Concours Centrale-Supélec, France

Session 2026, filière MPI

Physique-chimie 2

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : étude du 100 m nage libre
- Partie B : vélocimétrie laser à franges
- Partie C : le plongeon de haut vol
- Partie D : comment éviter l'hypothermie en natation

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/mpi/2026/physique-chimie2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Physique-chimie 2

MPI

2026

4 heures

Calculatrice autorisée

JO 2024 : comment ils nous ont fait vibrer...

Les Jeux Olympiques et Paralympiques de Paris 2024 resteront gravés dans les mémoires comme une édition exceptionnelle, en grande partie grâce aux performances et à l'esprit d'équipe des athlètes français.

Ces athlètes ont brillé dans de nombreuses disciplines, établissant de nouveaux records et faisant vibrer les spectateurs.



Figure 1 – Léon Marchand, quadruple champion olympique en natation, et Cassandre Beaugrand, championne olympique en triathlon [1].

Ce sujet contient quatre parties : une première partie axée sur une épreuve de sprint en natation et le traitement de l'eau de piscine ; une deuxième sur la vélocimétrie laser à franges, méthode utilisée pour étudier la vitesse en natation ; une troisième partie qui s'intéresse au plongeon de haut vol et au mouvement du plongeur une fois dans l'eau ; une quatrième partie qui interroge le caractère obligatoire de la combinaison lors de l'épreuve de la natation marathon ou triathlon.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont repérées par un soulignement de leur numéro. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Le formulaire et les données sont regroupés en fin d'énoncé.

Partie A – Étude du 100 m nage libre

À l'école des Ponts ParisTech, une équipe de chercheurs étudie la physique de la natation. L'un des principaux sujets abordés est l'étude du départ du nageur et l'optimisation de sa trajectoire. Un autre objectif est de comprendre l'évolution de la vitesse en fonction de la cadence et de la mettre en relation avec la puissance délivrée au niveau des bras pour avancer.

Ces différents sujets sont abordés dans cette partie, ainsi qu'une étude du traitement de l'eau.

I – Première étape : plonger vite et loin

L'intérêt du départ plongé en crawl, papillon ou brasse réside dans le gain de temps induit par sa bonne réalisation, notamment lors des épreuves olympiques. En effet, le fait de s'appuyer sur un plongeoir solide, de réaliser une trajectoire aérienne et profilée et, enfin, de partir de plus haut sont autant d'éléments qui favorisent la qualité du plongeon.

On suppose dans cette sous-partie que le nageur de masse m est assimilable à son centre de masse, soit un point M localisé au niveau de son bassin, à l'altitude initiale H_0 par rapport au niveau de l'eau (voir figure 2). On néglige l'inclinaison du plot de départ et les frottements de l'air lors de la phase de vol. On note v_0 la norme du vecteur vitesse initial à l'instant où le nageur décolle. Ce vecteur vitesse est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



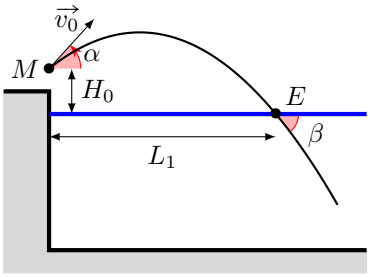


Figure 2 – Léon Marchand aux JO 2024 [1] et modélisation simplifiée de la position initiale du nageur. L'angle orienté α est positif sur la figure et l'angle β d'entrée dans l'eau est absolu.

Q1. Établir l'expression de la durée du plongeon t_1 (durée de la phase de vol jusqu'au point E d'entrée dans l'eau) en fonction des variables H_0, v_0, g et α. Déduire l'expression de la distance L_1 parcourue en dehors de l'eau selon l'axe horizontal (figure 2) en fonction de ces mêmes variables.

Q2. Sachant que le nageur est plus rapide en dehors de l'eau, estimer, grâce à la figure 3, la valeur de la distance L_1 idéale pour le plongeon étudié, ainsi que celle de l'angle α correspondant en degrés. Estimer d'autre part la durée du plongeon correspondant ; vérifier la valeur de durée du plongeon à l'aide de la question précédente.

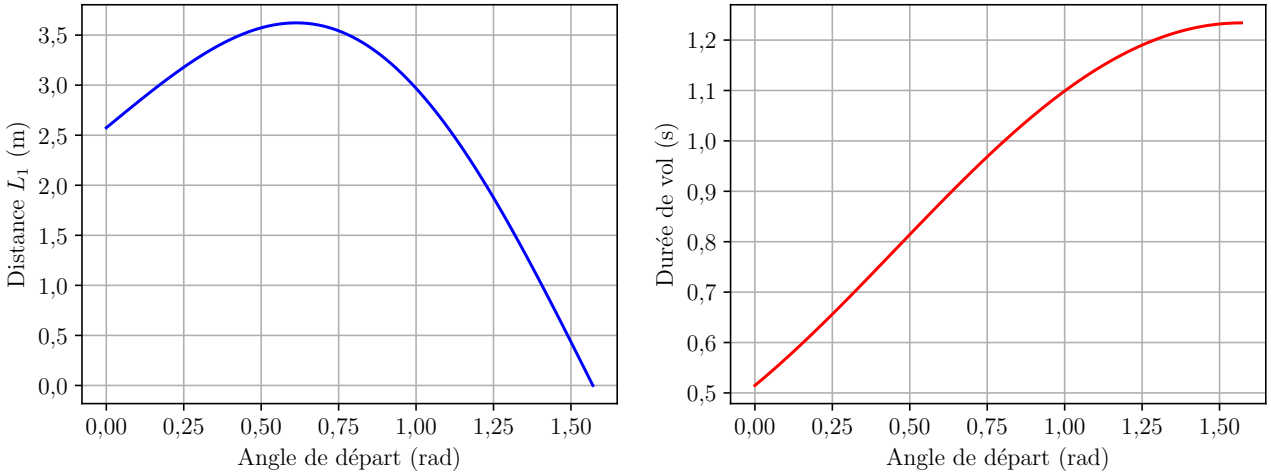


Figure 3 – Distance parcourue L_1 et durée du plongeon en fonction de l'angle de départ α.

Q3. Montrer que l'angle α n'a pas d'influence sur la norme v_E de la vitesse d'entrée dans l'eau au point E, puis évaluer v_E numériquement.

Sachant que la vitesse en crawl, dans l'eau, est plutôt de l'ordre de 2,0 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ à 3,0 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, on comprend vite l'intérêt de la phase de propulsion.

Q4. Déterminer l'expression de l'angle d'entrée dans l'eau β au point E (figure 2) en fonction des variables L_1, v_0, g et α. L'évaluer dans le cadre de la question **Q2**. Cette valeur de β constitue un compromis : citer un inconvénient à ce que β soit proche de $\frac{\pi}{2}$ ou encore de 0.

II – Deuxième étape : nager à fond le 100 m nage libre

On réunit dans cette sous-partie des résultats de diverses études biomécaniques du crawl.

Étude 1 : décomposition des phases en crawl

Le trajet aquatique du bras lors de la nage en crawl s'effectue dans les trois plans de l'espace, avec des balayages externes et internes ainsi que hauts et bas (figure 4). Les différentes phases sont les suivantes, les points 1 à 6 correspondant aux positions successives de la main gauche du nageur :

– 1 à 2 : "Entry and stretch" (ES : entrée et allongement) ;
– 2 à 3 : "Downsweep to catch" (DC : balayage vers le bas et « prise d'appui ») ;
– 3 à 4 : "Insweep" (IN : balayage interne) ;
– 4 à 5 : "Upsweep" (UP : balayage vers le haut) ;
– 5 à 6 : "Exit" (EX : sortie de la main).

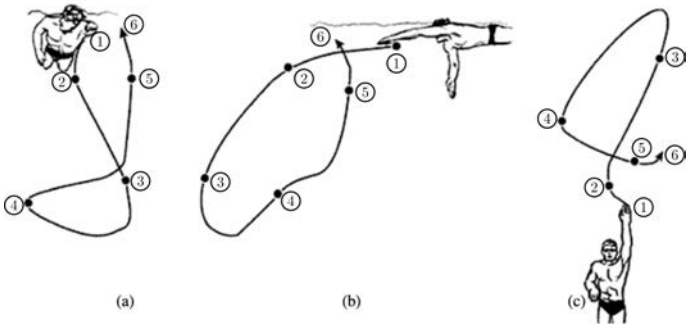


Figure 4 – (a) vue de face ; (b) vue de profil ; (c) vue de dessous. ES : 1-2, DC : 2-3, IN : 3-4, UP : 4-5, EX : 5-6 [2].

Étude 2 : le « MAD system »

Des chercheurs ont mis au point un dispositif de mesure de forces de résistance à l'avancement (« MAD system », pour « Measuring Active Drag ») qui permet indirectement d'obtenir les forces propulsives en sprint. Le « MAD system » est composé de capteurs de forces fixes par rapport au bassin de nage de 25 m (voir la figure 5 où les capteurs sont symbolisés par des triangles). Les nageurs dans cette étude utilisent uniquement leurs bras pour la propulsion ; un pull-buoy (flotteur) est placé entre les jambes pour maintenir le corps à la surface de l'eau. Chaque capteur de force permet la mesure directe des forces créées à chaque coup de bras.

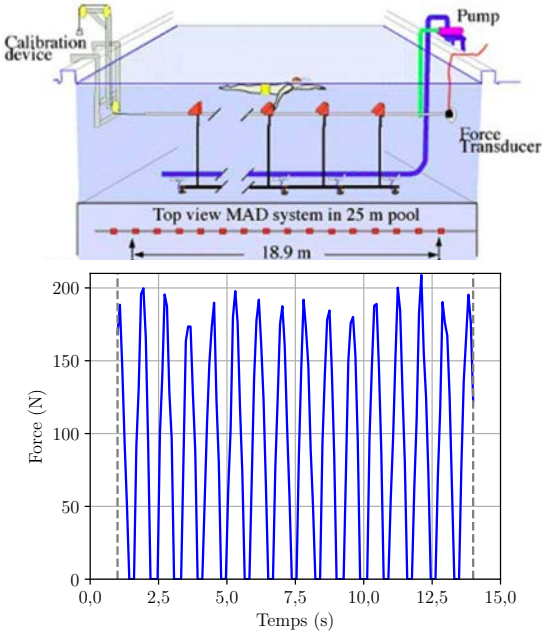


Figure 5 – « MAD system » [3, 4].

Étude 3 : mesures de vitesse et de force exercée sur la main et l'avant-bras du nageur

Des mesures de vitesses et de forces hydrodynamiques exercées sur la main et l'avant-bras du nageur en sprint ont été effectuées expérimentalement et ont été recoupées avec une modélisation numérique de l'écoulement. Les résultats expérimentaux sont fournis sur la figure 6.

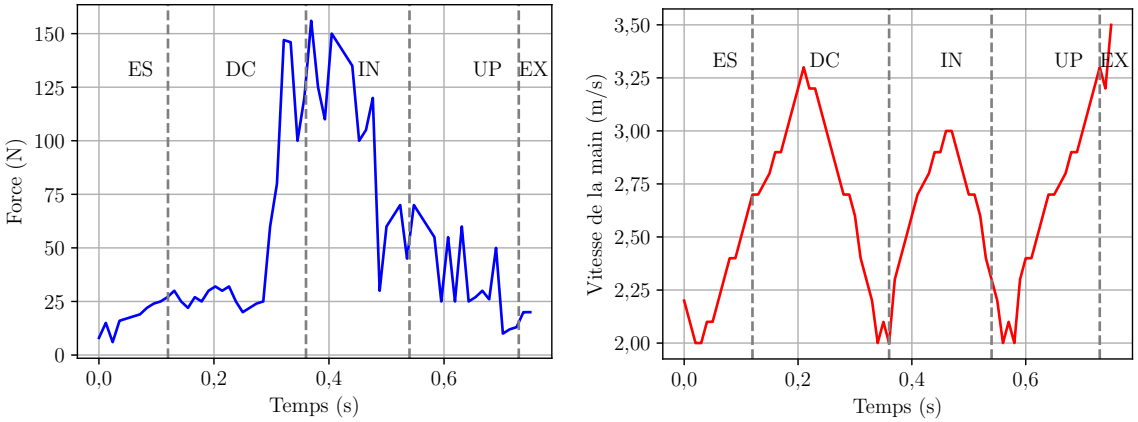


Figure 6 – Forces appliquées sur la main et l'avant-bras et vitesse de la main [5].

Q5. À l'aide des études précédentes, évaluer numériquement l'énergie dépensée par un nageur de crawl en sprint sur une distance de 100 m et la comparer à l'apport énergétique de 205 kcal pour une barre chocolatée.

III – Traitement de l'eau du centre aquatique olympique

L'électrolyse est une méthode moderne utilisée pour désinfecter l'eau d'une piscine. Ce système utilise le sel (du chlorure de sodium) et de l'électricité pour produire du dichlore lors d'une étape 1. Dans une étape 2, le dichlore est converti en ions hypochlorite (ClO^-) qui ont la propriété de tuer les bactéries, virus et autres microorganismes. Il s'agit par ailleurs des ions contenus dans l'eau de javel.

Les ions hypochlorite, lorsqu'ils réagissent sur les bactéries et les microorganismes, forment à nouveau des ions chlorure Cl^-. Cette réaction permet de régénérer les ions chlorure consommés lors de l'étape 1. C'est ce cycle fermé qui fait de l'électrolyse un système durable pour le traitement de l'eau de piscine. Il n'est donc nécessaire de remettre du sel dans l'eau que très occasionnellement.

Le pH est maintenu entre 7,2 et 7,6 pour maximiser l'efficacité du traitement et assurer le confort des nageurs. Le bassin de nage du centre aquatique olympique en figure 7 possède une surface de 1250 m^2 pour une profondeur de 3 m. La concentration massique en chlorure de sodium dans l'eau est de 5 $g \cdot L^{-1}$.



Figure 7 – Centre Aquatique Olympique [1].

III.1 – Étude de l'étape 1

La cellule qui permet l'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium est composée de deux électrodes reliées chacune à l'une des bornes d'un générateur (noté G sur la figure 8), de tension continue d'environ 10 V. On relève une intensité de 20 A.

Au niveau d'une électrode (A), on forme du dihydrogène gazeux et des ions hydroxyde HO^- ; au niveau de l'autre électrode (B), on observe un dégagement de dichlore gazeux (figure 8).

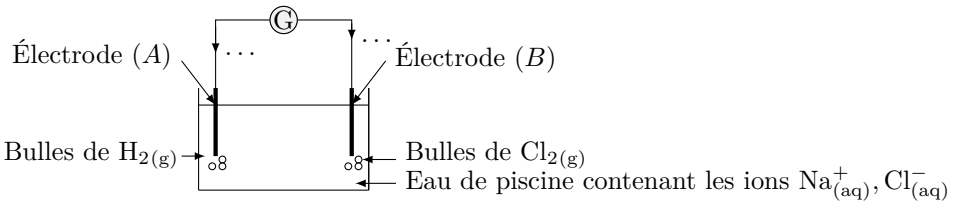


Figure 8 – Électrolyse d'une solution de chlorure de sodium.

Q6. Identifier les deux couples oxydant/réducteur qui interviennent lors de cette étape afin d'en déduire l'équation bilan de la réaction correspondante.

Q7. Indiquer l'espèce chimique oxydée et l'espèce réduite.

Q8. Reproduire la figure 8 en indiquant le sens de déplacement des électrons, le sens positif du courant i et si les électrodes (A) et (B) sont le siège d'une oxydation ou d'une réduction.

Q9. Justifier qualitativement si la réaction bilan qui a lieu à l'étape 1 est thermodynamiquement favorisée.

L'électrolyse permet donc de réaliser une transformation chimique grâce à une activation électrique. Pour la suite, on suppose cette étape 1 comme totale et rapide.

III.2 – Étude de l'étape 2

Les ions hydroxyde et le dichlore formés sont ensuite consommés lors d'une nouvelle transformation chimique dont l'équation bilan est la suivante :

$$Cl_{2(g)} + 2\,HO^-_{(aq)} = Cl^-_{(aq)} + ClO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} \qquad \text{(étape 2)}$$

Q10. Déterminer l'expression, puis la valeur numérique de la constante d'équilibre associée à cette équation bilan de l'étape 2.

Q11. Indiquer la quantité de matière d'électrons échangés lors de l'étape 1 au cours d'une heure de traitement et en déduire la quantité de matière d'ions hypochlorite formés.

Q12. Déterminer d'autre part la masse de chlorure de sodium que l'on devrait dissoudre pour assurer une heure de traitement au cours de l'étape 1 (en l'absence de régénération de ces ions dans les étapes suivantes) et justifier que la quantité disponible dans le bassin est suffisante.

III.3 – Ajustement du pH

On mesure un matin une valeur de pH égale à 8,0 dans le bassin de natation olympique.

Q13. Utiliser le rapport de concentrations $\frac{[ClO^-_{(aq)}]}{[HClO_{(aq)}]}$ correspondant (où HClO est l'acide hypochloreux) afin d'expliquer comment le fait de verser de l'acide sulfurique H_2SO_4 (un acide fort) va permettre d'abaisser le pH.

Partie B – Vélocimétrie laser à franges

À l'Institut Physique et Ingénierie en matériaux du CNRS, les scientifiques utilisent un robot et la vélocimétrie pour étudier les mécanismes propulsif et résistif chez le nageur expert.

La vélocimétrie à deux faisceaux (ou à franges) repose sur la superposition de deux faisceaux laser qui crée une zone d'interférence permettant de mesurer précisément la vitesse des particules en mouvement. Pour que le dispositif fonctionne, les deux ondes incidentes doivent être planes, cohérentes et de même intensité. Elles sont construites à l'aide d'un faisceau laser que l'on doit tout d'abord élargir, puis diviser, avant de générer le phénomène d'interférences. Le principe est décomposé dans les sous-parties suivantes. La mesure de la vitesse des particules dans le fluide permet de connaître la vitesse du fluide.

I – Expansion du faisceau

Les rayons en sortie d'un expanseur de faisceau ressortent parallèles à l'axe optique. On note d_0 la largeur du faisceau entrant dans l'expanseur (voir figures 9 et 10) et d'_0 celle du faisceau sortant. On souhaite obtenir un taux d'expansion du faisceau $\tau = \frac{d'_0}{d_0} > 1$. Deux types d'expanseurs sont étudiés dans cette sous-partie.

Les expanseurs de faisceau képlériens sont constitués de deux lentilles convergentes (figure 9). On définit l'encombrement du système comme la distance D qui sépare les deux lentilles.

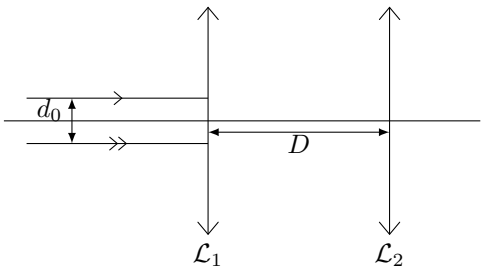


Figure 9 – Expanseur de faisceau képlérien.

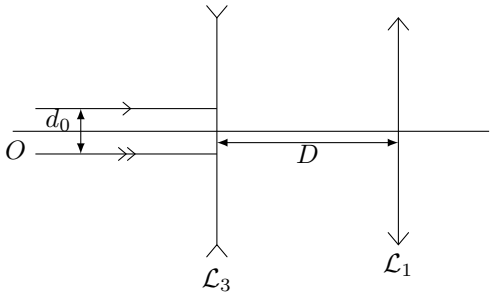


Figure 10 – Expanseur de faisceau galiléen.

Q14. Reproduire la figure 9 en indiquant la position des foyers des lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, de distances focales images respectives f'_1 et f'_2, et le trajet des rayons en sortie des lentilles permettant de respecter la condition $\tau > 1$.

Q15. Établir l'expression de τ en fonction de f'_1 et f'_2.

Les expanseurs de faisceau képlériens offrent des taux d'expansion élevés, mais donnent naissance à un point au sein du système où se concentre l'énergie du laser. Aussi ce système chauffe l'air entre les lentilles et entraîne un risque d'erreurs. On envisage alors un expanseur de faisceau dit galiléen (figure 10) qui se compose d'une lentille divergente $\mathcal{L}_3$ et de la lentille convergente $\mathcal{L}_1$.

Q16. Reproduire la figure 10 en indiquant la position des foyers des lentilles, de distances focales images respectives f'_3 et f'_1, et le trajet des rayons en sortie des lentilles permettant un nouveau taux d'expansion $\tau' > 1$.

Q17. Établir l'expression de τ' en fonction de f'_3 et f'_1.

Q18. Exprimer D en fonction de f'_1 et du taux d'expansion pour les deux types d'expanseurs. Indiquer quel type d'expanseur permet un encombrement moindre à distance focale f'_1 et taux d'expansion donnés.

II – Division du faisceau

Une fois élargi, le faisceau incident de diamètre d'_0 est divisé en deux à l'aide d'un prisme cubique en verre dont l'indice optique vaut $n_v = 1{,}5$. Le prisme est placé dans l'air d'indice $n \simeq 1$.

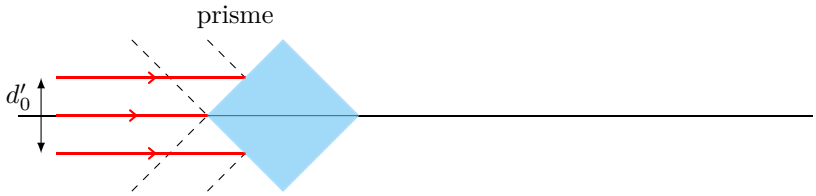


Figure 11 – Montage du prisme cubique diviseur de faisceau. Le faisceau incident est parallèle à l'axe optique confondu avec un axe de symétrie du prisme. Les traits en pointillés correspondent aux droites normales à chaque face que l'on doit considérer pour le tracé des rayons.

Q19. Reproduire la figure 11 et poursuivre le tracé des trois rayons afin d'expliquer la division du faisceau par le prisme cubique. On prêtera une attention particulière au rayon sur l'axe optique qui sera dévié par chacune des deux faces de gauche du prisme.

Q20. Exprimer le diamètre d_f de chacun des faisceaux obtenus après division.

Q21. Indiquer la différence de marche δ entre deux rayons situés dans chacun des deux faisceaux, au niveau d'un plan orthogonal à l'axe optique en sortie du prisme. Conclure quant à l'intérêt de ce dispositif dans le cadre de notre démarche.

On dispose à présent de deux faisceaux lumineux qui vont interférer entre eux grâce au dispositif exposé dans la sous-partie suivante.

III – Interférences des deux faisceaux

À l'aide d'un montage optique complet, on obtient deux sources lumineuses qui interfèrent dans l'eau comme en figure 12. Dans cette partie, on considérera que l'indice de l'eau est égal à 1 afin de simplifier les expressions.

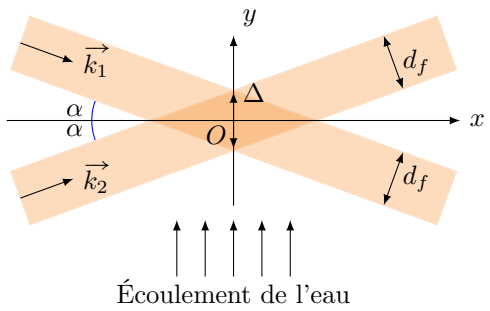


Figure 12 – Interférences à deux faisceaux.

Ces deux ondes incidentes sont planes, cohérentes et de même intensité I_0. Elles sont construites à l'aide d'un faisceau laser argon (de longueur d'onde λ_0 ; voir tableau 1 dans les données en fin d'énoncé). Ces ondes peuvent s'écrire en notation complexe avec les amplitudes instantanées complexes

$$\underline{s_1}(M,t) = s_0\, e^{j(\omega t - \vec{k_1}\cdot\overrightarrow{OM})} \qquad \text{et} \qquad \underline{s_2}(M,t) = s_0\, e^{j(\omega t - \vec{k_2}\cdot\overrightarrow{OM})},$$

avec $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ les vecteurs d'onde respectivement associés à chacun des faisceaux incidents, ω la pulsation et s_0 une constante.

On introduit dans l'eau des particules d'ensemencement qui suivent l'écoulement selon l'axe (Oy), à la vitesse $\vec{V} = V\,\vec{u_y}$ et émettent un clignotement lumineux par réflexion lorsqu'elles passent d'une frange sombre à une frange brillante. L'intensité I diffusée par les particules d'ensemencement permet d'obtenir l'expression de la norme de la vitesse de l'eau.

On fixe l'angle $\alpha = 6{,}00°$ avec une incertitude-type $u(\alpha) = 0{,}10°$. La fréquence du clignotement des particules est $f = 1{,}200$ MHz avec une incertitude-type $u(f) = 0{,}050$ MHz.

Q22. Exprimer l'intensité I en un point de coordonnées (x, y, z) dans le champ d'interférence en fonction des grandeurs utiles parmi I_0, λ_0, α, x, y et z. Décrire la figure d'interférence observée.

Q23. Définir et exprimer l'interfrange i de cette figure d'interférence.

Q24. Déterminer l'expression de la norme V de la vitesse de l'eau. L'évaluer numériquement avec une estimation de son incertitude-type.

Q25. Exprimer la dimension Δ de la zone d'interférence (voir figure 12) en fonction de d_f et α.

Q26. Établir et évaluer numériquement la valeur minimale de d_f. Conclure quant à l'utilisation du laser argon pour la mesure de vitesse.

Partie C – Le plongeon de haut vol

Le plongeon est une discipline de la natation, comme la natation synchronisée ou le water-polo. En compétition olympique de natation, les plongeons peuvent être réalisés à partir de tremplins ou plateformes allant jusqu'à 10 mètres de hauteur. On parle de plongeon de haut vol à partir de cette altitude.

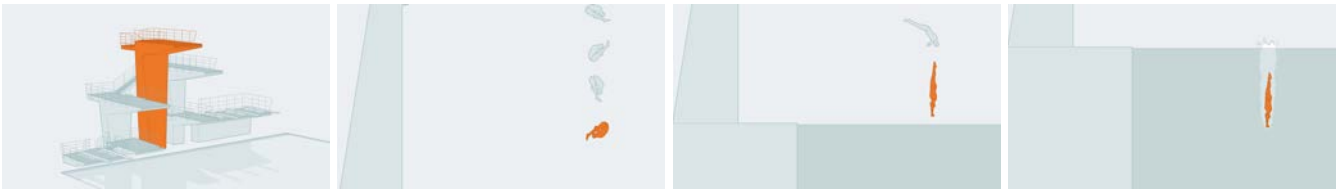


Figure 13 – Plongeoir du centre aquatique olympique et les phases du plongeon [6].

Poussée d'Archimède : tout corps plongé dans un fluide au repos subit de la part de celui-ci une force appelée poussée d'Archimède dirigée vers le haut et de norme égale à celle du poids du fluide déplacé. Elle s'exprime en norme $P_A = \rho V g$ avec ρ la masse volumique du fluide et V le volume de la partie immergée du corps.

Force de frottement fluide : un système en mouvement dans un fluide, se déplaçant à vitesse élevée, est soumis à une force de frottement modélisée par la loi $\vec{f} = -k\, v\, \vec{v}$ où k est un coefficient de frottement et v la norme du vecteur vitesse $\vec{v}$. Dans le modèle utilisé, $k = \dfrac{1}{2}\rho C_x S$ avec C_x le coefficient de traînée et S la surface frontale du solide (orthogonale au vecteur vitesse ; figure 14). Des valeurs du coefficient C_x sont fournies par le tableau 2 dans les données en fin d'énoncé.



Figure 14 – Estimation de la surface frontale S chez l'athlète [7].

Contrairement au nageur de 100 m étudié dans la première partie, le plongeur de haut vol va chercher à entrer dans l'eau à la verticale (voir schémas de droite de la figure 13) afin de réduire l'impact sur son corps et donc d'éviter de se blesser. En effet, le plongeur de haut vol peut atteindre une vitesse d'entrée dans l'eau supérieure à 50,0 $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

On s'intéresse à la chute du plongeur (de masse m et de masse volumique après expiration $\rho_h > \rho$) une fois qu'il est entré dans l'eau.

Q27. Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme de la vitesse du plongeur après son entrée dans l'eau.

Q28. Montrer l'existence d'une vitesse limite v_{lim} et l'exprimer en fonction de k, ρ, ρ_h, g, m. L'évaluer numériquement.

On souhaite résoudre l'équation différentielle de la question **Q27** analytiquement. Les équations différentielles du type $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -A\, v^2 + B$, avec A et B des constantes strictement positives, admettent pour solution générale

$$v(t) = k_1 \frac{1 + \exp\left(-\frac{2t}{\tau} + k_2\right)}{1 - \exp\left(-\frac{2t}{\tau} + k_2\right)} \quad \text{avec } k_1,\ k_2 \text{ et } \tau \text{ des constantes.}$$

Q29. Dans le cadre de l'équation différentielle de la question **Q27**, exprimer A et B en fonction de k, ρ, ρ_h, g et m. Puis, exprimer k_1, k_2, ainsi que τ en fonction de A, de B et de la vitesse initiale v_0 du plongeur dans l'eau.

Cette résolution analytique n'étant pas immédiate, on se propose de résoudre l'équation différentielle de la question **Q27** de manière approchée à l'aide de la méthode d'Euler. On superpose ensuite la résolution analytique à la solution numérique sur la figure 15.

Q30. Expliquer le principe de la méthode d'Euler. Sur votre copie, compléter les deux lignes manquantes de l'extrait du programme (situé dans la partie des données en fin de sujet) qui permet le tracé de la vitesse dans l'eau en fonction du temps pour une valeur de C_x donnée.

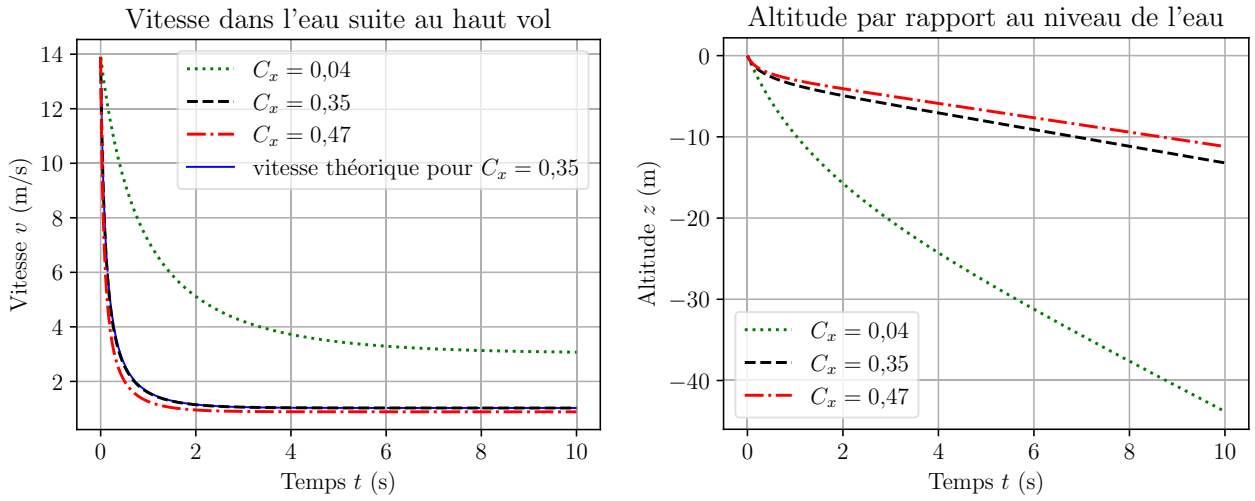


Figure 15 – Modélisation de la chute du plongeur pour des coefficients de traînée différents : vitesse et altitude du centre de masse du plongeur.

Le temps de réaction de l'être humain est d'environ une seconde et son centre de masse se situe à 1 m de ses mains lorsque ses bras sont tendus devant lui.

Q31. Justifier grâce aux résultats de la modélisation en figure 15, le choix d'une profondeur de 5 m pour le bassin du centre aquatique olympique destiné à accueillir le plongeon de haut vol.

Partie D – Comment éviter l'hypothermie en natation marathon ou triathlon ?

Pour des raisons de sécurité, de performance et de confort, la combinaison en néoprène est autorisée en triathlon et natation marathon lorsque la température de l'eau est inférieure à 24 °C. Elle devient obligatoire lorsque la température de l'eau est inférieure à 16 °C. L'objectif de cette partie est de déterminer en combien de temps un athlète entrerait en hypothermie avec, puis sans combinaison.

Pour cela, on modélise les transferts thermiques entre le corps du nageur et l'eau de la Seine. Soit $T(t)$ la température interne du nageur à l'instant t, supposée uniforme, et $T_0 = 16$ °C la température de l'eau, supposée constante. Les informations de modélisation suivantes ont été réunies :

- la surface S (exprimée en m^2) de la peau d'un nageur peut être calculée à partir de la masse m du nageur (en kg) et de sa taille H (en cm) par la relation
$$S = 0{,}007184 \times m^{0{,}425} \times H^{0{,}725} \; ;$$
- le nageur est équipé d'une combinaison en néoprène soufflée à l'argon d'épaisseur standardisée notée e. Le contact thermique entre la peau du plongeur et l'intérieur de la combinaison est supposé parfait. On note R_{combi} la résistance thermique associée ;
- le nageur étant en déplacement, les transferts thermiques entre la paroi externe de la combinaison à la température T_{paroi} et l'eau à la température T_0 sont modélisés par la loi de Newton. Celle-ci donne le vecteur densité de flux thermique conducto-convectif
$$\vec{j}_{\text{cc}} = h\,(T_{\text{paroi}} - T_0)\,\vec{n}\,,$$
où $\vec{n}$ est la normale unitaire sortante et h un coefficient conducto-convectif qui dépend de la vitesse de nage et des grandeurs caractéristiques du fluide en écoulement. On note R_{cc} la résistance thermique conducto-convective ;

– au cours de l'effort, le nageur libère une puissance thermique $\mathcal{P}_\text{h}$;

– les transferts par rayonnement de la combinaison vers l'eau sont modélisés par la loi de Stefan donnant le flux thermique radiatif global

$$\Phi_\text{rad} = \varepsilon\,\sigma\,S\,(T_\text{paroi}^4 - T_0^4)\,,$$

avec T_paroi la température de la paroi externe de la combinaison et T_0 la température de l'eau, σ la constante de Stefan, ε l'émissivité de la combinaison en néoprène (nombre sans dimension traduisant l'efficacité des processus radiatifs) et S la surface externe de la combinaison supposée identique à la surface de la peau du nageur ;

– la peau d'un être humain est décomposée en trois couches : l'épiderme, le derme et la graisse, d'épaisseurs respectives e_e, e_d et e_g et de conductivités thermiques respectives λ_e, λ_d et λ_g. Le tableau 3 dans les données en fin d'énoncé en précise des valeurs. On suppose que le transfert thermique à travers chacune de ces couches, de surface S et non plane, est identique au transfert thermique unidirectionnel à travers une couche plane de surface S et de mêmes caractéristiques.

On se place dans un premier temps en régime stationnaire.

Q32. Établir, à partir d'un modèle de diffusion en géométrie unidimensionnelle cartésienne, l'expression de la résistance thermique qui modélise l'épiderme. En déduire l'expression de la résistance thermique de l'ensemble épiderme, derme et graisse notée R_peau en fonction des différentes épaisseurs, conductivités thermiques et de la surface S. Évaluer numériquement R_peau.

Q33. Exprimer d'autre part la résistance conducto-convective R_cc modélisant l'échange entre la paroi extérieure de la combinaison et l'eau, puis la calculer.

Q34. Montrer que si l'écart $\Delta T = T_\text{paroi} - T_0$ est faible devant T_paroi et T_0, le flux thermique radiatif Φ_rad est approximativement proportionnel à ΔT. En déduire que les phénomènes radiatifs sont modélisables par une résistance thermique radiative R_rad dont on donnera l'expression et la valeur numérique.

Q35. Proposer le schéma électrique équivalent permettant de déterminer la résistance thermique totale R_tot entre l'intérieur du corps du nageur et l'eau en fonction de R_rad, R_cc, R_peau, R_combi et en déduire l'expression du flux thermique total Φ_tot en fonction de T, T_0 et R_tot.

Q36. Montrer que le schéma équivalent précédent est simplifiable et commenter le résultat. Donner la valeur numérique de R_tot qui s'en déduit.

On se place dans un second temps en régime instationnaire pour étudier l'évolution de la température du nageur au cours du temps. On émet toutefois l'hypothèse que le régime est suffisamment lentement variable pour que l'expression de Φ_tot établie à la question **Q35** soit toujours utilisable.

Q37. Montrer que la température T du nageur est solution de l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{T}{\tau} = \xi\,,$$

avec τ et ξ des constantes à exprimer en fonction de m, c, R_tot, T_0 et $\mathcal{P}_h$.

Q38. Résoudre cette équation différentielle. Pour cela, introduire la température T_c du corps du nageur en dehors de l'eau.

Q39. Déterminer l'expression de la température du nageur atteinte en régime permanent, notée T_∞, puis sa valeur numérique. En déduire au bout de combien de temps environ cette température serait atteinte avec combinaison. On supposera pour cela que, malgré tout, durant toute cette durée, l'athlète ne cesse pas de nager…

Le nageur est en hypothermie lorsque sa température devient inférieure à 35 °C. Dans la question suivante, afin de simplifier l'étude, on néglige le transfert radiatif et on suppose le coefficient conducto-convectif $h = 455{,}0\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ valable avec ou sans combinaison.

Q40. Déterminer le temps maximal que peut durer une épreuve de natation marathon sans danger avec, puis sans combinaison dans une eau à $T_0 = 16$ °C. Justifier le caractère obligatoire de la combinaison dans cette eau froide sachant que le champion olympique nage le marathon en un peu plus de deux heures.

Données et formulaire

Données numériques pour la partie A

- Altitude initiale du point M : $H_0 = 1{,}3$ m.
- Norme de la vitesse initiale : $v_0 = 5{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
- Masse du nageur : $m = 75$ kg.
- Taille du nageur : $H = 175$ cm.
- Conversion entre J et cal : 1 cal = 4,18 J.
- Température de l'eau de piscine : 25 °C.
- Masses molaires : sodium $M_{\mathrm{Na}} = 23{,}0\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ et chlore $M_{\mathrm{Cl}} = 35{,}5\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.
- Constante de Faraday : $F = e\mathcal{N}_A = 96\,485\ \mathrm{C\cdot mol^{-1}}$, e étant la charge d'un électron et $\mathcal{N}_A$ le nombre d'Avogadro.
- Potentiel standard du couple de l'eau $\mathrm{H_2O/H_{2(g)}}$ en milieu basique : $E_1^\circ = -0{,}83$ V.
- Potentiel standard du couple de l'eau $\mathrm{H^+_{(aq)}/H_{2(g)}}$: $E_2^\circ = 0{,}0$ V.
- Potentiel standard du couple $\mathrm{Cl_{2(g)}/Cl^-_{(aq)}}$: $E_3^\circ = 1{,}36$ V.
- Potentiel standard du couple $\mathrm{ClO^-_{(g)}/Cl_{2(g)}}$: $E_4^\circ = 0{,}42$ V.
- Couples acide/base :
  - $\mathrm{pK}_a(\mathrm{H_3O^+_{(aq)}\,/\,H_2O}) = 0$ et $\mathrm{pK}_a(\mathrm{H_2O\,/\,HO^-_{(aq)}}) = 14$;
  - acide hypochloreux/ion hypochlorite : $\mathrm{pK}_a(\mathrm{HClO_{(aq)}\,/ClO^-_{(aq)}}) = 7{,}5$.

Données numériques pour la partie B

- Indices optiques : du verre $n_v = 1{,}5$, de l'air $n_{air} = 1{,}0$ et de l'eau $n_e \simeq 1{,}0$ pour simplifier l'étude.

Grandeur	Valeur
Longueur d'onde (argon) λ_0 (nm)	514 (incertitude-type $u(\lambda_0) = 10$ nm)
Puissance maximale de sortie (mW)	50,0
Diamètre de faisceau d_f (mm)	0,65

Tableau 1 – Propriétés du laser Stellar-Pro Select 150.

Données numériques pour la partie C

- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.
- Masse volumique d'un athlète après expiration : $\rho_h = 1076\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.
- Masse de l'athlète : $m = 75$ kg.

Modèle du plongeur	L/D	Vitesse ($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)	C_x
Sphère : diamètre D		$< 0{,}5$	0,47
Sphère : diamètre D		$> 1{,}5$	0,2
Ellipse : grand axe L, petit axe D		$> 1{,}0$	0,04
Cylindre : hauteur L, diamètre D	$\simeq 1$	$< 0{,}5$	0,63
Cylindre : hauteur L, diamètre D	$\simeq 5$	$< 0{,}5$	0,74
Cylindre : hauteur L, diamètre D	$\simeq 20$	$< 0{,}5$	0,90
Cylindre : hauteur L, diamètre D	$\simeq 5$	$> 2{,}5$	0,35
Parallélépipède base carrée : hauteur L, arête D			2,0

Tableau 2 – Coefficient C_x pour différentes géométries et vitesses du plongeur [7].

Extrait de programme Python pour la partie C

Seules les deux lignes incomplètes sont à écrire, complétées, sur la copie. On suppose que toutes les bibliothèques ont été importées et que les constantes A et B ont été définies comme : `A` et `B`. La fonction `F1` admet pour paramètre d'entrée une vitesse `v` et renvoie le terme de droite de l'équation différentielle de la question **Q27** calculé pour `v`.

```
t0 = 0  # en s
tf = 10  # en s
N = 1000

def F1(v):
    return ____________________________  # compléter

def Euler(F, t0, tf, N, v0):
    valeurs_t = [t0]
    valeurs_v = [v0]
    h = (tf - t0) / (N - 1)
    for i in range(N - 1):
        valeurs_t.append(valeurs_t[i] + h)
        valeurs_v.append(____________________________________)  # compléter
    return valeurs_t, valeurs_v

t, v_num1 = Euler(F1, t0, tf, N, v0)
plt.plot(t, v_num1)
plt.xlabel("Temps (s)")
plt.ylabel("Vitesse (m/s)")
```

Données numériques pour la partie D

- Masse du nageur : $m = 75$ kg.
- Taille du nageur : $H = 175$ cm.
- Température du corps du nageur en dehors de l'eau : $T_c = 37{,}0\ ^\circ\text{C}$.
- Capacité thermique massique du nageur (avec ou sans combinaison) : $c \simeq 3{,}5 \times 10^3\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.
- Puissance thermique libérée au cours de l'effort : $\mathcal{P}_h = 2{,}5 \times 10^2$ W.
- Constante de Stefan : $\sigma = 5{,}7 \times 10^{-8}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.
- Émissivité de la combinaison en néoprène : $\varepsilon = 0{,}9$.
- Coefficient conducto-convectif lors de l'échange entre la paroi de la combinaison et l'eau : $h = 455{,}0\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

Structure	Épaisseur (mm)	Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
Épiderme	0,08	0,24
Derme	2,0	0,45
Graisse sous-cutanée	10,0	0,19

Tableau 3 – Propriétés de la peau et des tissus d'un nageur [8].

	Gaz	Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
Épaisseur $e = 4$ mm	Air	0,05686
	Argon	0,04887
	Xénon	0,03419

Tableau 4 – Conductivités thermiques des combinaisons en néoprène à cellules fermées soufflées au gaz [9].

Estimation d'une incertitude-type composée

Si une grandeur y est le produit de deux grandeurs x_1 et x_2 ($y = x_1 \times x_2$) ou leur quotient ($y = x_1/x_2$), alors l'incertitude-type sur y, notée $u(y)$, est reliée aux incertitudes-types respectives $u(x_1)$ et $u(x_2)$ sur x_1 et x_2 par

$$\frac{u(y)}{y} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}.$$

Références

[1] *Wikimediacommons*.

[2] Ernest Maglischo. « Swimming fastest. The essential reference on technique, training, and program design ». In : *Hum. Kinet.* (jan. 2003), p. 593-688.

[3] Peter Hollander et al. « Measurement of active drag during Crawl stroke swimming ». In : *Journal of sports sciences* 4 (fév. 1986), p. 21-30. doi : 10.1080/02640418608732094.

[4] Huub Toussaint, Coen Berg et Wiero Beek. « "Pumped-up propulsion" during front crawl swimming ». In : *Medicine and science in sports and exercise* 34 (mars 2002), p. 314-9. doi : 10.1097/00005768-200202000-00020.

[5] Mathias Samson. « Étude expérimentale et numérique, en écoulement instationnaire, du trajet des bras en crawl à différentes allures de nage ». In : *HAL open science* (juin 2016), p. 138.

[6] Thomas Higashiyama Sébastien Xavier. « JO Paris 2024 : épreuves, hauteur du saut, notation... Tout comprendre aux règles du plongeon en images ». In : *Le Parisien* (juill. 2024).

[7] Charlie Pretot. « Etude physique des courses de natation ». In : *HAL open science* (déc. 2022), p. 44.

[8] Ramesh Singh F Talorchan. « Heat transfer model for predicting survival time in cold water immersion ». In : *Biomedical Engineering Applications Basis and Communications* (août 2005). doi : 10.4015/S1016237205000251.

[9] Anton L. Cottrill Jeffrey L. Moran. « Noble-Gas-Infused Neoprene Closed-Cell Foams Achieving Ultra-Low Thermal Conductivity Fabrics ». In : *The Royal Society of Chemistry* (2018).

◇ Fin ◇

P093 - 3 février 2026 - 15:39:05

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MPI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Oxydoréduction et piles électrochimiques
- Optique géométrique et formation des images
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Équations différentielles linéaires du premier ordre

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/mpi