Concours Centrale-Supélec, France

Session 2024, filière PC

Physique 2

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : l'atmosphère de Mars et son échappement
- Partie II : constitution d'une atmosphère martienne

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/pc/2024/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Physique 2

PC

2024

4 heures

Calculatrice autorisée

Terraformation de Mars

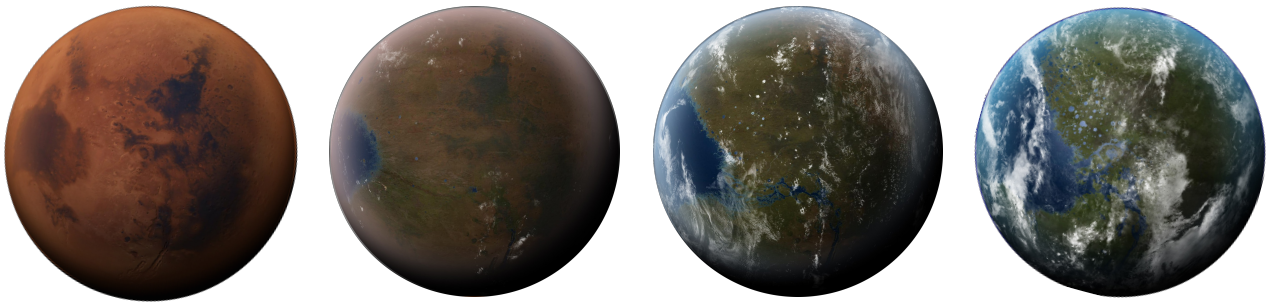


Figure 1 Vue d'artiste des phases hypothétiques de la terraformation de Mars. D'après Wikipédia, auteur : Daein Ballard.

Parue entre 1994 et 2000, la Trilogie de Mars de l'américain Kim Stanley Robinson relate la colonisation et la terraformation de la planète Mars.

La terraformation consiste à modifier la géologie et le climat d'une planète pour la rendre habitable par les humains ou toute forme de vie terrestre. Les modifications profondes à apporter à la planète sont complexes et demandent énormément de ressources. Sur Mars, les faibles température et pression empêchent la vie à la surface. Avant de développer un écosystème, il faut d'abord apporter une atmosphère à même de réchauffer la planète et de supporter la vie. Bien que considérée comme un vieux rêve de science fiction, la faisabilité de la terraformation soulève de nombreuses questions de physique, ce problème en abordant quelques-unes.

Le problème comporte deux parties indépendantes. Des données et un formulaire sont regroupés en fin d'énoncé.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

I L'atmosphère de Mars et son échappement

Il y a quatre milliards d'années, Mars avait un environnement identique à celui de la Terre : une atmosphère dense était présente et permettait de conserver chaleur et humidité, ce qui participait à rendre cette planète habitable.

Aujourd'hui, Mars n'a quasiment plus d'atmosphère. Elle est devenue une planète froide et désertique. Son atmosphère actuelle est principalement composée (en pourcentages massiques) de dioxyde de carbone (96 %), d'argon (environ 2 %) et de diazote (2 %). Elle comporte également des traces de dioxygène, d'eau et de méthane. La pression moyenne ambiante est environ 170 fois moins importante que sur Terre. À une altitude de référence, au niveau du sol martien, la pression moyenne et la température moyenne sont respectivement de 600 Pa et 210 K. La masse totale de l'atmosphère martienne est estimée à 25 teratonnes (25 000 milliards de tonnes), soit environ 200 fois moins que l'atmosphère terrestre.

Un point M de l'atmosphère de Mars est repéré par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) de centre O, le centre de la planète, celle-ci étant modélisée par une boule de répartition de masse à symétrie sphérique. On note donc que $r \geqslant R_m$, R_m étant le rayon moyen de Mars.

I.A – Préliminaire : le champ de pesanteur martien

On s'intéresse dans un premier temps à l'évolution du champ de pesanteur martien avec l'altitude. Pour cela, on l'assimile au champ gravitationnel et on raisonne par analogie avec l'interaction électrostatique. Le champ de pesanteur martien est noté $\vec{g}(M)$ au point M.

Q 1. Expliquer en quoi l'assimilation du champ de pesanteur au champ gravitationnel constitue une approximation.

BY-NC-SA

Q 2. Soit deux particules supposées ponctuelles positionnées aux points M_1 et M_2, portant respectivement les charges q_1 et q_2. On note d, la distance entre M_1 et M_2. Rappeler l'expression de la force d'interaction électrostatique créée par q_1 et agissant sur q_2. Proposer un schéma associé.

Q 3. Par une analogie formelle soignée entre les champs électrostatique et gravitationnel, construire et énoncer le théorème de Gauss gravitationnel (analogue en gravitation du théorème de Gauss de l'électrostatique).

Q 4. En déduire, dans l'espace autour de Mars, une expression de l'accélération de la pesanteur $\overrightarrow{g}(M)$ de cette planète.

Q 5. Obtenir une expression de $\overrightarrow{g}(M)$ en fonction de R_m, r et $\overrightarrow{g}_0$, accélération de la pesanteur au niveau du sol. Déterminer et calculer l'intensité g_0 de cette dernière.

I.B – L'atmosphère martienne, hors tempêtes de poussières

I.B.1) Le modèle de l'atmosphère isotherme

On néglige tout mouvement au sein de l'atmosphère martienne. On l'assimile à un gaz parfait de particules de masse molaire M_a. On note respectivement $P(M)$ et $\mu(M)$ la pression et la masse volumique au point M. La température de l'atmosphère, supposée uniforme, est notée T_0. La pression au sol est notée P_0.

On suppose l'accélération de la pesanteur $\overrightarrow{g}(M)$ radiale et d'intensité uniforme : $||\overrightarrow{g}(M)|| = g_0$.

Q 6. Rappeler l'expression de l'équivalent volumique des forces de pression dans un fluide, puis établir l'équation locale de la statique des fluides.

Q 7. Montrer que la loi de variation de la pression se met sous la forme $P(r) = C_0 \exp(-\frac{r}{H})$ dans l'atmosphère martienne ($r \geqslant R_m$). Exprimer le facteur C_0 et la hauteur d'échelle H en fonction de P_0, M_a, g_0, R et T_0.

Q 8. Déterminer une valeur numérique pour M_a compte tenu de la composition de l'atmosphère martienne fournie dans l'introduction de cette partie. Puis calculer H.

I.B.2) Déduction de la masse de l'atmosphère martienne

Q 9. Expliciter grâce au modèle précédent $\mu(r)$ en fonction de r, R_m, H et $\mu_0 = \mu(R_m)$. On précisera l'expression de μ_0 en fonction de P_0, M_a, R et T_0.

Q 10. Montrer que l'expression de la masse totale de l'atmosphère martienne – d'extension infinie dans le modèle étudié – se met sous la forme suivante : $m_{\text{atm}} = \frac{4\pi P_0}{g_0}\left[2H^2 + 2HR_m + R_m^2\right]$. En déduire une expression approchée, puis effectuer l'application numérique.

I.B.3) Une estimation de l'épaisseur de l'atmosphère

La couche la plus externe de l'atmosphère d'un corps céleste est appelée exosphère. L'altitude minimale de l'exosphère, appelée exobase, peut être choisie comme définition de l'épaisseur de l'atmosphère : on la note e.

L'exosphère se définit comme la région de l'atmosphère où la densité de particules est assez faible pour que l'effet des collisions entre particules soit négligeable en comparaison de l'effet de leur cinétique. En particulier, le libre parcours moyen des particules de l'atmosphère y est supérieur à la longueur caractéristique de décroissance de la densité de l'atmosphère.

L'expression du libre parcours moyen d'une particule de l'atmosphère est donnée par $\ell(M) = \frac{M_a}{a^2 \mathcal{N}_a \mu(M)}$, où a est la taille typique des molécules formant le gaz et $\mathcal{N}_a$ la constante d'Avogadro.

Q 11. Donner l'interprétation physique du libre parcours moyen. En proposer une estimation au niveau du sol martien, que l'on notera ℓ_0. Commenter.

Q 12. Exprimer e en fonction de ℓ_0 et H en utilisant le modèle de l'atmosphère isotherme précédent. En déduire une estimation de l'épaisseur de l'atmosphère martienne. Confronter le résultat à la valeur fournie dans les données en fin d'énoncé.

I.C – L'échappement de l'atmosphère martienne vers l'espace

En 2013, la NASA a envoyé la sonde MAVEN qui est toujours en activité autour de Mars. Sa principale mission est de mesurer quantitativement le taux de perte des composés atmosphériques qui s'échappent dans le milieu interplanétaire afin de pouvoir extrapoler les taux d'échappement tout au long de l'histoire de la planète. En novembre 2015, l'équipe scientifique de MAVEN a rendu publics des résultats montrant que les gaz atmosphériques s'évaporaient dans l'espace au rythme de $100\,\text{g}\cdot\text{s}^{-1}$ environ.

Les mécanismes ayant conduit l'atmosphère martienne à être ce qu'elle est aujourd'hui ne sont pas bien connus. L'une des hypothèses avancées est que la faible gravité a entraîné la dispersion progressive des gaz légers de la haute atmosphère vers l'espace.

Plusieurs hypothèses ont été proposées pour expliquer la perte de la majeure partie de l'atmosphère, il y a environ 4 milliards d'années. En particulier, Mars aurait perdu son bouclier magnétique permettant alors au vent solaire de balayer une grande partie de son atmosphère. De plus, d'importantes éruptions volcaniques ou des impacts de météorites auraient éjecté les gaz atmosphériques vers l'espace.

BY-NC-SA

Aujourd'hui encore, d'autres processus continuent de faire évoluer la composition de l'atmosphère martienne. Le phénomène d'échappement atmosphérique décrit la perte des gaz constituant l'atmosphère vers l'espace. Plusieurs mécanismes peuvent contribuer à cet échappement, le principal paramètre d'influence étant la masse de la planète Mars.

I.C.1) Processus d'échappement de Jeans

L'un des mécanismes d'échappement est celui dit de Jeans. Certaines molécules en provenance des couches atmosphériques inférieures de Mars peuvent subir des réactions chimiques les transformant en atomes neutres (N, H, O, etc). Lorsque ces réactions se produisent près de l'exobase, certains des atomes sont expulsés vers l'exosphère. En effet, dans cette région, la densité est suffisante pour que des collisions se produisent, mais elle est suffisamment faible pour que l'énergie acquise par les particules ne soit pas dissipée dans de nouvelles collisions (thermalisation). Ainsi, ces atomes ont acquis suffisamment d'énergie pour s'échapper dans l'espace interplanétaire : ils ont alors une vitesse supérieure à la vitesse de libération de l'atmosphère.

Ce phénomène peut s'observer également dans une moindre mesure pour les molécules.

Q 13. À l'aide des graphes fournis figure 2 et de données numériques dûment justifiées, indiquer quel est le principal élément chimique qui subit l'échappement de Jeans. Conclure. De la même manière, justifier la composition de l'atmosphère martienne actuelle.

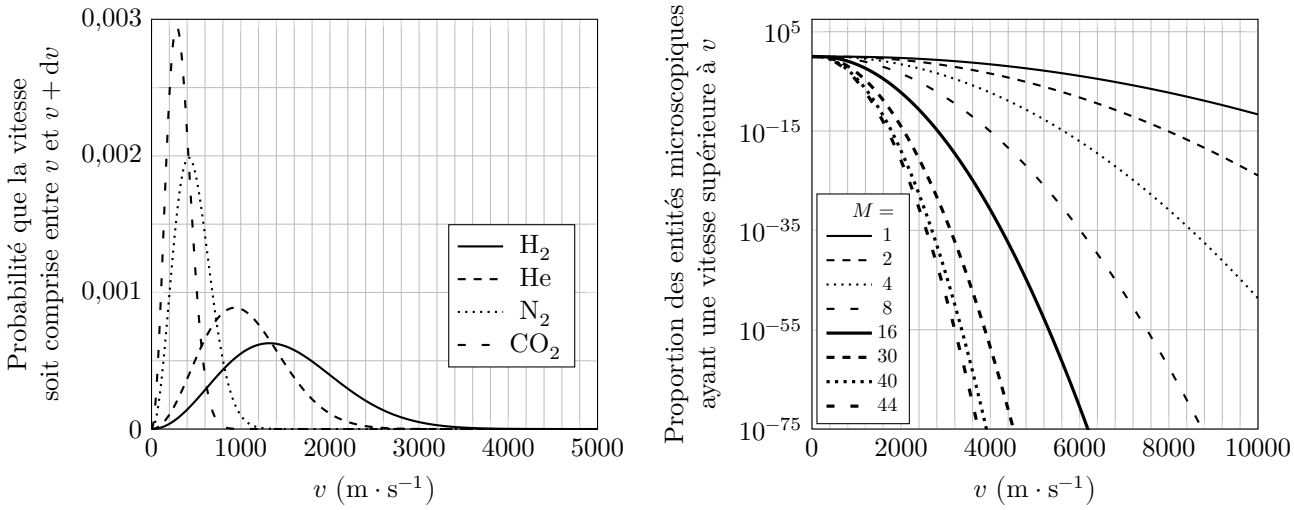


Figure 2 Gauche : distribution maxwellienne des vitesses, pour la température $T_0 = 210$ K. Droite : proportion des entités microscopiques de masse molaire M, exprimée en g · mol^{-1}, ayant une vitesse supérieure à v.

I.C.2) Modèle hydrodynamique de l'échappement

Cet échappement est un cas limite de l'échappement de Jeans. Les particules les plus légères entraînent les plus lourdes dans l'espace interplanétaire. Il a joué un rôle important au tout début de l'histoire de la planète Mars.

L'équation de Navier-Stokes dans le contexte d'un fluide autour de la planète Mars est de la forme

$$\mu\left(\frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} + (\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{\operatorname{grad}})\overrightarrow{v}\right) = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,P + \eta\,\Delta\overrightarrow{v} - \frac{G\mu m_m}{r^2}\,\overrightarrow{u_r}$$

en tenant compte de la gravitation, explicitée en coordonnées sphériques, où μ est encore la masse volumique de l'atmosphère, G la constante de gravitation universelle et m_m la masse de la planète Mars.

Pour la suite, on modélise l'atmosphère martienne, là où elle est suffisamment dense, par un gaz parfait en écoulement parfait et stationnaire. On suppose la température uniforme au sein du fluide : elle est égale à la température moyenne T_0 au niveau du sol martien. L'écoulement est considéré unidimensionnel : le champ des vitesses est de la forme $\overrightarrow{v}(M) = v(r)\,\overrightarrow{u_r}$ en coordonnées sphériques avec $v(r) > 0$. La pression P au sein du fluide ne dépend que de la coordonnée radiale r, ainsi que sa masse volumique μ.

On note $d(r)$ la distance moyenne entre deux particules de l'atmosphère martienne et $n^*(r)$ la densité volumique de particules.

Q 14. Indiquer le lien, en ordre de grandeur, entre $n^*(r)$ et $d(r)$. En déduire une relation entre $\mu(r)$, $d(r)$, $\mathcal{N}_a$ et M_a.

Q 15. En comparant la distance caractéristique $d(r)$ entre particules et la taille caractéristique de l'écoulement e, indiquer dans quelle zone de l'atmosphère martienne ce modèle continu est de nature à donner des résultats pertinents. Dans cette question, on pourra se contenter d'utiliser le modèle de l'atmosphère isotherme en équilibre.

Q 16. Déterminer l'équation différentielle reliant les champs $v(r)$, $P(r)$ et $\mu(r)$.

BY-NC-SA

Q 17. En déduire, en éliminant le champ de pression $P(r)$, une nouvelle équation différentielle ne faisant apparaître plus que les champs des vitesses de l'écoulement $v(r)$ et de masse volumique $\mu(r)$ de l'atmosphère.

Q 18. Montrer que le produit $\mu(r)v(r)r^2$ est une constante de l'écoulement modélisé. *On ne se préoccupera pas de la valeur de cette constante.*

Q 19. En déduire que l'équation différentielle vérifiée par $v(r)$ se met sous la forme :

$$\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v^2}{c^2}-1\right)=2\left(\frac{1}{r}-\frac{r^*}{r^2}\right) \tag{I.1}$$

pour laquelle on exprimera les grandeurs c et r^*.

Q 20. Vérifier la cohérence des expressions des grandeurs c et r^* obtenues à la question précédente en termes de dimensions. Déterminer leurs valeurs numériques.

La distance r^* correspond à une distance critique dans ce modèle. On adopte pour la suite une approche simplifiée en se concentrant uniquement sur les solutions du problème pour lesquelles $\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$ ne s'annule pas pour $r = r^*$. On ne se préoccupera pas des autres solutions mathématiques possibles.

Q 21. Déterminer $v(r^*)$.

Le débit massique d'échappement atmosphérique de Mars, de 100 $\mathrm{g{\cdot}s^{-1}}$ environ, a été mesuré par la sonde MAVEN à une altitude de 150 km environ. Elle a également mesuré une masse volumique de 2×10^{-10} $\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ à cette altitude.

Q 22. Évaluer la contribution hydrodynamique au débit massique d'échappement atmosphérique de Mars donnée par le modèle qui précède. Conclure.

II Constitution d'une atmosphère martienne

II.A – Conditions de température et de pression attendues sur Mars

Terraformer, c'est aussi changer la température sur la planète à coloniser. Avec une température moyenne de 210 K, l'eau liquide n'est quasiment pas présente à la surface de la planète Mars. On va étudier dans quelle mesure l'atmosphère peut permettre, par effet de serre, une augmentation de la température.

On rappelle la loi de Stefan-Boltzmann qui donne la puissance émise par unité de surface d'un corps noir à la température T : $p_\mathrm{e}=\sigma\mathrm{T}^4$ où $\sigma=5{,}67\times10^{-8}$ $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$.

De même, on rappelle la loi du déplacement de Wien qui permet de prédire la longueur d'onde pour laquelle la densité spectrale de puissance du rayonnement thermique émis par ce corps est maximale : $\lambda=\frac{\beta}{T}$, avec $\beta=2{,}90\times10^{-3}$ m·K. Dans la suite, on pourra considérer que ce rayonnement est monochromatique.

Les puissances surfaciques sont indiquées par des p minuscules, les puissances totales, par des $\mathcal{P}$ majuscules caligraphiés. On repère par un premier indice, s ou m, les grandeurs relatives respectivement au Soleil ou à la planète Mars ; un second indice, i, e ou a, indique respectivement si la puissance est incidente, émise ou absorbée.

II.A.1) Détermination de la température d'équilibre en l'absence d'atmosphère

En l'absence d'atmosphère, la principale source d'énergie permettant au sol martien d'atteindre sa température d'équilibre, notée T_m, est le rayonnement solaire. On suppose que T_m est uniforme en tout point de la surface de Mars.

Dans ce modèle, on considère que le sol de Mars n'absorbe pas la totalité de la puissance du rayonnement solaire incident, notée $\mathcal{P}_{m,\mathrm{i}}$. Il en réfléchit une partie, notée $\mathcal{P}_{m,\mathrm{r}}$, selon la loi $\mathcal{P}_{m,\mathrm{r}}=\alpha\,\mathcal{P}_{m,\mathrm{i}}$ où la constante α, appelée albédo de Bond de la surface de Mars, vaut 0,25.

Q 23. Exprimer la puissance totale émise par la surface du Soleil, notée $\mathcal{P}_{s,\mathrm{e}}$.

Q 24. Exprimer la puissance moyenne surfacique reçue par le sol martien, $p_{m,\mathrm{i}}$, au niveau de l'orbite de Mars.

Q 25. Exprimer la puissance totale absorbée par la planète, notée $\mathcal{P}_{m,\mathrm{a}}$.

Q 26. Exprimer la puissance émise par la planète, notée $\mathcal{P}_{m,\mathrm{e}}$.

Q 27. Justifier que la puissance absorbée doit être égale à la puissance émise, puis en déduire l'expression et la valeur de la température d'équilibre T_m pour la surface de Mars en l'absence d'atmosphère. Commenter.

II.A.2) Utilisation du modèle de l'effet de serre

On considère que le sol martien absorbe toujours une fraction du rayonnement solaire incident selon la loi indiquée dans la sous-partie précédente. Par contre, on admet qu'il absorbe totalement le rayonnement atmosphérique. On note T'_m, la nouvelle température d'équilibre de la surface du sol martien, supposée uniforme.

Quant à l'atmosphère, elle peut être modélisée par une fine couche de gaz (épaisseur $e \ll R_m$) totalement transparente aux rayonnements électromagnétiques, sauf aux infrarouges pour lesquels elle absorbe une fraction ε des rayonnements. On suppose que l'atmosphère, homogène, possède une température uniforme notée T_a.

CC BY-NC-SA

On néglige tout phénomène de réflexion du rayonnement par l'atmosphère.

Q 28. Indiquer à quel domaine du rayonnement électromagnétique correspond le rayonnement émis par le Soleil. Préciser également à quel domaine du rayonnement électromagnétique doit correspondre le rayonnement émis par le sol martien.

Q 29. En respectant les conventions de notations adoptées, réaliser un schéma faisant apparaître les puissances surfaciques incidentes, absorbées et émises par la surface du sol martien et par son atmosphère.

Q 30. À partir de deux bilans de puissances, déterminer la température d'équilibre du sol martien, T'_m, en présence d'une atmosphère en fonction de $\mathcal{P}_{s,\mathrm{e}}$, α, ε et r_m, puis en fonction uniquement de T_m et ε.

Q 31. Calculer la valeur du coefficient d'absorption ε qu'il faudrait pour obtenir une température moyenne au sol de 298 K sur Mars. Commenter le résultat.

Q 32. Déterminer la température d'équilibre du sol martien maximale envisageable en supposant que l'on soit capable d'optimiser les coefficients α et ε. Conclure.

II.B – Transfert de masse depuis la ceinture d'Astéroïdes

Pour constituer une atmosphère martienne suffisante, on imagine récupérer la masse nécessaire depuis la ceinture d'astéroïdes. Il s'agit d'une région du Système solaire, distante (en moyenne) de r_{ast} du Soleil, située entre les orbites de Mars et de Jupiter. Elle contient des astéroïdes dont la taille varie du grain de poussière au planétoïde de quelques centaines de kilomètres de diamètre. Sa masse totale est estimée à 3×10^{21} kg.

La composition typique d'un astéroïde (en fractions massiques) est la suivante :

— silicates (dioxyde de silicium, SiO_2 et autres oxydes métalliques) : 85 % ;
— eau : 11 % ;
— carbone : 2 % ;
— métaux divers : 2 %.

II.B.1) Détermination de la masse d'astéroïdes nécessaire à la constitution d'une atmosphère suffisante

Pour des questions d'habitabilité de la planète, on souhaite se limiter à une pression maximale de 1 bar.

Q 33. En se plaçant dans le cadre du modèle de l'atmosphère isotherme à l'équilibre, calculer la masse totale de l'atmosphère m'_{atm} correspondant à cette valeur limite de pression.

Q 34. Estimer la masse d'astéroïdes, notée m_{ast}, à déplacer depuis la ceinture d'astéroïdes dans le but de former une atmosphère de masse m'_{atm} composée majoritairement de dioxyde de carbone.

II.B.2) À propos du transfert d'un astéroïde

On envisage d'amener un astéroïde de la ceinture depuis son orbite circulaire de rayon r_{ast} jusqu'à l'orbite martienne, ces deux orbites étant coplanaires. On considère pour la suite l'astéroïde Patientia, de masse $m_p = 1 \times 10^{19}$ kg, que l'on assimilera à un point matériel M. On imagine le faire passer par une demi-ellipse de transfert, dite de Hohmann, dont le périhélie P (point au plus près du Soleil) se trouve sur l'orbite martienne et l'aphélie A (point le plus éloigné) sur la ceinture d'astéroïdes.

Q 35. Réaliser un schéma légendé précisant les orbites et la demi-ellipse de transfert en jeu. Les points A et P seront indiqués, ainsi que le centre S du Soleil.

Q 36. Rappeler et justifier les deux lois de conservation usuelles dans le cadre de l'étude mécanique d'un point matériel en mouvement dans un champ de force centrale conservatif.

Q 37. Déterminer une expression de l'énergie mécanique E_{m1} que possède l'astéroïde Patientia, relativement au référentiel héliocentrique d'étude galiléen, lorsqu'il est en orbite circulaire au niveau de la ceinture.

On s'intéresse à présent à la trajectoire de Hohmann. Il s'agit ici de trouver une expression de l'énergie mécanique E_m de l'astéroïde Patientia en mouvement sur la demi-ellipse correspondante. Le point M sur cette trajectoire est repéré par ses coordonnées polaires d'origine au centre S du Soleil.

Q 38. Expliciter le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du point M et son vecteur moment cinétique $\overrightarrow{L}$ par rapport au centre S en coordonnées polaires. Exprimer ensuite le moment cinétique en fonction de la constante des aires notée C.

Q 39. Mettre E_m sous la forme $E_m = \frac{1}{2} m_p \dot{r}^2 + E_{\mathrm{eff}}(r)$ et donner l'expression de $E_{\mathrm{eff}}(r)$.

Q 40. En utilisant le résultat de la question précédente, obtenir la relation donnant l'énergie mécanique E_m de l'astéroïde Patientia sur la trajectoire de Hohmann en fonction de son demi-grand axe a, ainsi que de G, m_p et m_s.

Le passage de l'astéroïde de l'orbite de la ceinture à la trajectoire de Hohmann s'effectue en lui appliquant une brusque variation Δv de la valeur de sa vitesse.

Q 41. Indiquer, avec justification, si ce passage correspond à une diminution ou à une augmentation de l'énergie mécanique de l'astéroïde.

BY-NC-SA

Q 42. Exprimer Δv en fonction des différentes données de l'énoncé. En faire une application numérique.

On imagine disposer d'un engin à réaction que l'on arrimerait à l'astéroïde Patientia pour réaliser l'opération précédente de brusque variation Δv de la valeur de sa vitesse. Cet engin disposerait d'un propulseur performant capable d'éjecter de la matière à une vitesse $v_e = 1 \times 10^4\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ par rapport à lui. On néglige la rotation propre de l'astéroïde.

Q 43. Montrer, par une approche quantitative, qu'une telle démarche pour effectuer l'opération de transfert de l'astéroïde Patientia sur la trajectoire de Hohmann souhaitée n'est pas vraiment envisageable.

La faisabilité de la terraformation de Mars continue de faire l'objet de débats et de recherches scientifiques, même si la réussite d'une telle entreprise nécessiterait certainement des efforts considérables.

Données et formulaire

Caractéristiques de la planète Mars :

Rayon moyen de l'orbite martienne autour du Soleil	r_m	$2{,}28 \times 10^8$ km
Rayon moyen de la planète Mars	R_m	$3{,}39 \times 10^3$ km
Masse de la planète Mars	m_m	$6{,}42 \times 10^{23}$ kg
Température à la surface de Mars	T_0	210 K
Pression à la surface de Mars	P_0	600 Pa
Altitude moyenne de l'exobase (hors tempêtes de poussière)	e	$2{,}20 \times 10^2$ km

Caractéristiques du Soleil :

Rayon moyen du Soleil	R_s	$6{,}96 \times 10^5$ km
Masse du Soleil	m_s	$1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Température de surface du Soleil	T_s	5778 K

Ceinture d'astéroïdes :

Rayon moyen de la ceinture d'astéroïdes	r_{ast}	$4{,}6 \times 10^8$ km

Autres données utiles :

Constante de gravitation universelle	G	$6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Constante des gaz parfaits	R	$8{,}314\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_a$	$6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Masse molaire du carbone	M_{C}	$12\ \mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$
Masse molaire de l'oxygène	M_{O}	$16\ \mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$
Masse molaire de l'argon	M_{Ar}	$40\ \mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$
Masse molaire de l'azote	M_{N}	$14\ \mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$

Des opérateurs vectoriels en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\,\overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\,\overrightarrow{u_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\,\overrightarrow{u_\varphi}$$

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{f} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 f_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial (f_\theta \sin\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\left[f(r)\,\overrightarrow{u_r}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}\right]\left(f(r)\,\overrightarrow{u_r}\right) = f(r)\frac{\mathrm{d}f(r)}{\mathrm{d}r}\,\overrightarrow{u_r}$$

Quelques intégrales : $\displaystyle\int_0^\infty u^2\exp(-u)\,\mathrm{d}u = 2$ et $\displaystyle\int_0^\infty u\exp(-u)\,\mathrm{d}u = 1$.

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Description et paramétrage du mouvement d'un point

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/pc