Concours Centrale-Supélec, France

Session 2026, filière PC

Physique 2

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : spectrométrie par un réseau à échelette
- Partie B : absorption IR d'une molécule diatomique
- Partie C (I) : refroidissement passif par rayonnement
- Partie C (II) : refroidissement thermo-acoustique

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/pc/2026/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Physique 2

PC

4 heures

Calculatrice autorisée

2026

Un bref aperçu des instruments du télescope spatial James Webb

Le télescope spatial James Webb (JWST) a été lancé le 25 décembre 2021. Il embarque à son bord 4 instruments dont le rôle est de photographier l'univers dans les longueurs d'onde comprises entre 0,6 et 28 µm. Il a été conçu pour contribuer aux grands enjeux de l'astronomie moderne : quête des premières étoiles et galaxies, formation et évolution des galaxies et des systèmes planétaires, et mesure des propriétés physico-chimiques des objets célestes.

Ce sujet comporte trois parties indépendantes. La première partie analyse le principe de fonctionnement du réseau optique d'un spectromètre embarqué dans le JWST. La seconde partie aborde l'intérêt d'étudier l'univers dans le domaine infrarouge. La dernière partie s'intéresse à la nécessité de refroidir le télescope à des températures cryogéniques, et en particulier aux méthodes retenues pour y arriver.

Des données et des formulaires sont regroupés en fin d'énoncé.

Partie A – Spectrométrie par un réseau à échelette

NIRspec (*Near-Infrared Spectrograph*) est l'un des quatre instruments du JWST, dont l'objectif est de mesurer le spectre d'objets célestes dans le domaine des proches infrarouges (0,6 à 5,0 µm).

Le chemin suivit par un faisceau lumineux dans l'instrument NIRspec est illustré dans la figure 1. Des miroirs plans permettent de dévier la lumière et des miroirs concaves permettent de faire converger la lumière, comme le ferait une lentille convergente. Au cours de son chemin, la lumière passe à travers un filtre et un réseau, avant d'être analysée par une caméra.

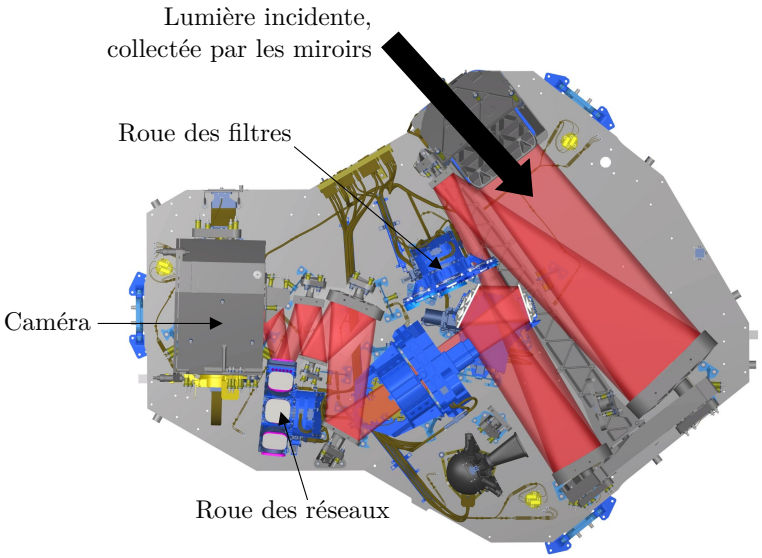


Figure 1 – Chemin optique du NIRspec [1]

Q1. Citer une raison qui justifie pourquoi, dans un télescope, il est préférable d'utiliser des miroirs concaves plutôt que des lentilles pour faire converger la lumière.

Les réseaux du NIRSpec sont des réseaux échelettes (figure 2). Un réseau échelette est un réseau de miroirs placés en « marches d'escalier ». On note h la hauteur de la marche et a l'espacement horizontal entre les centres M_i de deux

miroirs successifs. Le réseau est éclairé en incidence normale par une source lumineuse S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ, située à l'infini. Après avoir rencontré le réseau, les rayons lumineux sont diffractés dans toutes les directions. La caméra d'observation est située au point P à l'infini, faisant un angle θ par rapport à la normale aux miroirs.

Par ailleurs, la hauteur h est largement exagérée sur le schéma de la figure 2. On considérera que $\theta \in [-\pi/2\,;\pi/2]$ sans se préoccuper du fait que le rayon diffracté peut heurter la partie verticale de la marche voisine.

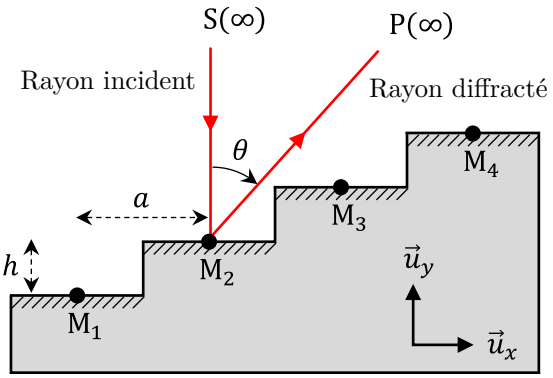


Figure 2 – Réseau échelette

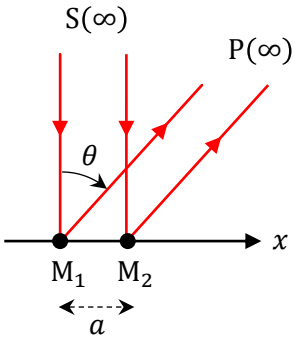


Figure 3 – Réseau de 2 miroirs ponctuels

Notation :

On notera $\underline{s}(k) = A_k\ e^{i\phi_k}$ l'amplitude complexe de la k-ième onde (où $i^2 = -1$) et on supposera par ailleurs que $A_k = A_0\ \forall\ k$ dans notre cas.

On notera de plus I_N l'intensité lumineuse pour des interférences à N ondes et $I_{n,N}$ l'intensité normalisée, définie par :

$$I_{n,N} = \frac{I_N}{\max(I_N)}$$

Interférences à deux ondes

On considère, dans un premier temps, un réseau de $N = 2$ miroirs ponctuels M_1 et M_2, espacés d'une distance a et d'une hauteur $h = 0$ (figure 3).

Q2. Établir l'expression de la différence de marche $\delta = (SM_1P) - (SM_2P)$ entre les rayons passant par M_1 et M_2 en fonction de a et θ. En déduire l'expression du déphasage ϕ correspondant en fonction de a, θ et λ.

Q3. Déterminer l'expression de l'intensité normalisée $I_{n,2}(\phi)$ au point P en fonction de ϕ, puis la tracer.

Interférences à N ondes

On considère à présent un réseau de $N \gg 1$ miroirs ponctuels M_1 à M_N, espacés d'une distance a et d'une hauteur $h = 0$.

Q4. Établir l'expression de la différence de marche $\delta_k = (SM_1P) - (SM_kP)$ entre les rayons passant par le premier miroir et le k-ième miroir, en fonction de δ et k. En déduire l'expression du déphasage ϕ_k correspondant en fonction de ϕ et k.

Q5. Déterminer l'expression de $I_N(\phi)$ au point P en fonction de A_0, N et ϕ, puis justifier soigneusement que l'intensité normalisée $I_{n,N}(\phi)$ s'écrit :

$$I_{n,N}(\phi) = \left(\frac{\sin(N\phi/2)}{N\,\sin(\phi/2)}\right)^2$$

L'allure de la fonction $I_{n,N}(\phi)$ pour $N = 10$ est donnée en figure 4. La fonction possède des « pics principaux » où l'intensité varie de 0 à 1, et des « pics secondaires » où l'intensité reste proche de 0. On note θ_p l'angle du p-ième pic principal ($p \in \mathbb{Z}$) et $\delta\theta_p$ sa largeur angulaire, définie comme l'écart angulaire entre les deux zéros d'intensité qui l'entourent.

Q6. Déterminer l'expression de $\sin(\theta_p)$ en fonction de λ, a et p.

Q7. Déterminer l'expression de $\delta\theta_p$ en fonction de λ, N, a et θ_p.

On note θ_p^λ et $\delta\theta_p^\lambda$ les angles θ_p et $\delta\theta_p$ pour une longueur d'onde λ donnée. Éclairé en lumière polychromatique, le réseau disperse chaque longueur d'onde comme étudié précédemment. On dit que le réseau peut résoudre deux longueurs d'onde voisines λ et $\lambda + \delta\lambda$ si (avec $p > 0$ et $\delta\lambda > 0$) :

$$\theta_p^{\lambda+\delta\lambda} - \theta_p^\lambda \geqslant \frac{\delta\theta_p^\lambda}{2}$$

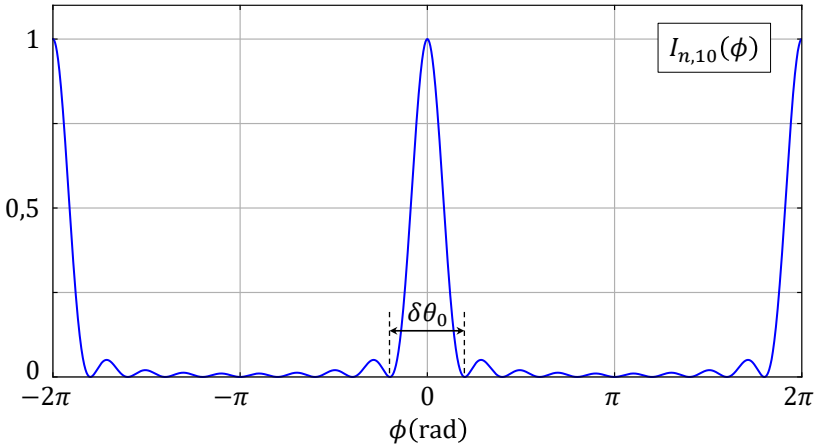


Figure 4 – Graphe de $I_{n,10}(\phi)$. Attention : la définition de $\delta\theta$ est illustrée sur le graphique, alors que les graduations de l'abscisse correspondent aux valeurs de ϕ et non θ.

Q8. Expliquer, en vous appuyant sur un schéma, ce que l'on observe lorsque ce critère n'est pas respecté.

Q9. Montrer que ce critère est respecté lorsque $\delta\lambda \geqslant \delta\lambda_{\min}$, où $\delta\lambda_{\min}$ est à exprimer en fonction de λ, p et N. En déduire l'expression du pouvoir de résolution du réseau, défini par :

$$P_r = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\min}}$$

Interférences à une infinité d'ondes

Dans la suite, on se place dans le cas limite où $N \to \infty$. L'intensité diffractée $I_{n,N}(\phi)$ tend alors vers la fonction $I_{n,\infty}(\phi)$:

$$I_{n,\infty}(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi = 2\pi p \text{ avec } p \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Notons $[\lambda_{\min}\,;\lambda_{\max}]$ la gamme de transparence en longueur d'onde du filtre optique utilisé. Soit un ordre p positif.

Q10. Établir une condition reliant $\lambda_{\min}$, $\lambda_{\max}$ et p, pour que le spectre de l'ordre p ne se recouvre pas avec le spectre de l'ordre $p+1$.

Les filtres disponibles sur la roue des filtres du NIRSpec sont :

Nom du filtre	f070lp	f100lp	f170lp	f295lp
$\lambda_{\min}$(µm)	0,70	0,97	1,66	2,87
$\lambda_{\max}$(µm)	1,27	1,89	3,17	5,27

Q11. Montrer que, peu importe le filtre choisi, la caméra doit toujours être placée en face de l'ordre p_0 à déterminer.

Prise en compte de la diffraction par les miroirs

On considère un miroir unique de taille a. Il est possible de montrer que l'intensité normalisée $I_{n,\text{diff}}(\phi)$ au point P due à la diffraction par ce miroir vaut :

$$I_{n,\text{diff}}(\phi) = \left(\frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2}\right)^2$$

Q12. Tracer $I_{n,\text{diff}}(\phi)$. Que retrouve-t-on lorsque la largeur a du miroir devient extrêmement grande devant la longueur d'onde λ ?

On admet que l'intensité normalisée totale $I_{n,\text{tot}}$ en sortie du réseau comprenant une infinité de miroirs de taille a est égale au produit de l'intensité $I_{n,\infty}$ due aux interférences et de l'intensité $I_{n,\text{diff}}$ due à la diffraction par un miroir unique :

$$I_{n,\text{tot}} = I_{n,\infty} \times I_{n,\text{diff}}$$

Q13. Quel ordre est le plus lumineux ? Expliquer pourquoi ce n'est pas une situation souhaitable.

Réseau à échelette

On considère finalement un réseau échelette, constitué d'une infinité de miroirs de taille a, dont les centres M_k sont espacés d'une distance a et d'une hauteur h (figure 2).

Q14. Montrer que la différence de marche δ_e entre les rayons passant par les centres de deux miroirs adjacents est donnée par :

$$\delta_e = (\text{SM}_k\text{P}) - (\text{SM}_{k+1}\text{P}) = a\,\sin(\theta) + h\big[1 + \cos(\theta)\big]$$

On note λ_m la longueur d'onde moyenne du filtre optique utilisé et p_0 l'ordre choisi à la question **Q11**.

Q15. Montrer qu'il est possible de choisir h afin que la direction du maximum de la diffraction corresponde à la longueur d'onde λ_m de l'ordre p_0. Commenter l'intérêt d'un réseau échelette par rapport à un réseau plan (cas où $h = 0$), qu'il s'agisse d'un réseau en réflexion (étudié précédemment) ou d'un réseau en transmission (traditionnellement utilisé en TP).

Partie B – Absorption IR d'une molécule diatomique

Le JWST possède 4 instruments d'analyse de lumière, tous sensibles dans les longueurs d'onde infrarouges (0,6 à 28 µm). L'étude de ces longueurs offre de nombreux avantages par rapport aux longueurs d'onde du visible : étude de la formation des premières étoiles et galaxies, nuages de poussières interstellaires transparents aux IR mais opaques au domaine visible, étude de la composition de l'atmosphère d'exoplanètes, etc.

Cette partie s'intéresse à ce dernier point. Lorsqu'une planète passe devant son étoile, une partie de la lumière passe à travers l'atmosphère de la planète avant de nous parvenir. Le spectre de la lumière issue de l'étoile se retrouve alors modifié par les molécules de l'atmosphère, ce qui nous permet d'en déduire la composition de cette dernière.

Approche classique

Soit une masse μ supposée ponctuelle, accrochée à l'extrémité d'un ressort dont l'autre extrémité est fixe (figure 5). On note k la constante de raideur et ℓ_0 la longueur à vide du ressort, que l'on suppose de masse nulle. La masse est soumise uniquement à la force de rappel élastique du ressort. Le référentiel d'étude du mouvement est supposé galiléen.

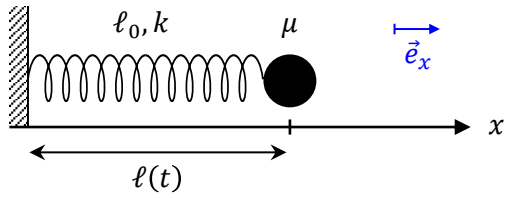


Figure 5 – Système masse-ressort

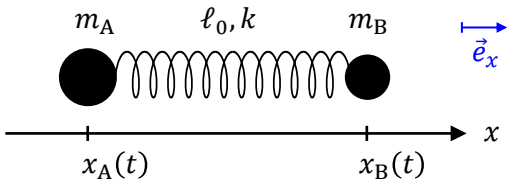


Figure 6 – Modélisation d'une molécule diatomique

Q16. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\ell(t)$. Introduire une pulsation propre ω_0, à exprimer en fonction de k et μ.

Considérons à présent une molécule diatomique AB. Notons m_A, m_B les masses et x_A, x_B les positions respectives des atomes A et B (figure 6). On modélise la liaison covalente qui les relie par un ressort de masse nulle, de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Les atomes A et B sont soumis uniquement à la force de rappel élastique du ressort. Le référentiel d'étude du mouvement est supposé galiléen.

Q17. Montrer que la longueur de la liaison $\ell(t) = x_\text{B}(t) - x_\text{A}(t)$ est solution de la même équation différentielle obtenue à la question **Q16**. Exprimer μ, appelée masse réduite du système, en fonction de m_A et m_B.

Dans la suite, les applications numériques seront faites pour la molécule de monoxyde de carbone CO. Cette dernière possède une bande d'absorption dans l'IR, où le maximum d'absorption a lieu pour une longueur d'onde $\lambda = 4{,}67$ µm. On suppose que la pulsation du maximum d'absorption correspond à la pulsation propre du modèle étudié.

Q18. Déterminer la constante de raideur k de la liaison covalente liant les atomes de carbone et d'oxygène. Commenter la valeur obtenue.

La modélisation par un ressort de la liaison covalente est en réalité une approximation harmonique de l'énergie potentielle d'interaction entre les atomes. Cette dernière est assez bien décrite par le potentiel de Morse, donné par :

$$V(\ell) = V_0 \left[1 - e^{-a(\ell-\ell_0)}\right]^2$$

où V_0 et a sont des constantes positives. Le graphe de $V(\ell)$ pour le monoxyde de carbone est donné ci-dessous.

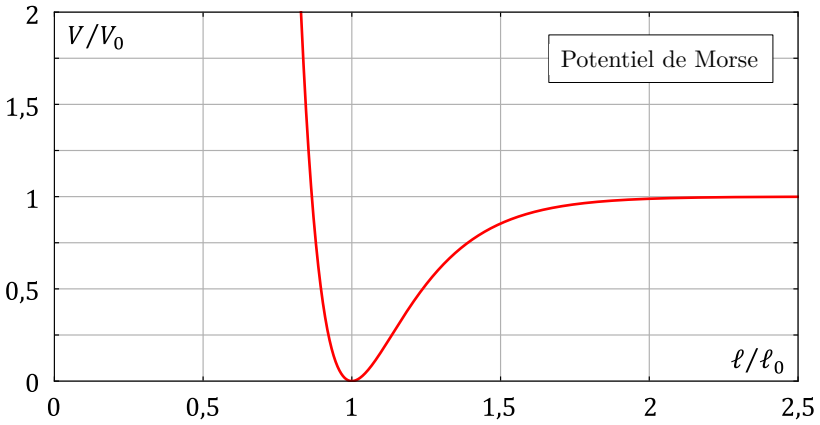


Figure 7 – Potentiel de Morse : V/V_0 en fonction de ℓ/ℓ_0

Q19. Exprimer V_0 en fonction de k et a. Faire l'application numérique et commenter la valeur obtenue.

Q20. Expliquer pourquoi une approche classique est insuffisante pour interpréter le fait que le monoxyde de carbone absorbe uniquement des longueurs d'onde proches de 4,67 µm.

Approche quantique

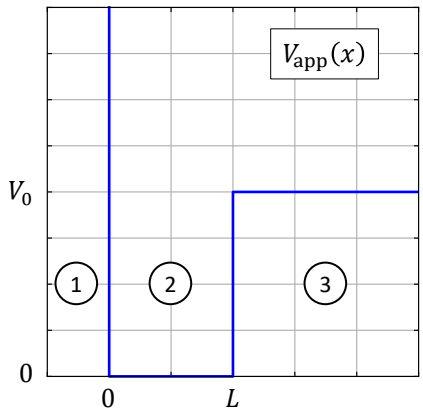


Figure 8 – Potentiel de Morse approché

$$V_{\text{app}}(x) = \begin{cases} +\infty & \text{si } x < 0 \quad \text{Zone n°1} \\ 0 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant L \quad \text{Zone n°2} \\ V_0 & \text{si } x > L \quad \text{Zone n°3} \end{cases}$$

Considérons la fonction $x \mapsto V_{\text{app}}(x)$ définie et représentée ci-dessus, dont le rôle est d'approximer le potentiel de Morse par une fonction constante par morceau.

Soit une particule ponctuelle de masse μ soumise au potentiel $V_{\text{app}}(x)$. On note $\underline{\psi}(x,t)$ la fonction d'onde complexe de la particule et E son énergie. On rappelle l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\partial^2 \underline{\psi}}{\partial x^2} + V_{\text{app}}(x) \times \underline{\psi}(x,t) = i\hbar \frac{\partial \underline{\psi}}{\partial t}$$

On cherche des états stationnaires d'énergie $E < V_0$ solutions de l'équation de Schrödinger. On pose donc :

$$\underline{\psi}(x,t) = \underline{\phi}(x) \times \underline{f}(t)$$

Q21. Montrer que $\underline{f}(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$i\hbar \frac{\underline{f}'(t)}{\underline{f}(t)} = A$$

où A est une constante. Justifier que A est homogène à une énergie. On admet que $A = E$, l'énergie de la particule. En déduire l'expression de $\underline{f}(t)$ (on choisira la constante d'intégration égale à 1).

On pose :

$$K = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar} \qquad\qquad K' = \frac{\sqrt{2\mu\,(V_0 - E)}}{\hbar}$$

Q22. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\underline{\phi}(x)$ puis donner la forme générale des solutions dans les 3 zones de l'espace : $\underline{\phi}_1(x)$, $\underline{\phi}_2(x)$ et $\underline{\phi}_3(x)$.

Q23. En déduire que :

$$K'L = -\frac{KL}{\tan(KL)}$$

On donne ci-dessous l'allure de la courbe $z \mapsto -z/\tan(z)$.

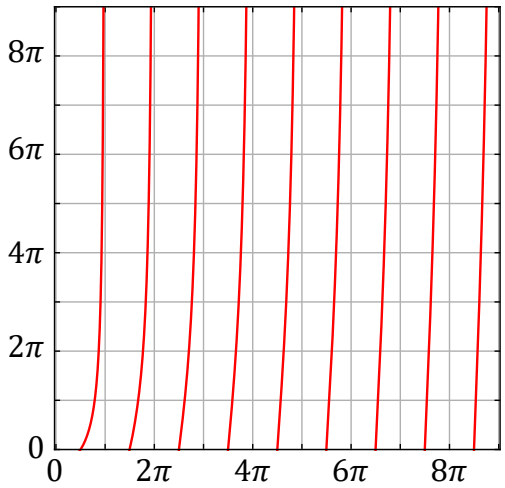


Figure 9 – Fonction $z \mapsto -z/\tan(z)$

Q24. Justifier que les valeurs de KL solutions du problème s'obtiennent en analysant les points d'intersection entre la courbe $z \mapsto -z/\tan(z)$ et un cercle centré sur l'origine du repère, de rayon R dont on donnera l'expression.

Q25. Estimer la valeur que doit valoir L afin que la transition énergétique entre l'état fondamental et le premier état excité corresponde à l'absorption d'un photon de longueur d'onde $\lambda = 4{,}67$ µm. Conclure sur la qualité de l'approximation de $V(\ell)$ par la fonction continue par morceau $V_{\text{app}}(x)$.

Partie C – Refroidissement du télescope

Tout corps émet un rayonnement d'origine thermique. Plus la température du corps est faible, moins le rayonnement est intense et plus le spectre se décale vers les grandes longueurs d'onde. Par exemple, un corps à 300 K émet principalement dans l'IR, autour de 9,66 µm. Puisque les capteurs du télescope ont pour objectif de capter des signaux IR de faible intensité, ce dernier doit nécessairement être refroidi à une température $T < 50$ K afin qu'il émette lui-même un signal IR plus faible que les signaux interstellaires qu'il souhaite détecter.

I – Refroidissement passif par rayonnement

Le télescope possède un bouclier thermique (figure 10) composé de 5 fines couches réfléchissantes qui, ensemble, renvoient la majorité de la puissance thermique reçue par le soleil dans l'espace, permettant au côté protégé par le bouclier de se refroidir passivement, par rayonnement, jusqu'à une température $T < 50$ K. Le bouclier divise ainsi le télescope en un « côté chaud » et un « côté froid ».

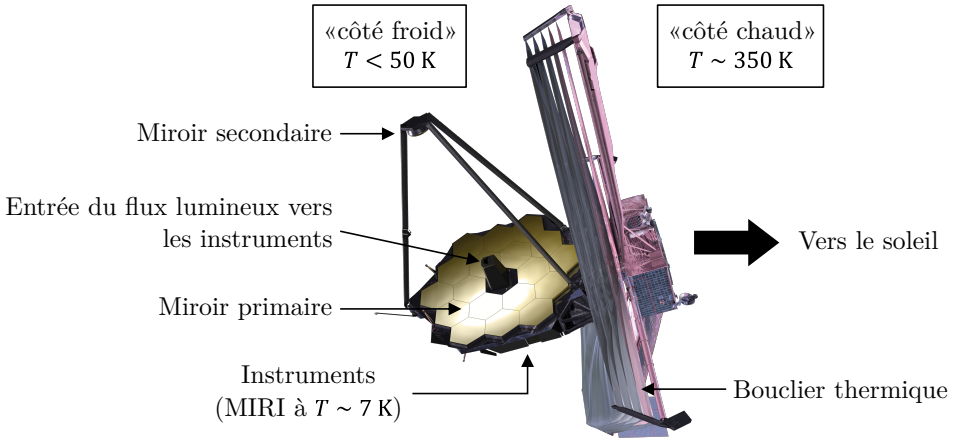


Figure 10 – Bouclier thermique du JWST [2]

On suppose que tous les corps (le soleil, le télescope) émettent une puissance surfacique par rayonnement donnée par la loi de Stefan : $\mathcal{P}_S = \sigma\, T^4$, où T est la température du corps et σ la constante de Stefan.

Q26. Estimer la puissance thermique P_{sol} en provenance du soleil reçue par le JWST.

Le bouclier thermique, très performant, ne transmet au côté froid du télescope que $P_t = 23$ mW. On souhaite étudier l'évolution temporelle de la température $T(t)$ du « côté froid » du télescope. On note m la masse du système d'étude, S sa surface et c sa capacité thermique massique.

Q27. À l'aide d'un bilan d'énergie, montrer que $T(t)$ vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + a\, T^4 = b$$

où a et b sont des constantes positives à exprimer en fonction de P_t, S, m, c et σ.

Q28. Donner l'expression de T_∞, la température en régime permanent en fonction de a et b. En déduire par un raisonnement dimensionnel l'expression d'un temps caractéristique τ en fonction de T_∞, a et b. Calculer les valeurs numériques de T_∞ (en Kelvin) et τ (en jours).

Afin de mieux comprendre la dynamique du régime transitoire, nous allons résoudre l'équation différentielle de la question **Q27** numériquement avec Python.

Q29. On a ici une équation différentielle de la forme $y'(t) = f(y)$. En supposant que les paramètres a et b ont été préalablement définis, compléter la fonction suivante.

```
def f(y):
  return # à compléter
```

On veut résoudre l'équation différentielle par la méthode d'Euler. On note `dt` le pas temporel et `T0` la température du télescope le jour de son lancement (pris comme instant initial).

Q30. Compléter la fonction suivante qui renvoie deux listes, l'une contenant les valeurs du temps entre 0 et 150 jours, l'autre les valeurs correspondantes de température, en utilisant exclusivement des fonctions standards de python sans importer aucun module supplémentaire.

```
def euler(f, dt, T0):
  t = [0]
  T = [T0]
  # à compléter
  return t, T
```

La figure 11 montre la superposition de la solution numérique obtenue par la méthode d'Euler (avec un pas de temps `dt` correctement choisi) ainsi que la courbe $T(t)$ mesurée par un capteur de température.

Q31. Commenter la figure 11.

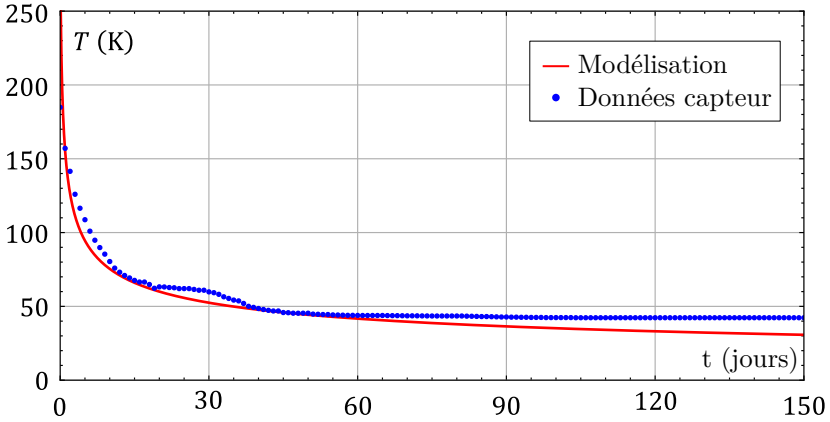


Figure 11 – Profil de température $T(t)$ du côté froid du JWST [3]

II – Refroidissement thermo-acoustique

MIRI (*Mid-Infrared Instrument*) est le seul des 4 instruments du JWST a être sensible aux IR moyens (5 à 28 µm), là où les trois autres détecteurs sont sensibles aux IR proches (0,6 à 5 µm). Il doit par conséquent être davantage refroidi que le reste du télescope, à une température proche de 7 K, afin que son rayonnement d'origine thermique ne perturbe pas ces mesures.

Dans cette partie, nous allons étudier une version simplifiée du système de refroidissement de MIRI, qui exploite l'effet thermo-acoustique.

Solution en ondes stationnaires

On considère une enceinte cylindrique d'axe x et de longueur L aux parois rigides et indéformables (y compris aux extrémités). Le fluide dans l'enceinte est assimilé à un gaz parfait de coefficient de Laplace γ. Au repos, il est caractérisé par sa masse volumique μ_0, sa pression p_0, sa température T_0 et possède une vitesse moyenne nulle ($v_0 = 0$).

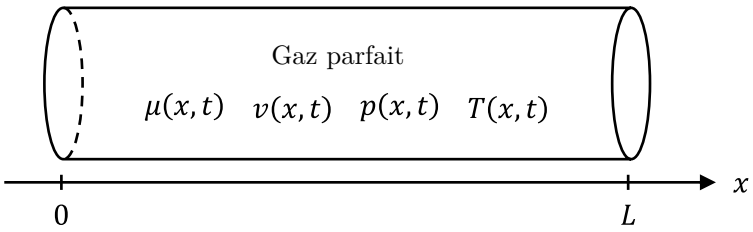


Figure 12 – Enceinte aux parois rigides de longueur L

Une onde acoustique est générée dans l'enceinte. On néglige tous les phénomènes dissipatifs : conduction thermique longitudinale (selon x) et viscosité. L'écoulement est donc isentropique. De plus, on suppose que la propagation d'ondes sonores ne modifie que faiblement les paramètres du milieu : les grandeurs indicées par l'indice 1 sont des infiniment petits d'ordre 1.

$$\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t) \qquad p(x,t) = p_0 + p_1(x,t)$$

$$v(x,t) = v_1(x,t) \qquad T(x,t) = T_0 + T_1(x,t)$$

Q32. Rappeler les équations d'Euler et de conservation de la masse en fonction de μ, p et v dans le cas le plus général.

On rappelle l'expression du coefficient de compressibilité isentropique :

$$\chi_S = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_S$$

Q33. Linéariser les trois relations précédentes (équations d'Euler, équation de conservation de la masse, expression du coefficient de compressibilité isentropique) et en déduire un système de 3 équations différentielles reliant p_1, μ_1 et v_1.

Q34. En déduire l'équation différentielle de propagation à laquelle obéit la surpression $p_1(x,t)$. Donner l'expression de la célérité c.

L'onde générée est supposée sinusoïdale de pulsation ω. On peut montrer que p_1, T_1, v_1 et μ_1 prennent, en régime sinusoïdal établi, les formes suivantes :

$$\underline{\mu_1}(x,t) = \mu_1(x)\, e^{i\omega t} \qquad \underline{p_1}(x,t) = p_1(x)\, e^{i\omega t}$$
$$\underline{v_1}(x,t) = i\, v_1(x)\, e^{i\omega t} \qquad \underline{T_1}(x,t) = T_1(x)\, e^{i\omega t}$$

Q35. En notant p_a l'amplitude de l'onde de surpression, montrer que :

$$p_1(x) = p_\mathrm{a}\, \cos(kx)$$

où k est à exprimer en fonction de ω, μ_0 et χ_S.

On note v_a et T_a les amplitudes respectives des ondes de survitesse $v_1(x)$ et de surtempérature $T_1(x)$.

Q36. Montrer que la pulsation spatiale k_n est quantifiée par un entier $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer l'expression de k_n, puis tracer sur un même graphique $p_1(x)/p_\mathrm{a}$ et $v_1(x)/v_\mathrm{a}$ pour $n = 2$.

Q37. Rappeler la loi de Laplace reliant T et P et ses hypothèses d'application.

Q38. Déterminer $T_1(x)$ et exprimer T_a en fonction de γ, T_0, p_0 et p_a.

Dans la suite, nous allons voir comment l'introduction d'une plaque dans l'onde stationnaire permet de générer un flux de chaleur longitudinal (axe x).

Perturbation par une plaque : approche Lagrangienne

Considérons (cf. figure 13) une particule de fluide qui, sous l'effet de l'onde sonore, effectue des mouvements sinusoïdaux d'amplitude x_a, autour d'une valeur moyenne x_m, parallèlement à une plaque placée dans le plan (Oxz). La position x_m est prise entre un maximum de $v_1(x)$ et un maximum de $p_1(x)$.

On admet que la plaque possède une température non uniforme et stationnaire, maintenue par un dispositif extérieur non détaillé, nécessaire au fonctionnement de la machine.

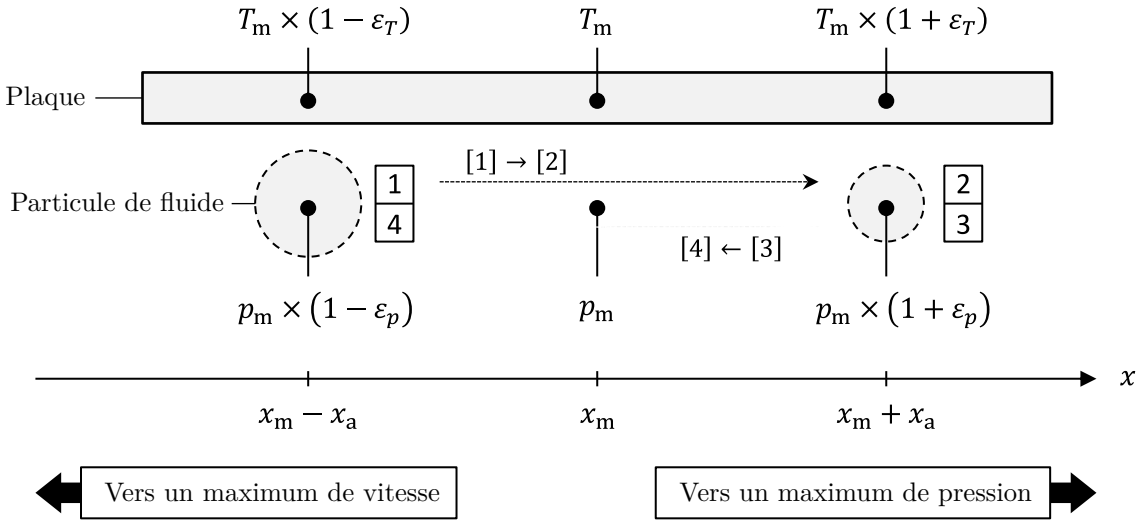


Figure 13 – Cycle thermodynamique d'une particule de fluide au voisinage de la plaque

On note p_m et T_m respectivement la pression du fluide et la température de la plaque au point x_m. On note $p'_\mathrm{m} = p'(x_m) > 0$ et $T'_\mathrm{m} = T'(x_m) > 0$ respectivement la dérivée spatiale de la pression du fluide et la dérivée spatiale de la température de la plaque au point x_m. L'amplitude x_a étant très faible, on peut montrer à l'aide d'un développement limité à l'ordre 1 que :

– la pression du fluide en $x = x_\mathrm{m} \pm x_\mathrm{a}$ vaut :

$$p(x_\mathrm{m} \pm x_\mathrm{a}) = p_\mathrm{m} \times (1 \pm \varepsilon_p) \quad \text{avec :} \quad \varepsilon_p = \frac{x_\mathrm{a} p'_\mathrm{m}}{p_\mathrm{m}} \text{ un infiniment petit d'ordre 1}$$

Afin d'alléger les équations, on pose également :

$$\varepsilon'_p = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\, \varepsilon_p$$

– la température de la plaque en $x = x_\mathrm{m} \pm x_\mathrm{a}$ vaut :

$$T(x_\mathrm{m} \pm x_\mathrm{a}) = T_\mathrm{m} \times (1 \pm \varepsilon_T) \quad \text{avec :} \quad \varepsilon_T = \frac{x_\mathrm{a} T'_\mathrm{m}}{T_\mathrm{m}} \text{ un infiniment petit d'ordre 1}$$

Il est possible de modéliser le cycle thermodynamique que subit la particule de fluide en 4 étapes :

– [1] → [2] compression adiabatique réversible par l'onde sonore ;

– [2] → [3] thermalisation isobare avec la plaque ;

– [3] → [4] détente adiabatique réversible par l'onde sonore ;

– [4] → [1] thermalisation isobare avec la plaque.

Le tableau ci-dessous résume l'ensemble des positions, pressions et températures de la particule de fluide au cours du cycle. Les températures des points 2 et 4 sont obtenues à l'aide d'un développement limité à l'ordre 2 de la loi de Laplace sur les étapes [1] → [2] et [3] → [4].

Point	Abscisse	Pression	Température de la particule de fluide
1	$x_1 = x_\mathrm{m} - x_\mathrm{a}$	$p_1 = p_\mathrm{m} \times (1 - \varepsilon_p)$	$T_1 = T_\mathrm{m} \times (1 - \varepsilon_T)$
2	$x_2 = x_\mathrm{m} + x_\mathrm{a}$	$p_2 = p_\mathrm{m} \times (1 + \varepsilon_p)$	$T_2 = T_\mathrm{m} \times \left[1 - \varepsilon_T + 2\varepsilon'_p - 2\varepsilon'_p\varepsilon_T + 2\left(\varepsilon'_p\right)^2\right]$
3	$x_3 = x_\mathrm{m} + x_\mathrm{a}$	$p_3 = p_\mathrm{m} \times (1 + \varepsilon_p)$	$T_3 = T_\mathrm{m} \times (1 + \varepsilon_T)$
4	$x_4 = x_\mathrm{m} - x_\mathrm{a}$	$p_4 = p_\mathrm{m} \times (1 - \varepsilon_p)$	$T_4 = T_\mathrm{m} \times \left[1 + \varepsilon_T - 2\varepsilon'_p - 2\varepsilon'_p\varepsilon_T + 2\left(\varepsilon'_p\right)^2\right]$

On note c_v et c_p les capacités thermiques massiques du gaz respectivement à volume et pression constante.

Q39. Expliquer où se trouvent les sources chaude et froide, ainsi que d'où provient le travail mécanique reçu par la particule de fluide au cours d'un cycle.

Q40. Tracer, pour un fonctionnement réfrigérateur, le cycle thermodynamique dans un diagramme de Clapeyron (pression en fonction du volume massique).

Q41. Comparer les valeurs de T_2 et T_3 ainsi que T_1 et T_4 pour que le cycle soit bien frigorifique. En déduire que T'_m doit être inférieure à une valeur limite à déterminer.

Q42. Exprimer les chaleurs massiques q_{ij} reçues par la particule de fluide à chaque étape $[i] \to [j]$ en fonction de c_p et des températures T_i et T_j. En déduire le travail massique total w_cycle reçu au cours d'un cycle en fonction de c_p, T_m, ε'_p et ε_T. Commenter l'expression obtenue.

Q43. Définir puis exprimer l'efficacité réelle puis celle de Carnot du cycle, respectivement en fonction de ε'_p et ε_T.

L'ensemble des particules de fluides situées près de la plaque se relaient pour transporter, de proche en proche, la chaleur de l'extrémité froide vers l'extrémité chaude de la plaque. Un échangeur de chaleur permet de refroidir de l'hélium qui, après une détente de Joule-Thomson, atteint une température de l'ordre de 5 *K. Un deuxième échangeur de chaleur permet finalement de refroidir MIRI à une température de l'ordre de* 7 K.

Formulaires et données numériques

Formulaire spécifique à la Partie A

Soit $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$	$\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
Soit $x \in \mathbb{R}$ et ε un infiniment petit d'ordre 1	$\sin(x+\varepsilon) \simeq \sin(x) + \varepsilon\,\cos(x)$
Soit $x \in]-1\,;1[$ et ε un infiniment petit d'ordre 1	$\arcsin(x+\varepsilon) \simeq \arcsin(x) + \dfrac{\varepsilon}{\sqrt{1-x^2}}$

Données et formulaire spécifiques à la Partie B

Vitesse de la lumière	$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
Constante de Planck réduite	$\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$
Charge élémentaire	$e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Nombre d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Masse réduite de CO	$\mu = 1{,}14 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}$
Longueur d'onde absorbée par CO	$\lambda = 4{,}67\ \mu\mathrm{m}$
Paramètre a pour CO	$a = 2{,}27 \times 10^{10}\ \mathrm{m^{-1}}$
Valeur de ℓ_0 pour CO	$\ell_0 = 113\ \mathrm{pm} = 113 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}$
Soit $x \in \mathbb{R}$	$\displaystyle e^x = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$

Données spécifiques à la Partie C.I

Constante de Stefan	$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$
Température de surface du soleil	$T_{sol} = 5{,}77 \times 10^{3}\ \mathrm{K}$
Rayon du soleil	$R_{sol} = 696 \times 10^{3}\ \mathrm{km}$
Puissance solaire transmise au satellite	$P_t = 23\ \mathrm{mW}$
Distance soleil – JWST	$d = 151 \times 10^{6}\ \mathrm{km}$
Surface du bouclier thermique (une seule couche)	$S_b = 240\ \mathrm{m^2}$
Masse du satellite (côté froid)	$m = 6{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{kg}$
Capacité thermique massique du satellite (côté froid)	$c = 1{,}6 \times 10^{3}\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$
Surface du satellite (côté froid)	$S = 150\ \mathrm{m^2}$

Références

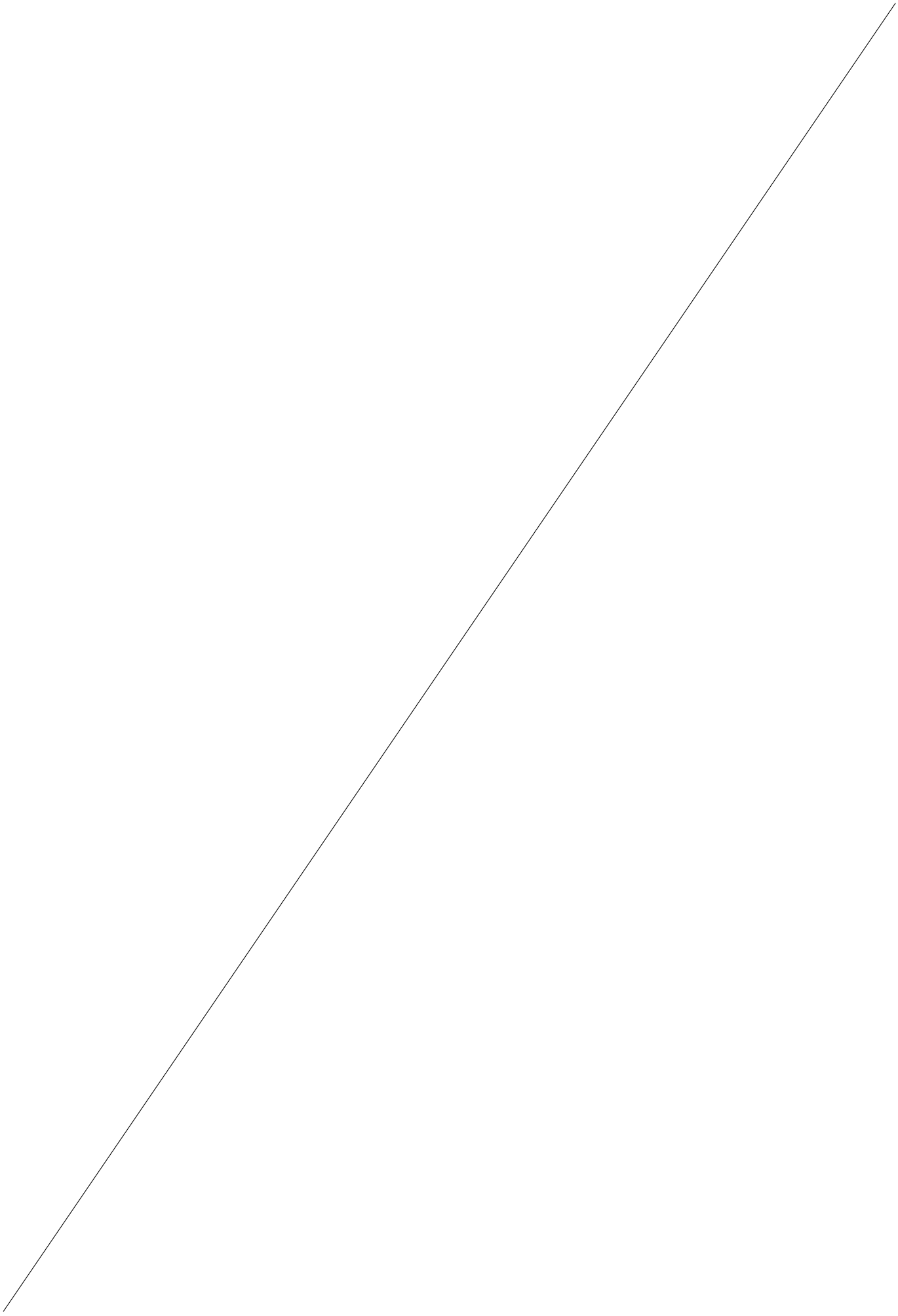
[1] *https://commons.wikimedia.org/wiki/File:NIRSpec-3.jpg.*

[2] *https://commons.wikimedia.org/wiki/File:JWST_spacecraft_model_1.png.*

[3] *https://jwst.nasa.gov/content/webbLaunch/whereIsWebb.html.*

◇ Fin ◇

P075 - 10 février 2026 - 16:33:17



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PC chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/pc