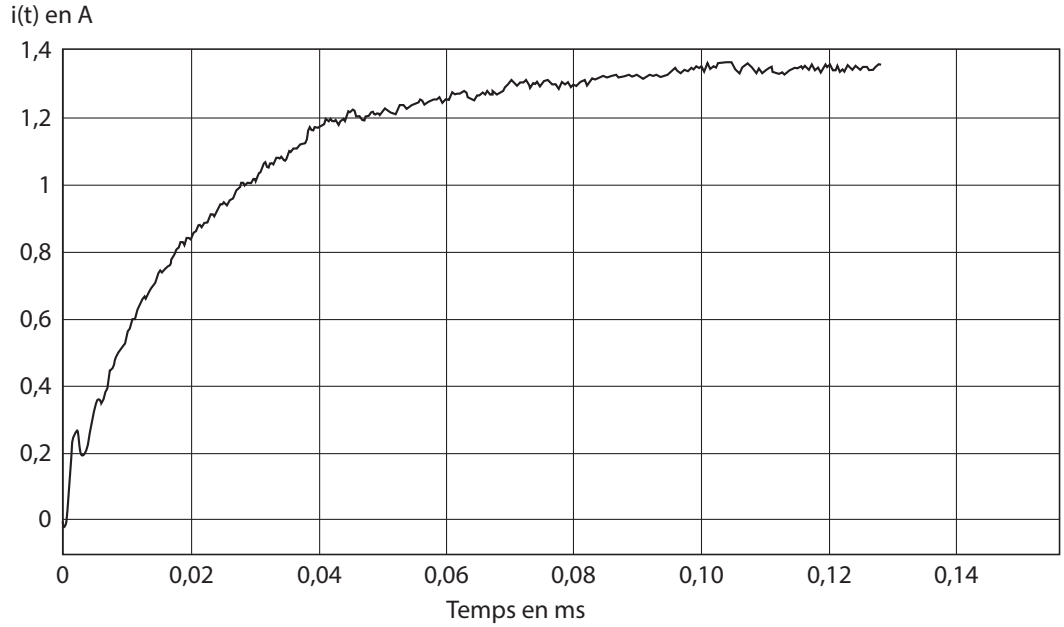


Figure 18 Intensité moteur

Q 21. À partir des équations (III.2) et (III.3), exprimer la fonction de transfert $\dfrac{I(p)}{U_m(p)}$ sous forme canonique lorsque le rotor du moteur est bloqué.

BY-NC-SA

Q 22. Déduire de la figure 18 la valeur numérique de R et celle de L. À partir des résultats obtenus par l'exploitation de la figure 17, déduire également la valeur numérique de J_m.

J_m étant identifié, avec la connaissance des moments d'inertie des solides constituant la direction il est possible d'en déduire l'inertie équivalente J_{eq}.

Au vu des vitesses de déplacement des solides composant la direction, les actions mécaniques dues au frottement visqueux sont très petites vis-à-vis des autres actions mécaniques mises en jeu. Ainsi pour le modèle de l'ensemble de la commande en position des roues directrices $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1+\tau_m p}$ avec K_m et $\tau_m = \dfrac{RJ_{\text{eq}}}{k_e^2}$ identifiés.

À ce stade de l'étude, il reste à déterminer la fonction de transfert de la commande asservie d'orientation des roues. Cette dernière ne faisant pas encore intervenir de correction et il va être nécessaire de caractériser les performances de la commande afin d'identifier le besoin ou non d'une correction.

III.A.3) Modèle global et performances de la commande sans correction

Objectif

L'objectif de cette section est d'analyser les performances, caractérisées dans le tableau 2 (page 8), de la commande de direction sans correction : $C(p) = 1$.

Pour la suite $K_m = 256\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$ et $\tau_m = 0{,}03\,\text{s}$ et il est rappelé que $K_c = 1{,}05\,\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$ et $K_r = 1/120$.

Q 23. Afin que l'asservissement soit de qualité il est nécessaire que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand $\alpha(t) = \alpha_c(t)$ en régime permanent et pour une entrée type échelon. Déterminer la relation entre K_a et K_c permettant un asservissement de qualité.

Les différentes fonctions de transfert du modèle figure 12 étant identifiées, il est maintenant possible d'établir la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{A(p)}{A_c(p)}$.

Q 24. Déterminer l'expression de $H(p)$, fonction de transfert de la commande des roues. Mettre $H(p)$ sous forme canonique, préciser l'ordre de $H(p)$ et l'expression de ses paramètres caractéristiques. Faire les applications numériques.

Q 25. À partir des résultats de la question précédente et en se référant au tableau 2 (page 8), conclure sur les performances de précision angulaire et d'amortissement du modèle théorique de la commande des roues.

La figure 19 montre, pour une entrée en échelon $\alpha_c(t)$ d'amplitude $\pi/4$ rad :

— l'évolution de l'angle $\alpha(t)$ obtenue avec le modèle théorique établi précédemment ;

— la courbe expérimentale de $\alpha(t)$ obtenue pour un essai réalisé avec la voiture RC à l'horizontale et sans contact avec le sol.

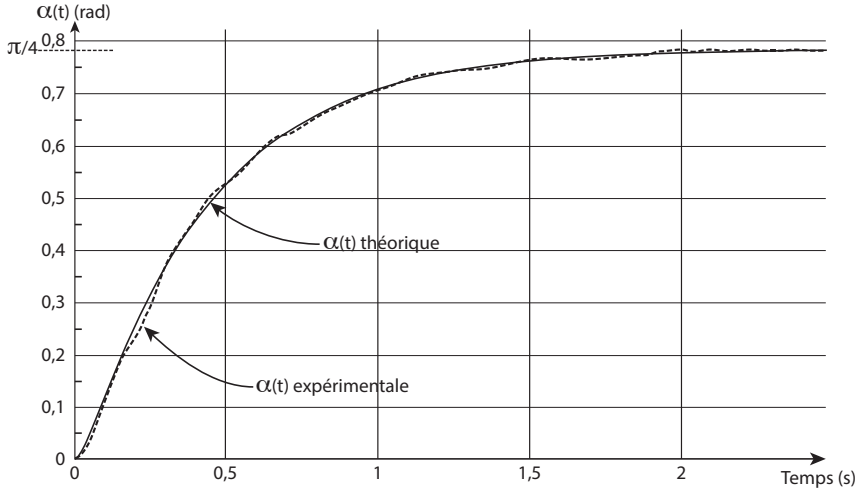


Figure 19 Acquisition de l'orientation des roues directrices

Q 26. Conclure sur la validité du modèle théorique de la commande des roues vis-à-vis du comportement réel observable figure 19. Qu'il s'agisse du modèle théorique ou du comportement réel de la commande des roues, conclure sur la performance en rapidité.

Un modèle théorique de la commande des roues ayant été établi, il va permettre de synthétiser une correction pour l'asservissement en position des roues afin d'en améliorer les performances qui ne sont pas encore respectées.

BY-NC-SA

IV Amélioration des performances – choix d'une correction de la commande

Objectif

L'objectif de cette partie est de choisir un correcteur à implanter dans la commande afin que cette dernière vérifie tous les critères de performance assurant le suivi de la trajectoire désirée (tableau 2 page 8).

Pour cette partie le schéma blocs de la commande des roues (véhicule hors sol) est donné figure 20 et $G(p) = \dfrac{K}{p(1+\tau p)}$ avec $K = 2{,}2\,\text{rad}\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\tau = 0{,}015\,\text{s}$. K et τ sont fonction des paramètres de la commande définis dans la partie précédente.

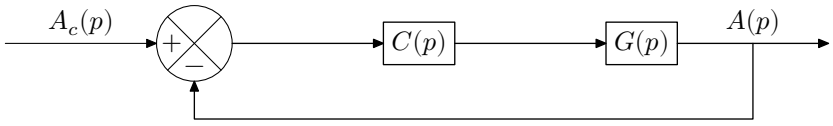


Figure 20 Schéma blocs de la commande en position des roues

IV.A – Amélioration et correction du modèle de l'asservissement en position des roues

Il est décidé, dans un premier temps, d'utiliser une action proportionnelle $C(p) = K_p$ avec K_p une constante homogène à des $\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$. L'objectif est donc de déterminer le paramètre K_p afin d'améliorer la performance de rapidité du modèle théorique de la commande des roues.

Q 27. Après avoir donné l'expression de $H(p) = \dfrac{A(p)}{A_c(p)}$, déterminer l'expression de K_p pour que la commande soit la plus rapide possible sans dépassement pour une consigne de type échelon. Faire l'application numérique.
La figure 21 représente la réponse temporelle théorique $\alpha(t)$ de la commande des roues pour une consigne $\alpha_c(t)$ en échelon d'amplitude $\pi/4$ et pour la valeur de K_p déterminée précédemment.

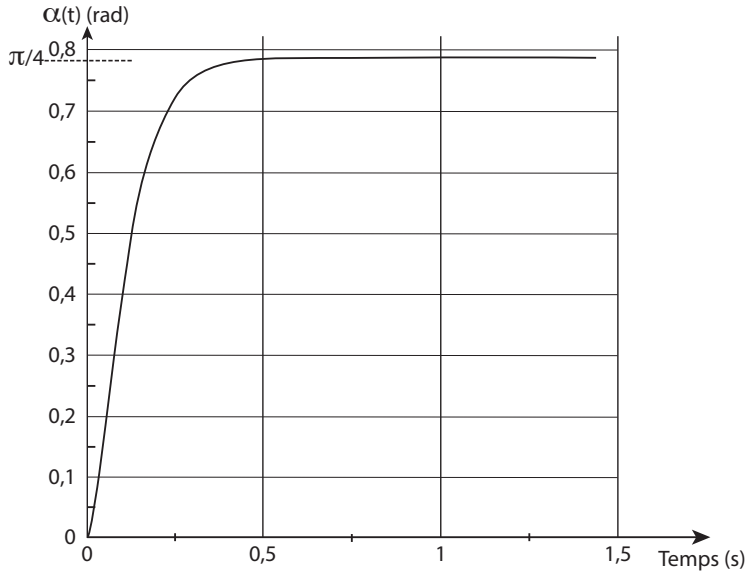


Figure 21 Évolution temporelle de $\alpha(t)$ pour une correction proportionnelle

Q 28. À partir de la figure 21, conclure sur l'effet de la correction choisie vis-à-vis des performances attendues pour la commande des roues du véhicule RC.

IV.B – Performances dans le domaine réel et amélioration de la correction

Objectif

L'objectif est de choisir et valider une forme définitive de correction à appliquer à la commande des roues.

La figure 22 représente deux essais avec la direction du véhicule RC en utilisant la correction proportionnelle. Un essai a été réalisé avec le véhicule ne touchant pas le sol et un second avec le véhicule posé sur le sol, dans les deux cas le véhicule est à l'arrêt et la consigne $\alpha_c(t)$ en échelon d'amplitude $\pi/4$.

BY-NC-SA

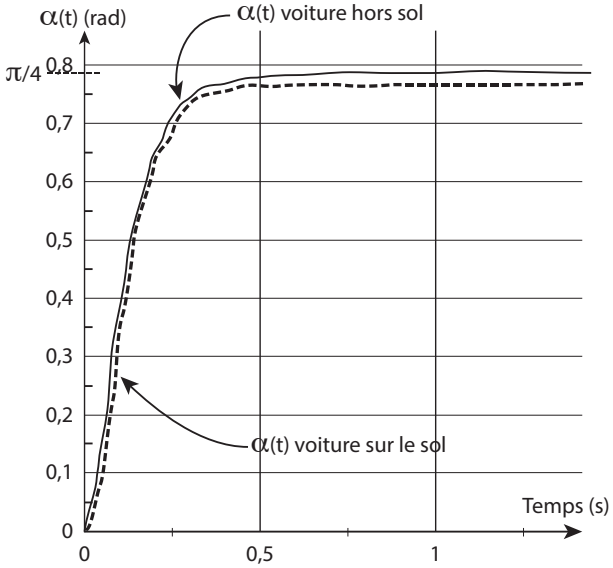


Figure 22 Essais expérimentaux réalisés sur le véhicule RC

Q 29. Conclure sur la performance en précision de la commande des roues en expliquant la cause possible de l'écart observé entre les deux courbes expérimentales de la figure 22.

Afin de rendre la direction insensible aux perturbations, une action de type intégrale en complément de l'action proportionnelle est envisagée pour le correcteur. La figure 23 représente les diagrammes de Bode en boucle ouverte de la commande théorique des roues directrices pour $C(p) = \dfrac{K_p}{p}$ (intégrateur) et $C(p) = K_p \left(1 + \dfrac{1}{T_i\, p}\right)$ (proportionel intégral) avec $T_i = 0{,}8$ s.

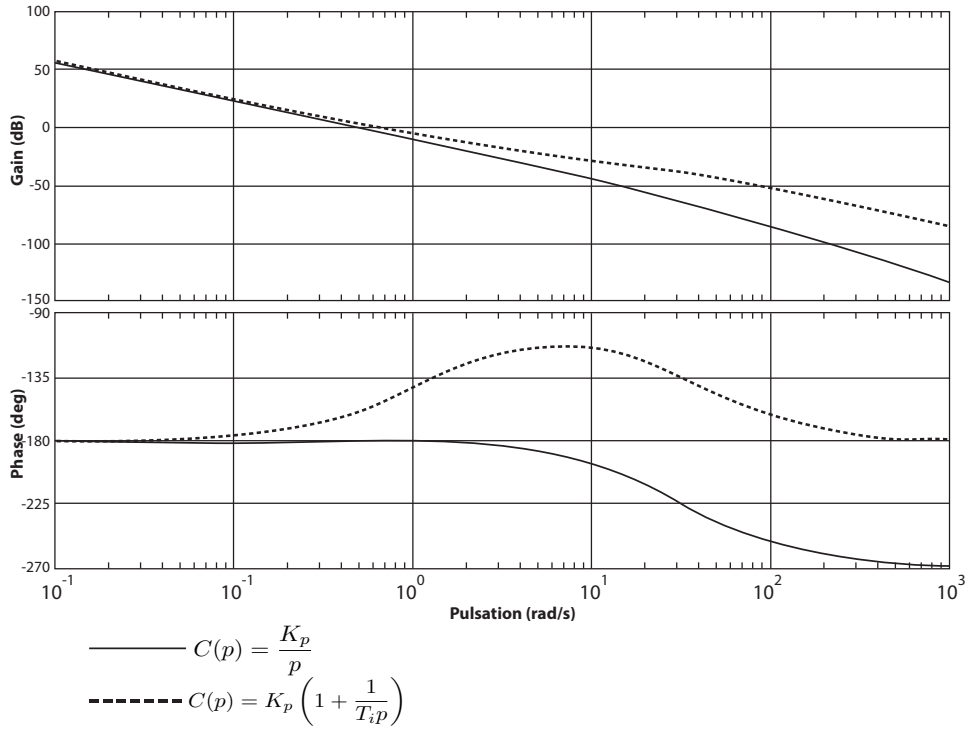


Figure 23 Diagrammes de Bode de la FTBO corrigée

Q 30. Quel correcteur choisir pour que le système soit stable ? Justifier la réponse.

L'étude précédente a permis de caractériser un correcteur assurant à la commande des roues les performances attendues et une robustesse vis-à-vis de perturbations. Le modèle de l'asservissement corrigé peut être implanté dans l'algorithme pour le suivi de trajectoire de stationnement.

BY-NC-SA

V Conclusion et synthèse

La figure 24 représente une mesure de l'angle $\alpha(t)$ des roues directrices avec le correcteur précédemment déterminé implanté dans la commande des roues. Cet essai a été effectué avec le véhicule RC posé au sol et à l'arrêt.

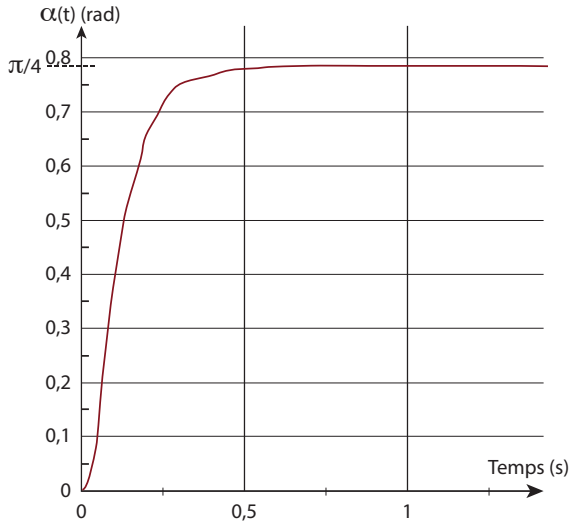


Figure 24 Angle des roues directrices

Q 31. À partir de la figure 24, conclure sur le comportement de la commande des roues vis-à-vis des performances de précision, de stabilité et de rapidité attendues.

Un essai d'insertion du véhicule RC dans une place libre a été réalisé permettant d'obtenir la figure 25. Sur cette figure sont représentés :

- l'angle de consigne des roues directrices $\alpha_c(t)$;
- l'angle réel des roues directrices $\alpha(t)$;
- la trajectoire théorique du point F pour la consigne $\alpha_c(t)$, le véhicule se déplaçant à vitesse constante ;
- la trajectoire réelle du point F.

Q 32. Expliquer la cause des écarts observés entre la trajectoire théorique et la trajectoire réelle.

Comme le montre la figure 25, la manœuvre d'insertion est réussie. Dans le cadre de l'essai avec le véhicule RC, aucun capteur de proximité n'a été utilisé.

Q 33. En extrapolant pour un véhicule réel le comportement expérimental obtenu avec le véhicule RC (figure 25), répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses apportées :

a) l'insertion dans la place de parking en une fois semble-t-elle possible en respectant les exigences dimensionnelles ?

b) si tel n'est pas le cas, la possibilité de garer le véhicule est-elle compromise ? Faire une proposition.

BY-NC-SA

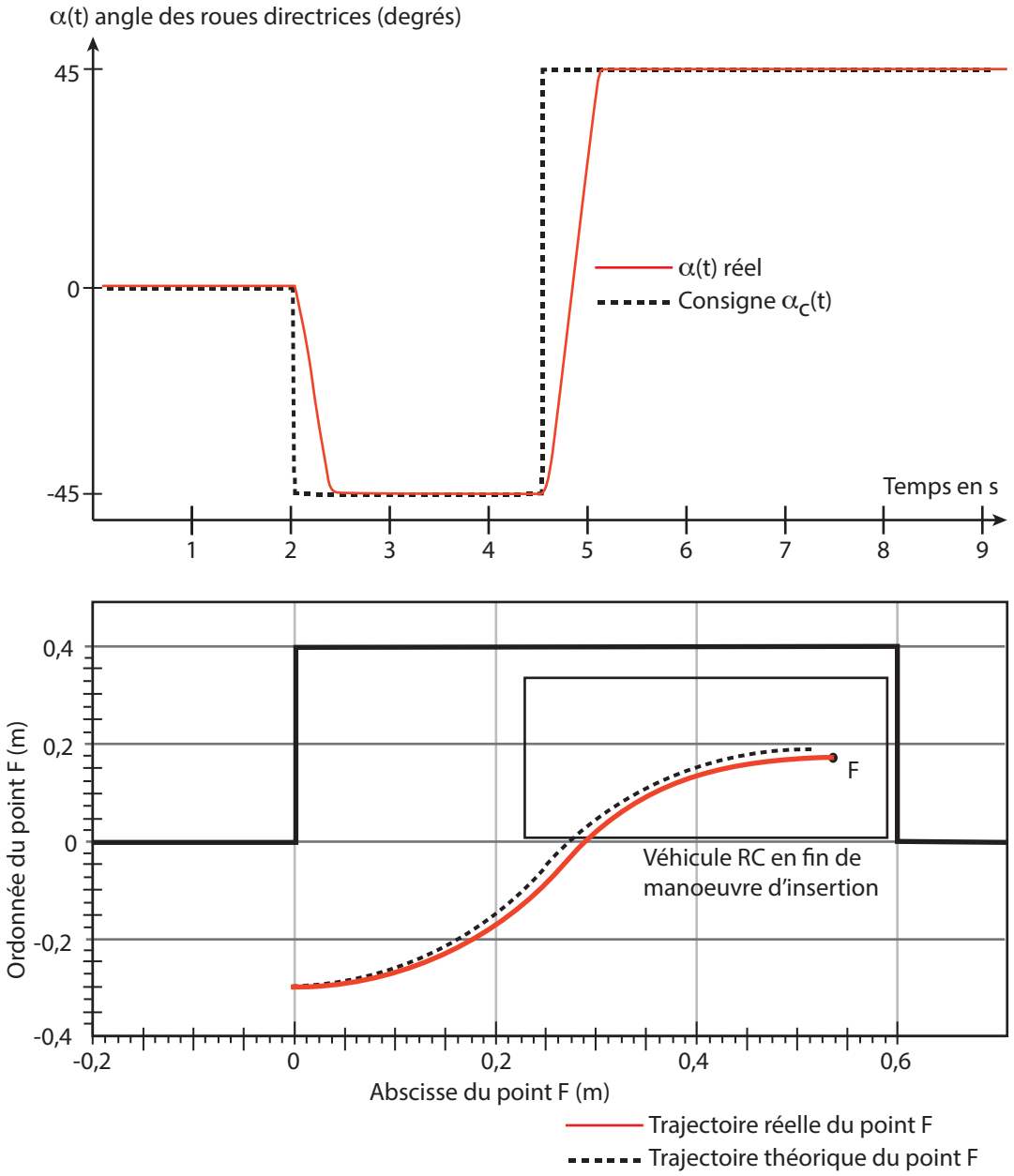
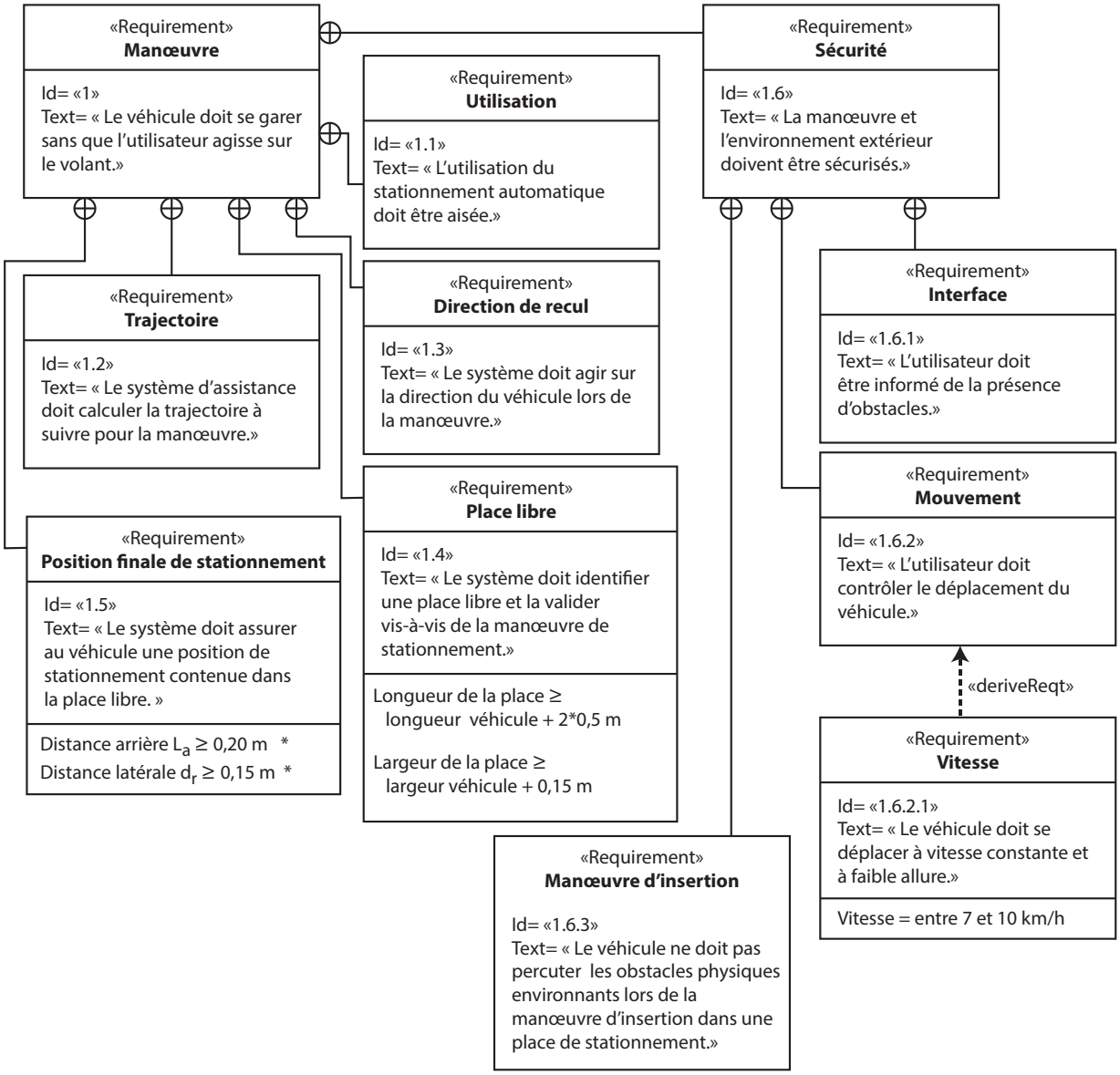


Figure 25 Résultat d'un essai de manœuvre d'insertion avec l'algorithme d'aide au stationnement

BY-NC-SA



* L_a et d_r sont définis figure 6.

Figure 26 Extrait du diagramme des exigences du stationnement automatique

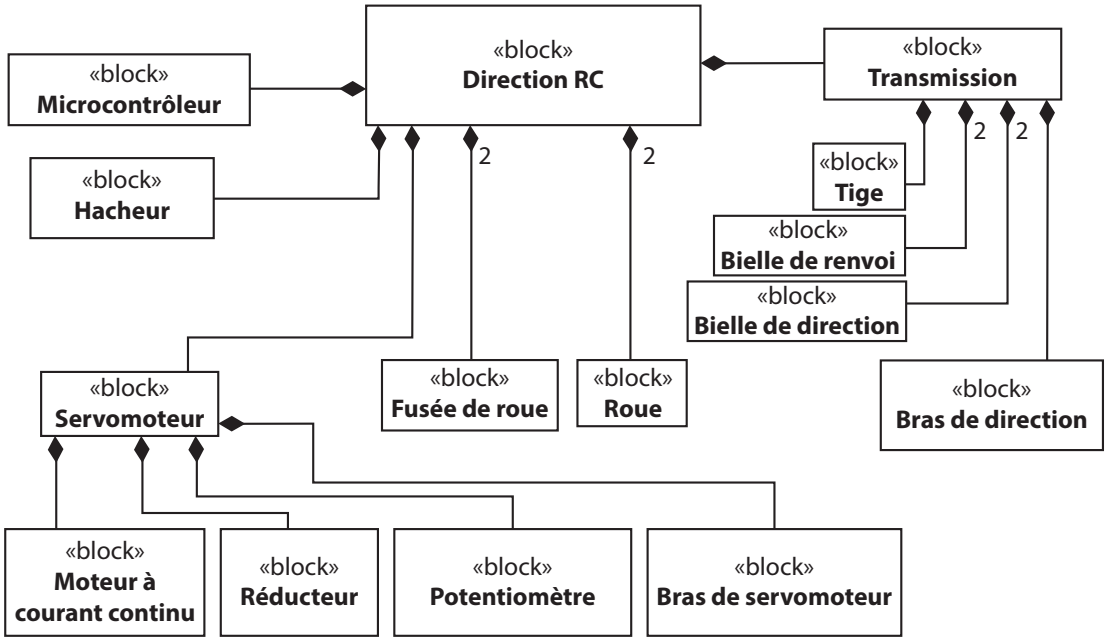
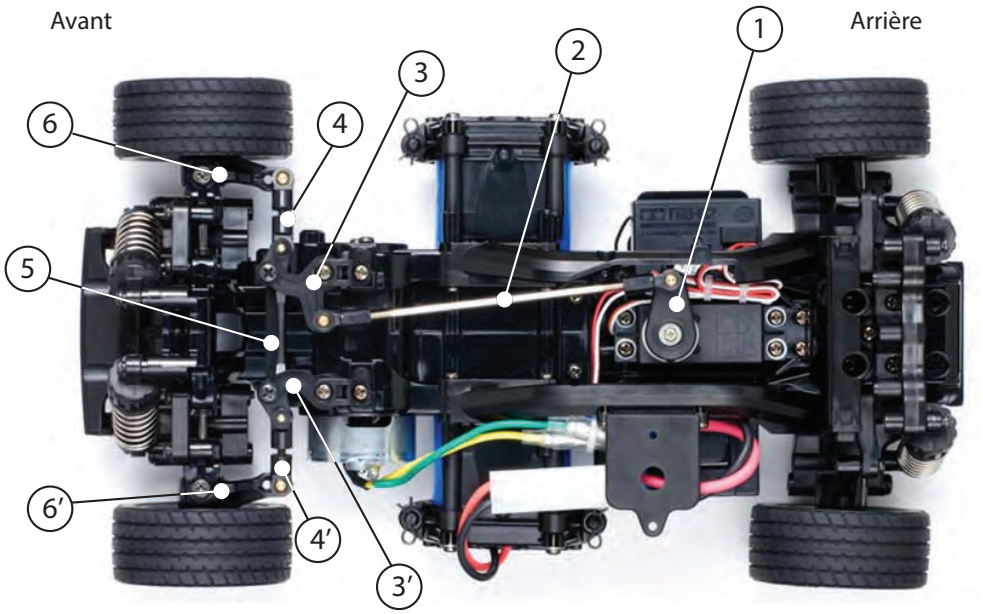


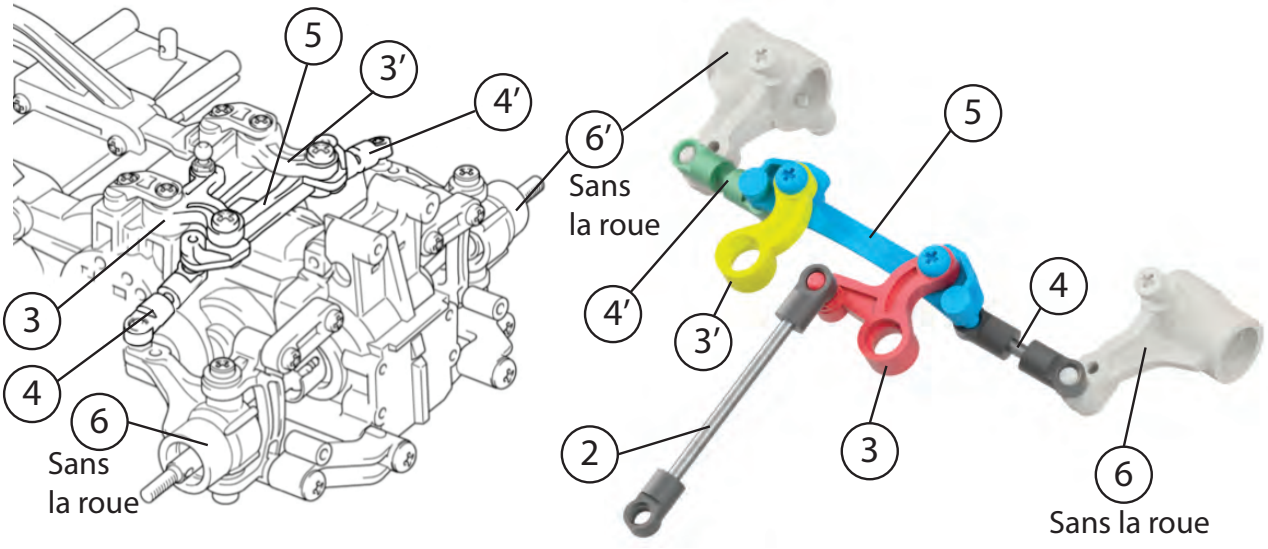
Figure 27 Diagramme BDD de la direction du véhicule radio commandé

BY-NC-SA



Vue de dessus du véhicule radio commandé sans carrosserie

— **1** bras du servomoteur (lié à l'axe de sortie du servomoteur)
— **2** tige
— **3** et **3'** bielle de renvoi
— **4** et **4'** bielle de direction
— **5** bras de direction
— **6** et **6'** ensemble roue + fusée de roue



Vue 3D des éléments de la direction

Figure 28 Description de la direction du véhicule radio commandé

BY-NC-SA

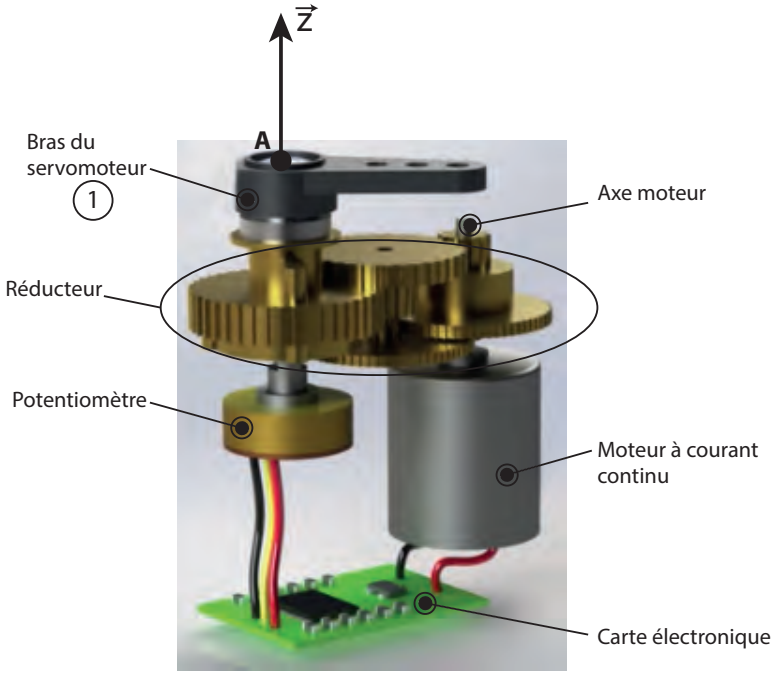


Figure 29 Composition du servomoteur

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Régimes transitoires
- Filtrage linéaire
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Description et paramétrage du mouvement d'un point

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp