Concours Centrale-Supélec, France

Session 2026, filière MP

Option sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : étude du mouvement souhaité de la nacelle
- Partie B : modélisation du mécanisme de transmission du mouvement
- Partie C : modélisation de la dynamique de la nacelle
- Partie D : synthèse d'une loi de commande de l'actionneur
- Partie E : vérification de l'exigence liée à la consommation d'énergie et analyse d'une évolution structurelle de l'ouvrage

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mp/2026/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

S2I

4 heures

MP

Calculatrice autorisée

2026

Tour British Airways i360

Présentation du contexte et objectifs de l'étude



Figure 1 – Vues de la tour British Airways i360

Conçue par les architectes Marks & Barfield et réalisée en collaboration avec l'entreprise française POMA, la tour British Airways i360 (FIGURE 1) est une tour d'observation ascensionnelle installée à Brighton en Angleterre. La nacelle en forme de tore, dans laquelle embarquent jusqu'à 200 passagers, est uniquement animée d'un mouvement de translation verticale par rapport au mât encastré au sol. Cette nacelle, recouverte de verre, permet aux passagers de profiter d'une vue panoramique à 360° sur la ville balnéaire de Brighton, à une hauteur de 130 m au-dessus du niveau du sol. À ce titre, la tour British Airways i360 établit le record de l'ouvrage le plus élancé au monde grâce à son mât d'environ 160 m de haut et de 4 m de diamètre.

La tour s'inscrit dans une démarche de fonctionnement écologique visant à limiter sa consommation d'énergie. Seule l'énergie électrique consommée par le dispositif servant à mettre en mouvement la nacelle est étudiée dans ce sujet.

Le cahier des charges partiel du commanditaire de la tour British Airways i360 est décrit dans le TABLEAU 1.

Exigences	Descriptif
Id 1 – Accueillir les visiteurs	4 000 visiteurs chaque jour doivent pouvoir bénéficier de la vue panoramique
Id 2 – Proposer une visite en toute sécurité et dans le confort	Les accélérations et vitesses linéaires de la nacelle doivent être limitées quel que soit le nombre de passagers dans la nacelle
Id 3 – Limiter la consommation d'énergie électrique	La récupération d'énergie électrique à la descente doit être supérieure à la moitié de l'énergie électrique consommée à la montée

Tableau 1 – Cahier des charges partiel du commanditaire de la tour British Airways i360

Certaines données et structures de l'ouvrage ont fait l'objet de modifications par rapport à la réalité pour des raisons de protection industrielle notamment.

Objectifs de l'étude

Déterminer une loi de commande permettant de satisfaire les exigences de sécurité et de confort des passagers tout en optimisant la consommation d'énergie.

Pour atteindre les objectifs fixés, la démarche retenue dans le sujet est la suivante :

- décrire le mouvement souhaité de la nacelle conformément aux exigences du commanditaire ;
- établir les modèles cinématique et dynamique du dispositif servant à mettre en mouvement la nacelle ;
- synthétiser une loi de commande de l'actionneur mettant en mouvement la nacelle conformément aux exigences du commanditaire ;
- vérifier la performance liée à la consommation d'énergie électrique de l'actionneur.

Partie A – Étude du mouvement souhaité de la nacelle

Objectif

Décrire le mouvement souhaité de la nacelle conforme à la visite panoramique, aux exigences de sécurité et de confort des passagers.

I – Modélisation du mouvement souhaité de la nacelle

Notations

- le sol avec le mât, de repère associé $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, supposé galiléen dans tout le sujet, est repéré par le chiffre 0 ;
- la nacelle est repérée par la lettre N. Son centre de gravité G est supposé porté par l'axe $(O_0, \vec{z})$ au cours du mouvement de la nacelle ;
- la position linéaire souhaitée de la nacelle N par rapport au sol 0 est notée $\overrightarrow{O_0G} = z_s(t) \cdot \vec{z}$ exprimée en m ;
- la vitesse linéaire souhaitée du centre de gravité G de la nacelle N par rapport au sol 0 est notée $\vec{V}_{G,N/0} = v_s(t) \cdot \vec{z}$ exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- l'accélération linéaire souhaitée du centre de gravité G de la nacelle N par rapport au sol 0 est notée $\vec{a}_{G,N/0} = a_s(t) \cdot \vec{z}$ exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Le cycle souhaité de la nacelle suit les étapes suivantes :

- une phase ascensionnelle de la nacelle, d'une durée maximale de 6 minutes, décomposée en sous-phases dont la description est fournie ci-dessous,
  - les passagers ont fini d'embarquer dans la nacelle immobile à l'instant t=t_0=0, au niveau du sol ($z_s(t_0) = 0$ et $v_s(t_0) = 0$), appelé niveau inférieur ;
  - le début de l'ascension s'effectue à accélération linéaire constante, notée $a_1 > 0$, et dure t_1 secondes. La vitesse linéaire atteinte à l'instant t_1 est notée v_{nom} et vaut 0,5 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;
  - jusqu'à l'instant t_2, la vitesse est constante et égale à v_{nom} ;
  - la fin de l'ascension, réalisée à accélération linéaire constante égale à $-a_1$, dure jusqu'à l'instant t_3 ;
- la nacelle est immobile au sommet de la tour, à une altitude souhaitée $z_s(t_3) = 130$ m, appelé niveau supérieur. Les passagers restent dans la nacelle et peuvent observer la vue panoramique de la ville de Brighton et ses environs, pendant 10 minutes ;
- une phase descensionnelle de la nacelle, d'une durée maximale de 6 minutes, qui suit le même cycle que le cycle ascensionnel, mais avec des vitesses linéaires et accélérations linéaires souhaitées de signes opposés à la phase ascensionnelle. Les instants sont notés chronologiquement t_4, t_5, t_6 et t_7, avec $z_s(t_4) = 130$ m et $z_s(t_7) = 0$ m.

Compte-tenu des règles de sécurité, des conditions d'accessibilité à la nacelle et afin d'assurer un confort optimal des passagers de la tour British Airways i360 durant leur visite et leur découverte de la ville de Brighton, les exigences retenues sont décrites dans le Tableau 2.

Exigences	Critères	Niveaux
Sécurité	Vitesse linéaire maximale de la nacelle	$v_{max} = 0{,}6$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Accessibilité	Précision de la position de la nacelle au niveau inférieur	$\Delta z \leqslant 5$ mm
Panorama	Précision de la position de la nacelle au niveau supérieur	$\Delta z =\leqslant 5$ mm
Confort	Accélération linéaire maximale de la nacelle	$a_{max} = 0{,}015$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Tableau 2 – Exigences relatives à la sécurité, à l'accessibilité, au panorama et au confort des passagers – Id 2

Les évolutions temporelles de l'accélération linéaire souhaitée $a_s(t)$ et de la vitesse linéaire souhaitée $v_s(t)$ de la nacelle sont représentées sur la Figure 2.

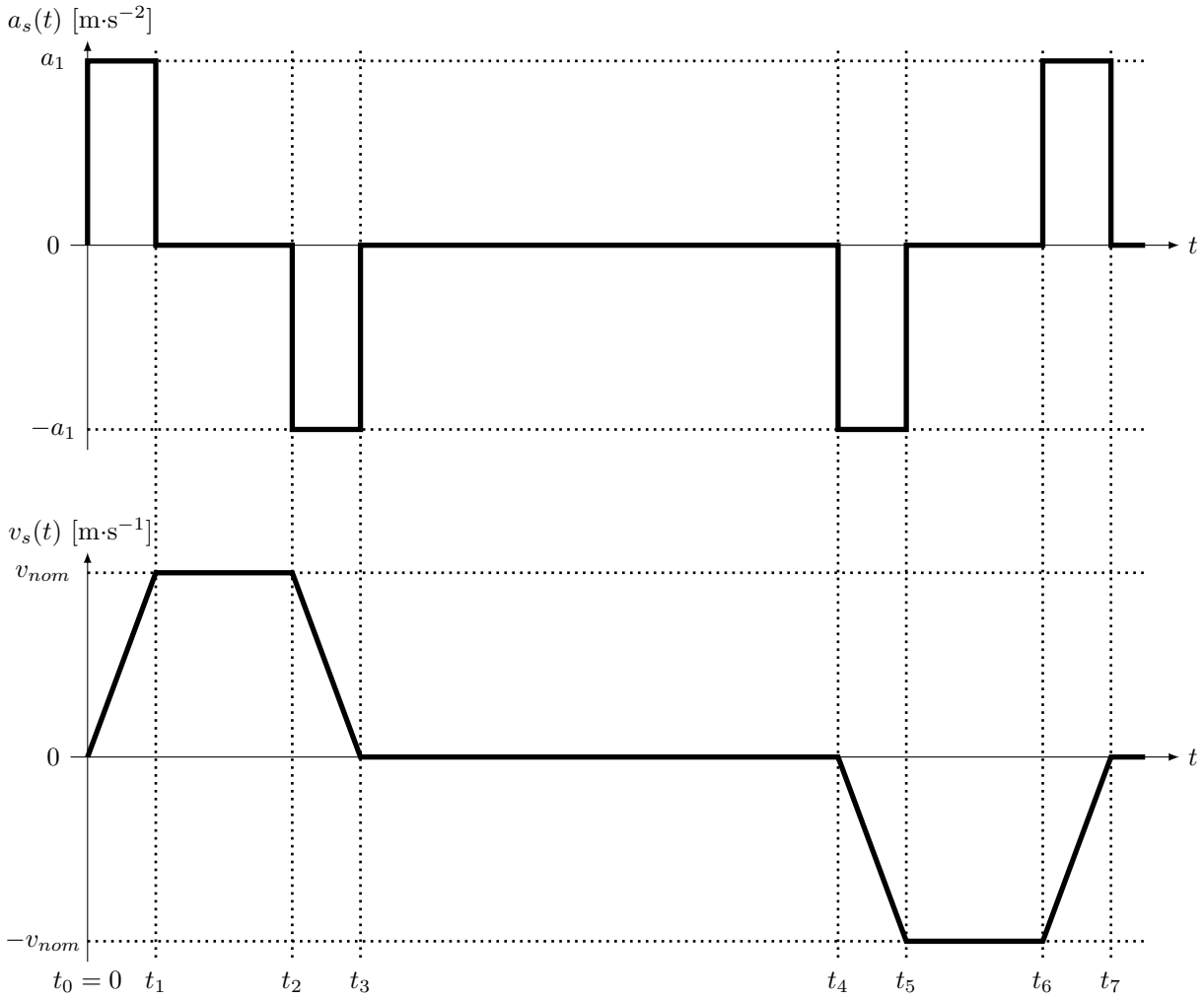


Figure 2 – Évolutions de l'accélération linéaire souhaitée $a_s(t)$ et de la vitesse linéaire souhaitée $v_s(t)$ de la nacelle N sur un cycle complet

Q1. Sur la copie, et pour le cycle souhaité de la nacelle, tracer l'allure de l'évolution temporelle de la position linéaire souhaitée $z_s(t)$ de la nacelle N. Préciser les ordonnées caractéristiques $z_s(t_3)$ et $z_s(t_7)$.

Q2. Vérifier que, si $t_1 = 40$ s, $t_3 - t_2 = 40$ s et $v_{nom} = 0{,}5$ m·s^{-1}, il est possible d'atteindre une altitude de 130 m en une durée t_3 maximale de 6 minutes. Par ailleurs, vérifier le respect de l'exigence de confort du Tableau 2.

Afin de respecter les exigences de sécurité et de confort des passagers, le profil de vitesse établi dans cette partie sera la consigne de vitesse linéaire. Toutefois, un suivi particulier de la position de la nacelle sera nécessaire pour atteindre les niveaux inférieur et supérieur avec précision (critères d'accessibilité et de panorama du Tableau 2).

II – Présentation de la cinématique de mise en mouvement de la nacelle

L'élancement de l'ouvrage, la variation d'altitude nécessaire de la nacelle et le faible espace disponible dans le mât, ont conduit les ingénieurs à faire un choix de mise en mouvement de la nacelle par 2 types de câbles, dits tracteur et d'équilibrage, associés à un contrepoids (Figure 3).

La mise en mouvement de translation verticale de la nacelle N de direction $\vec{z}$ par rapport au sol 0 (Figure 3) est réalisée par :

- 4 câbles d'équilibrage qui connectent la nacelle au contrepoids. Placés dans des rainures verticales situées à l'extérieur du mât, aux quatre points cardinaux, ces câbles assurent la stabilité horizontale de la nacelle. Chacun d'eux s'enroule autour d'une poulie d'équilibrage positionnée dans la partie supérieure du mât, puis redescend à l'intérieur du mât pour être fixé à son autre extrémité au contrepoids ;
- 1 câble tracteur, dont une de ses extrémités est fixée au sol (voir Ancrage au sol sur la Figure 3), s'enroule ou se déroule sur un tambour déporté du mât par l'intermédiaire de la poulie de renvoi. Le tambour est mis en rotation par un actionneur associé à un réducteur de vitesse.

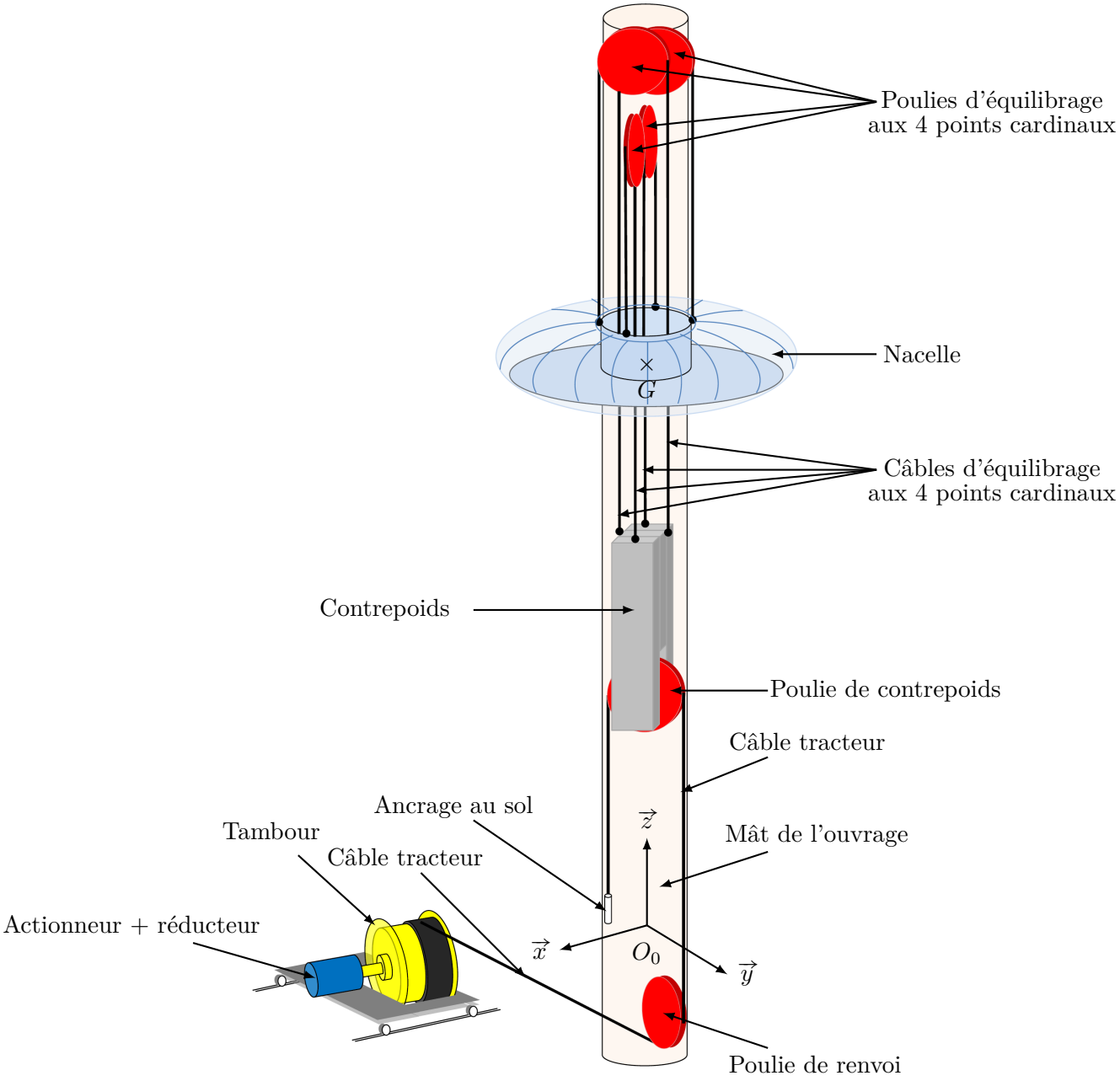


Figure 3 – Schéma technique de la tour British Airways i360

La structure de commande retenue pour la mise en mouvement de la nacelle N de la tour British Airways i360 est proposée sur la FIGURE 4.

La grandeur $\omega_{mc}(t)$ représente la vitesse angulaire de consigne de l'actionneur. Elle est générée à partir de la loi d'évolution de la vitesse linéaire souhaitée $v_s(t)$ de la nacelle.

La grandeur $c_{ref}(t)$ est la grandeur de commande de l'ensemble {Préactionneur + actionneur}. Cet actionneur délivre au réducteur de vitesse une action mécanique du type couple, notée $c_{em}(t)$.

Les grandeurs géométriques et cinématiques, notées $\theta_m(t)$ et $\omega_m(t)$ sont mesurées par des capteurs respectivement de position angulaire et de vitesse angulaire, situés au niveau de l'axe de rotation l'actionneur.

Afin de valider les exigences du cahier des charges du commanditaire TABLEAU 1, il est nécessaire d'établir un modèle global de la tour British Airways i360. Les parties B, C et D sont consacrées à l'élaboration de ce modèle et la partie E est consacrée à l'étude de la consommation d'énergie électrique du dispositif de mise en mouvement de la nacelle.

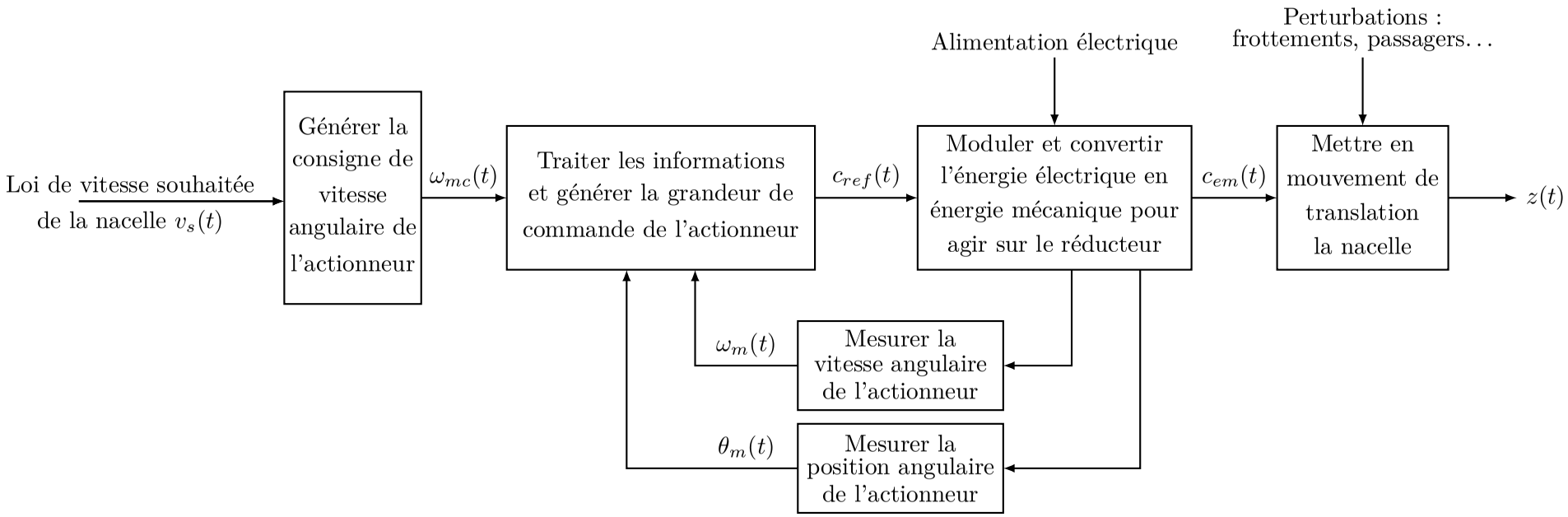


Figure 4 – Structure fonctionnelle de la commande de l'actionneur pour la mise en mouvement de la nacelle

Partie B – Modélisation du mécanisme de transmission du mouvement

Objectifs

Déterminer la loi entrée-sortie cinématique liant la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ de l'actionneur à la vitesse de translation $v(t)$ du centre de gravité de la nacelle et vérifier que l'actionneur est en capacité de satisfaire le critère de vitesse linéaire de la nacelle.

Dans la suite du sujet, les 4 câbles d'équilibrage et les 4 poulies d'équilibrage seront respectivement modélisés par un seul câble d'équilibrage équivalent, noté *ceq*, et une seule poulie d'équilibrage équivalente, notée *peq* (FIGURE 5).

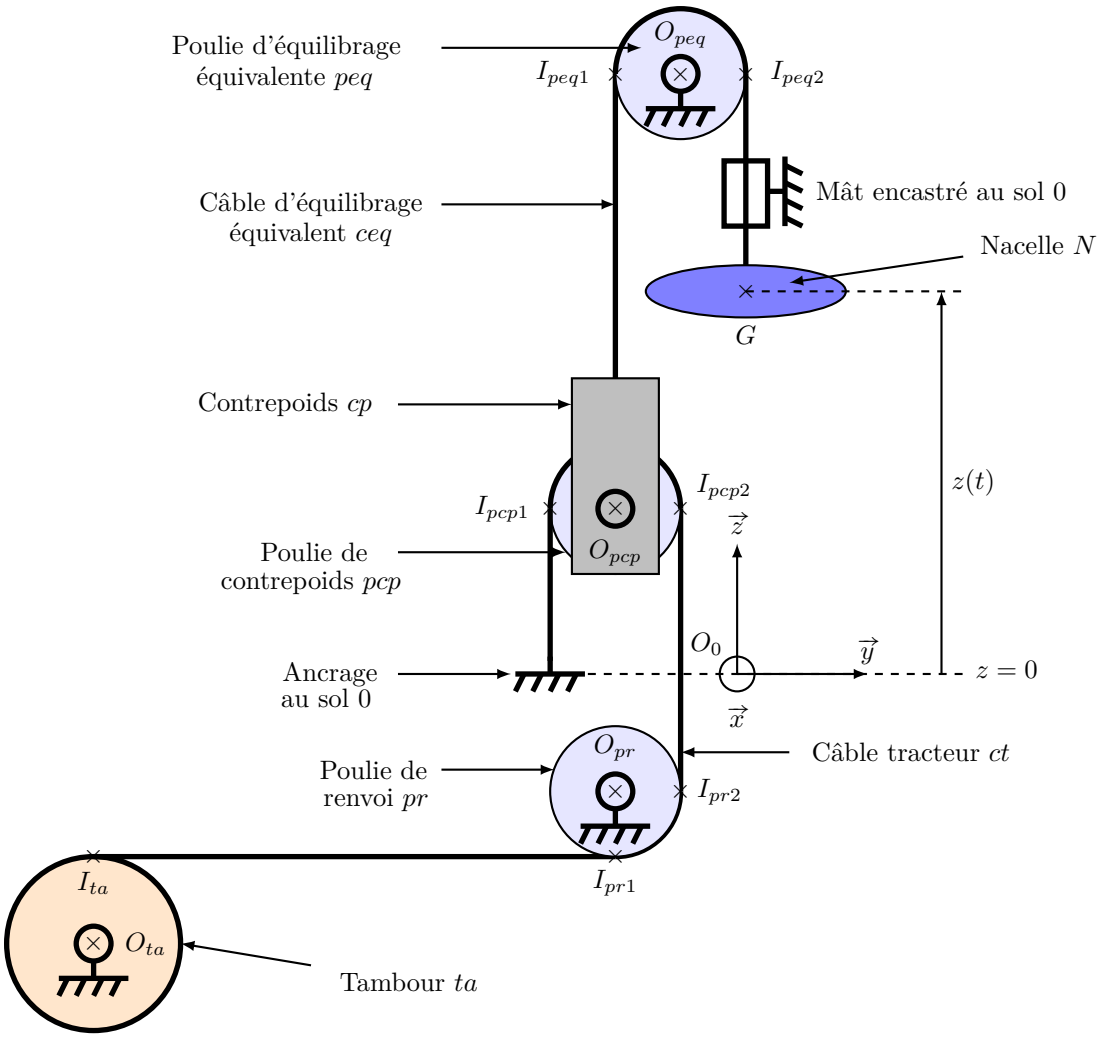


Figure 5 – Modélisation équivalente et paramétrage du mécanisme de mise en mouvement de la nacelle – Actionneur et réducteur non représentés

Notations

- le repère $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié au sol 0 ;
- le centre de gravité de la nacelle N est noté G tel que $\overrightarrow{O_0G} = z(t) \cdot \vec{z}$;
- la vitesse linéaire réelle du centre de gravité G de la nacelle N par rapport au sol 0 est notée $\vec{V}_{G,N/0} = v(t) \cdot \vec{z}$;
- le câble tracteur est noté *ct* et le câble d'équilibrage équivalent est noté *ceq* ;
- le tambour, noté *ta*, de rayon $R_{ta} = 1{,}5$ m, est en liaison pivot d'axe $(O_{ta}, \vec{x})$ avec le sol 0 ;
- la poulie de renvoi, notée *pr*, de rayon R_{pr}, est en liaison pivot d'axe $(O_{pr}, \vec{x})$ avec le sol 0 ;
- l'une des extrémités du câble d'équilibrage équivalent *ceq* est fixée au contrepoids *cp*. La poulie de contrepoids, notée *pcp*, de rayon R_{pcp}, est en liaison pivot d'axe $(O_{pcp}, \vec{x})$ avec le contrepoids *cp* ;
- la vitesse angulaire de la poulie de contrepoids *pcp* par rapport au sol 0 est notée $\vec{\Omega}_{pcp/0} = \omega_{pcp}(t) \cdot \vec{x}$;

- la vitesse angulaire du rotor de l'actionneur par rapport au sol 0 est notée $\vec{\Omega}_{m/0} = \omega_m(t) \cdot \vec{x}$;
- la vitesse angulaire du tambour *ta* par rapport au sol 0 est notée $\vec{\Omega}_{ta/0} = \omega_{ta}(t) \cdot \vec{x}$;
- le réducteur de vitesse situé entre l'actionneur et le tambour possède un rapport de transmission $k_{red} = \dfrac{\omega_{ta}(t)}{\omega_m(t)}$ avec $k_{red} = 1/153$;
- la poulie d'équilibrage équivalente, notée *peq*, de rayon R_{peq}, est en liaison pivot d'axe $(O_{peq}, \vec{x})$ avec le sol 0. Sa vitesse angulaire par rapport au sol 0 est notée $\vec{\Omega}_{peq/0} = \omega_{peq}(t) \cdot \vec{x}$;
- les points I_{ta}, I_{pr1}, I_{pr2}, I_{pcp1}, I_{pcp2}, I_{peq1} et I_{peq2} sont les points géométriques délimitant les zones de contact entre les câbles et le tambour ou les poulies.

Hypothèses

- les câbles sont supposés inextensibles et sont constamment tendus ;
- les diamètres des câbles sont négligés par rapport aux dimensions des poulies et du tambour ;
- les contacts entre le câble tracteur *ct* et la poulie de renvoi *pr*, entre le câble tracteur *ct* et la poulie de contrepoids *pcp* ainsi qu'entre le câble d'équilibrage équivalent *ceq* et la poulie d'équilibrage équivalent *peq* sont supposés sans glissement relatif.

Les concepteurs ont fait le choix d'enrouler le câble tracteur *ct* en une seule couche sur le tambour d'enroulement *ta* afin d'éviter notamment les problèmes de glissement du câble tracteur sur lui-même et de bénéficier d'un diamètre d'enroulement constant. Un dispositif spécifique non étudié dans le sujet permet de garantir une répartition convenable du câble tracteur *ct* sur le tambour *ta* en une seule couche.

L'étude porte dans un premier temps sur la partie de la chaîne cinématique située entre le rotor de l'actionneur et la poulie de contrepoids (FIGURE 5).

Q3. En considérant le non-glissement du câble tracteur *ct* par rapport au tambour *ta*, calculer la vitesse $\vec{V}_{I_{ta},ct/0}$ en fonction de R_{ta}, k_{red} et $\omega_m(t)$.

Q4. Quelle(s) hypothèse(s) permet(tent) de justifier que $\vec{V}_{I_{ta},ct/0} \cdot \vec{y} = \vec{V}_{I_{pcp2},ct/0} \cdot \vec{z}$?

Q5. En supposant le non-glissement entre le câble tracteur *ct* et la poulie de contrepoids *pcp*, déterminer la relation entre $\vec{V}_{I_{pcp2},pcp/0}$ et $\omega_m(t)$, k_{red} et R_{ta}.

L'étude porte à présent sur le mécanisme composé du contrepoids *cp* et de la poulie de contrepoids *pcp*. Sachant que l'une des extrémités du câble tracteur *ct* est fixée au sol (voir Ancrage au sol sur la FIGURE 5) et que, par hypothèse, il y a non-glissement entre la poulie de contrepoids *pcp* et le câble tracteur *ct*, alors $\vec{V}_{I_{pcp1},pcp/0} = \vec{0}$.

Q6. Quelle relation lie $\vec{V}_{O_{pcp},pcp/0}$ et $\vec{V}_{O_{pcp},ceq/0}$? Justifier votre réponse.

Q7. Exprimer $\vec{V}_{O_{pcp},ceq/0}$ en fonction de $\vec{V}_{I_{pcp2},pcp/0}$, puis en fonction de $\omega_m(t)$ et des données géométriques utiles.

Pour finir, la relation recherchée s'obtient en effectuant l'étude du mécanisme composé du câble d'équilibrage équivalent *ceq*, de la poulie d'équilibrage équivalente *peq* et de la nacelle *N*.

Q8. Déterminer la relation liant $\vec{V}_{O_{pcp},ceq/0}$ et $\vec{V}_{G,N/0}$. Présenter clairement la démarche mise en œuvre.

Q9. En déduire que la relation liant $v(t)$ et $\omega_m(t)$ s'écrit sous la forme $v(t) = k_{cin} \cdot \omega_m(t)$. Préciser l'expression de k_{cin} en fonction de k_{red} et R_{ta}.

L'actionneur utilisé sur l'ouvrage possède une vitesse de rotation nominale $\omega_{m_{nom}}$ de 980 tr·min^{-1}.

Q10. Conclure quant à la capacité de l'actionneur à satisfaire le critère de vitesse nominale $v_{nom} = 0{,}5$ m·s^{-1} de la nacelle *N*.

La loi entrée-sortie cinématique du mécanisme permettant la mise en mouvement de la nacelle par rapport au sol est maintenant mise en place. Dans l'objectif de s'assurer du respect de l'exigence Id 2 relative à la sécurité, à l'accessibilité et au panorama et au confort des passagers, il est nécessaire de déterminer l'équation de mouvement de la nacelle *N*.

Partie C – Modélisation de la dynamique de la nacelle

Objectif

Déterminer l'équation de mouvement de la nacelle N par rapport au sol 0 en fonction du couple électromagnétique $c_{em}(t)$ développé par l'actionneur.

I – Présentation de la modélisation

La modélisation retenue pour la détermination de l'équation de mouvement de la nacelle N est fournie sur la FIGURE 5. Les caractéristiques géométriques, massiques et inertielles des solides sont fournies dans le TABLEAU 3.

Solides	**Caractéristiques**
Sol 0 et mât	Référentiel $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ supposé galiléen
Rotor de l'actionneur m et du réducteur	Moment d'inertie de l'ensemble rapporté à l'axe de rotation de l'actionneur $J_{mr} = 11$ kg·m^2
Tambour ta	Moment d'inertie autour de l'axe $(O_{ta}, \vec{x})$ $J_{ta} = 24\ 120$ kg·m^2
Poulie de renvoi pr	Poids et inertie négligés
Contrepoids cp	Centre de gravité O_{pcp} et masse $M_{cp} = 72\ 000$ kg
Poulie de contrepoids pcp	Poids et inertie négligés
Poulie d'équilibrage équivalente peq	Moment d'inertie autour de l'axe $(O_{peq}, \vec{x})$ $J_{peq} = 20\ 300$ kg·m^2
N_p = Nacelle N avec $n = 200$ passagers	Centre de gravité G et masse $M_{Np} = 110\ 000$ kg (passagers inclus)
Passagers	Masse $m_p = 80 \times n$. Masse maximale de 16 000 kg
Câbles tracteur ct et équivalent ceq	Poids négligés

Tableau 3 – Caractéristiques géométriques, massiques et inertielles des solides

Notations

- l'action mécanique du solide S_i sur le solide S_j, exprimée au point P dans la base $b = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, est notée $\left\{\mathcal{T}_{S_i \to S_j}\right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_P$;
- la puissance galiléenne de l'action mécanique du solide S_i sur le solide S_j est notée $P_{S_i \to S_j/0}$;
- la puissance des inter-efforts entre les solides S_i et S_j est notée $P_{S_i \leftrightarrow S_j}$;
- l'action de la pesanteur agissant sur un solide de masse M est modélisée par un torseur glisseur, en son centre de gravité et de résultante $-M \cdot g \cdot \vec{z}$ avec $g = 9{,}81$ m·s^{-2} ;
- l'action mécanique du stator de l'actionneur sur le rotor est modélisée par un torseur couple de moment noté $c_{em}(t) \cdot \vec{x}$;
- la vitesse linéaire du contrepoids $v_{cp}(t)$ par rapport au sol est définie par $v_{cp}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{O_0 O_{pcp}} \cdot \vec{z}}{\mathrm{d}t}$;
- la vitesse linéaire, par rapport au sol 0, de la partie verticale du câble tracteur ct est définie par $\vec{V}_{I_{pcp2}, ct/0} = v_{ct}(t) \cdot \vec{z}$.

Relations cinématiques

Indépendamment des résultats précédents, les relations cinématiques suivantes sont adoptées :

- la vitesse linéaire $v(t)$ de la nacelle N par rapport au sol 0 est liée à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ du rotor de l'actionneur par l'équation
$$v(t) = k_{cin} \cdot \omega_m(t) = \frac{1}{204} \cdot \omega_m(t) ;$$
- la vitesse linéaire $v_{cp}(t)$ du contrepoids cp par rapport au sol 0 est liée à la vitesse linéaire $v(t)$ de la nacelle par l'équation
$$v_{cp}(t) = -v(t) ;$$
- la vitesse linéaire $v_{ct}(t)$ du câble tracteur ct par rapport au sol 0 est liée à la vitesse linéaire $v(t)$ de la nacelle par l'équation
$$v_{ct}(t) = -2 \cdot v(t) ;$$
- la vitesse angulaire $\omega_{ta}(t)$ du tambour ta par rapport au sol 0 est liée à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ du rotor par l'équation
$$\omega_{ta}(t) = k_{red} \cdot \omega_m(t) ;$$
- la vitesse angulaire $\omega_{peq}(t)$ de la poulie d'équilibrage équivalente peq par rapport au sol 0 est liée à la vitesse linéaire $v(t)$ de la nacelle N par l'équation
$$v(t) = R_{peq} \cdot \omega_{peq}(t).$$

Hypothèses

- toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- les forces aérodynamiques agissant sur la nacelle N et les perturbations liées au vent sont négligées.

II – Détermination d'une équation de mouvement de la nacelle

Soit Σ l'ensemble composé de la nacelle N avec $n = 200$ passagers, du rotor de l'actionneur, du réducteur, du tambour ta, des différentes poulies, des câbles (tracteur ct et d'équilibrage équivalent ceq) et du contrepoids cp. L'équation de mouvement de la nacelle N va être déterminée par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ.

Q11. Déterminer les expressions des énergies cinétiques, par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}_0$, en fonction des caractéristiques massiques et inertielles :

- du sous-ensemble $N_p = \{\text{nacelle } N + 200 \text{ passagers}\}$, notée $E_{c,Np/0}$, en fonction de $v(t)$;
- du sous-ensemble {rotor de l'actionneur + réducteur}, notée $E_{c,mr/0}$, en fonction de $\omega_m(t)$;
- du tambour ta, notée $E_{c,ta/0}$, en fonction de $\omega_{ta}(t)$.

Q12. Déterminer l'ensemble des énergies cinétiques des autres solides qui composent l'ensemble Σ par rapport à $\mathcal{R}_0$ en fonction de leurs vitesses respectives par rapport au sol 0.

Q13. Montrer que l'énergie cinétique de l'ensemble Σ en mouvement par rapport au sol 0 peut s'écrire sous la forme

$$E_{c,\Sigma/0} = \frac{1}{2} \cdot J_{eq_\Sigma} \cdot \omega_m^2(t)$$

où l'expression de J_{eq_Σ} est à préciser en fonction de M_{Np}, M_{cp}, J_{mr}, J_{ta}, J_{peq}, R_{peq}, k_{red} et k_{cin}.

Q14. Sachant que $J_{eq_\Sigma} = 16{,}8$ kg·m^2 (pour $n = 200$ passagers), montrer que la variation relative de J_{eq_Σ} due à l'absence des passagers ($n = 0$) dans la nacelle N, est négligeable.

Q15. Déterminer les puissances galiléennes des actions mécaniques de la pesanteur sur le sous-ensemble $N_p = \{$nacelle $N + 200$ passagers$\}$ notée $P_{pes\to Np/0}$ et sur le contrepoids cp notée $P_{pes\to cp/0}$, notamment en fonction de $v(t)$.

Q16. Après avoir listé toutes les puissances des actions mécaniques extérieures agissant sur l'ensemble Σ (sauf celles déterminées **Q15**), déterminer leurs expressions ou justifier quand elles sont nulles.

Q17. Quelle(s) hypothèse(s) permet(tent) de justifier que la puissance des actions mécaniques intérieures à l'ensemble isolé Σ est nulle ?

Q18. Par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble isolé Σ, montrer que, dans le cadre des hypothèses formulées, l'équation de mouvement de la nacelle N s'écrit sous la forme

$$J_{eq_\Sigma} \cdot \frac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t} = c_{em}(t) - C_0. \qquad \textbf{Eq. 1}$$

Préciser l'expression de C_0.

III – Validation de l'équation de mouvement

La puissance électromagnétique $p_{em}(t) = c_{em}(t) \cdot \omega_m(t)$ délivrée par l'actionneur a été mesurée lors d'essais réalisés sur la tour British Airways i360, avec une masse équivalente à celle de 200 passagers embarqués dans la nacelle. La FIGURE 6 présente l'évolution de cette puissance pendant les phases de fonctionnement à vitesse constante.

La validation de l'équation de mouvement de la nacelle est réalisée uniquement pendant les phases de fonctionnement à vitesse linéaire constante, entre les instants t_1 et t_2 puis t_5 et t_6, définis en Partie A-I.

Q19. Lors de la phase ascensionnelle de la nacelle à vitesse linéaire constante v_{nom}, simplifier l'équation de mouvement **Eq. 1**. En déduire l'expression de la puissance électromagnétique délivrée par l'actionneur $p_{em}(t)$, en phase de vitesse constante de la nacelle. Exprimer le résultat en fonction de C_0, v_{nom} et k_{cin}.

Q20. Comparer l'évolution de la puissance électromagnétique $p_{em}(t)$ prévue par le modèle établi et celle mesurée *in situ* sur la tour British Airways i360 (FIGURE 6). Conclure sur la validité du modèle établi dans cette partie, et préciser quelle hypothèse (parmi celles formulées dans le TABLEAU 3) est à remettre en cause.

Une équation de mouvement de la nacelle N par rapport au sol 0 plus représentative de la réalité s'écrit sous la forme

$$J_0 \cdot \frac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t} = \Delta c_{em}(t) - c_R(t) + k_{crz} \cdot z(t). \qquad \textbf{Eq. 2}$$

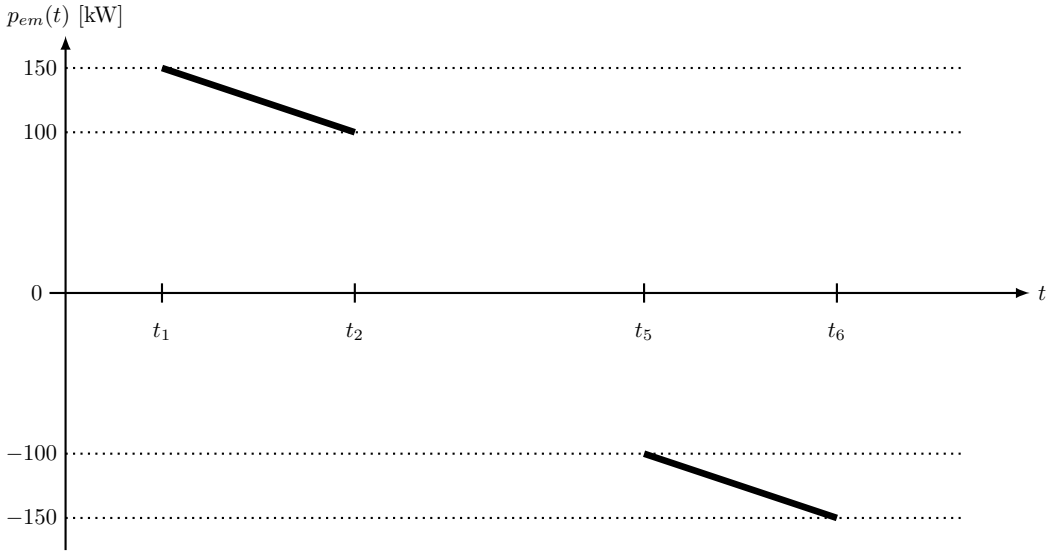


Figure 6 – Évolution de la puissance électromagnétique fournie par l'actionneur pendant les phases à vitesse linéaire constante mesurée *in situ* sur la tour British Airways 360

Notations

- J_0 est le moment d'inertie équivalent à l'ensemble des solides en mouvement rapporté sur l'axe de rotation de l'actionneur ;
- $\omega_m(t)$ représente la vitesse angulaire du rotor de l'actionneur, exprimée en rad·s^{-1}. $\Omega_m(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $\theta_m(t)$ représente la position angulaire du rotor de l'actionneur, exprimée en rad. $\Theta_m(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $z(t) = k_{cin} \cdot \theta_m(t)$ représente l'altitude de la nacelle N par rapport au sol 0, exprimée en m. $Z(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $\Delta c_{em}(t)$ représente la variation de couple électromagnétique par rapport à la position de départ à l'instant $t = t_0 = 0$, exprimée en N·m. Au niveau du sol $z(t_0) = 0$, $\theta_m(t_0) = 0$, $\omega_m(t_0) = 0$ et $\Delta c_{em}(t_0) = 0$. $\Delta C_{em}(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- pour prendre en compte des perturbations en couple, dus notamment aux efforts de liaisons et la présence ou non de passagers dans la nacelle, le modèle est complété par le terme $c_R(t)$ exprimé en N·m. $C_R(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- k_{crz} est un coefficient traduisant la dépendance entre l'action mécanique résistante rapportée sur l'axe de rotation du rotor de l'actionneur et l'altitude de la nacelle $z(t)$, avec $k_{crz} > 0$.

Q21. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p)$ telle que $\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot \big(\Delta C_{em}(p) - C_R(p)\big)$ en considérant les conditions de Heaviside vérifiées. Justifier que cette fonction de transfert est caractéristique d'un modèle de système instable.

L'actionneur retenu pour la tour British Airways i360 fournit une puissance maximale de 200 kW, pour une vitesse de rotation nominale de 980 tr·min^{-1}. Compte-tenu des puissances mises en jeu, et afin de valider les exigences liées à la sécurité et au confort des visiteurs, il est nécessaire de stabiliser la commande de la nacelle et de maîtriser, par asservissement, les évolutions des grandeurs géométriques et cinématiques.

Partie D – Synthèse d'une loi de commande de l'actionneur

Objectif

Proposer une loi de commande de l'actionneur mettant en mouvement la nacelle et vérifier les exigences relatives à la sécurité, à l'accessibilité, au panorama et au confort des passagers.

La partie précédente a montré l'instabilité d'une commande en couple de l'actionneur. Pour contrôler la vitesse de la nacelle N, il est nécessaire de stabiliser le comportement dynamique de l'ensemble Σ régi par l'équation **Eq. 2**. L'actionneur, délivrant le couple $c_{em}(t)$, est commandé en couple par l'intermédiaire du préactionneur par la grandeur $c_{ref}(t)$.

Rappels et notations

- $\omega_{mc}(t)$ représente la vitesse angulaire de consigne du rotor de l'actionneur, exprimée en rad·s^{-1}. $\Omega_{mc}(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $\omega_m(t)$ représente la vitesse angulaire du rotor de l'actionneur, exprimée en rad·s^{-1}. $\Omega_m(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $\theta_m(t)$ représente la position angulaire du rotor de l'actionneur, exprimée en rad. $\Theta_m(p)$ est sa transformée de Laplace ;
- $c_{em}(t)$ est l'action mécanique du type couple générée par l'actionneur sur le réducteur de vitesse exprimée en N·m ;
- $c_{ref}(t)$ est la grandeur de commande de l'ensemble {Préactionneur + actionneur} exprimée en N·m. Le temps de réponse de cet ensemble étant faible comparativement à la dynamique du système étudié, on considère $c_{em}(t) = c_{ref}(t)$ et $\Delta c_{em}(t) = \Delta c_{ref}(t)$;
- $c_R(t)$ représente une action mécanique résistante rapportée sur l'axe de rotation du rotor de l'actionneur, exprimée en N·m. $C_R(p)$ est sa transformée de Laplace.

I – Stabilisation du comportement dynamique de l'ensemble de mise en mouvement de la nacelle

Objectif

Élaborer une commande de l'actionneur assurant la stabilité de la dynamique de l'ensemble de mise en mouvement de la nacelle.

Pour contrôler la vitesse linéaire $v(t)$ de la nacelle N, il est nécessaire de stabiliser le comportement dynamique de l'ensemble Σ régi par l'équation **Eq.2**. À cet effet, la variation de couple $\Delta c_{ref}(t) = \Delta c_{em}(t)$ est commandée par un retour informationnel fonction de la vitesse angulaire de consigne et de la vitesse angulaire du rotor de l'actionneur telle que :

$$\Delta c_{em}(t) = -K_1 \cdot \omega_m(t) - K_2 \cdot \int_0^t \big(\omega_m(x) - K_3 \cdot \omega_{mc}(x)\big) \cdot \mathrm{d}x \qquad \textbf{Eq. 3}.$$

où K_1, K_2 et K_3 sont des constantes positives à déterminer.

Q22. À l'aide des équations **Eq. 2**, **Eq. 3**, en l'absence de perturbation ($C_R(p) = 0$) et en supposant les conditions de Heaviside vérifiées, déterminer l'expression de la fonction de transfert $H_{stab}(p)$ en fonction de K_1, K_2, K_3, J_0, k_{crz} et k_{cin} telle que :

$$\Omega_m(p) = H_{stab}(p) \cdot \Omega_{mc}(p)$$

Afin de limiter les oscillations des câbles et leurs sollicitations en traction notamment, le comportement souhaité de la boucle de stabilisation est telle que $H_{stab}(p)$ s'écrive sous la forme :

$$H_{stab}(p) = \frac{1}{1 + \dfrac{2\xi_s}{\omega_{0s}} \cdot p + \dfrac{p^2}{\omega_{0s}^2}}.$$

Le cahier des charges relatif à la boucle de stabilisation est fourni dans le Tableau 4.

Performances	Critères	Niveaux
Stabilité	Facteur d'amortissement de la boucle de stabilisation	$\xi_s \geqslant 1$
Rapidité	Pulsation propre du système non amorti de la boucle de stabilisation	$\omega_{0s} = 3$ rad·s^{-1}

Tableau 4 – Cahier des charges de la boucle de stabilisation

Q23. Déterminer les expressions littérales de K_1, K_2 et K_3 en fonction de ξ_s, ω_{0s}, J_0, k_{crz} et k_{cin}.

Indépendamment des résultats précédents, les valeurs des paramètres du modèle (**Eq. 2**) adoptées sont :

$$J_0 = 16{,}8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad ; \quad k_{cin} = \frac{1}{204} \text{ m·rad}^{-1} \quad ; \quad k_{crz} = 4{,}5 \text{ N}.$$

Q24. En déduire les conditions sur les valeurs numériques des paramètres K_1 et K_2 permettant de satisfaire les critères du Tableau 4.

En prenant en compte la perturbation $C_R(p)$, il est possible de démontrer que la fonction de transfert $G_s(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_R(p)}$ s'écrit sous la forme $G_s(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_R(p)} = -H_{stab}(p) \cdot \dfrac{p}{J_0 \omega_{os}^2}$.

Soit n le nombre de passagers embarqués dans la nacelle. Considérons $c_R(t) = C_{R0}(n) =$ constante.

Q25. Montrer que la masse des n passagers dans la nacelle a une influence sur la position angulaire du moteur en régime permanent et en conséquence sur la position de la nacelle $z(t)$.

II – Étude de la boucle de maîtrise des grandeurs cinématiques de l'actionneur

Objectif

Déterminer les paramètres d'un correcteur permettant de satisfaire les exigences de sécurité et de confort des passagers.

La dynamique du mécanisme de mise en mouvement de la nacelle étant désormais stabilisée, la vitesse $v(t)$ de la nacelle doit suivre un profil établi en fonction des critères de sécurité et de confort des passagers, de la durée de la visite et des positions de la nacelle à l'arrivée aux niveaux inférieur et supérieur. À cet effet, une boucle d'asservissement de la vitesse angulaire de l'actionneur est réalisée, conformément à la FIGURE 7. $C(p)$ représente le correcteur de la boucle d'asservissement de vitesse angulaire devant permettre de maîtriser les grandeurs cinématiques de la nacelle.

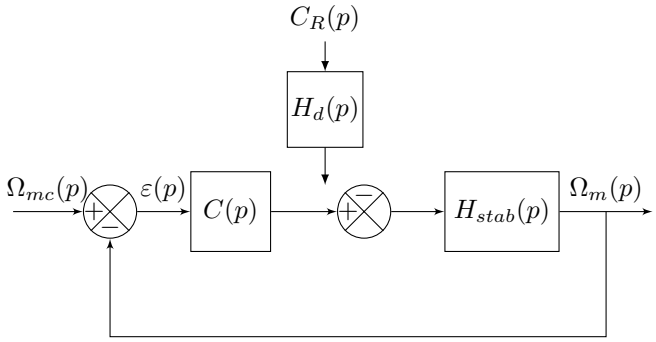


Figure 7 – Schéma-blocs simplifié de l'asservissement de vitesse angulaire de l'actionneur

Pour limiter les oscillations du câble, ainsi que les variations de la vitesse dues aux changements de pentes de la consigne de vitesse angulaire $\omega_{mc}(t)$, l'asservissement de vitesse angulaire du rotor de l'actionneur doit respecter les performances du TABLEAU 5.

Performances	Critères	Niveaux
Stabilité	Dépassement relatif du k^{e} dépassement pour une entrée de consigne en échelon, noté $D_k^{\%}$	$D_k^{\%} = 0\ \forall k$
	Marge de phase, notée $M\varphi$	$M\varphi = 80°$
	Marge de gain, notée MG	$MG \geqslant 50$ dB
Précision	Erreur en régime permanent sur la vitesse angulaire de l'actionneur, notée μ_v, pour une entrée de consigne en échelon	$\mu_v = 0$
	Sensibilité en régime permanent à une perturbation en échelon	Insensible

Tableau 5 – Cahier des charges de la boucle d'asservissement de vitesse angulaire

La stabilisation étudiée dans la Partie D-I, et par le choix d'un facteur d'amortissement $\xi_s \geqslant 1$, permettent de considérer que la fonction de transfert de la boucle de stabilisation s'écrit :

$$H_{stab}(p) = \frac{1}{(1 + 1{,}24 \cdot p) \cdot (1 + 0{,}09 \cdot p)}.$$

Les ingénieurs proposent un choix de correcteur $C(p)$ du type Proportionnel Intégral, de fonction de transfert :

$$C(p) = K_i \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}.$$

La détermination du paramètre T_i est telle qu'il réalise la compensation du pôle dominant de $H_{stab}(p)$.

Q26. Déterminer les deux pôles de $H_{stab}(p)$. Quel est le pôle dominant et justifier la réponse ? En déduire la valeur numérique de T_i.

La FIGURE 8 fournit le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée pour $K_i = 1$ et la compensation du pôle dominant.

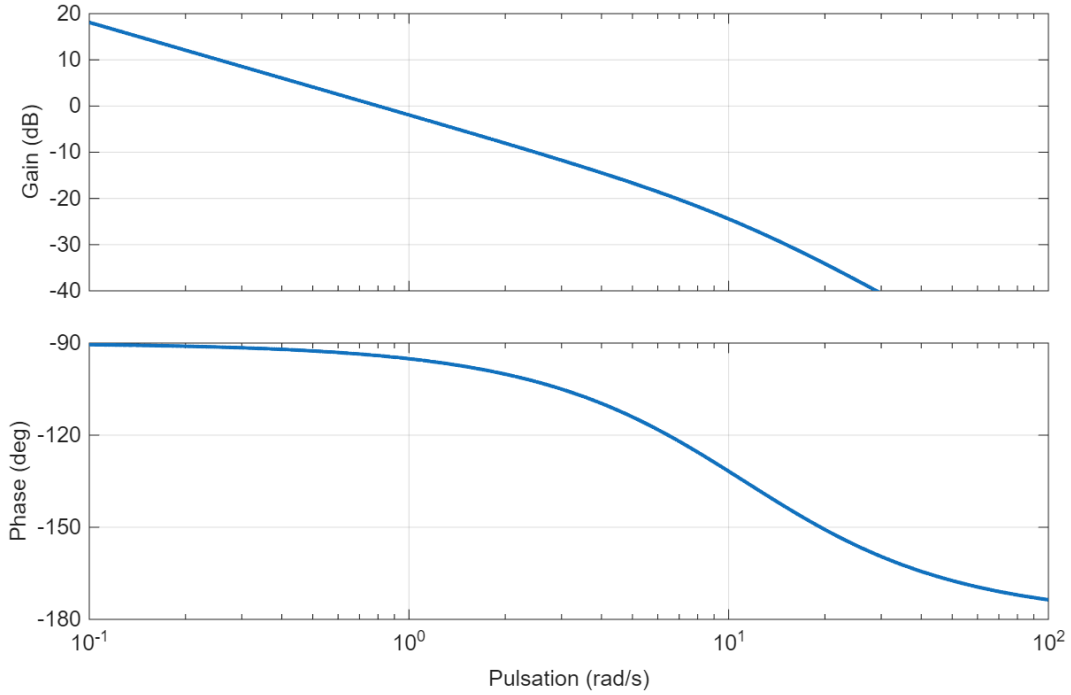


Figure 8 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée pour $K_i = 1$ et compensation du pôle dominant

Q27. Déterminer numériquement la condition sur le paramètre K_i permettant de satisfaire simultanément les critères de stabilité relatifs aux marges de gain et de phase.

Par calculs ou par manipulations du schéma-blocs de la FIGURE 7, il est possible de démontrer que la fonction de transfert $G(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_R(p)}$ s'écrit sous la forme :

$$G(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_R(p)} = \frac{a_0 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + b_3 \cdot p^3}.$$

Soit n le nombre de passagers embarqués dans la nacelle. Considérons $c_R(t) = C_{R0}(n) =$ constante.

Q28. Montrer que, quelque soit n, la masse de n passagers dans la nacelle n'a pas d'influence sur la vitesse et la position de la nacelle en régime permanent.

La FIGURE 9 fournit le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mc}(p)}$ et pour les valeurs pertinentes des paramètres du correcteur $C(p)$.

Q29. Conclure quant à la satisfaction ou non de l'intégralité des performances attendues du cahier des charges du TABLEAU 5.

Les études précédentes ont permis de déterminer une modélisation de la commande de l'actionneur afin de contrôler les grandeurs cinématiques. Il est donc désormais possible de vérifier les exigences liées à la sécurité, au panorama et au confort des passagers pour le cycle de vitesse souhaité décrit en partie A-I.

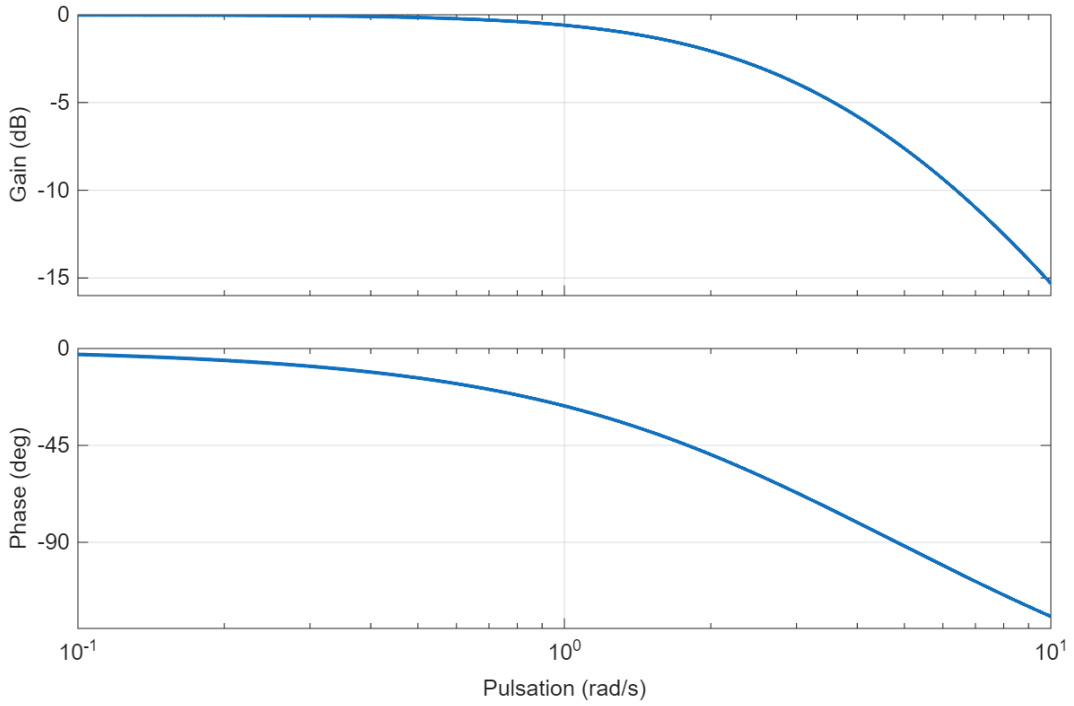


Figure 9 – Diagramme de Bode de $FTBF(p)$

III – Vérification des performances liées à la sécurité et au confort des passagers

Objectif

Caractériser les écarts entre les performances attendues liées à la sécurité et au confort des passagers et les performances simulées (hors critères d'accessibilité de la nacelle et de panorama définis Partie A-I).

L'ensemble des paramètres du modèle de la FIGURE 4 et les grandeurs d'entrées sont à présents connus. On considère le cycle ascensionnel de vitesse souhaitée de la nacelle N établi en partie A-I, en absence de passager $n = 0$ et en présence de $n = 200$ passagers dans la nacelle.

Un frein mécanique permet de maintenir à l'arrêt la nacelle (en $z = 0$ m et à l'altitude maximale). On considère qu'à l'instant $t = 0$ de la simulation, l'actionneur délivre un couple $c_{em}(t)$ tel que $c_{em}(t = 0) = C_{R0}(n)$ où n représente le nombre de passagers embarqués dans la nacelle.

La simulation du modèle établi dans ce sujet permet d'obtenir les FIGURES 10 et 11 qui décrivent les évolutions des grandeurs cinématiques de la nacelle N.

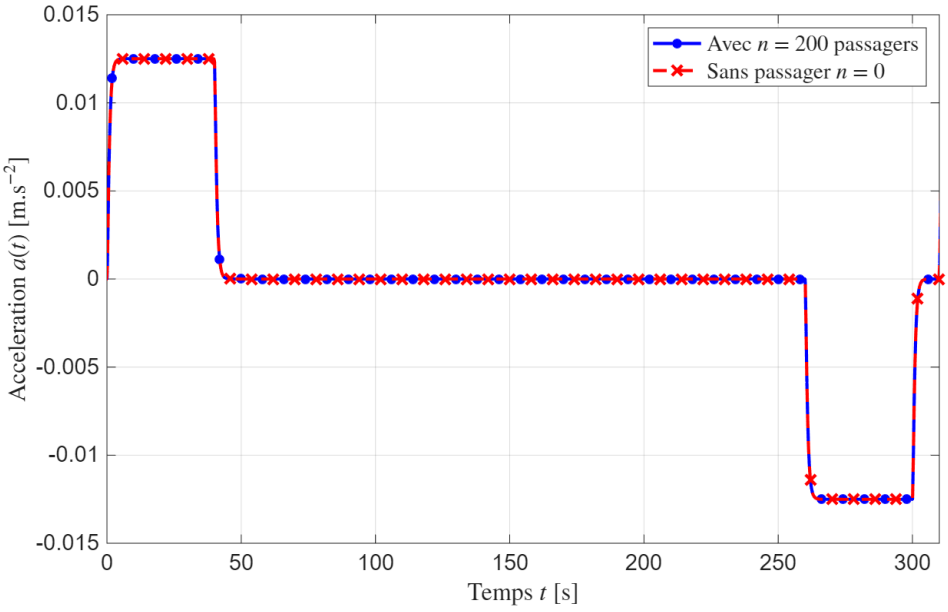


Figure 10 – Évolution des accélérations linéaires de la nacelle en fonction du nombre de passagers n

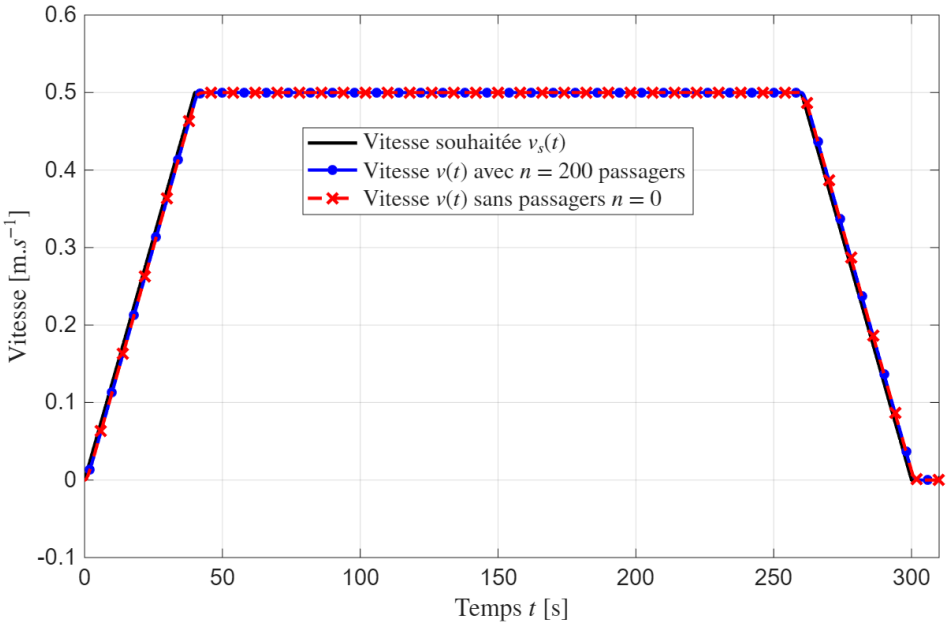


Figure 11 – Évolution des vitesses linéaires de la nacelle en fonction du nombre de passagers n

Q30. Conclure quant à la satisfaction ou non des critères des exigences liées à la sécurité et au confort des passagers (Tableau 2), quelque soit le nombre de passagers embarqués dans la nacelle N.

Partie E – Vérification de l'exigence liée à la consommation d'énergie et analyse d'une évolution structurelle de l'ouvrage

Objectif

Vérifier l'exigence de consommation d'énergie électrique imposée par le commanditaire et analyser l'influence d'une évolution structurelle de l'ouvrage sur la consommation énergétique électrique de l'actionneur.

Le modèle établi dans ce sujet permet d'évaluer, par simulation, les énergies mises en jeu sur un cycle ascensionnel et descensionnel de la nacelle tel que défini dans la Partie A-I.

Hypothèses

- les hypothèses formulées dans les parties précédentes sont maintenues (sauf celle remise en cause en Partie C-III) ;
- seules les pertes par effet Joule dans l'actionneur sont prises en compte (pertes Fer, pertes par hystérésis... négligées).

Notations

- la puissance dissipée par effet Joule dans l'actionneur, notée $p_J(t)$, est définie par $p_J(t) = R_s \cdot \left(i_{ds}^2(t) + i_{qs}^2(t)\right)$. Les grandeurs $i_{ds}(t)$ et $i_{qs}(t)$ sont les courants électriques circulant dans l'actionneur. Le paramètre R_s est la résistance électrique du stator de l'actionneur ;
- la puissance électromagnétique développée par l'actionneur, notée $p_{em}(t)$, est définie par $p_{em}(t) = c_{em}(t) \cdot \omega_m(t)$. Cette grandeur est algébrique. On associe une valeur positive à $p_{em}(t)$ lorsque l'actionneur fonctionne en mode moteur et que la conversion de puissance est réalisée dans le sens électrique vers mécanique. De même, on associe une valeur négative à $p_{em}(t)$ lorsque l'actionneur fonctionne en mode générateur et que la conversion de puissance est réalisée dans le sens mécanique vers électrique (l'énergie est renvoyée sur le réseau d'alimentation via le préactionneur) ;
- l'énergie mécanique fournie par l'actionneur, notée $E_m(t)$, définie par $E_m(t) = \int_{t_0=0}^{t} p_{em}(x) \cdot \mathrm{d}x$;
- l'énergie dissipée par effet Joule dans l'actionneur, notée $E_J(t)$, définie par $E_J(t) = \int_{t_0=0}^{t} p_J(x) \cdot \mathrm{d}x$;
- l'énergie électrique consommée par l'actionneur, notée $E_e(t)$, définie par $E_e(t) = E_m(t) + E_J(t)$.

La simulation du modèle établi, dans les cas sans passager ($n = 0$) et avec $n = 200$ passagers à bord de la nacelle, permet d'obtenir la FIGURE 12, décrivant les évolutions des énergies mises en jeu pour la mise en mouvement de la nacelle, respectivement pour l'énergie mécanique $E_m(t)$ fournie par l'actionneur et l'énergie dissipée par effet Joule dans l'actionneur $E_J(t)$.

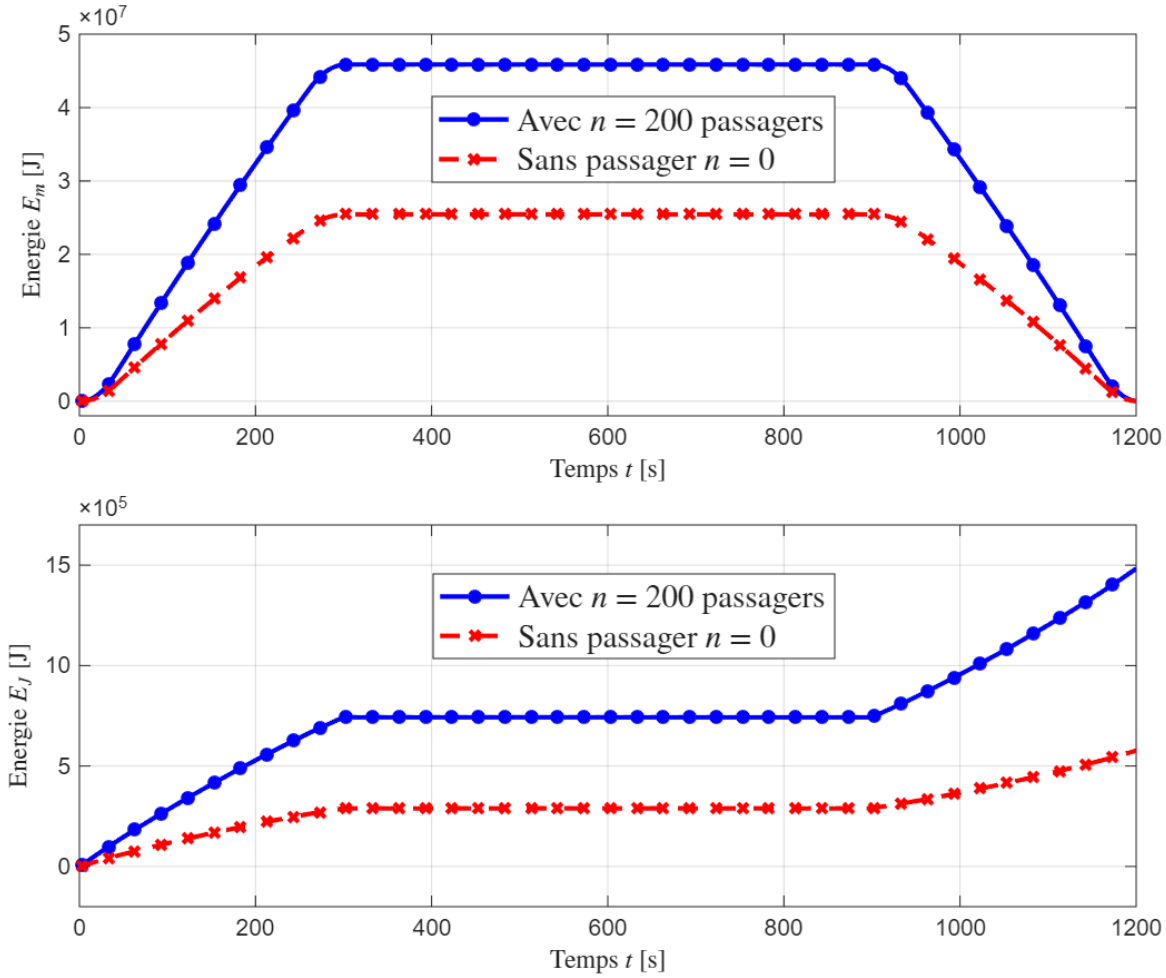


Figure 12 – Évolutions des énergies $E_m(t)$ et $E_J(t)$ sur un cycle complet de la nacelle N

Q31. Dans le cas de la présence de $n = 200$ passagers à bord de la nacelle, et compte-tenu des hypothèses formulées pour l'obtention du modèle, commenter la valeur numérique de $E_m(t = 1\,200$ s). Quelles hypothèses (au moins 2) faudrait-il remettre en cause pour obtenir une modélisation plus réaliste ?

La structure de l'alimentation de l'actionneur équipant la tour British Airways i360 est proposée sur la FIGURE 13.

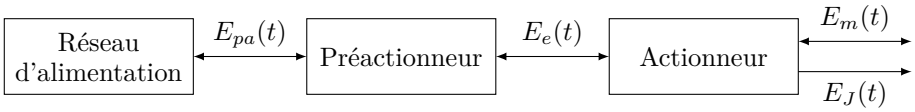


Figure 13 – Structure fonctionnelle de l'alimentation de l'actionneur

Comme tout système, le préactionneur n'est pas idéal énergétiquement, et génère des pertes. De plus, le rendement de ce préactionneur dépend du sens de transfert de l'énergie. En effet, ce préactionneur possède les propriétés suivantes :

- dans le cas d'un fonctionnement moteur de l'actionneur (sens de transfert du domaine électrique vers domaine mécanique, donc $p_{em}(t)>0$), le rendement $\eta_{e\to m}$ (supposé constant) est défini par $\eta_{e\to m} = \dfrac{E_e}{E_{pa}} = 0{,}93 = 93\ \%$;
- dans le cas d'un fonctionnement générateur de l'actionneur (sens de transfert du domaine mécanique vers domaine électrique, donc $p_{em}(t)<0$), le rendement $\eta_{m\to e}$ (supposé constant) est défini par $\eta_{m\to e} = \dfrac{E_{pa}}{E_e} = 0{,}6 = 60\ \%$.

Q32. À partir de la FIGURE 12, et dans le cas de la présence de $n = 200$ passagers à bord de la nacelle, déterminer numériquement l'énergie fournie par le réseau d'alimentation pour le cycle ascensionnel de la nacelle, notée

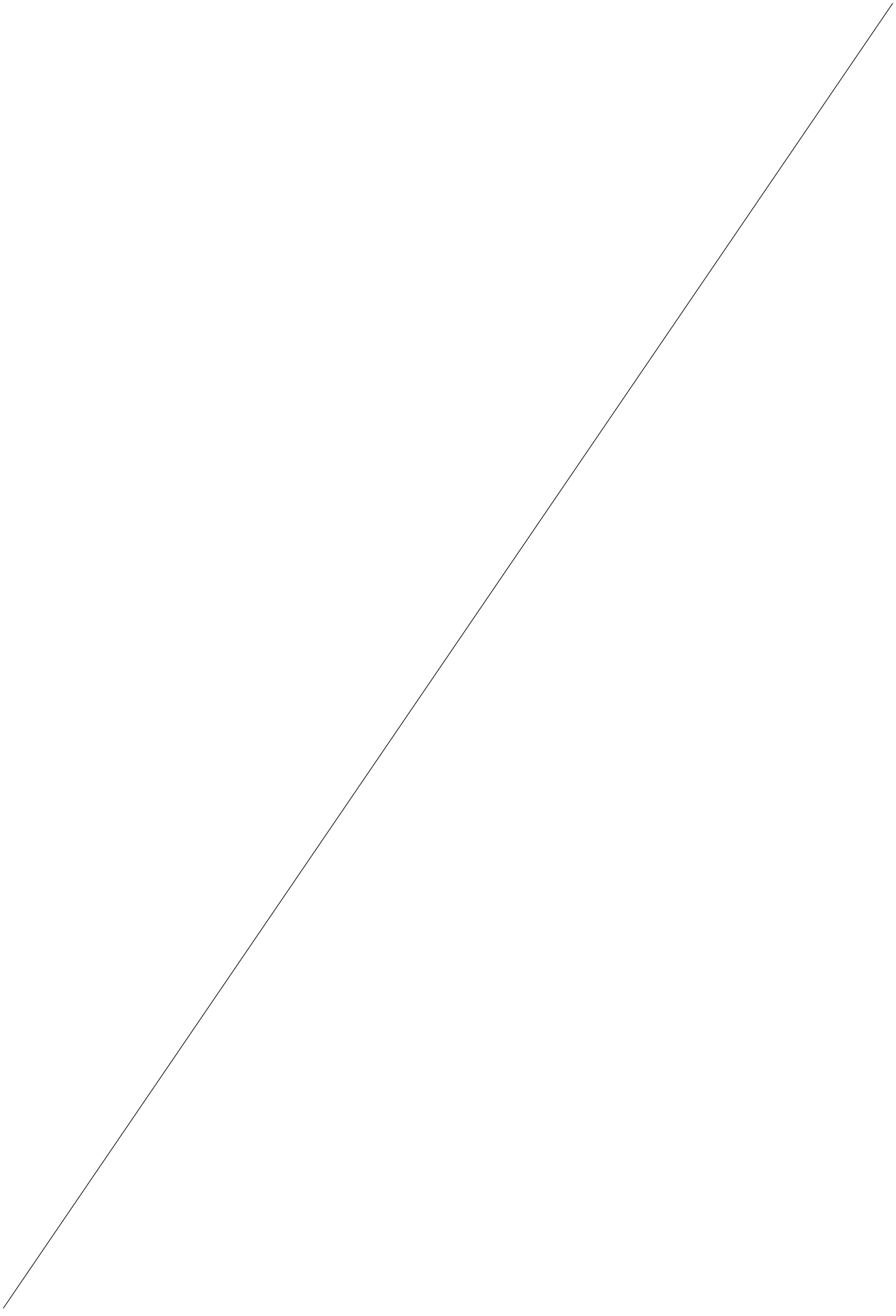
$E_{pa,a} = E_{pa}(t = t_3) - E_{pa}(t = t_0)$. De même, déterminer numériquement l'énergie fournie par le réseau d'alimentation pour le cycle descensionnel de la nacelle, notée $E_{pa,d} = E_{pa}(t = t_7) - E_{pa}(t = t_4) < 0$. Conclure quant au respect ou non de l'exigence du commanditaire relative à la consommation d'énergie électrique (TABLEAU 1) à partir du modèle établi dans ce sujet.

Les ingénieurs de la société POMA ont proposé une évolution structurelle dans l'objectif d'améliorer les performances énergétiques de l'ouvrage de la tour British Airways i360. L'embarquement des passagers dans la nacelle N se situe à une altitude $z = 4$ m par rapport au sol 0 et le débarquement se situe au niveau du sol $z = 0$ m. La distance à parcourir en phase ascensionnelle est donc de 126 m, et la distance à parcourir en phase descensionnelle de la nacelle de 130 m. Après débarquement des passagers, la nacelle remonte sans passager d'une hauteur de 4 m.

Q33. Quantifier le gain en % d'économie d'énergie électrique obtenu par la mise en place de cette évolution structurelle. Les hypothèses simplificatrices doivent être clairement précisées et sont laissées à l'initiative du candidat. Conclure quant à la pertinence de la mise en place de cette évolution structurelle.

◇ Fin ◇

OP009 - 8 janvier 2026 - 15:42:23



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Filtrage linéaire
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Régimes transitoires
- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mp