Concours Centrale-Supélec, France

Session 2024, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : mise en situation et problématique
- Partie II : modélisation fonctionnelle de la structure de la commande angulaire du genou
- Partie III.A : modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée
- Partie III.B : modélisation, identification et réglage de la boucle de vitesse
- Partie III.C : réglage du correcteur de la boucle de position
- Partie IV : conclusion et synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2024/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Option S2I

MP

2024

4 heures Calculatrice autorisée

Arthromoteur : Attelle de mobilité passive continue du genou

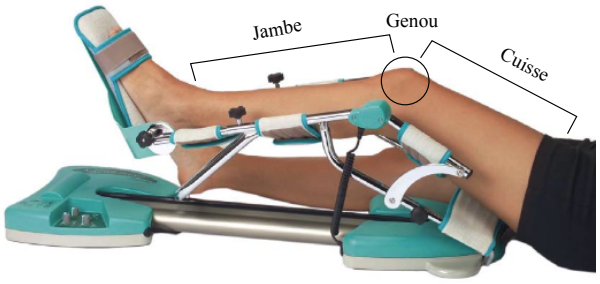


Figure 1 Vue de l'arthromoteur en phase d'utilisation

I Mise en situation et problématique

I.A – Présentation générale

Une arthroplastie du genou (intervention chirurgicale consistant à remplacer tout ou partie de l'articulation) est suivie d'une phase de rééducation post-opératoire dont les objectifs au niveau de l'articulation opérée sont de traiter la douleur, de diminuer l'inflammation, de relancer la vascularisation (circulation sanguine) et de récupérer la mobilité articulaire.

La société Kinetec a développé un arthromoteur automatisé destiné à la rééducation du genou (figure 1). Cet arthromoteur peut être utilisé en mode passif ou bien en mode actif.

L'étude proposée sera limitée au mode passif qui vise à récupérer la mobilité du point de vue de l'amplitude du mouvement du genou. La rééducation en Mobilisation Passive Continue (MPC) consiste en une succession de mouvements de flexion et/ou d'extension exécutés pendant une durée longue et sans que le patient soit acteur des mouvements. Le patient est passif et ses membres sont mis en mouvement par l'arthromoteur automatisé, le patient n'exerce aucun effort volontaire avec sa jambe et sa cuisse.

Au delà de l'intérêt thérapeutique de l'arthromoteur automatisé, les avantages de ce système sont sa portabilité et sa simplicité d'utilisation. Ainsi, le patient peut bénéficier de cette rééducation à domicile (présence post-opératoire en établissement de soin réduite) et de façon autonome une fois sorti de l'hôpital.

I.B – Contexte de l'étude

L'arthromoteur automatisé peut être utilisé dans le cadre de nombreuses pathologies du genou. Ainsi, à l'aide du pupitre de commande (figure 2), le thérapeute peut choisir la valeur de plusieurs paramètres en fonction du protocole de la rééducation.

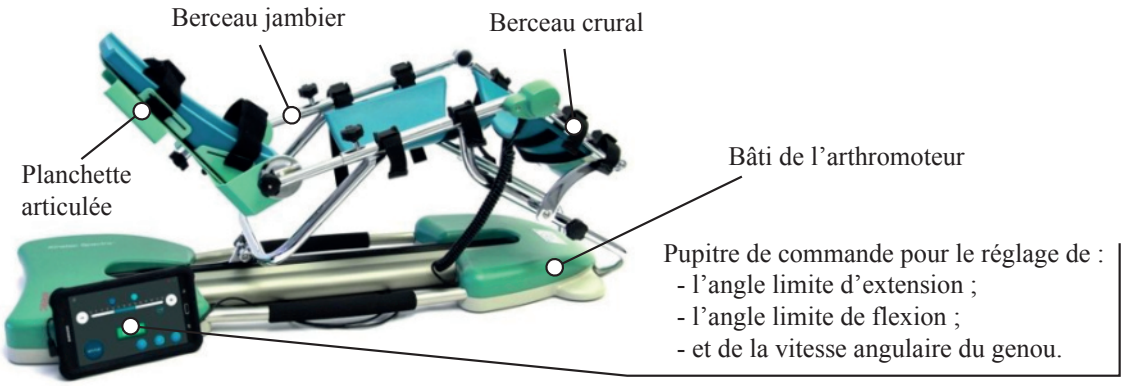


Figure 2 Architecture générale de l'arthromoteur

Dans le cadre de cette étude on se limitera aux trois paramètres du tableau 1, voir aussi la figure 3.

BY-NC-SA

	Valeurs possibles
Angle limite d'extension du genou	Jusqu'à –5°
Angle limite de flexion du genou	Jusqu'à 110°
Vitesse angulaire constante du genou	De 50° à 240° par minute

Tableau 1 Valeurs possibles des paramètres réglables

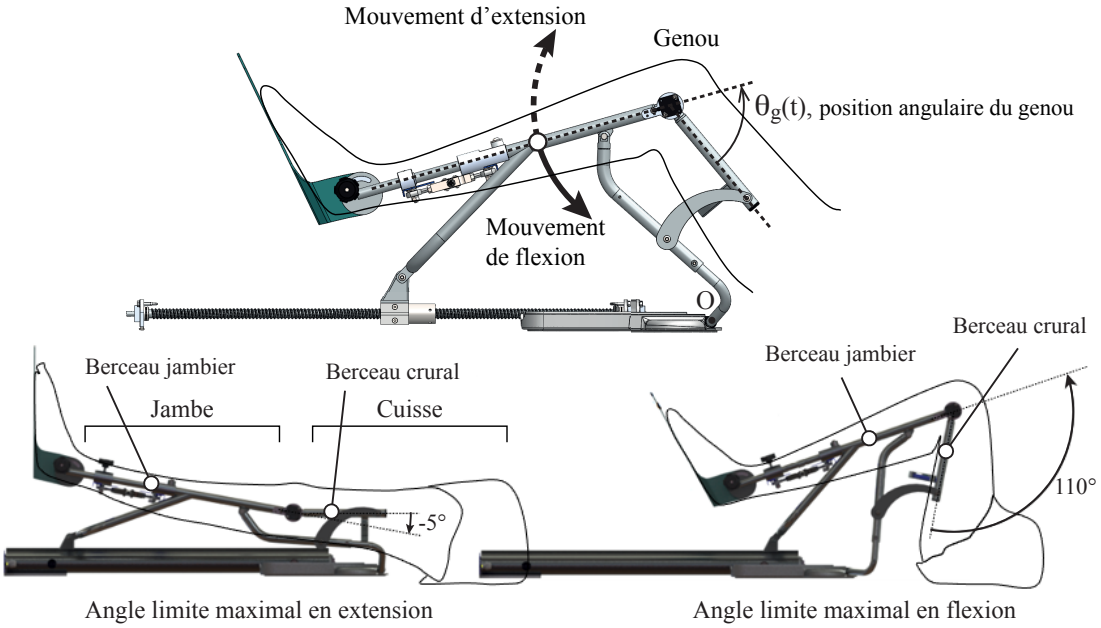


Figure 3 Angles limites possibles en flexion et en extension avec l'arthromoteur

L'étude proposée par la suite sera réalisée dans le cadre d'une rééducation du genou après une reconstruction des ligaments croisés. Le protocole de rééducation des ligaments croisés impose une amplitude de mouvement du genou de 50° avec un angle limite d'extension de 35°, un angle limite de flexion de 85° et une consigne de vitesse angulaire du genou de 240° par minute. L'ensemble des exigences de ce type de rééducation est fourni dans le diagramme des exigences en annexe.

Objectif

L'objet de l'étude est d'évaluer les solutions retenues pour assurer une rééducation autonome du genou après une reconstruction des ligaments croisés, en mode passif, à l'aide d'un arthromoteur automatisé en respectant les exigences thérapeutiques.

I.C – Génération de la consigne de mouvement du genou pour le protocole de la rééducation des ligaments croisés

Objectif

Montrer que les informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient sont suffisantes pour établir une loi de consigne angulaire du genou conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés.

Pour utiliser l'arthromoteur automatisé, le patient s'allonge au sol, pose sa cuisse sur le berceau crural de l'appareil et sa jambe sur le berceau jambier (figures 1 et 3). Grâce au pupitre de commande, le thérapeute ou le patient règle l'angle limite de flexion, celui d'extension ainsi que la vitesse de rotation du genou (figures 2 et 4). Une fois les réglages effectués, l'arthromoteur automatisé provoque le déplacement alternatif de flexion puis d'extension du genou en marquant une pause entre ces deux mouvements.

Notations :

— Les trois informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient :
- θ_i angle limite d'extension du genou (en °) ;
- $\theta_f > \theta_i$ angle limite de flexion du genou (en °) ;
- ω_0 amplitude de la vitesse angulaire du genou (en $^\circ \cdot \text{min}^{-1}$) ;

— Le mouvement angulaire réel du genou :
- $\theta_g(t)$ angle du genou (en radians) (figure 3) ;

BY-NC-SA

- $\omega_g(t) = \dot{\theta}_g(t)$ vitesse angulaire du genou (en rad·s^{-1}) avec $\omega_g > 0$ en flexion et $\omega_g < 0$ en extension ;

— Les grandeurs de consigne de l'arthromoteur automatisé :

- $\theta_{gc}(t)$ consigne angulaire du genou (en radians) ;
- $\omega_{gc}(t) = \dot{\theta}_{gc}(t)$ consigne de vitesse angulaire du genou (en $^\circ \cdot \text{min}^{-1}$) ;

— Contrainte thérapeutique :

- $\ddot{\theta}_{gcm} = \textit{constante}$ (en $^\circ \cdot \text{min}^{-2}$) accélération-décélération angulaire maximale du genou retenue pour établir le profil de consigne figure 5.

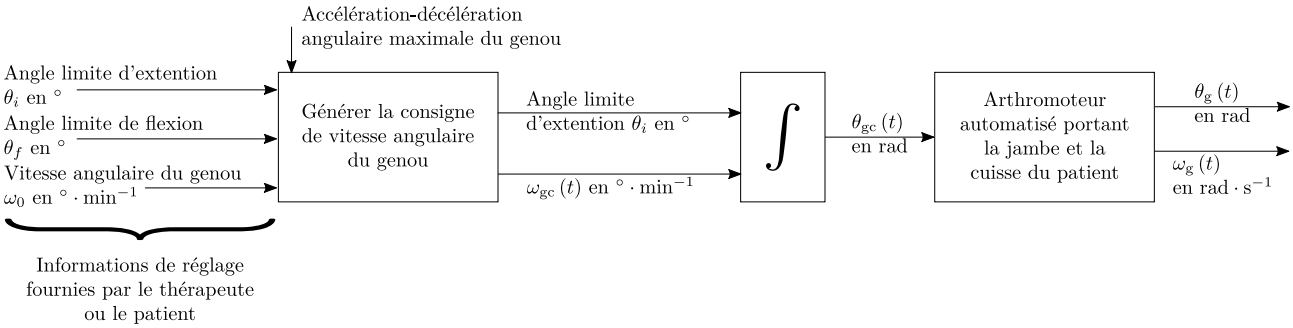


Figure 4 Principe de la génération de la consigne angulaire du genou

D'un point de vue thérapeutique, il est nécessaire de limiter l'accélération-décélération du genou (voir id 1.1.1 du diagramme des exigences en annexe). Ce paramètre n'est pas réglable par le thérapeute.

La figure 5 représente le profil de la consigne de vitesse angulaire du genou conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés.

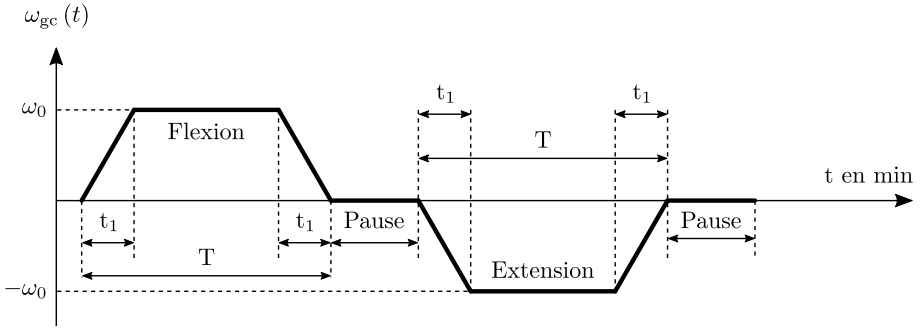


Figure 5 Profil de consigne de vitesse angulaire du genou

Les durées des deux pauses sont supposées définies.

Q 1. Montrer que les informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient (figure 4) permettent d'établir une loi de consigne angulaire $\omega_{gc}(t)$ (figure 5) conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés. Pour cela, exprimer les durées T et t_1 en fonction des quatre entrées du générateur de consigne angulaire du genou rappelées ci-dessous :

— θ_i, θ_f, ω_0 ;

— l'accélération-décélération maximale $\ddot{\theta}_{gcm}$ = constante.

D'un point de vue thérapeutique, il faut respecter la loi de vitesse angulaire du genou demandée ainsi que les angles limites de flexion et d'extension. À cet effet, la consigne angulaire du genou $\theta_{gc}(t)$ est obtenue par intégration de la vitesse angulaire du genou $\omega_{gc}(t)$. D'un point de vue ingénierie, l'arthromoteur automatisé devra suivre la consigne angulaire du genou ainsi définie.

I.D – Vérification de la configuration standard de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé

Objectif

Vérifier que la configuration standard de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé est capable de suivre la consigne $\theta_{gc}(t)$ pour que le mouvement angulaire du genou $\theta_g(t)$ soit conforme aux exigences de la rééducation.

La carte de commande utilisée dans l'arthromoteur automatisé est une carte de commande standard dont le paramétrage de la correction est réglé par défaut.

BY-NC-SA

Un essai est effectué en condition réelle avec un patient utilisant l'arthromoteur. La consigne angulaire $\theta_{gc}(t)$ du genou suit la loi étudiée à la question 1 avec les valeurs numériques conformes au protocole de la rééducation des ligaments croisés. La figure 6 représente la consigne $\theta_{gc}(t)$ et la mesure $\theta_g(t)$ de l'angle du genou obtenue avec l'arthromoteur automatisé lors de cet essai avec la carte de commande paramétrée par défaut (paramètres standards de sortie d'usine).

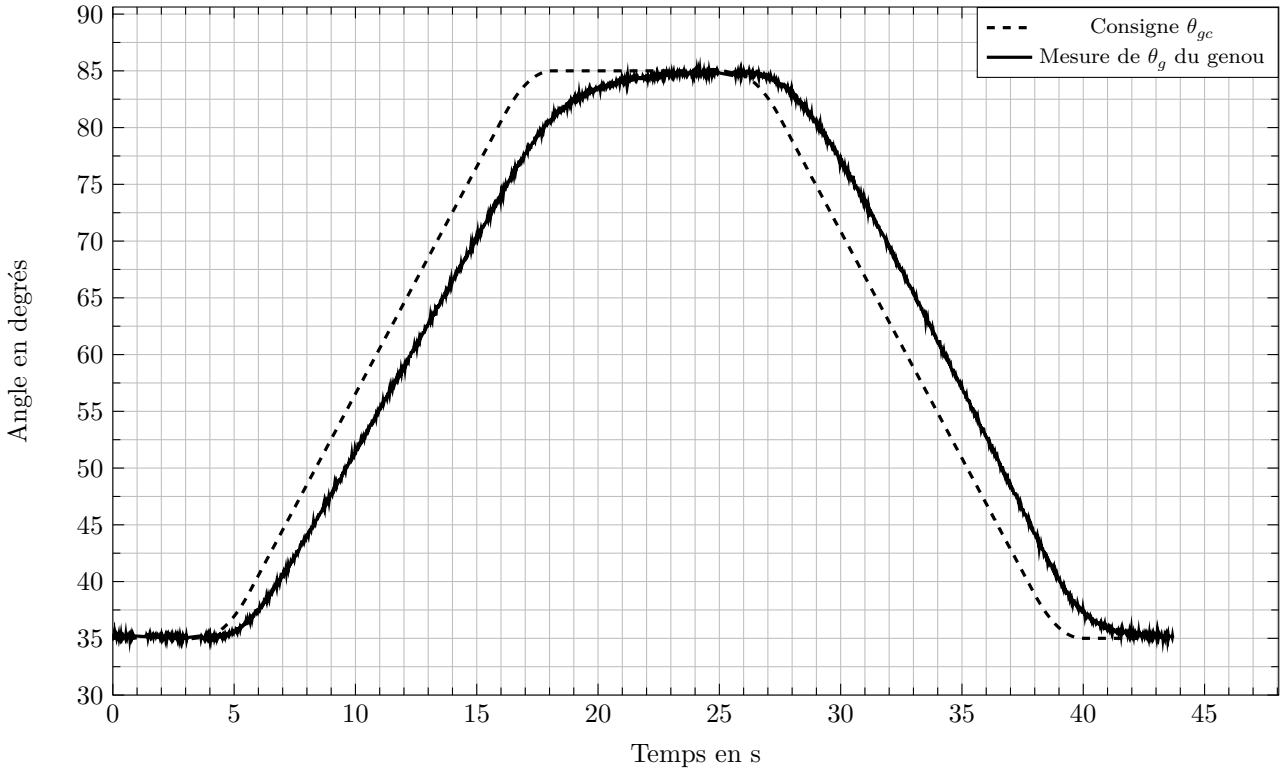


Figure 6 Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé dont la carte de commande est paramétrée par défaut

Q 2. En analysant les écarts avec les exigences 1.2.1 et 1.2.3, expliquer en quoi le réglage par défaut de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé n'est pas acceptable. Argumenter avec des comparaisons quantifiées.

I.E – Problématique de l'étude

Il apparait qu'en l'état, il est nécessaire de modifier les paramètres de la carte de commande de l'arthromoteur pour la rendre compatible avec les exigences de la rééducation.

Objectif

L'objectif de l'étude est donc de déterminer les paramètres caractéristiques de la carte de commande angulaire du genou permettant à l'arthromoteur automatisé de générer un mouvement du genou conforme aux exigences de la rééducation.

Pour répondre à la problématique, il faudra, dans un premier temps, établir un modèle de l'arthromoteur. Puis, à l'aide de ce modèle, il faudra déterminer les valeurs théoriques des paramètres de la carte de commande afin que le mouvement du genou soit conforme aux exigences. Les valeurs de réglage des paramètres seront implantées sur la carte de commande de l'arthromoteur et validées par un essai.

II Modélisation fonctionnelle de la structure de la commande angulaire du genou

Objectif

S'approprier l'environnement matériel en analysant la structure de la commande angulaire du genou de l'arthromoteur.

Le thérapeute ou le patient fournit les informations nécessaires à l'élaboration de la consigne angulaire du genou $\theta_{gc}(t)$ à l'aide du pupitre de commande. Les exigences de la rééducation font apparaitre la nécessité de contrôler la position angulaire ainsi que la vitesse angulaire du genou. De plus, le mouvement demandé doit être suivi

BY-NC-SA

sans être influencé par les caractéristiques morphologiques du patient, principalement les poids de la jambe et de la cuisse dans la cadre de la rééducation en mode passif. En conséquence, la structure de commande de la position du genou (figure 7) est basée sur une boucle d'asservissement en position angulaire du genou et un contrôle interne de vitesse.

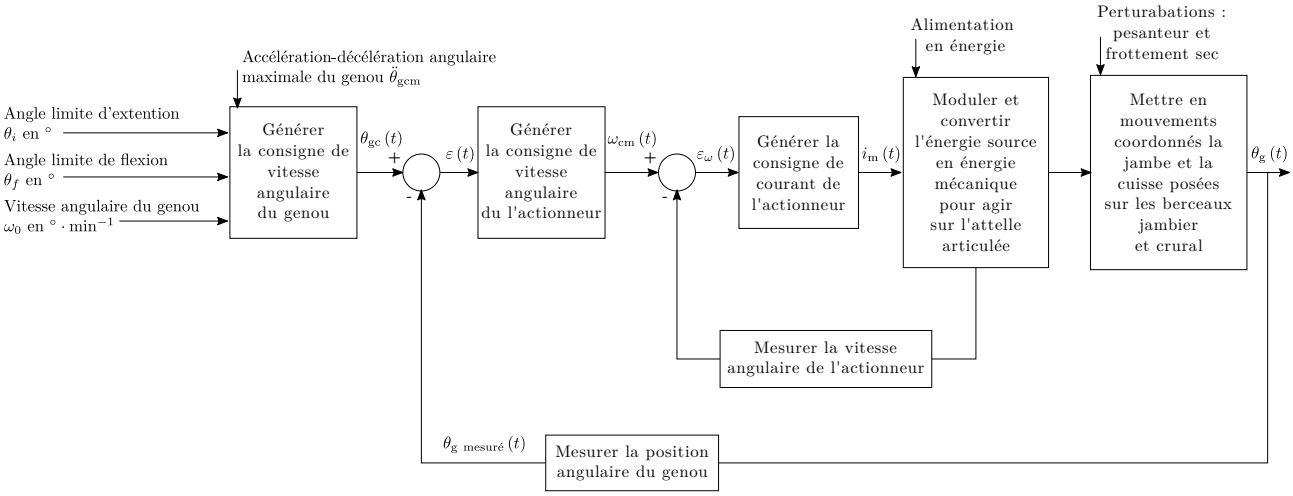


Figure 7 Structure de la commande en position angulaire du genou

Un capteur potentiométrique angulaire mesure la position angulaire du genou $\theta_g(t)$. L'écart $\varepsilon(t) = \theta_{gc}(t) - \theta_{g\ \text{mesuré}}(t)$ est traité par la carte de commande pour générer la consigne de vitesse angulaire de l'actionneur électrique $\omega_{cm}(t)$. L'actionneur, piloté en courant, provoque le déplacement de la coulisse qui induit celui de l'attelle articulée sur laquelle sont posées la jambe et la cuisse. On appelle attelle articulée l'ensemble constitué du berceau crural, du berceau jambier, du bras et des deux biellettes, voir le diagramme BDD, figure 32 en annexe.

Q 3. À partir des éléments explicatifs sur le fonctionnement de l'arthromoteur et de son diagramme BDD (figure 32), identifier les constituants repérés de 1 à 6 ainsi que les flux 7 et 8 dans la description chaine d'information/chaine de puissance disponible en annexe (figure 33).

La figure 8 représente le schéma bloc fonctionnel simplifié de la structure de la commande angulaire du genou.

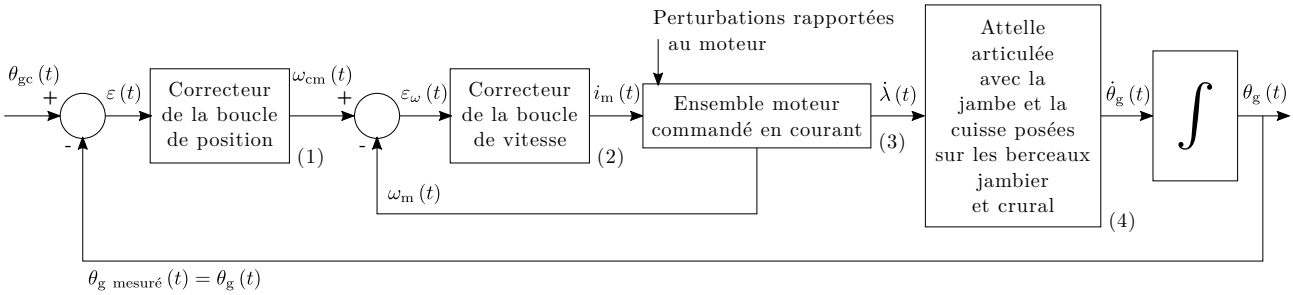


Figure 8 Schéma bloc fonctionnel de la commande en position angulaire du genou

Notations et données :

— $\theta_{gc}(t)$ consigne angulaire du genou (en radians) ;

— $\theta_g(t)$ angle du genou (en radians) ;

— $\omega_{cm}(t)$ consigne de vitesse angulaire de l'axe moteur par rapport au bâti (en rad·s^{-1}) ;

— $\omega_m(t)$ vitesse angulaire de l'axe moteur par rapport au bâti (en rad·s^{-1}) ;

— $\lambda(t)$ déplacement de la coulisse 2 par rapport au bâti (en m) ;

— $i_m(t)$ intensité du moteur (en A).

Pour répondre à la problématique, il est nécessaire d'établir un modèle de l'arthromoteur (blocs (3) et (4) de la figure 8) et de déterminer les paramètres de la carte de commande (blocs (1) et (2) de la figure 8) en validant les choix théoriques effectués par des essais sur le matériel.

BY-NC-SA

III Détermination des paramètres caractéristiques de la carte de commande angulaire du genou

Objectif

Établir un modèle de l'arthromoteur permettant de déterminer les valeurs théoriques des paramètres de la carte de commande garantissant que le mouvement du genou soit conforme aux exigences.

III.A – Modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée

Objectif

Déterminer un modèle linéaire du comportement cinématique de l'attelle articulée.

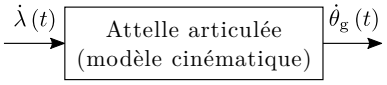


Figure 9 Entrée sortie du bloc fonctionnel modélisant l'attelle articulée

Le mécanisme est plan et de ce fait il ne sera considéré qu'une seule biellette. Le schéma cinématique plan de l'attelle articulée est fourni figure 10.

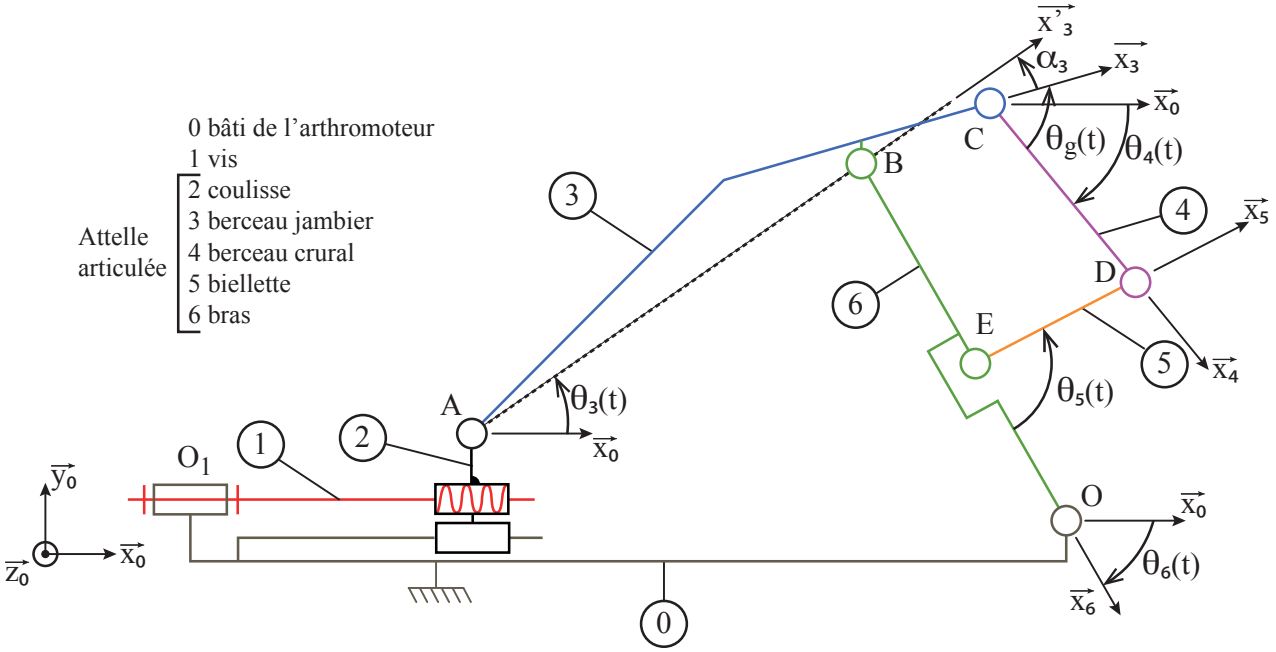


Figure 10 Schéma cinématique plan de l'arthromoteur

Paramétrage des solides :

- le repère $R_0(O;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est un repère galiléen lié au bâti 0 de l'arthromoteur avec $\overrightarrow{O_1O} = L_0 \cdot \vec{x}_0 - h \cdot \vec{y}_0$ (h et L_0 constants) ;
- les repères $R_3(A;\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)$ et $R'_3(C;\vec{x'}_3,\vec{y'}_3,\vec{z}_0)$ sont liés au berceau jambier 3 avec $\alpha_3 = (\vec{x}_3,\vec{x'}_3)$ (α_3 constant) et $\overrightarrow{AB} = L_3 \cdot \vec{x'}_3$ (L_3 constant) ;
- le repère $R_4(C;\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_0)$ est lié au berceau crural 4 ;
- le repère $R_5(E;\vec{x}_5,\vec{y}_5,\vec{z}_0)$ est lié à la biellette 5 ;
- le repère $R_6(O;\vec{x}_6,\vec{y}_6,\vec{z}_0)$ est lié au bras 6 avec $\overrightarrow{BO} = L_6 \cdot \vec{x}_6$ (L_6 constant).

Paramétrage des liaisons :

- pour la liaison 0-1 et la liaison 1-2, $\overrightarrow{O_1A} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_0 + h_0\vec{y}_0$;
- pour la liaison 2-3, $\theta_3(t) = (\vec{x}_0,\vec{x'}_3) = (\vec{y}_0,\vec{y'}_3)$;
- pour la liaison 3-4, $\theta_g(t) = (\vec{x}_4,\vec{x}_3) = (\vec{y}_4,\vec{y}_3)$ angle du genou et $\theta_4(t) = (\vec{x}_0,\vec{x}_4) = (\vec{y}_0,\vec{y}_4)$;
- pour la liaison 5-6, $\theta_5(t) = (\vec{x}_6,\vec{x}_5) = (\vec{y}_6,\vec{y}_5)$;
- pour la liaison 0-6, $\theta_6(t) = (\vec{x}_0,\vec{x}_6) = (\vec{y}_0,\vec{y}_6)$.

Q 4. Donner l'expression de l'angle du genou $\theta_g(t)$ en fonction des angles $\theta_3(t)$, $\theta_4(t)$ et α_3.

BY-NC-SA

Q 5. En exploitant la relation de fermeture géométrique de la chaine fermée de liaisons et de solides {0-1-2-3-6-0}, déterminer l'expression de $\lambda(t)$ en fonction de l'angle $\theta_3(t)$ et des paramètres géométriques constants L_0, L_3, L_6, h et h_0.

Grâce aux questions Q. 4 et Q. 5 et en exploitant une autre chaine de solides fournissant l'expression de $\theta_4(t)$ en fonction de $\theta_3(t)$ (non abordée dans ce sujet), il est possible d'avoir l'expression de $\theta_g(t)$ en fonction de $\lambda(t)$.

La figure 11 représente le tracé de l'angle $\theta_g(t)$ en fonction du déplacement $\lambda(t)$ de la coulisse 2 pour un mouvement angulaire du genou de 35° à 85°. Le tracé montre un comportement quasi linéaire dans la zone angulaire fonctionnelle pour la rééducation des ligaments croisés. Il est décidé de procéder à une régression linéaire afin d'obtenir la loi entrée-sortie géométrique de l'attelle articulée : $\theta_g(t) = f(\lambda(t))$.

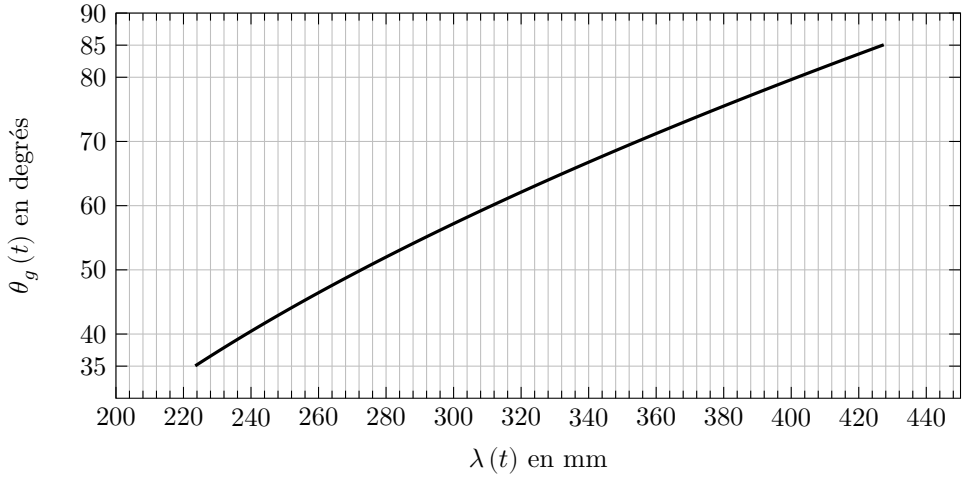


Figure 11 Angle du genou $\theta_g(t)$ en fonction du déplacement $\lambda(t)$ de la coulisse 2

La régression linéaire consiste à chercher les paramètres a et b définissant la droite $\theta_g(t) = a \cdot \lambda(t) + b$ et qui passe au plus près de l'ensemble des points (λ_k, θ_{gk}). Les points (λ_k, θ_{gk}) sont obtenus en faisant varier $\lambda(t)$ et en calculant les différentes valeurs θ_{gk} correspondantes grâce à la loi entrée-sortie $\theta_g(t) = f(\lambda(t))$ déterminée à partir des questions précédentes.

Les paramètres a et b sont à déterminer par la méthode des moindres carrés qui consiste ici à minimiser la fonction cout $Q(a,b)$ pour les n points $(\lambda_{k_{k\in[1,n]}}, \theta_{gk_{k\in[1,n]}})$ connus, avec $Q(a,b) = \sum_{k=1}^{n}(\theta_{gk} - a.\lambda_k - b)^2$.

Q 6. Donner le système de deux équations liant $\theta_{gk_{k\in[1,n]}}$, $\lambda_{k_{k\in[1,n]}}$, a et b et traduisant le fait que a et b minimisent $Q(a,b)$.

Q 7. Donner les expressions de a et de b solutions du système d'équations défini précédemment. a et b sont fonction de n, de $\theta_{gk_{k\in[1,n]}}$ et de $\lambda_{k_{k\in[1,n]}}$.

Pour obtenir l'expression linéaire de $\theta_g(t)$ en fonction de $\lambda(t)$, la régression linéaire est mise en oeuvre en langage Python. Les données disponibles sont les listes T et L composées respectivement des valeurs θ_{gk} et λ_k issues du script python qui a permis d'obtenir la figure 11. Les listes L et T sont de même longueur.

Q 8. Écrire en langage Python une fonction $Sum_Li(Li)$ qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes de cette liste.

Écrire en langage Python une fonction $Sum_Li_2(Li)$ qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes au carré de cette liste.

Écrire une fonction $Sum_XY(X,Y)$ qui prend en argument deux listes X et Y de nombres à virgule flottante, de même longueur et qui renvoie la somme des produits $x_k \cdot y_k$ avec x_k et y_k les termes des listes X et Y.

Q 9. Écrire en langage Python une fonction $reg_lin(L,T)$ prenant en argument les listes L et T retournant les valeurs de a et de b définissant la relation $\theta_g(t) = a \cdot \lambda(t) + b$.

La mise en oeuvre de la fonction reg_lin permet d'obtenir $a = 4,25$ en $(\text{rad}\cdot\text{m}^{-1})$ et donc d'écrire la loi entrée-sortie de l'attelle articulée d'un point de vue cinématique, puisque $\dot{\theta}_g(t) = a \cdot \dot{\lambda}(t)$.

En procédant avec la même démarche pour les angles θ_3 et θ_4, il est possible d'obtenir : $\dot{\theta}_3(t) = K_3 \cdot \dot{\theta}_g(t)$ et $\dot{\theta}_4(t) = K_4 \cdot \dot{\theta}_g(t)$. Par la suite $\dot{\theta}_g(t) = a \cdot \dot{\lambda}(t)$, $\dot{\theta}_3(t) = K_3 \cdot \dot{\theta}_g(t)$ et $\dot{\theta}_4(t) = K_4 \cdot \dot{\theta}_g(t)$ avec $a = 4{,}25\,\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$, $K_3 = 0,34$ (sans unité) et $K_4 = -0,66$ (sans unité).

Le modèle cinématique linéaire de l'attelle articulée étant maintenant établi, l'étude va se poursuivre avec la modélisation, l'identification et le réglage de la vitesse angulaire de l'ensemble moteur.

BY-NC-SA

Objectif

Déterminer et valider un modèle de la commande en vitesse angulaire du moteur de l'arthromoteur.

La figure 12 représente le schéma bloc fonctionnel de la commande en vitesse de l'ensemble moteur.

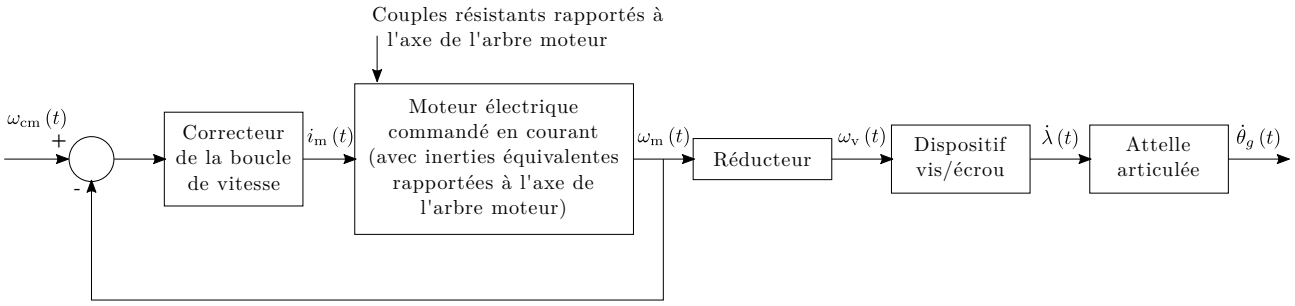


Figure 12 Schéma bloc fonctionnel de la commande en vitesse angulaire du genou

Notations :

— $\omega_v(t)$ vitesse angulaire de la vis 1 par rapport au bâti (en rad·s^{-1}) ;

— $i_m(t)$ intensité du moteur (en A) ;

— le couple exercé par le stator sur le rotor du moteur est noté $C_m(t)$ avec $C_m(t) = k_t \cdot i_m(t)$ et $k_t = 0,0256$ N · m · A^{-1}.

III.B.1) Modèle de comportement dynamique de la boucle de vitesse de l'arthromoteur automatisé

Données et hypothèses

— Cinétique :

- le moment d'inertie équivalent de l'ensemble {arbre moteur, réducteur, vis (1)} rapporté à l'axe de l'arbre moteur $(O_1, \vec{x}_0)$ est noté J_{eqmot} ;
- la masse équivalente maximale en translation des solides constituants l'attelle, y compris la jambe posée sur le berceau jambier et la cuisse posée sur le berceau crural, rapportée à la direction du mouvement de la coulisse 2 $\vec{x}_0$, est notée m_2 avec $m_2 < 0,49$ kg ;

— Actions mécaniques :

- les liaisons mécaniques entre les solides en mouvement et le bâti sont supposées parfaites ;
- le couple équivalent de pesanteur rapporté à l'axe de l'arbre moteur est noté C_{pes}, ce couple peut être considéré comme étant dû à la présence de la cuisse et de la jambe sur l'attelle (la masse de l'ensemble jambe+cuisse est en moyenne 10 fois supérieure à celle de la masse totale des berceaux) ;
- du fait de leur structure et de leur matériau, les masses des berceaux sont suffisamment faibles pour négliger l'action mécanique de pesanteur sur les composants de l'attelle articulée ;
- le couple équivalent de frottement visqueux dans l'ensemble du système et rapporté à l'axe de l'arbre moteur a pour expression $C_f(t) = -f_v \cdot \omega_m(t)$;
- le couple équivalent de frottement sec dans l'ensemble du système et rapporté à l'axe de l'arbre moteur est noté $C_{sec} = -\text{signe}(\omega_m(t)) \cdot K_{sec}$ avec $K_{sec} > 0$;

— Cinématique :

- le réducteur a un rapport de réduction $K_r = \dfrac{\omega_v(t)}{\omega_m(t)} = \dfrac{1}{16}$;
- le dispositif vis/écrou est modélisable par un gain $K_v = \dfrac{\dot{\lambda}(t)}{\omega_v(t)} = \dfrac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi}$ exprimé en m·rad^{-1}.

L'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ ={arbre moteur, réducteur, 1, 2, 3, 4, 5, 6, jambe, cuisse} permet d'écrire :

$$J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f_v \cdot \omega_m(t) + C_{sec} + C_{pes}. \tag{III.1}$$

J_{eq} est le moment d'inertie équivalente de l'ensemble Σ rapportée à l'arbre moteur.

Q 10. Réaliser l'inventaire des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble Σ qui a permis d'obtenir l'équation (1). L' expression des puissances est demandée et les justifications apportées doivent être claires et précises. L'inventaire doit être réalisé soigneusement de manière à distinguer nettement les puissances extérieures et intérieures.

BY-NC-SA

III.B.2) Identification des grandeurs caractéristiques de l'ensemble moteur

Objectif

Déterminer un modèle de l'ensemble moteur et identifier ses constantes en l'absence de la cuisse et de la jambe dans un premier temps.

Premier essai en l'absence de la cuisse et de la jambe

Pour déterminer le coefficient de frottement visqueux f_v et le couple de frottement sec C_{sec}, des essais en flexion sont réalisés sur l'arthromoteur sans le patient.

— **Conditions matérielles N°1**

Pendant ces essais, la boucle d'asservissement en angle est désactivée pour ne garder que l'asservissement en vitesse du moteur.

— **Protocole de mesure N°1**

Plusieurs consignes de vitesse $\omega_{cm}(t)$ de type échelon sont envoyées en entrée de la carte de commande. L'intensité $i_m(t)$ du moteur ainsi que sa vitesse de rotation $\omega_m(t)$ sont mesurées en régime permanent.

Les conditions de mise en œuvre de ce premier essai sont résumées sur la figure 13.

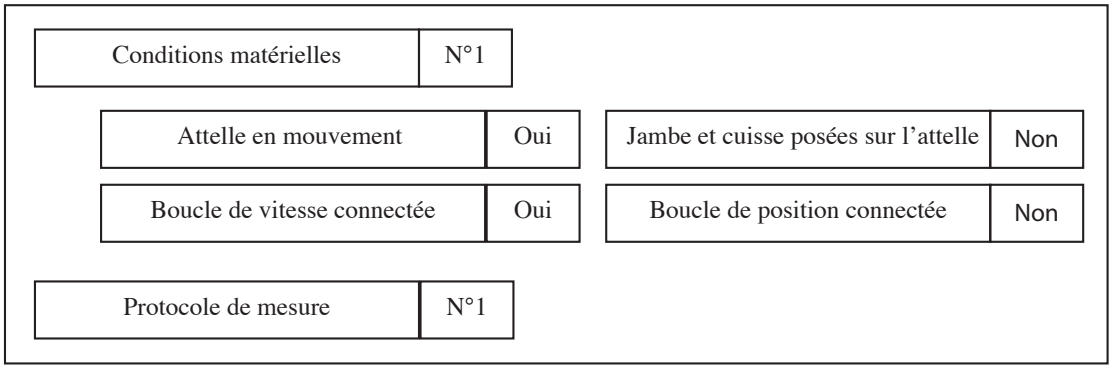


Figure 13 Résumé des conditions de mise en œuvre du premier essai

La figure 14 représente le relevé expérimental fournissant les mesures de l'intensité moteur en régime permanent i_m en fonction de la vitesse de rotation du moteur en régime permanent ω_m.

Q 11. Écrire l'équation (1) en régime permanent dans les conditions matérielles N°1 et déduire de la figure 14 la valeur numérique du coefficient de frottement visqueux f_v et du couple de frottement sec C_{sec}.

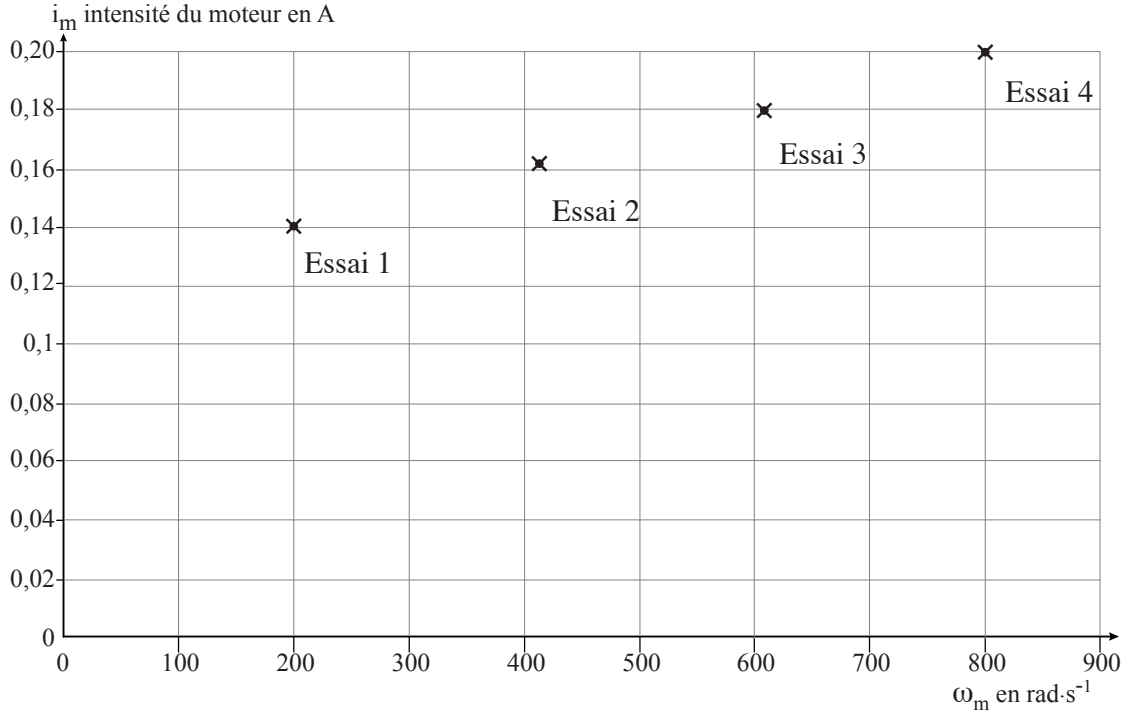


Figure 14 Intensité i_m en fonction de ω_m en régime permanent

BY-NC-SA

Deuxième essai en l'absence de la cuisse, de la jambe et de l'attelle articulée

— **Conditions matérielles N°2**

Pour déterminer l'inertie équivalente J_{eqmot} de la motorisation de l'arthromoteur, un essai (figure 17) a été réalisé avec la liaison pivot entre la coulisse 2 et le berceau jambier 3 démontée pour ne pas prendre en compte l'effet du frottement sec principalement présent dans l'attelle articulée. Ainsi, l'attelle articulée n'est pas mise en mouvement. Dans cette configuration de l'essai, il est possible de faire l'hypothèse qu'il n'y a pas de frottement sec.

La structure de commande pour réaliser l'essai est représenté figure 15. Cette structure correspond à celle utilisée dans l'arthromoteur pour asservir le moteur en vitesse. Après avoir transformé les équations temporelles dans le domaine de Laplace, on peut représenter la boucle de vitesse comme sur la figure 15.

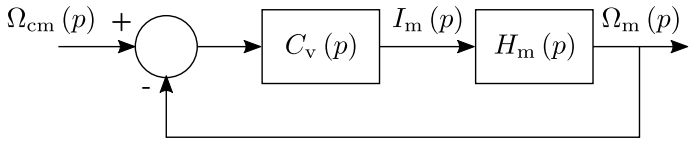


Figure 15 Commande utilisée pour l'essai en consigne de vitesse du moteur

Q 12. En considérant les conditions initiales nulles, déterminer l'expression de la fonction de transfert du moteur $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{I_m(p)}$ de l'asservissement en vitesse du moteur.

La carte de commande comporte un correcteur de fonction de transfert $C_v(p)$ qui est de type proportionnel pour l'essai réalisé : $C_v(p) = K_p$ avec $K_p = 0{,}0094\ \text{A·s·rad}^{-1}$ (valeur par défaut implantée dans la carte de commande).

— **Protocole de mesure N°2**

Une mesure de la vitesse angulaire du moteur $\omega_m(t)$ est réalisée pour une consigne en échelon de vitesse $\omega_{cm}(t) = \omega_{m0}$ avec $\omega_{m0} = 285\ \text{rad·s}^{-1}$.

Les conditions de mise en œuvre du deuxième essai sont résumées figure 16.

Conditions matérielles	N°2			
Attelle en mouvement	Non	Jambe et cuisse posées sur l'attelle	Non	
Boucle de vitesse connectée	Oui	Boucle de position connectée	Non	
Protocole de mesure	N°2			

Figure 16 Résumé des conditions de mise en œuvre du deuxième essai

La figure 17 est le résultat de ce deuxième essai.

Q 13. Donner l'expression littérale sous forme canonique de la fonction de transfert $H_v(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$ en fonction de K_p, J_{eqmot}, k_t et f_v.

Q 14. Déduire de l'essai figure 17 la valeur numérique de l'inertie équivalente J_{eqmot}.

Q 15. Déterminer l'expression de J_{eq} en fonction de J_{eqmot}, m_2, K_v et K_r. Montrer que $J_{\text{eq}} \approx J_{\text{eqmot}}$.

Validation des hypothèses

Le couple équivalent de frottement sec rapporté à l'axe de l'arbre moteur peut provenir de l'attelle articulée ou de l'ensemble moteur, soit : $C_{\text{sec}} = C_{\text{sec.moteur}} + C_{\text{sec.attelle}}$. De même pour le frottement visqueux qui peut s'écrire $f_v = f_{\text{v.moteur}} + f_{\text{v.attelle}}$.

Lors du second essai, l'hypothèse de l'absence de frottement sec, en l'absence de l'attelle, implique que $C_{\text{sec.moteur}} \approx 0$. La valeur de f_v, déterminée avec le premier essai, a été utilisée pour exploiter la mesure du deuxième essai, ce qui implique que l'hypothèse $f_{\text{v.attelle}} \approx 0$ a été implicitement faite.

Q 16. Proposer les conditions matérielles (N°1 ou N°2) ainsi que le protocole de mesure (N°1 ou N°2) d'un troisième essai qui valideraient les hypothèses $C_{\text{sec.moteur}} \approx 0$ et $f_{\text{v.attelle}} \approx 0$. Justifier brièvement ce choix, reproduire la figure 18 sur la copie puis compléter pour résumer les conditions de mise en œuvre de l'essai retenu.

Le modèle de l'ensemble moteur de l'arthromoteur est maintenant établi. Il reste à évaluer l'influence de l'action de pesanteur de la jambe et de la cuisse du patient afin de compléter ce modèle.

BY-NC-SA

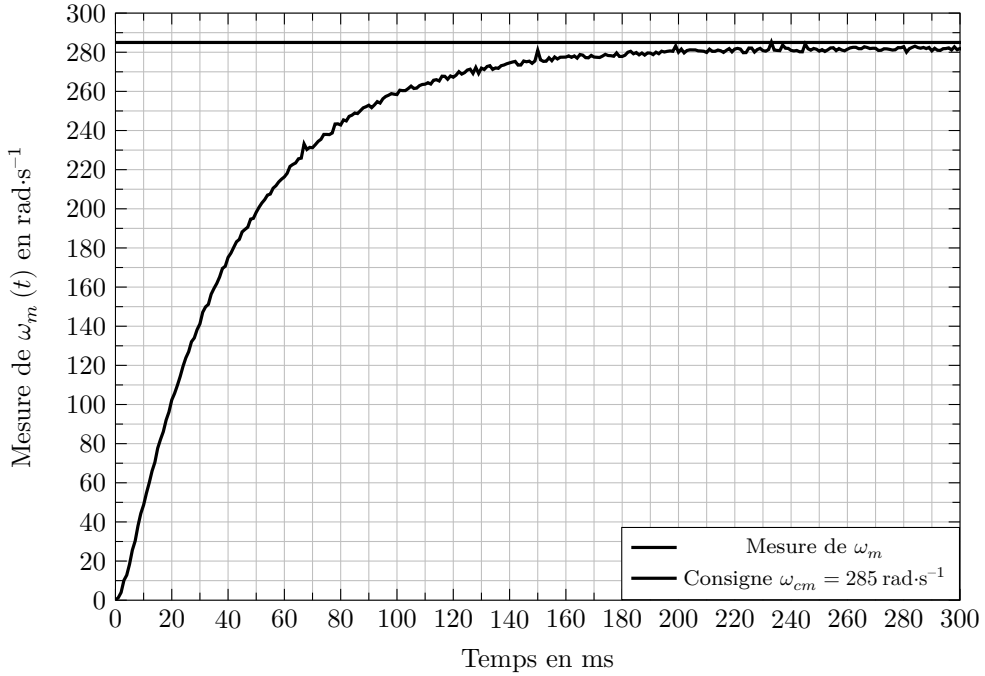


Figure 17 Vitesse de rotation du moteur pour une consigne en échelon de vitesse de 285 rad·s^{-1}

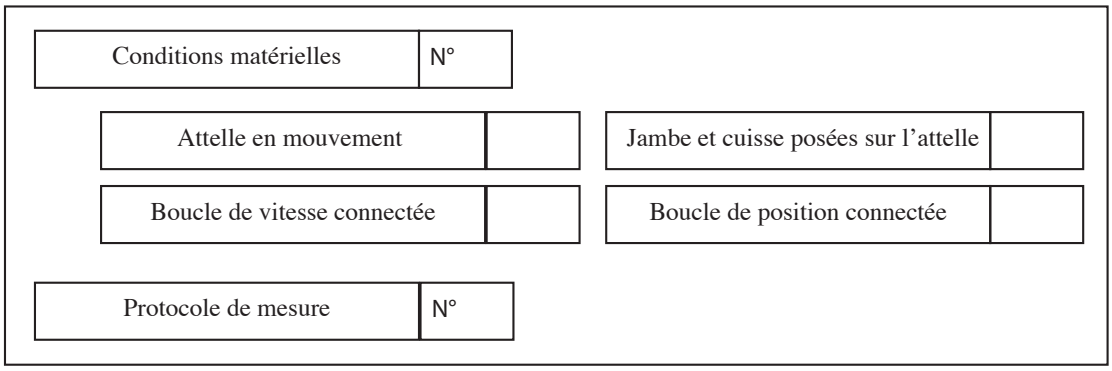


Figure 18 Résumé des conditions de mise en œuvre d'un essai de validation de $C_{\text{sec.moteur}} \approx 0$ et $f_{\text{v.attelle}} \approx 0$

III.B.3) Détermination des grandeurs caractéristiques du couple résistant dû à l'action de pesanteur

Objectif

Évaluer le couple équivalent rapporté à l'axe moteur dû à l'action de pesanteur exercée sur la jambe et la cuisse puis compléter le modèle de l'ensemble moteur en conséquence.

L'action de la pesanteur qui s'exerce sur la jambe et la cuisse est modélisée par un couple équivalent rapporté à l'arbre moteur noté C_{pes}.

La figure 19 représente le système avec la jambe et la cuisse du patient positionnées sur l'attelle articulée. La figure 20 fournit le paramétrage relatif à la jambe et la cuisse.

Hypothèses :

— le centre de l'articulation cuisse/hanche est noté C_h et est supposé fixe dans le repère R_0 lié au bâti de l'arthromoteur ;

— la structure des berceaux est telle que le centre C_g du genou du patient est confondu avec le centre C de la liaison pivot 3/4 ;

— la cuisse et le berceau crural sont en mouvement de rotation autour de l'axe de la hanche $(C_h, \vec{z}_0)$;

Notations et données :

— on note $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ l'accélération de la pesanteur ;

— le solide 3 correspond à l'ensemble {berceau jambier + jambe} et le solide 4 à {berceau crural + cuisse}.

— L_{cu} longueur de la cuisse ;

BY-NC-SA

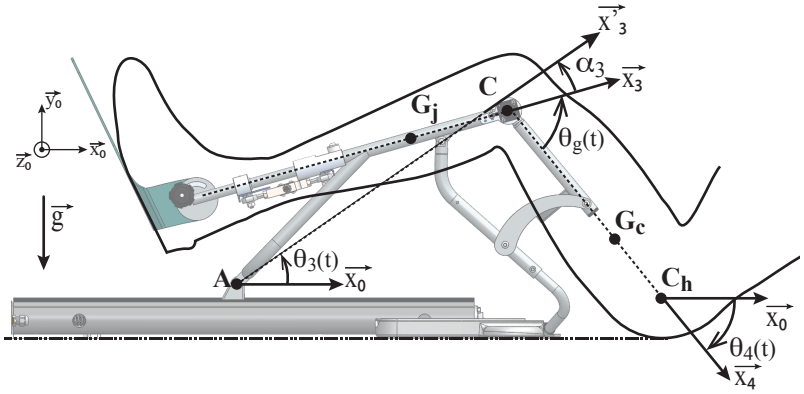


Figure 19

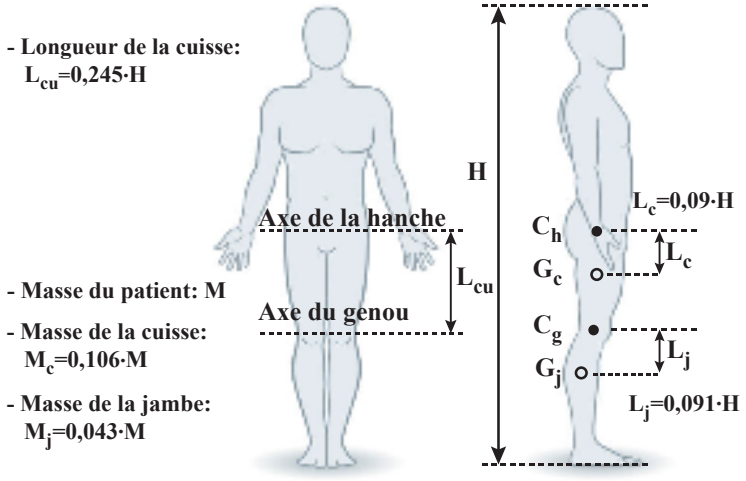


Figure 20 Patient de masse M et de hauteur H

— les points C_h et C_g correspondent respectivement au centre de l'articulation hanche/cuisse et au centre de l'articulation cuisse/jambe (centre du genou) ;

— le point G_c est le centre de gravité de la cuisse et G_j celui de la jambe ;

— $\overrightarrow{G_jC} = L_j \cdot \vec{x}_3$, $\overrightarrow{CC_h} = L_{cu} \cdot \vec{x}_4$ (données anatomiques disponibles figure 20).

Q 17. Déterminer l'expression de $\vec{V}_{G_j,3/0}$ en fonction de L_{cu}, L_j, $\dot{\theta}_4$, $\dot{\theta}_3$ et de vecteurs unitaires du paramétrage.

Q 18. Exprimer la puissance $P_{pes\to 3/0}$ de l'action mécanique de pesanteur sur 3 en fonction de M_j, g, L_j, L_{cu}, θ_3, α_3, θ_4, $\dot{\theta}_3$ et $\dot{\theta}_4$.

En procédant de façon similaire, la puissance développée par l'action mécanique de pesanteur sur la cuisse est $P_{pes\to 4/0} = M_c \cdot L_c \cdot g \cdot cos(\theta_4) \cdot \dot{\theta}_4$.

La puissance totale développée par l'action mécanique de pesanteur sur la jambe et la cuisse est $P_{pes} = P_{pes\to 3/0} + P_{pes\to 4/0}$. L'objectif est d'écrire cette puissance sous la forme $P_{pes} = C_{\text{pes}} \cdot \omega_m(t)$.

Dans le but de pouvoir continuer à mener l'étude à partir d'un modèle linéarisé de la motorisation, le couple C_{pes} sera considéré comme constant (perturbation de type échelon), et sa valeur correspondra au cas le plus défavorable pour le système : patient dont la morphologie est la plus contraignante pour le système.

Le constructeur indique que le système peut supporter un patient de masse maximale 135 kg et une taille de 1,95 m.

Dans ces conditions, $P_{pes} = \left(K_{p3} \cdot cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot cos(\theta_4)\right) \cdot \dot{\theta}_g$ avec $K_{p3} = 3{,}42$ N·m et $K_{p4} = -34{,}12$ N·m.

Il est rappelé que $\dot{\theta}_g(t) = a \cdot \dot{\lambda}(t)$, $\dot{\theta}_3(t) = K_3 \cdot \dot{\theta}_g(t)$ et $\dot{\theta}_4(t) = K_4 \cdot \dot{\theta}_g(t)$ avec $a = 4{,}25$ rad·m^{-1}, $K_3 = 0,34$ (sans unité), $K_4 = -0,66$ (sans unité), $K_r = \dfrac{1}{16}$ et $K_v = \dfrac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi}$ m·rad^{-1}. De plus $\alpha_3 = 19{,}15°$.

Q 19. Exprimer P_{pes} en fonction de θ_3, α_3, θ_4 et $\omega_m(t)$.

Q 20. Lors de la flexion de genou sur un intervalle $[35°, 85°]$, θ_3 varie dans l'intervalle $[23{,}8°; 40{,}66°]$ et θ_4 dans l'intervalle $[-30{,}35°; -63{,}49°]$, donner la valeur de θ_3 et celle de θ_4 pour lesquelles la valeur absolue du couple C_{pes} est maximale.

La valeur maximale de $|C_{\text{pes}}|$, trouvée avec ce qui précède, conduit à retenir $C_{\text{pes}} = -0{,}005$ N·m. Suite à l'étude menée précédemment, il est possible de modéliser la commande du moteur selon la figure 21.

BY-NC-SA

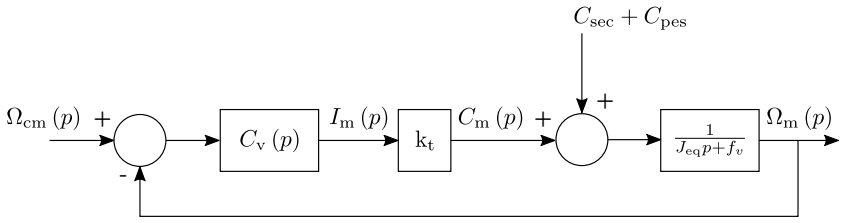


Figure 21 Commande en vitesse angulaire du moteur

Quatrième essai en présence de la cuisse et de la jambe

— **Conditions matérielles N°4**

Dans le but de valider la modélisation de la commande en vitesse du moteur, un essai est réalisé avec le système réel en plaçant des masses sur les berceaux, simulant la présence d'un patient dont la morphologie correspond à celle utilisée pour calculer C_{pes}.

Il est rappelé que pour ce quatrième essai $C_v(p) = K_p$ avec $K_p = 0{,}0094\ \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ (valeur par défaut implantée dans la carte de commande).

— **Protocole de mesure N°4**

Une mesure de la vitesse angulaire du moteur $\omega_m(t)$ est réalisée pour une consigne en échelon de vitesse $\omega_{cm}(t) = \omega_{m0}$ avec $\omega_{m0} = 285\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ en partant de la position angulaire $\theta_g = 35°$.

Les conditions de mise en œuvre de ce quatrième essai sont résumées sur la figure 22.

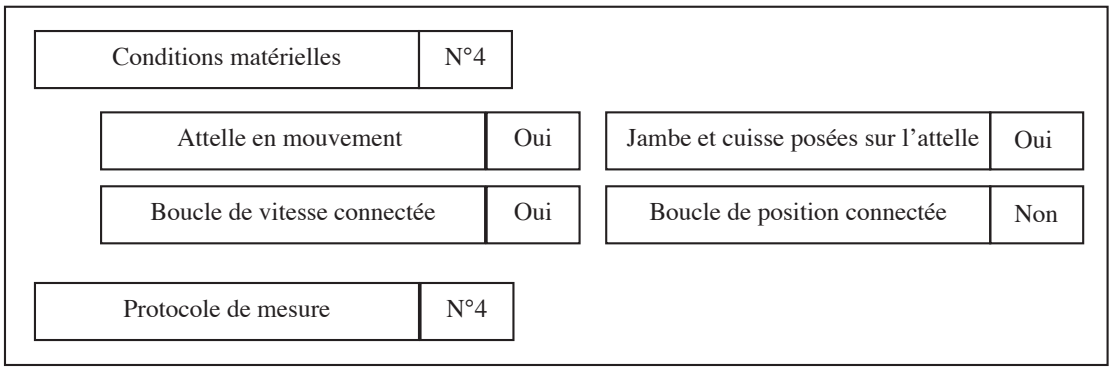


Figure 22 Résumé des conditions de mise en œuvre du quatrième essai

La figure 23 montre :

— une acquisition de $\omega_m(t)$ réalisée dans les conditions de mise en oeuvre résumées figure 22 ;

— ainsi que le résultat de la simulation du modèle déterminé précédemment (figure 21).

Les performances attendues pour la commande en vitesse angulaire du moteur sont définies dans le tableau 2.

Performance	Critère	Niveau
Précision en vitesse angulaire	Erreur	Nulle en régime permanent pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$t_{r5\%} \leqslant 0{,}3$ s

Tableau 2 Performances attendues de l'asservissement en vitesse du moteur de l'arthromoteur

Q 21. À partir de la figure 23 et du tableau 2, conclure sur la validité du modèle de la commande en vitesse angulaire du moteur en analysant l'écart simulé-mesuré. Par l'analyse de l'écart mesuré-souhaité, justifier que le correcteur $C_v(p)$ choisi par défaut ne convient pas. La réponse apportée doit être argumentée et s'appuyer sur des critères clairs et précis.

Il apparait que le comportement du système réel n'atteint pas les performances attendues à cause de la présence de la jambe et de la cuisse sur l'attelle. Il est nécessaire de choisir et de dimensionner le correcteur C_v pour que la commande en vitesse angulaire du moteur soit en accord avec les performances attendues du tableau 2.

III.B.4) Réglage du correcteur de la boucle de vitesse angulaire $C_V(p)$

Objectif

Régler les constantes du correcteur de la boucle de vitesse angulaire.

La carte de commande choisie par le constructeur comporte un correcteur de type Proportionnel Intégral dont la fonction de transfert est $C_v(p) = K_p + \dfrac{K_i}{p}$. L'objectif est de déterminer la valeur de K_i pour que la commande du moteur ait des performances au niveau de celles définies tableau 3.

BY-NC-SA

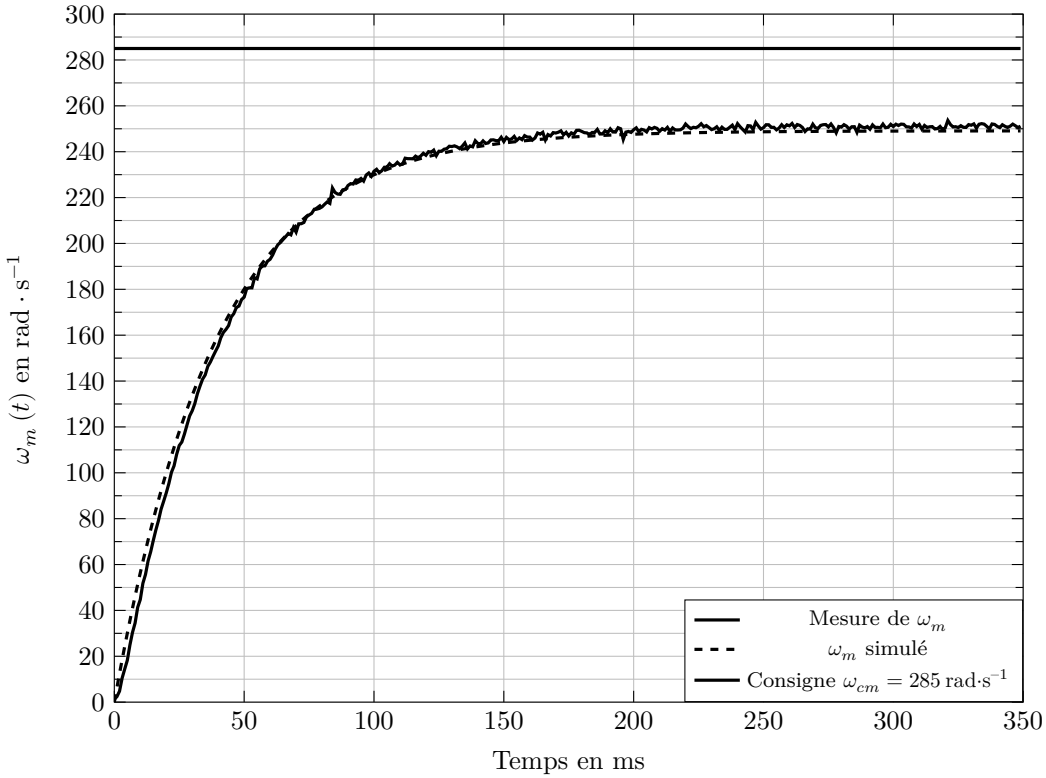


Figure 23 Mesure sur système réel et résultat de simulation pour une consigne de vitesse angulaire en échelon

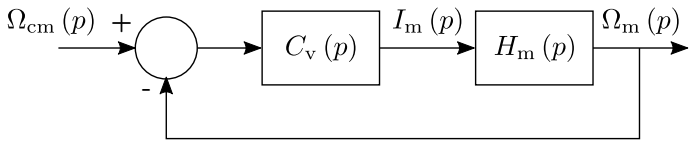


Figure 24 Commande utilisée pour l'essai en consigne de vitesse angulaire du moteur

Données :

— $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$ avec $K_m = 10\ 000$ rad·s^{-1}·A^{-1} et $\tau_m = 3{,}7$ s ;

— il est rappelé que $K_p = 0{,}0094$ A·s·rad^{-1}.

Le rôle du correcteur intégral est d'atténuer les effets de la perturbation. Les performances attendues pour la commande en vitesse angulaire du moteur sont définies dans le tableau tableau 3. Elles sont définies pour le cas le plus défavorable pour le système.

Performance	Critère	Niveau
Précision en vitesse angulaire	Erreur	Nulle en régime permanent pour une perturbation constante.
Amortissement	Chute de vitesse maximale pour une pertubation en échelon de –0,005 N·m, pendant la phase à vitesse constante	$\leqslant$ 14 rad·s^{-1}.
Rapidité	Temps de réponse pour atteindre la vitesse en régime permanent à ± 1 rad·s^{-1} suite à une perturbation en échelon de –0,005 N·m pendant la phase à vitesse constante.	$T_r \leqslant 0{,}3$ s

Tableau 3 Performances attendues de l'asservissement en vitesse angulaire du moteur de l'arthromoteur pour contrer les effets d'une perturbation.

Q 22. Montrer que l'expression de $H_v(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$ peut se mettre sous la forme $H_v(p) = \dfrac{1 + \tau \cdot p}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

Déterminer l'expression du facteur d'amortissement ξ en fonction de K_p, K_m, K_i et τ_m. Quelle est l'influence de K_i sur l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire ?

BY-NC-SA

Q 23. À l'aide de la figure 25, choisir la valeur de K_i qui permet à l'asservissement de vitesse angulaire du moteur de respecter tous les critères du tableau 3 sans dégrader l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire. Justifier ce choix.

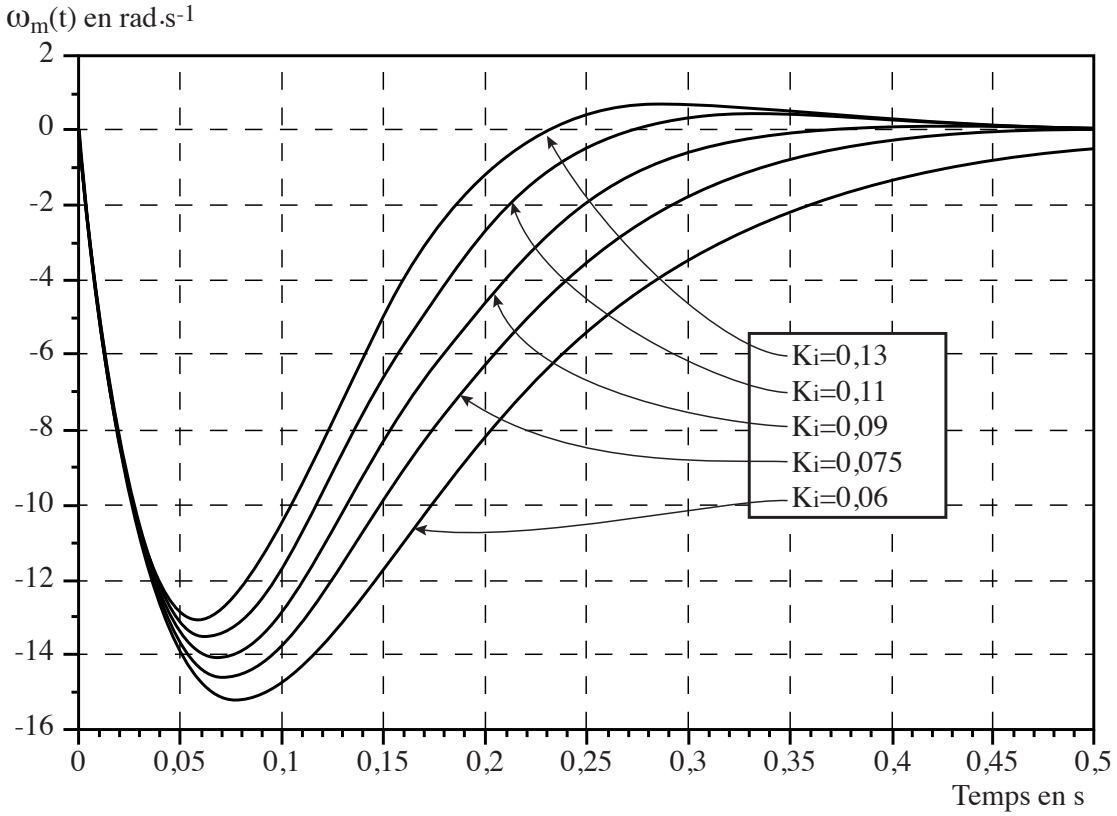


Figure 25 Chute de vitesse angulaire du moteur pour un échelon de perturbation de –0,005 N·m

La boucle d'asservissement du moteur étant totalement définie, il reste à étudier l'asservissement complet en position du genou.

III.C – Réglage du correcteur de la boucle de position $C_p(p)$

Objectif

Régler les constantes du correcteur de la commande en position angulaire du genou.

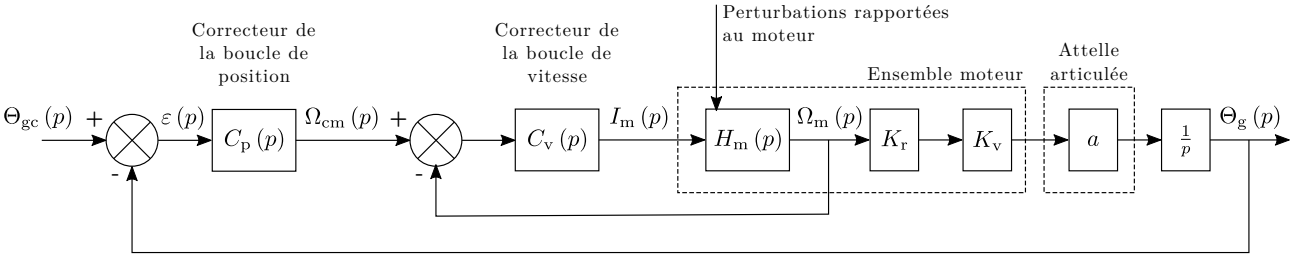


Figure 26 Schéma-bloc de la commande en position du genou

L'objectif est maintenant de dimensionner le correcteur proportionnel $C_p(p)$ de la commande en position du genou implanté par le concepteur de l'arthromoteur. Le correcteur $C_p(p)$ est du type proportionnel avec $C_p(p) = K_g$. La valeur par défaut de K_g est $2865\,\text{s}^{-1}$.

Il est essentiel que l'arthromoteur soit un bon « suiveur », et à ce titre l'exigence 1.2.1 doit être respectée pour assurer la qualité thérapeutique de l'arthromoteur.

Pour une consigne $\theta_{gc}(t)$ non constante, l'erreur $\varepsilon(t) = \theta_{gc}(t) - \theta_g(t)$ est inversement proportionnelle au gain de la F.T.B.O. $H_{bo}(p) = \dfrac{\Theta_g(p)}{\varepsilon(p)}$ qui est fonction de K_g. Un compromis entre la précision et la stabilité conduit à choisir K_g tel que la pulsation de coupure ω_{0BO} à 0 dB de la F.T.B.O. $H_{bo}(p)$ soit égale à $3\,\text{rad·s}^{-1}$.

La figure 27 représente une partie du diagramme de Bode en gain de la F.T.B.O. sur l'intervalle de pulsation $[0{,}1\,\text{rad·s}^{-1}; 10\,\text{rad·s}^{-1}]$ pour $K_g = 2865\,\text{s}^{-1}$.

Q 24. Déterminer la valeur de K_g telle que la pulsation de coupure $\omega_{0\,BO}$ de la F.T.B.O. $H_{bo}(p)$ soit égale à $3\,\text{rad·s}^{-1}$.

BY-NC-SA

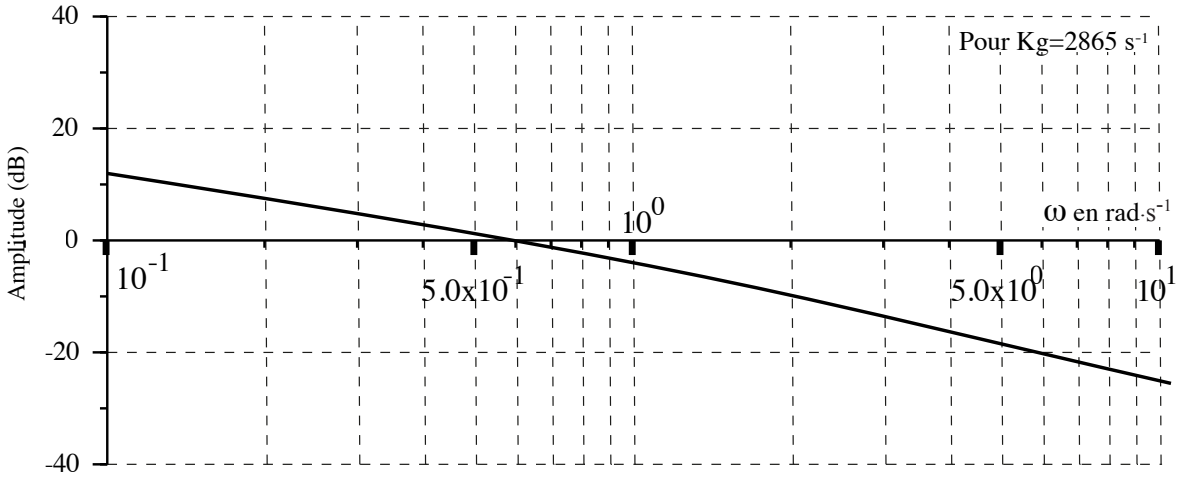


Figure 27 Diagramme de Bode en gain de la F.T.B.O de la commande en position angulaire du genou

Le correcteur de la commande en position du genou étant déterminé, il reste à valider la valeur de son gain K_g en analysant le comportement du système réel vis-à-vis des exigences à respecter.

IV Conclusion et synthèse

IV.A – Validation des réglages de la carte de commande

Objectif

Valider les réglages théoriques à l'aide d'un essai sur l'arthromoteur.

Suite à la détermination des paramètres du correcteur de la boucle de vitesse et de la génération de consigne, les valeurs trouvées dans les études précédentes sont implantées dans la carte de commande de l'arthromoteur.

La figure 29 représente le résultat d'un essai sur l'arthromoteur dans le cadre d'une rééducation des ligaments croisés. La consigne d'angle de genou impose une flexion de 35 degrés à 85 degrés.

Cinquième essai pour la validation du réglage du correcteur de la boucle de position du genou

Conditions matérielles N°5

Dans le but de valider la commande en position angulaire du genou, un essai est réalisé avec le système réel en présence d'un patient dont la morphologie correspond à celle utilisée pour calculer C_{pes}.

Protocole de mesure N°5

Une mesure de la position angulaire du genou $\theta_g(t)$ est réalisée pour une consigne angulaire $\theta_{gc}(t)$ du genou conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés, $\theta_i = 35°$, $\theta_f = 85°$ et $\omega_0 = 240\ ^\circ \cdot \text{min}^{-1}$.

Conditions matérielles	N°5		
Attelle en mouvement	Oui	Jambe et cuisse posées sur l'attelle	Oui
Boucle de vitesse connectée	Oui	Boucle de position connectée	Oui
Protocole de mesure	N°5		

Figure 28 Résumé des conditions de mise en œuvre du cinquième essai

Q 25. Les exigences 1.2.1 et 1.2.3 sont-elles respectées par l'arthromoteur automatisé suite aux réglages du correcteur de la boucle de vitesse et du gain K_g du correcteur de la boucle de position ? Argumenter avec des comparaisons quantifiées.

BY-NC-SA

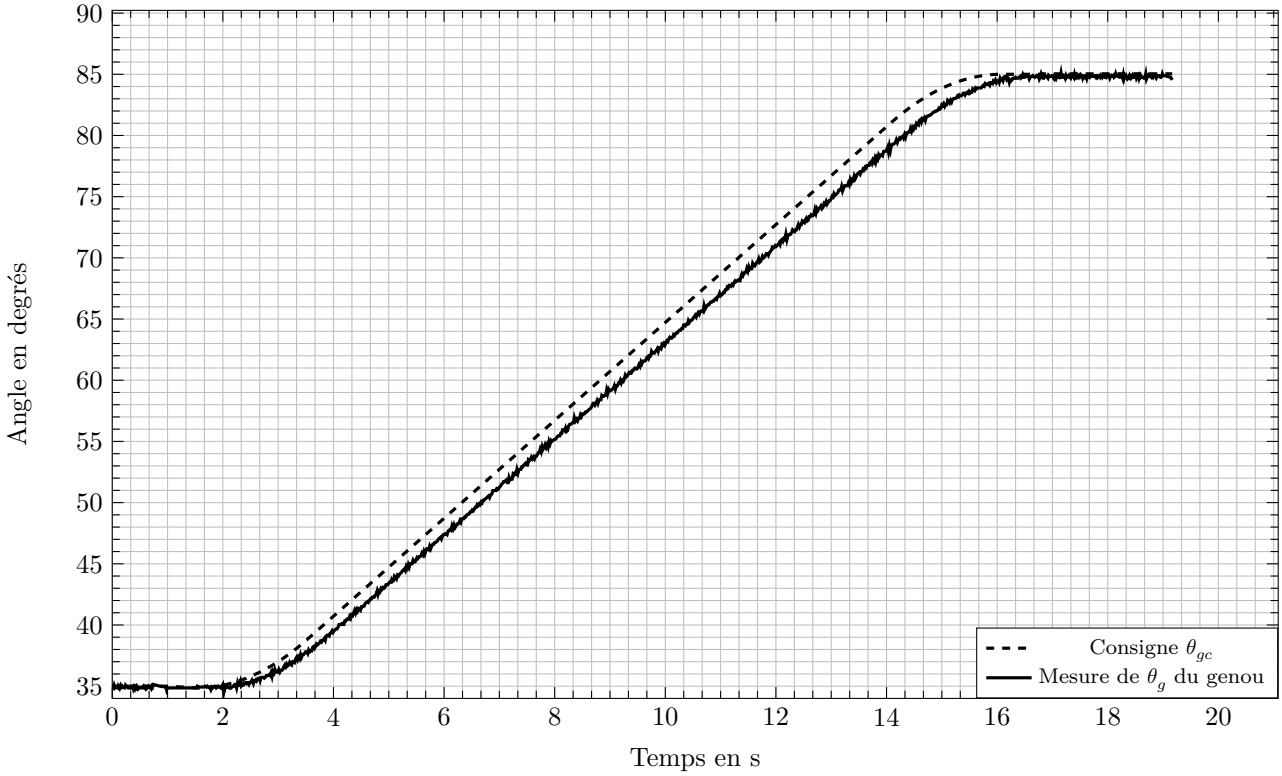


Figure 29 Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé réglé

IV.B – Synthèse de l'étude

Objectif

Conclure sur la capacité de l'arthromoteur automatisé à être qualifié pour tout type de rééducation passive du genou avec les paramètres caractéristiques de la carte de commande déterminés dans l'étude précédente.

L'étude réalisée dans ce sujet avait pour contexte la rééducation des ligaments croisés du genou. Cependant, l'arthromoteur permet d'atteindre des angles limites de -5° et 110° (figure 30) et un choix de vitesses angulaires du genou de 50 à 240° par minute pour couvrir plusieurs types de rééducation du genou. Il est nécessaire de vérifier si le réglage de l'arthromoteur automatisé, effectué précédemment, reste valable pour tout type de fonctionnement en mode passif.

Toutefois, cette réflexion sera limitée au cas où la plage $(\theta_f - \theta_i)$ resterait constante et égale à 50° et où le mouvement de flexion-extension serait choisi pour d'autres valeurs de θ_i, $\theta_i \in [-5°, 60°]$.

Q 26. Le modèle adopté pour le réglage des deux correcteurs de la commande de l'arthtomoteur automatisé est un modèle linéaire. Quel paramètre du modèle de la figure 26, choisi constant pour cette étude, est affecté par le choix de θ_i, $\theta_i \in [-5°, 60°]$?

Q 27. Citer deux autres grandeurs physiques de la figure 26 qui sont fonction de ce paramètre et indiquer si l'étude effectuée prend en compte cette variation.

Q 28. Parmi les deux correcteurs de la commande, lequel aurait son réglage affecté par la variation de ce paramètre ? Justifier succinctement cette réponse.

BY-NC-SA

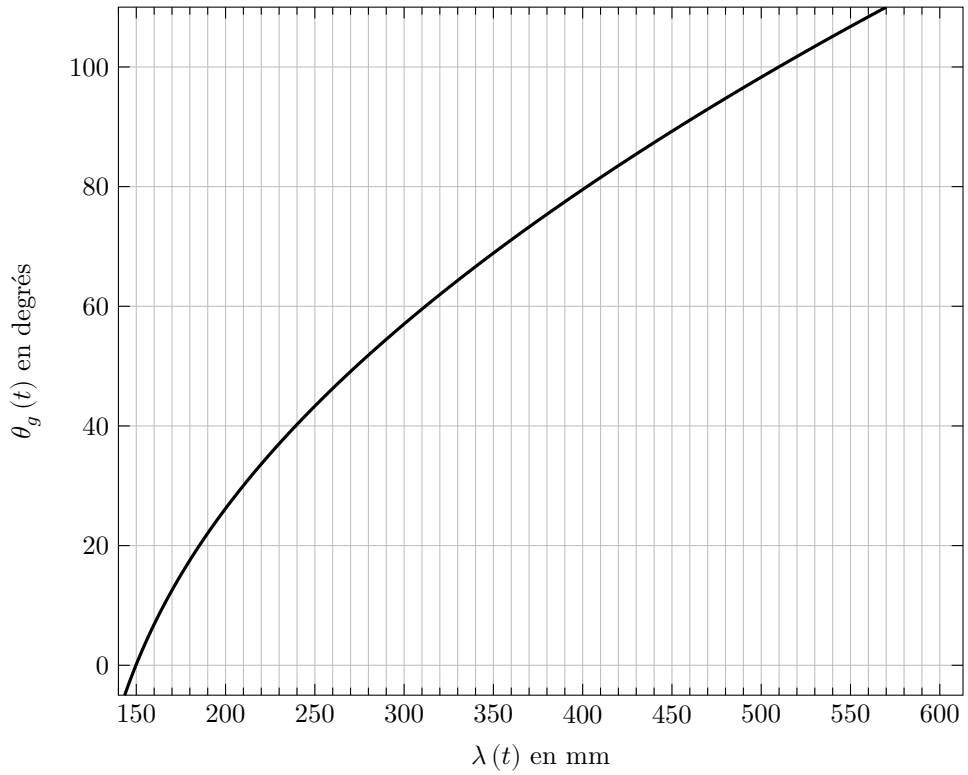


Figure 30 Angle du genou en fonction du déplacement de la coulisse 2 pour toute la plage d'utilisation

BY-NC-SA

V Annexes

V.A – Diagramme des exigences de l'arthromoteur pour la rééducation des ligaments croisés

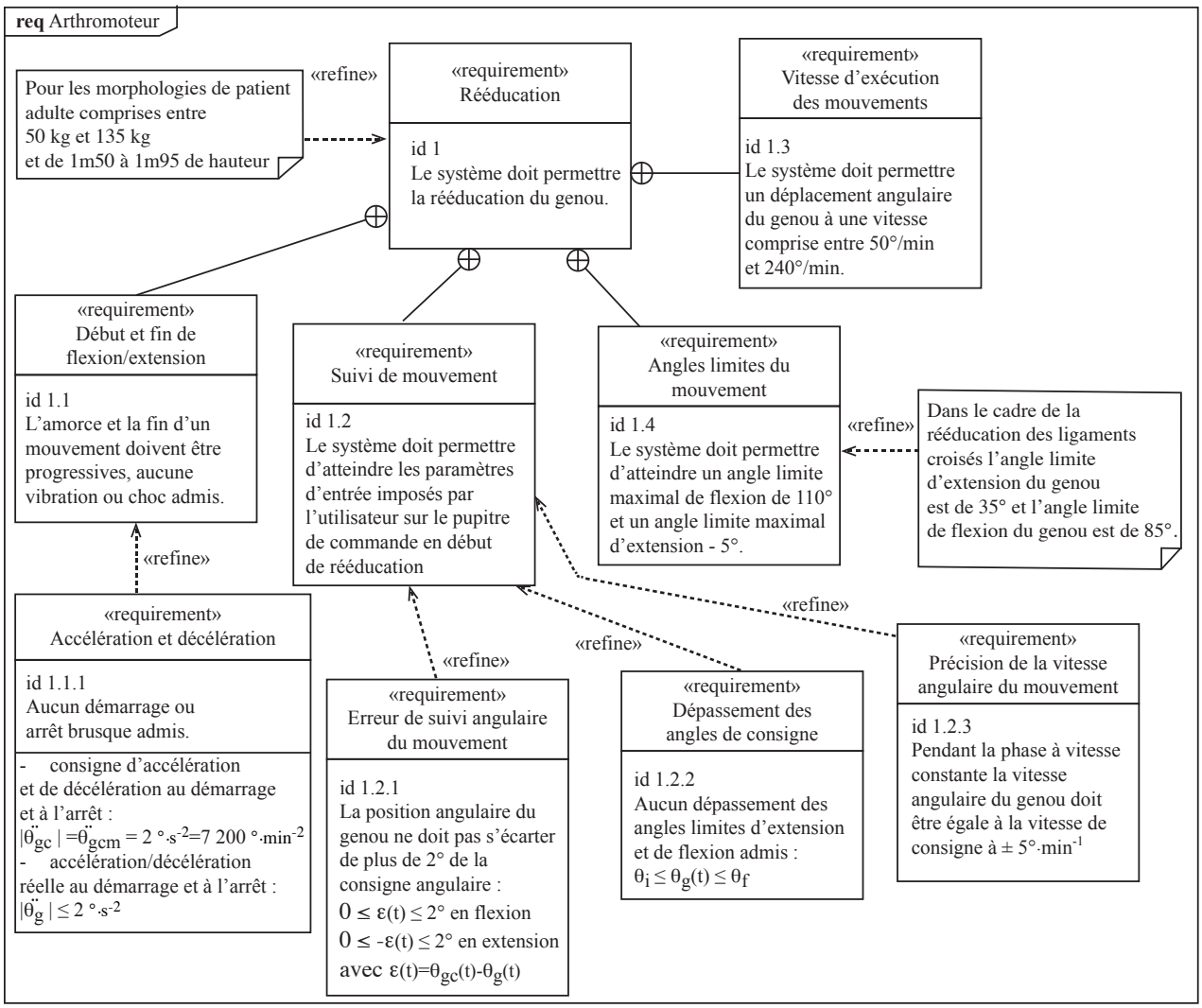


Figure 31 Exigences liées à la rééducation des ligaments croisés du genou

BY-NC-SA

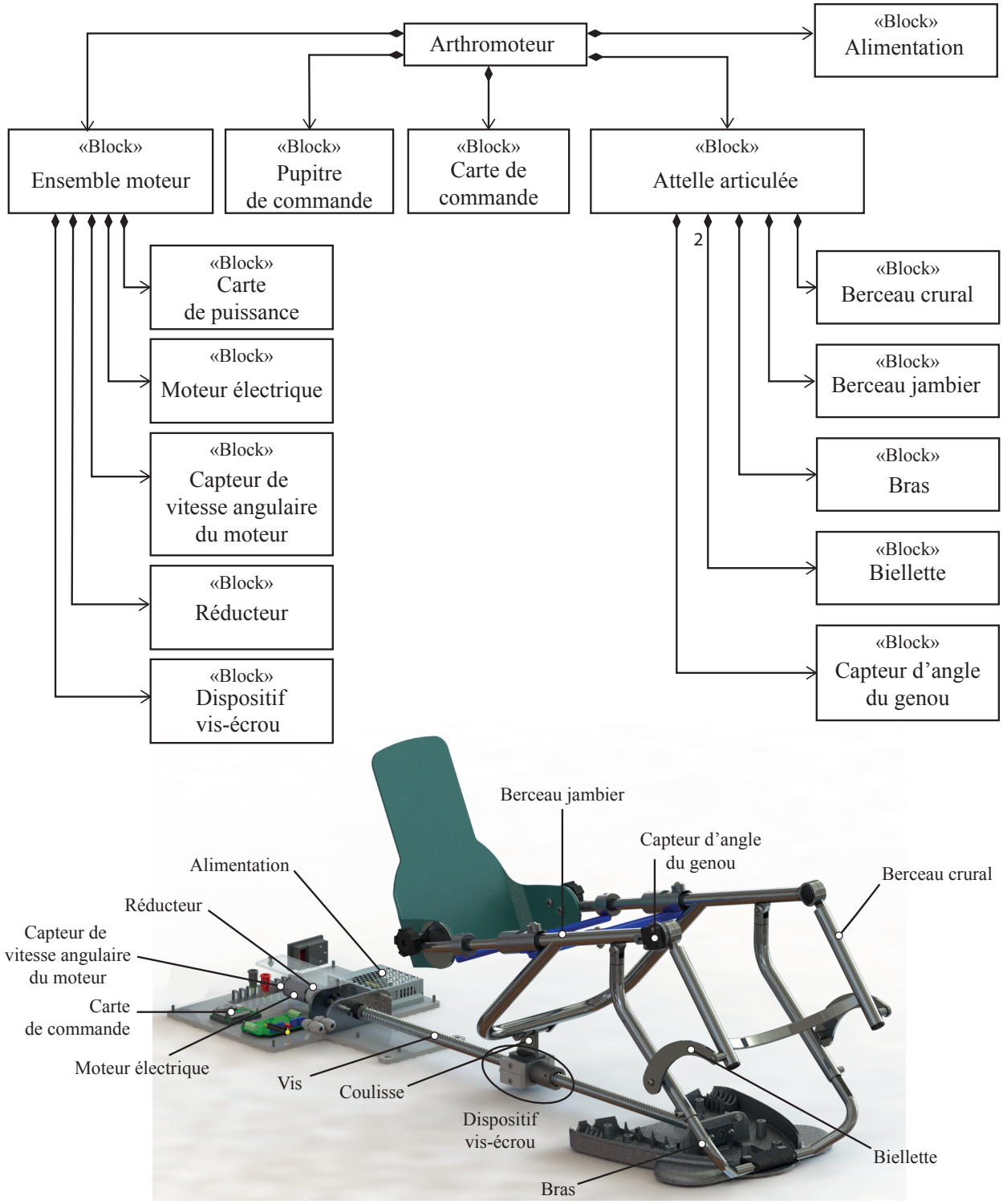


Figure 32 Diagramme BDD de l'arthromoteur automatisé

BY-NC-SA

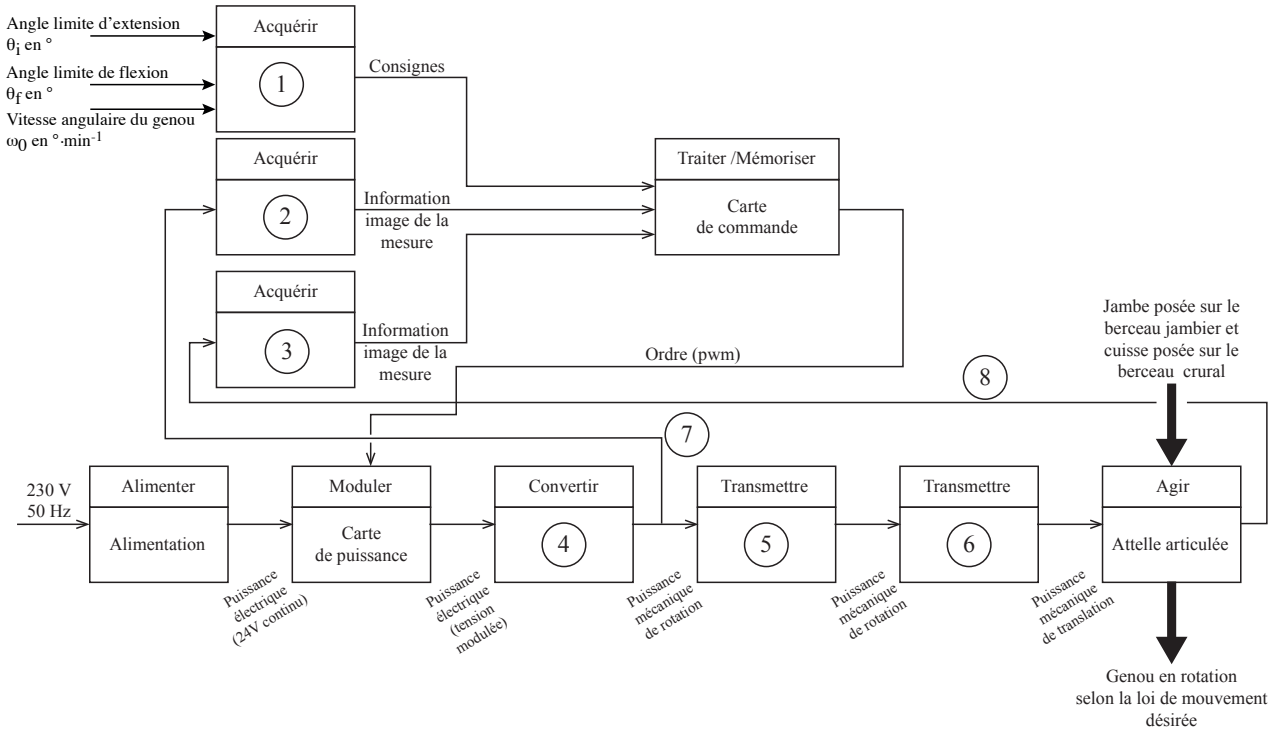
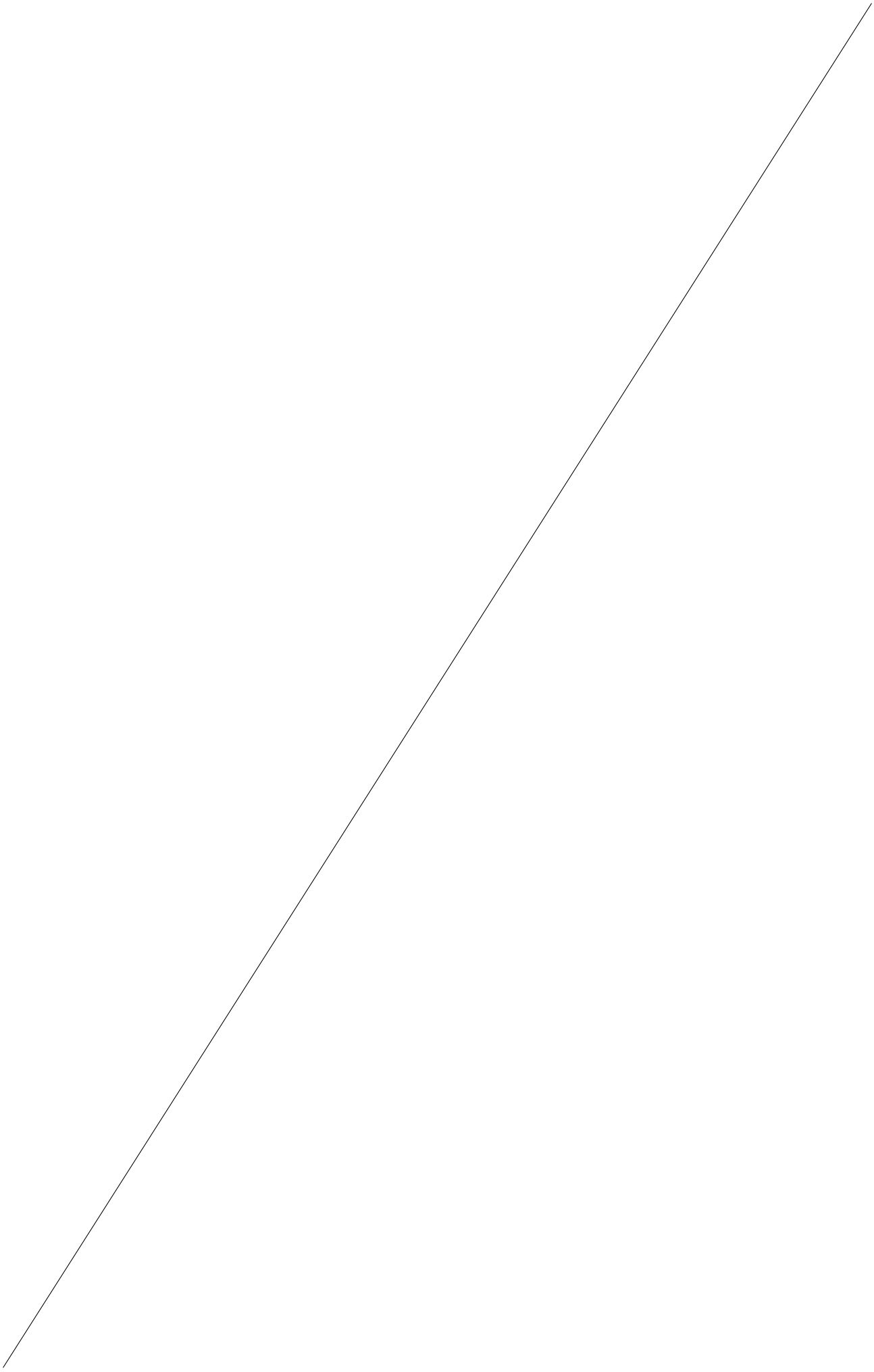


Figure 33 Chaines d'information et de puissance de l'arthromoteur automatisé

• • • FIN • • •

BY-NC-SA



BY-NC-SA

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Filtrage linéaire
- Régimes transitoires
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Mesures et incertitudes

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp