Concours Centrale-Supélec, France

Session 2004, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Ce que traite le sujet

- Partie I : amélioration du débit autoroutier par l'automatisation de la conduite
- Parties II et III : système automatique et comportement dynamique du véhicule
- Partie IV : modèle du contrôle latéral

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/psi/2004/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Conducteur virtuel pour véhicule automobile

L'accroissement de la circulation automobile dans les grandes agglomérations menace de saturation leur réseau d'autoroutes. Une des solutions consiste à augmenter les flux en automatisant les voitures sur ces dernières. Après une évaluation du gain en terme de flux d'automobiles que peut apporter ce concept, l'étude portera sur le système de guidage automatique latéral d'une automobile sur une autoroute dite « intelligente ».



Partie I - Évaluation de l'amélioration du débit autoroutier grâce à l'automatisation de la conduite

L'objectif de cette étude est de montrer, à partir de modèles simples, que l'automatisation de la conduite sur un réseau périurbain permet des gains sensibles en capacité et en sécurité.

Filière PSI

Considérons un flux composé de N véhicules numérotés de 1 à N dans le sens inverse de la circulation, (figure 1).

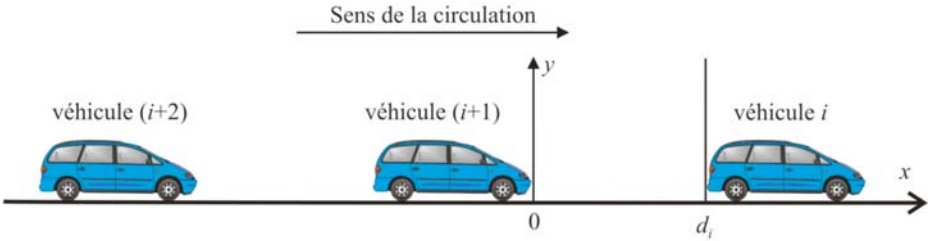


Figure 1. Position des véhicules à l'instant d'initialisation du freinage

I.A - Calcul de la distance, d_{si}, distance minimale d_i d'espacement, entre deux véhicules i et $(i+1)$, permettant un arrêt sans collision.

Notations :

- $(O, \vec{x}, \vec{y})$ repère lié à la route,
- x_i position de **l'arrière** du véhicule i,
- $x_{(i+1)}$ position de **l'avant** du véhicule $(i+1)$.

À l'instant $t = 0$, l'avant du véhicule $(i+1)$ est à l'origine du repère : $x_{(i+1)}(t=0) = 0$ et l'arrière du véhicule (i) est à la distance $x_i(t=0) = d_i$. La vitesse du véhicule (i) à l'instant t sera notée $v_i(t)$ et celle du véhicule $(i+1)$: $v_{(i+1)}(t)$. Si à $t = 0$ pour lequel $v_i(0) = v_{(i+1)}(0) = \text{constante}$, le véhicule (i) initie une manoeuvre de freinage jusqu'à l'arrêt, le véhicule $(i+1)$ initiera cette même manoeuvre avec un temps de retard noté $t_{r(i+1)}$.

Le véhicule (i) a besoin pour mobiliser sa décélération maximale Γ_{fi} $(\Gamma_{fi} > 0)$ d'un temps d'établissement :

$$t_{ei} = \frac{-\Gamma_{fi}}{\eta_i}$$

avec η_i pente de la courbe d'accélération de $t = 0$ à $t = t_{ei}$ (figure 2).

Au delà de ce temps, la décélération est constante (l'évolution temporelle du profil d'accélération du véhicule (i) est illustrée sur la figure 2).

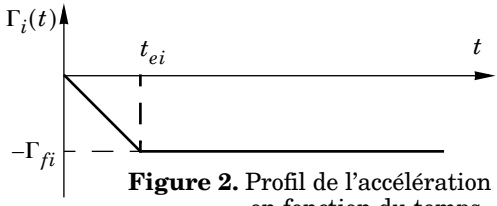


Figure 2. Profil de l'accélération en fonction du temps

I.A.1) En supposant que le véhicule (i) s'arrête avant le temps t_{ei} d'établissement de la décélération maximale (cas des faibles vitesses de déplacement), donner pour le véhicule (i) l'expression du temps nécessaire à l'arrêt, t_{ai}, en fonction de $v_i(0)$, η_i.

I.A.2) En déduire l'expression de la position x_{ai} du véhicule (i), au moment de son arrêt, en fonction de d_i, t_{ai}, $v_i(0)$, η_i.

I.A.3) En supposant que le véhicule $(i+1)$ s'arrête avant le temps d'établissement de la décélération maximale, donner pour le véhicule $(i+1)$ l'expression du temps nécessaire à l'arrêt, $t_{a(i+1)}$, en fonction de $v_{(i+1)}(0)$, $\eta_{(i+1)}$, $t_{r(i+1)}$.

I.A.4) En déduire l'expression de la position $x_{a(i+1)}$ du véhicule $(i+1)$, au moment de son arrêt, en fonction de $t_{a(i+1)}$, $\eta_{(i+1)}$, $t_{r_{(i+1)}}$, $v_{(i+1)}(0)$. Montrer que cette expression peut se mettre sous la forme :

$$A \cdot [t_{a(i+1)} - t_{r(i+1)}]^m + B \cdot [t_{a(i+1)} - t_{r(i+1)}]^n + C \cdot t_{r(i+1)}$$

et identifier les quantités A, B, C, m et n.

I.A.5) Préciser la condition devant exister entre $x_i(t)$ et $x_{(i+1)}(t)$, positions des véhicules (i) et $(i+1)$ à l'instant t, pour qu'il n'y ait pas de collision.

I.A.6) Calculer alors la valeur numérique de la distance de sécurité $d_{si} = d_{i\min}$ pour qu'à l'arrêt les deux véhicules se touchent juste (avant du véhicule $(i+1)$ contre l'arrière du véhicule (i)) dans le cas particulier où :

$$t_{r(i+1)} = 1{,}1 \text{ s}, \quad v_i(0) = v_{(i+1)}(0) = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad \eta_i = \eta_{(i+1)} = -6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}.$$

L'étude d'un axe autoroutier doit également prendre en compte toutes les vitesses de circulation. Une telle étude permet d'obtenir les courbes de la figure 3 qui montrent l'influence du temps de réaction t_r d'un conducteur pour commencer

à décélérer sur la capacité moyenne en véhicules par heure d'un tronçon autoroutier.

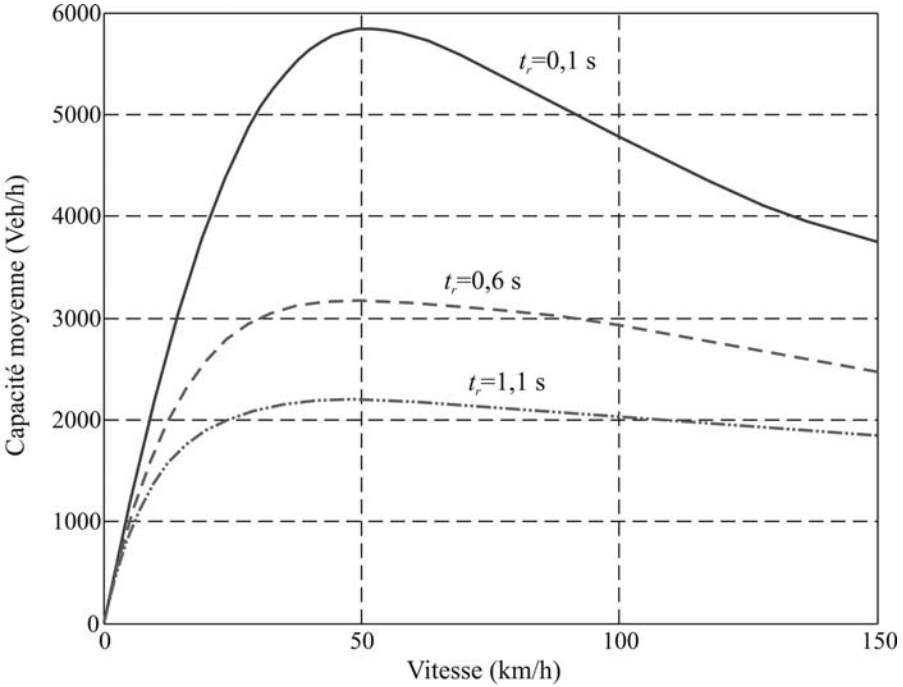


Figure 3. Influence du temps de réaction t_r d'un conducteur sur la capacité moyenne en véhicules par heure d'un tronçon autoroutier

I.A.7) Déterminer en vous aidant de la figure 3 les capacités de débit pour $tr = 1,1\ \text{s}$ (temps de réponse d'un conducteur « moyen ») et $tr = 0,1\ \text{s}$ (temps de réponse d'un véhicule muni d'un système automatique) pour une vitesse de $13,9\ \text{m} \cdot s^{-1}$. Conclure.

Partie II - Présentation du système automatique

Afin de valider les modèles d'étude, un véhicule prototype a été équipé pour réaliser des essais sur une piste privée. Ce véhicule d'essai est un monospace de type Renault Scénic, doté d'une boîte de vitesses automatique à 4 rapports. Un ordinateur de type PC assure la gestion des différents modules de l'application : situation par rapport à la route, commande des différents actionneurs, sécurité…

L'étude porte plus particulièrement sur le système de contrôle du déplacement latéral du véhicule.

Système préconisé

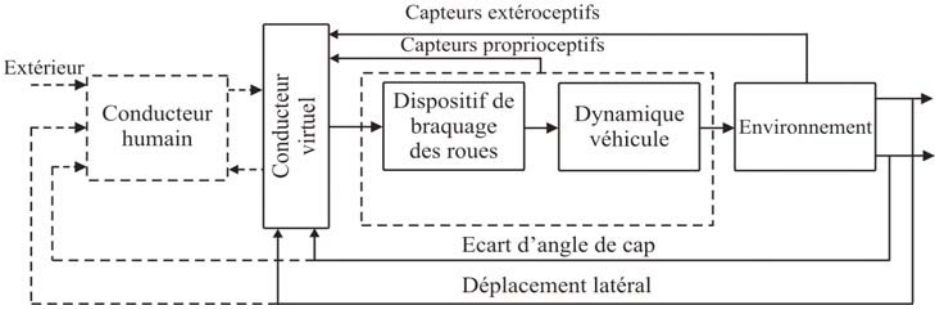


Figure 4. Architecture du système préconisé

Le schéma fonctionnel de la figure 4 propose un modèle de l'architecture du système utilisé. Il se compose d'une partie embarquée à bord du véhicule ainsi que de systèmes faisant partie de l'infrastructure de la route « intelligente ». Les capteurs embarqués, appelés **proprioceptifs**, sont des capteurs d'angle, des capteurs d'accélération et des capteurs de vitesse. Les capteurs installés sur l'infrastructure routière, appelés **extéroceptifs**, sont liés aux systèmes de contrôle extérieur utilisés pour situer le véhicule par rapport au milieu dans lequel il évolue.



Ce système possède deux modes de fonctionnement : assistance dans le cadre d'une manoeuvre réalisée par un conducteur humain ou réalisation complète de la manoeuvre dans le cas d'un conducteur virtuel.

L'objet de cette étude est la modélisation de la dynamique du véhicule, l'élaboration de la commande de l'angle de braquage des roues afin de maintenir le véhicule sur une trajectoire indépendamment des perturbations éventuelles (effets du vent, courbure de la voie…), ainsi que l'analyse du système de braquage de roues proprement dit.

II.A - En vous inspirant des systèmes utilisés en travaux pratiques de laboratoire que vous citerez, proposer trois solutions pour situer le véhicule par rapport à son environnement. Préciser les capteurs utilisés en précisant leur caractère (proprioceptif ou extéroceptif) et en indiquant pour chaque solution envisagée les contraintes imposées à l'infrastructure.

Partie III - Comportement dynamique du véhicule

L'objet de cette partie est de déterminer un modèle mécanique du véhicule en appliquant les théorèmes généraux de la dynamique au véhicule (VH). *L'idée est d'utiliser un modèle mécanique relativement simple, associé à une commande très robuste.*

Une approche simplifiée permettant d'aborder le problème consiste à adopter un modèle dit « bicyclette », représenté sur la figure 5, qui assimile le comportement du véhicule (VH) à celui d'une bicyclette :

- Le train avant directeur se réduit à une seule roue (12) sur laquelle s'appliquent les actions exercées sur les deux roues avant (1) et (2) du véhicule, de même la roue arrière (34) supporte les actions exercées par l'essieu arrière portant les roues (3) et (4) (voir figure 5), les pneumatiques avant et arrière ont les mêmes caractéristiques, en particulier le même coefficient de dérive (celui-ci sera défini plus loin).
- Le modèle choisi est un modèle à 2 degrés de liberté : l'angle de lacet $\psi(t) = (\overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{X_L})$ et l'angle d'attitude $\alpha(t) = (\overrightarrow{X_L}, \overrightarrow{U})$. La rotation de chaque roue autour de son axe n'est pas prise en compte.
- On notera que l'angle de braquage $\beta(t) = (\overrightarrow{X_L}, \overrightarrow{X_W})$ des roues avant est imposé au moyen d'un asservissement qui ne sera pas étudié dans le cadre de ce problème.
- Les roues ont une masse supposée négligeable.

Cette modélisation ne prend pas en compte les mouvements suivants : tangage (rotation autour de $\overrightarrow{Y_L}$) et roulis (rotation autour de $\overrightarrow{X_L}$).

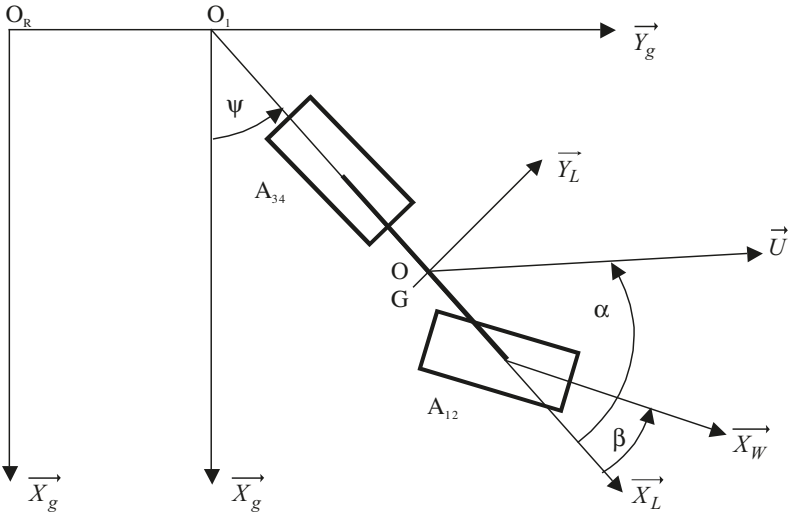


Figure 5. Paramétrage du modèle « bicyclette »

Les différents repères :

$R_g(O_R, \overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{Y_g}, \overrightarrow{Z_g})$ Repère galiléen	O_R Lié à la route	$(\overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{Y_g}) = \pi_R$ plan fixe par rapport à la route $(\overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{Y_g}, \overrightarrow{Z_g})$ base orthonormée directe
$R_1(O_1, \overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{Y_g}, \overrightarrow{Z_g})$ Repère intermédiaire	O_1 tel que $\overrightarrow{O_R O_1} = a\overrightarrow{Y_g}$	
$R_O(O, \overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{Y_g}, \overrightarrow{Z_g})$ Repère intermédiaire	O lié au châssis $\overrightarrow{O_1 O} = b\overrightarrow{X_L}$	$\vec{\Omega}(R_O/R_g) = \vec{0}$ $\vec{V}_{(O, R_O/R_g)} = V \cdot \vec{U}$ avec $\overrightarrow{O_R O} \cdot \overrightarrow{Z_g} = 0$ et V = Constante positive

$R_L(G, \overrightarrow{X_L}, \overrightarrow{Y_L}, \overrightarrow{Z_L})$ Repère lacet	G centre d'inertie du châssis lié au véhicule $\overrightarrow{OG} = h \cdot \overrightarrow{Z_g}$	$\overrightarrow{Z_L} = \overrightarrow{Z_g}$ $(\overrightarrow{Y_g}, \overrightarrow{Y_L}) = (\overrightarrow{X_g}, \overrightarrow{X_L}) = \psi(t)$ angle de lacet $h =$ Constante positive
$R_W(A_i, \overrightarrow{X_W}, \overrightarrow{Y_W}, \overrightarrow{Z_W})$ Repère lié à la roue	A_i centre de la roue R_i (assimilée à un disque)	$\overrightarrow{Z_W} = \overrightarrow{Z_L}$ avec $\overrightarrow{OA_{12}} = l_1\overrightarrow{X_L}$ et $\overrightarrow{OA_{34}} = -l_2\overrightarrow{X_L}$ $(\overrightarrow{Y_L}, \overrightarrow{Y_W}) = (\overrightarrow{X_L}, \overrightarrow{X_W}) = \beta$: angle de braquage de la roue avant

On rappelle :

$\alpha(t) = (\overrightarrow{X_L}, \vec{U})$: angle d'attitude,

$\psi(t) = (\overrightarrow{X_G}, \overrightarrow{X_L})$: angle de lacet,

$\beta(t) = (\overrightarrow{X_L}, \overrightarrow{X_W})$: angle de braquage de la roue avant.

Le torseur cinématique du mouvement du véhicule (VH) par rapport à R_g, au point O, est noté :

$$\{V(VH/R_g)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(VH/R_g) \\ \vec{V}(O, VH/R_g) = V \cdot \vec{U} \end{array} \right\}_O$$

La roue munie d'un pneumatique se comporte différemment d'une roue rigide au niveau du contact avec le sol. On adoptera le modèle représenté sur la figure 6.

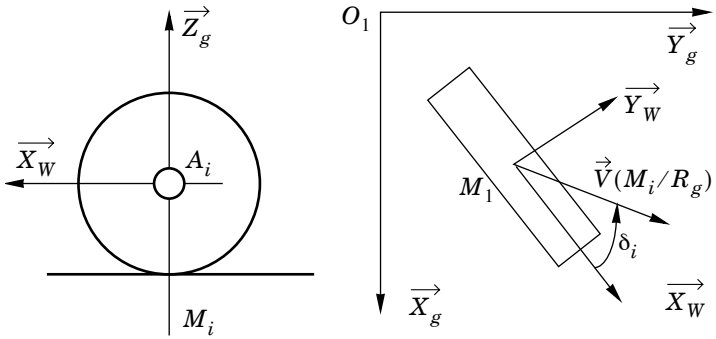


Figure 6. Paramétrage de l'angle de dérive d'un pneumatique

Le contact roue/sol pour chaque roue est modélisé par le torseur d'efforts suivant :

$$\boldsymbol{\tau}_{\{\text{Sol} \to R_i\}} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{Sol} \to R_i) = X_i\overrightarrow{X_W} + Y_i\overrightarrow{Y_W} + Z_i\overrightarrow{Z_W} \\ \vec{M}(M_i, \text{Sol} \to R_i) = 0 \end{array} \right\}_{M_i} \qquad i \in \{12, 34\}$$

avec $\begin{array}{l} \overrightarrow{OM_{12}} = l_1\overrightarrow{X_L} - R\overrightarrow{Z_L} \\ \overrightarrow{OM_{34}} = -l_2\overrightarrow{X_L} - R\overrightarrow{Z_L} \end{array}$.

L'angle de dérive d'un pneumatique est défini par : $\delta_i = (\overrightarrow{X_W}, \vec{V}(M_i/R_g))$. Si D désigne le coefficient de dérive du pneumatique, on admettra qu'on peut écrire $Y_i = -D\delta_i$, soit ici $Y_{12} = -2D\delta_{12}$ et $Y_{34} = -2D\delta_{34}$.

Comme la vitesse du véhicule est supposée constante et la roue arrière n'est pas motrice, on peut considérer : $X_{12} = 0$ et $X_{34} = 0$.

La matrice d'inertie du véhicule (VH) de masse M, dans le repère R_L, est de la forme :

$$[I(G, VH)] = \begin{bmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{bmatrix}_{R_L}$$

Remarque : le véhicule (VH) comprend la caisse, les roues, et sera modélisé dans la mise en équation comme un solide indéformable.

III.A - Modélisation du comportement dynamique du véhicule

III.A.1) Déterminer les composantes dans le repère R_L du moment cinétique $\vec{\sigma}(O, VH/R_g)$ au point O, du véhicule (VH) dans son mouvement par rapport au repère R_g, en fonction de $\dot{\psi}$, α, h, V et des caractéristiques inertielles.

III.A.2) Déterminer les composantes dans le repère R_L du moment dynamique $\vec{\delta}(O, VH/R_g)$ du véhicule (VH) au point O, en fonction de $\ddot{\psi}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\alpha}$, α, h, V et des caractéristiques inertielles.

III.A.3) On note $\vec{\Gamma}(G/R_g)$ le vecteur accélération de G appartenant à (VH) dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_g. Déterminer $\vec{\Gamma}(G/R_g) \cdot \overrightarrow{Y_L}$ en fonction de $\dot{\psi}$, $\dot{\alpha}$, α, V. Linéariser la relation obtenue au voisinage de la position d'équilibre définie par $\alpha = 0$, $\psi = 0$ et $\beta = 0$.

III.A.4) En admettant que l'angle de dérive de la roue avant s'écrit :

$\delta_{12} \approx \alpha - \beta + \dfrac{l_1}{V}\dot{\psi}$, et celui de la roue arrière $\delta_{34} \approx \alpha - \dfrac{l_2}{V}\dot{\psi}$,

en déduire l'expression de $\vec{R}(\overline{VH} \to VH) \cdot \overrightarrow{Y_L}$. Linéariser la relation obtenue au voisinage de la position d'équilibre définie par $\alpha = 0$, $\psi = 0$ et $\beta = 0$.

III.A.5) Montrer que l'on obtient le système d'équations différentielles suivant en indiquant clairement (point, vecteur unitaire, résultante ou moment, …) à quelle équation scalaire issue du *PFD* correspond chaque relation :

$$\begin{cases} \left(MV + \dfrac{2D(l_1 - l_2)}{V}\right) \cdot \dot{\psi} + MV\dot{\alpha} + 4D\alpha = 2D\beta & (1) \\ C\ddot{\psi} + \dfrac{2D(l_1^2 + l_2^2)}{V} \cdot \dot{\psi} + 2D(l_1 - l_2)\alpha = 2Dl_1\beta & (2) \end{cases}$$

Avec les valeurs numériques : $l_1 = 1\ \text{m}$, $l_2 = 1,5\ \text{m}$, $D = 21000\ \text{N} \cdot \text{rad}^{-1}$, $C = 3100\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, $M = 1500\ \text{kg}$, $V = 15\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, on obtient le système d'équations différentielles suivant, permettant de décrire l'évolution du véhicule (données en unités S.I.) :

$$\begin{cases} 211\dot{\psi}(t) + 225\dot{\alpha}(t) + 840\alpha(t) = 420\beta(t) \\ 31\ddot{\psi}(t) + 91\dot{\psi}(t) - 210\alpha(t) = 420\beta(t) \end{cases}$$

III.A.6) En supposant que les conditions initiales sont nulles, déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert $H_2(p)$ entre l'angle de lacet $\psi(p)$ et l'angle de braquage $\beta(p)$ de la roue avant :

$$H_2(p) = \frac{\psi(p)}{\beta(p)}$$

Discuter de la stabilité de ce modèle.

Partie IV - Modèle du contrôle latéral

L'objet de cette partie est de définir l'architecture des asservissements permettant d'assurer que le véhicule reste sur une trajectoire définie par sa position par rapport à la route, de déterminer les paramètres des correcteurs associés et de valider les performances obtenues comparativement à un cahier des charges qui sera précisé ultérieurement.

Le repérage par rapport à la route ainsi que les différentes grandeurs nécessaires à cette étude, sont représentés sur la figure 7.

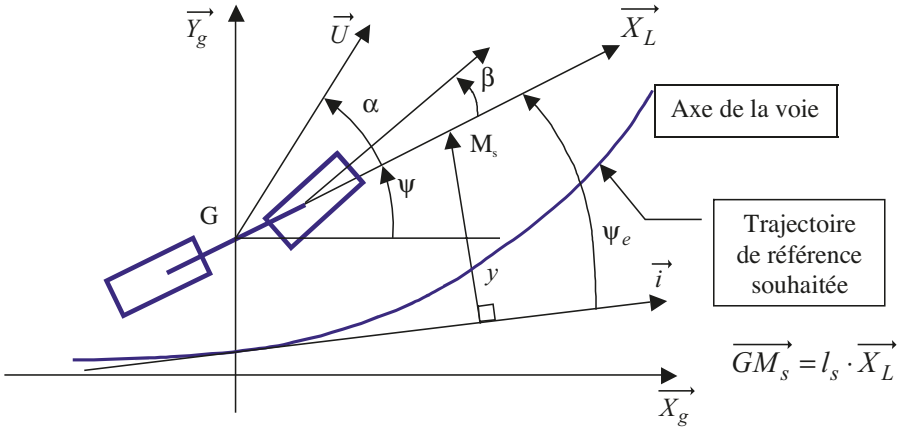


Figure 7. Paramétrage du déplacement latéral par rapport à la route

Le déplacement latéral $y(t)$ est mesuré à une distance l_s « en avant » du centre de gravité G du véhicule ($\overrightarrow{GM_s} = l_s \cdot \overrightarrow{X_L}$), ce qui correspond à une forme d'anticipation dans la conduite. Le capteur du déplacement latéral $y(t)$ est réglé de manière à obtenir une mesure dans « l'axe principal » du véhicule, et en faisant l'approximation de petits angles, la relation qui régit l'évolution du déplacement latéral est : $\dot{y} = V\alpha(t) + l_s\dot{\psi}(t) + V\psi_e(t)$ où $\psi_e(t)$ est l'angle d'écart de lacet du véhicule, par rapport à la courbure de la route, tel que : $\dot{\psi}_e(t) = \dot{\psi}(t)$.

Ainsi d'un point de vue fonctionnel, le véhicule peut être décrit comme un système à une entrée de commande : l'angle β d'orientation des roues et quatre grandeurs représentant l'état du véhicule par rapport à son environnement :

- l'angle d'attitude $\alpha(t)$,
- la vitesse angulaire de lacet du véhicule $\dot{\psi}(t) = d\psi/dt$,
- l'angle d'écart de lacet $\psi_e(t)$ du véhicule par rapport à la route,
- le déplacement latéral du véhicule $y(t)$, mesuré orthogonalement à l'axe $\vec{i}$, à une distance l_s du point G.

Dans le cadre de cette étude, on supposera que seuls l'angle $\psi_e(t)$ d'écart de lacet et le déplacement latéral $y(t)$ sont accessibles à la mesure. D'un point de vue fonctionnel, le véhicule peut alors être assimilé au système représenté sur la figure 8 possédant :

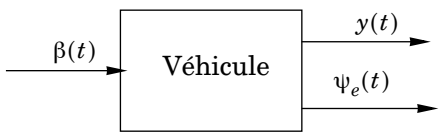


Figure 8. Diagramme simplifié

- une entrée de commande : l'angle de braquage des roues $\beta(t)$,
- deux sorties : l'angle $\psi_e(t)$ d'écart de lacet et le déplacement latéral $y(t)$.

Cahier des charges

Dans le cas d'une conduite entièrement automatisée, le cahier des charges porte sur l'erreur de déplacement latéral, le temps de réponse lors des changements de voie et la limitation des accélérations maximales en vue d'assurer le confort des passagers. On considérera dans cette étude un cas de fonctionnement défini par un déplacement de type périurbain pour une vitesse du véhicule de $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le cahier des charges imposé est donné dans le tableau 1.

Tableau 1 : Cahier des charges pour un changement de voie modélisé par un déplacement latéral $y_0 = 3$ m

Critère	Performance souhaitée
Temps de réponse à 5%	inférieur à 4 s
Écart en régime permanent vis-à-vis d'une consigne constante	nul
Écart en régime transitoire vis-à-vis de la consigne de trajectoire qui sera définie en IV.C	inférieur à 0, 1 m
Accélération latérale maximale	$2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

IV.A - Architecture de commande

L'architecture de commande envisagée (figure 9) est organisée autour de deux boucles d'asservissement imbriquées :

- une boucle interne réalisée à partir de la mesure de l'angle d'écart de lacet,
- une boucle externe portant sur le déplacement latéral.

Les capteurs de déplacement latéral et d'angle de lacet sont supposés idéaux et de gains respectifs g_1 et g_2. Un actionneur associé à une boucle d'asservissement (non étudiée ici) de fonction de transfert $A(p)$, permet d'assurer l'angle β de braquage des roues à partir d'un angle de consigne β_c. On supposera dans un premier temps que cet asservissement est infiniment rapide et que la fonction de transfert associée sera assimilée à un gain proportionnel $A(p) = A_0$.

La structure de la commande retenue est représentée par le schéma-bloc de la figure 9 où :

- $y_c(t)$ est la consigne de déplacement latéral,
- $\psi_c(t)$ est la consigne d'angle d'écart de lacet ; elle est la sortie du correcteur de la boucle externe,

- l'angle β_c de consigne d'orientation des roues est la sortie du correcteur de la boucle interne.

On notera qu'en raison de la structure retenue, les consignes $y_c(t)$ et $\psi_c(t)$ sont homogènes aux signaux de sortie des capteurs mesurant respectivement le déplacement latéral et l'angle d'écart de lacet.

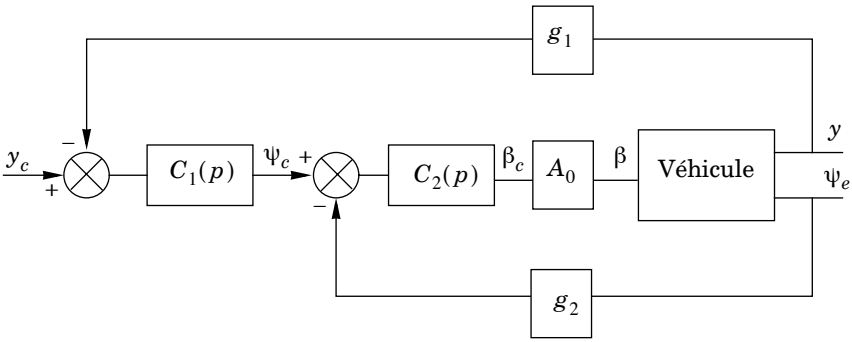


Figure 9. Architecture de l'asservissement du déplacement latéral

On adoptera les valeurs numériques suivantes :

$$A_0 = 0,1\,\text{rad}\cdot\text{V}^{-1} \qquad g_1 = 1\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1} \qquad g_2 = 10\ \text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$$

L'objet de cette partie est le calcul des correcteurs $C_1(p)$ et $C_2(p)$. Ce calcul sera effectué en considérant dans un premier temps la boucle d'asservissement de l'angle d'écart de lacet puis, dans un deuxième temps, la boucle externe portant sur le déplacement latéral $y(t)$.

IV.B - Étude de l'asservissement de l'angle d'écart de lacet

Le but de cette partie est de déterminer un correcteur pour la boucle d'asservissement portant sur l'angle d'écart de lacet afin d'obtenir le cahier des charges suivant :

- pulsation de coupure à $0\ \text{dB}$ en boucle ouverte $\omega_{c2} = 10\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,
- marge de phase $\Delta\varphi_2 \geq 60°$.

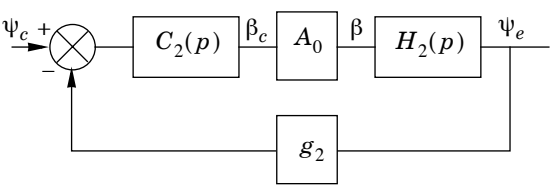


Figure 10. Boucle d'asservissement d'angle d'écart de lacet

L'asservissement de l'angle d'écart de lacet $\psi_e(t)$ est représenté par le schéma-bloc de la figure 10 où $H_2(p)$ est la fonction de transfert déterminée précédemment à la question III.A.6.

IV.B.1) Pour $C_2(p) = 1$, donner l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte $T_{BO2}(p)$. Compléter par les tracés asymptotiques les diagrammes de Bode représentés en annexe 2. Effectuer ce tracé directement sur l'annexe à rendre obligatoirement avec la copie.

La connaissance explicite de la fonction $H_2(p)$ n'est pas nécessaire pour traiter la suite.

IV.B.2) Montrer qu'une correction proportionnelle $C_2(p) = K_2$ est insuffisante pour assurer le cahier des charges exigé pour cette boucle d'asservissement.

IV.B.3) Calcul du correcteur $C_2(p)$

La correction de la boucle de lacet sera effectuée au moyen d'un correcteur à avance de phase dont la fonction de transfert et les propriétés (que vous pouvez utiliser sans aucune justification) sont rappelées dans l'annexe 1. Le correcteur sera placé par coïncidence de ω_m avec la pulsation de coupure ω_{c2} souhaitée, les paramètres a, T et K du correcteur seront ensuite déterminés afin d'assurer le cahier des charges exigé $[\Delta\varphi_2, \omega_{c2}]$.

a) Justifier le choix de l'emplacement choisi pour la pulsation ω_m.

b) Donner, en fonction de $\text{Arg}[H_2(j\omega_{c2})]$, l'expression de φ_m permettant de satisfaire les contraintes imposées par le cahier des charges sur la marge de phase $\Delta\varphi_2$. Calculer la valeur numérique de φ_m.

c) Pour cette valeur de φ_m, déterminer les valeurs numériques des paramètres a et T.

d) Donner, en fonction de A_0, g_2 et $\|H_2(j\omega_{c2})\|_{\text{dB}}$, la relation que doit vérifier $\|C_2(j\omega_{c2})\|_{\text{dB}}$ afin d'assurer la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte souhaitée. Calculer alors la valeur numérique à conférer au gain K du correcteur.

IV.C - Étude de l'asservissement du déplacement latéral

L'objet de cette partie est de déterminer le correcteur de la boucle d'asservissement du déplacement latéral permettant de satisfaire le cahier des charges fonctionnel décrit dans le tableau 1.

La boucle d'asservissement de l'angle d'écart de lacet ψ_e étant fermée, le schéma-bloc de l'asservissement de déplacement est représenté sur la figure 11, où :

- $H_1(p)$ représente la fonction de transfert entre le déplacement $Y(p)$ et la consigne d'angle d'écart de lacet : $H_1(p) = Y(p)/\Psi_c(p)$,
- $C_1(p)$ est le régulateur de la boucle de déplacement.

L'expression numérique de la fonction de transfert $H_1(p)$ n'est pas nécessaire pour traiter la suite. Les diagrammes de Bode, module et phase, de cette fonc-

tion sont représentés en annexe 3, ils pourront être utilisés sans aucune justification.

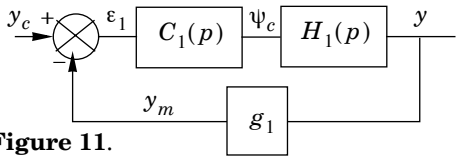


Figure 11.
Boucle d'asservissement du déplacement latéral

Afin de satisfaire les contraintes en terme d'accélération latérale, la consigne de déplacement latéral, lors d'un changement de voie, est construite à partir d'une loi en accélération définie par morceaux suivant l'expression suivante :

$$\gamma_c(t) = \frac{d^2 y_c(t)}{dt^2} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \gamma_0 & 0 \le t < t_c \quad \text{Phase 1} \\ -\gamma_0 & t_c \le t < t_e \quad \text{Phase 2} \\ 0 & t \ge t_e \quad \text{Phase 3} \end{cases}$$

où t_e est le temps d'établissement souhaité en boucle fermée, γ_0 une accélération constante à déterminer et t_c l'instant de commutation de l'accélération entre les phases 1 et 2. On note également $v_c(t) = dy_c(t)/dt$. Le régulateur utilisé est du type proportionnel-intégral de fonction de transfert :

$$C_1(p) = K_1\left(\frac{1+p}{p}\right).$$

IV.C.1) En adoptant les hypothèses suivantes : $y_c(t=0) = 0$, $v_c(t=0) = 0$, $v_c(t=t_e) = 0$, déterminer la relation que doivent vérifier l'accélération γ_0 et l'instant de commutation t_c afin que la consigne de déplacement atteigne la valeur finale souhaitée y_0 pour $t = t_e$. Représenter l'allure de l'évolution de $y_c(t)$.

Effectuer l'application numérique pour $y_0 = 3$ m, $t_e = 4$ s et vérifier que l'accélération obtenue est conforme au cahier des charges.

IV.C.2) Calcul du correcteur C_1

a) Àpartir de la réponse fréquentielle de $H_1(p)$ donnée en annexe 3, proposer un modèle approché en basse fréquence $(\omega < 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})$, pour la fonction de transfert $H_1(p)$.

b) Calcul du gain K_1 (*vous utiliserez, pour traiter cette question, le modèle approché de la question* IV.C.2-a)).

La boucle de position étant corrigée avec le régulateur $C_1(p)$ défini précédemment, calculer en fonction de K_1 et γ_0, l'écart de régime permanent :

$$\varepsilon_{1s} = \lim_{t \to \infty} \varepsilon_1(t) = \lim_{t \to \infty} (y_c(t) - y_m(t))$$

lorsque la consigne d'entrée est une parabole $y_c(t) = \gamma_0 t^2 \Upsilon(t)$, où $\Upsilon(t)$ désigne l'échelon de Heaviside et y_m la sortie du capteur de déplacement latéral. Donner la valeur à conférer au gain K_1 afin d'obtenir un écart maximal inférieur à $0,1$ m pour la valeur de γ_0 déterminée à la question IV.C.1).

IV.C.3) Performances de la boucle d'asservissement de déplacement

a) Pour la valeur de K_1 calculée à la question IV.C.2-b), tracer directement sur la copie les diagrammes asymptotiques de Bode de $C_1(p)$, et les allures des diagrammes réels en précisant quelques valeurs prises par les courbes du module et de la phase.

b) Au regard de ces diagrammes et de la réponse fréquentielle de $H_1(p)$ donnée en annexe 3, déterminer les valeurs numériques des performances de la boucle d'asservissement du déplacement latéral : pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte, marges de phase et de gain.

Partie V - Étude de l'actionneur

L'actionneur est réalisé à partir d'une direction assistée électrique dont les principales parties sont données figure 12.

Cette direction doit assurer la fonctionnalité d'une assistance classique et celle du contrôle latéral du véhicule en cas de circulation sur une « route intelligente ».

Le conducteur doit avoir une notion sensitive des efforts mis en jeu pour actionner les roues. La partie opérative est réalisée avec deux moteurs et trois embrayages électromagnétiques E_i activant un dispositif d'orientation des roues, non représenté sur la figure 12, composé d'un pignon, d'une crémaillère et de biellettes.

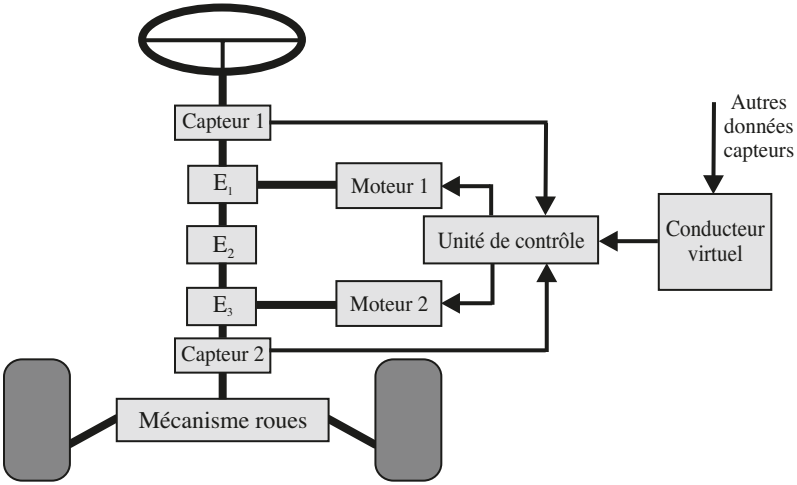


Figure 12. Schéma de l'actionneur d'angle de braquage des roues

La législation actuellement en vigueur impose, pour des raisons de sécurité, l'existence d'une liaison mécanique entre le volant et les roues en cas de défaillance du dispositif d'assistance.

Les diagrammes des interacteurs partiels des figures 13a et 13b correspondent respectivement aux phases de vie de conduite :

- assistance de la manoeuvre, réalisée par le conducteur humain, avec retour d'efforts,
- réalisation complète de la manoeuvre, sans retour d'efforts, à partir des consignes générées par le conducteur virtuel.

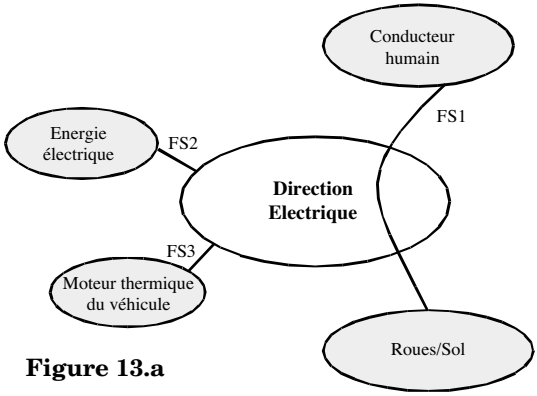


Figure 13.a

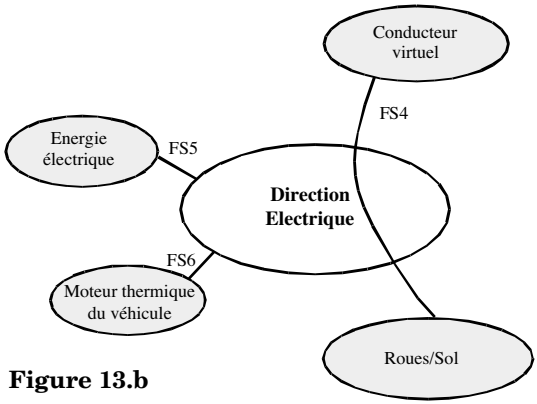


Figure 13.b

V.A - Exprimer la fonction de service FS1.

V.B -

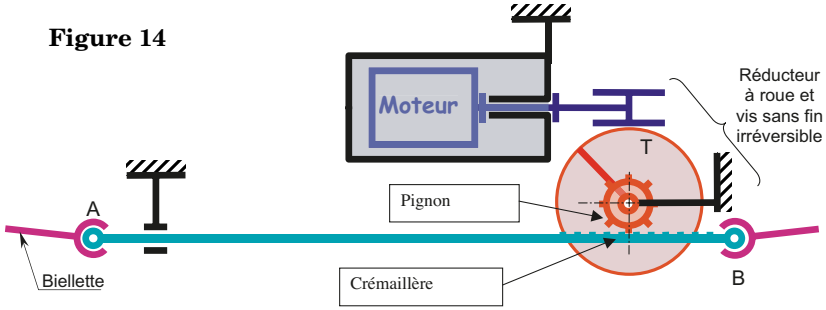
V.B.1) Exprimer la fonction technique que doit réaliser le moteur 1 ?

V.B.2) Exprimer la fonction technique que doit réaliser le moteur 2 ?

V.B.3) Exprimer la fonction technique que doit réaliser l'embrayage E_2 ?

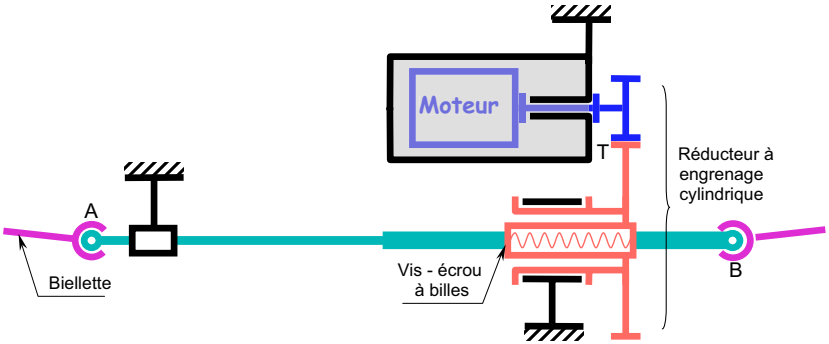
V.B.4) Indiquer, pour la réalisation de chacune des fonctions FS1 et FS4, les capteurs et les moteurs utilisés ainsi que l'état (embrayé ou débrayé) de chaque embrayage E_1, E_2, E_3.

Figure 14



Solution 1

Vis sans fin	: 2 filets
Roue	: 46 dents
Pignon	: 7 dents denture hélicoïdale (β=20°)
Crémaillère	: pas apparent = 5mm = π . m_t
Rappel : Module apparent	: $m_t = m_n / \cos(\beta)$



Solution 2

Rapport de réduction du réducteur	: r = 1/3
Diamètre de la vis	: 25 mm
Pas de la vis	: 5 mm
Module de denture	: m = 1,5 mm

Il est prévu de placer le moteur 2 de façon à entraîner directement la crémaillère commandant l'orientation des roues directrices.

Deux dispositions sont alors envisagées :

- un dispositif {pignon crémaillère} actionné par un moto réducteur à roue et vis sans fin irréversible (solution 1 de la figure 14)
- un dispositif à moteur et réducteur à engrenages à denture droite actionnant un système vis/écrou à billes (liaison glissière hélicoïdale) réversible (solution 2 de la figure 14).

V.C -

a) Déterminer le nombre de tours de moteur nécessaire pour obtenir un déplacement de $1\ \text{mm}$ de la crémaillère dans le cas de la solution 1.

b) Déterminer le nombre de tours de moteur nécessaire pour obtenir un déplacement de $1\ \text{mm}$ de la crémaillère dans le cas de la solution 2.

c) Indiquer deux améliorations apportées par la solution 2 (engrenage cylindrique et vis à billes), par rapport à la solution 1 (moto-réducteur et pignon-crémaillère).

V.D - Analyse de la sensibilité vis-à-vis de la dynamique de l'actionneur de braquage des roues

Pour la synthèse des correcteurs des boucles de lacet et de déplacement, on a supposé que l'asservissement de l'angle de braquage $\beta(t)$ des roues était infiniment rapide et caractérisé par une fonction de transfert équivalente à un gain proportionnel : $A(p) = A_0$. Une modélisation plus précise montre que cette fonction de transfert peut être modélisée par une fonction du 1er ordre :

$$A(p) = \frac{\beta(p)}{\beta_c(p)} = \frac{1}{1 + t_a p} A_0$$

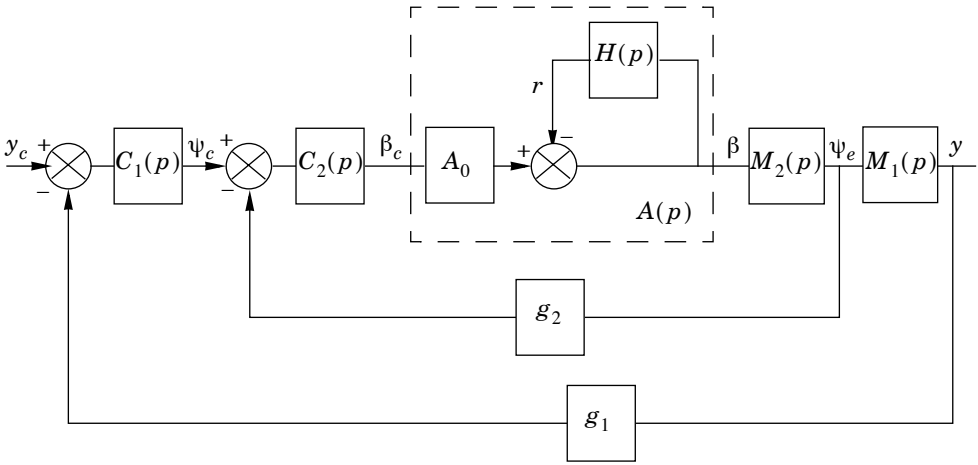
où la constante de temps de l'actionneur t_a est un paramètre mal connu et soumis à des variations entre deux véhicules de même type.

L'objet de cette partie est d'analyser les conséquences de ce nouveau terme sur la stabilité de l'asservissement de trajectoire et en particulier de déterminer la valeur maximale de la constante de temps t_a permettant de garantir la stabilité en boucle fermée. Cela pourra être utilisé par exemple pour définir le cahier des charges qui devra être utilisé lors de la conception de l'asservissement du braquage des roues.

Compte tenu de la structure de commande retenue, le nouvel élément s'insère dans la chaîne d'asservissement suivant le schéma représenté sur la figure 15 où la fonction de transfert $A(p)$ a été reformulée en vue de faire apparaître une boucle interne (d'angle de braquage) β/β_c.

La connaissance explicite des fonctions $M_1(p)$, $M_2(p)$, $C_1(p)$, et $C_2(p)$ n'est pas nécessaire pour traiter cette partie.

Figure 15. Schéma bloc du système complet



V.D.1) Exprimer $H(p)$ en fonction de la constante de temps t_a.

On admettra par la suite (sans aucune justification) que l'analyse de la sensibilité vis-à-vis du modèle de l'actionneur d'angle de braquage des roues pourra être effectuée en utilisant le schéma-bloc de la figure 16, où R_c représente une consigne fictive. On supposera que la fonction de transfert $F(p)$ correspond à un système stable, c'est-à-dire comportant uniquement des pôles à partie réelle négative.

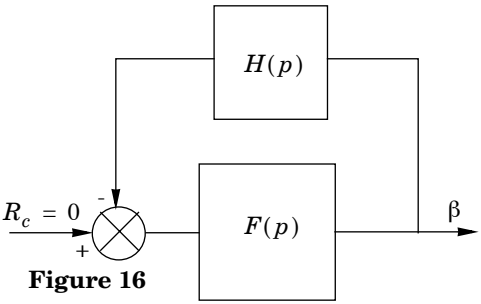


Figure 16

V.D.2) En admettant (sans aucune justification) le tracé des diagrammes de Bode de $F(p)$ représentés en annexe 4 :

a) Tracer l'allure du lieu de Nyquist de la fonction $F(j\omega)$ en précisant quelques points (par exemple les passages aux axes réel et imaginaire).

b) À partir de ce diagramme, tracer l'allure du lieu de Nyquist de la fonction de transfert $F(j\omega)H(j\omega)$ en boucle ouverte pour $t_a = 1\ \text{s}$.

c) En utilisant le critère du revers, en déduire la valeur maximale du paramètre t_a $(t_a > 0)$ permettant de garantir la stabilité du système bouclé.

••• FIN •••

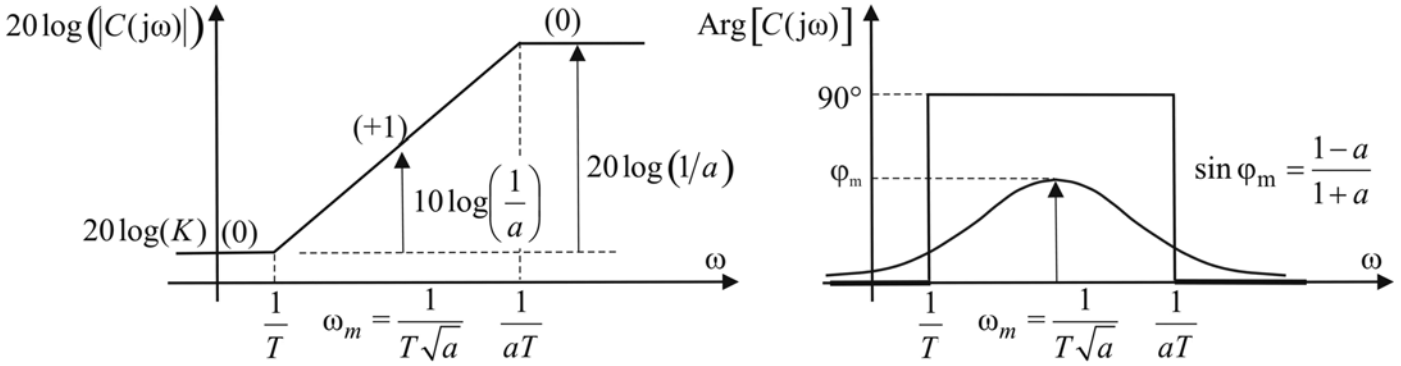
Annexe du sujet de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies. Attention, il ne pourra pas être délivré d'autre exemplaire de ce document.

Annexe 1

Caractéristiques d'un correcteur à avance de phase

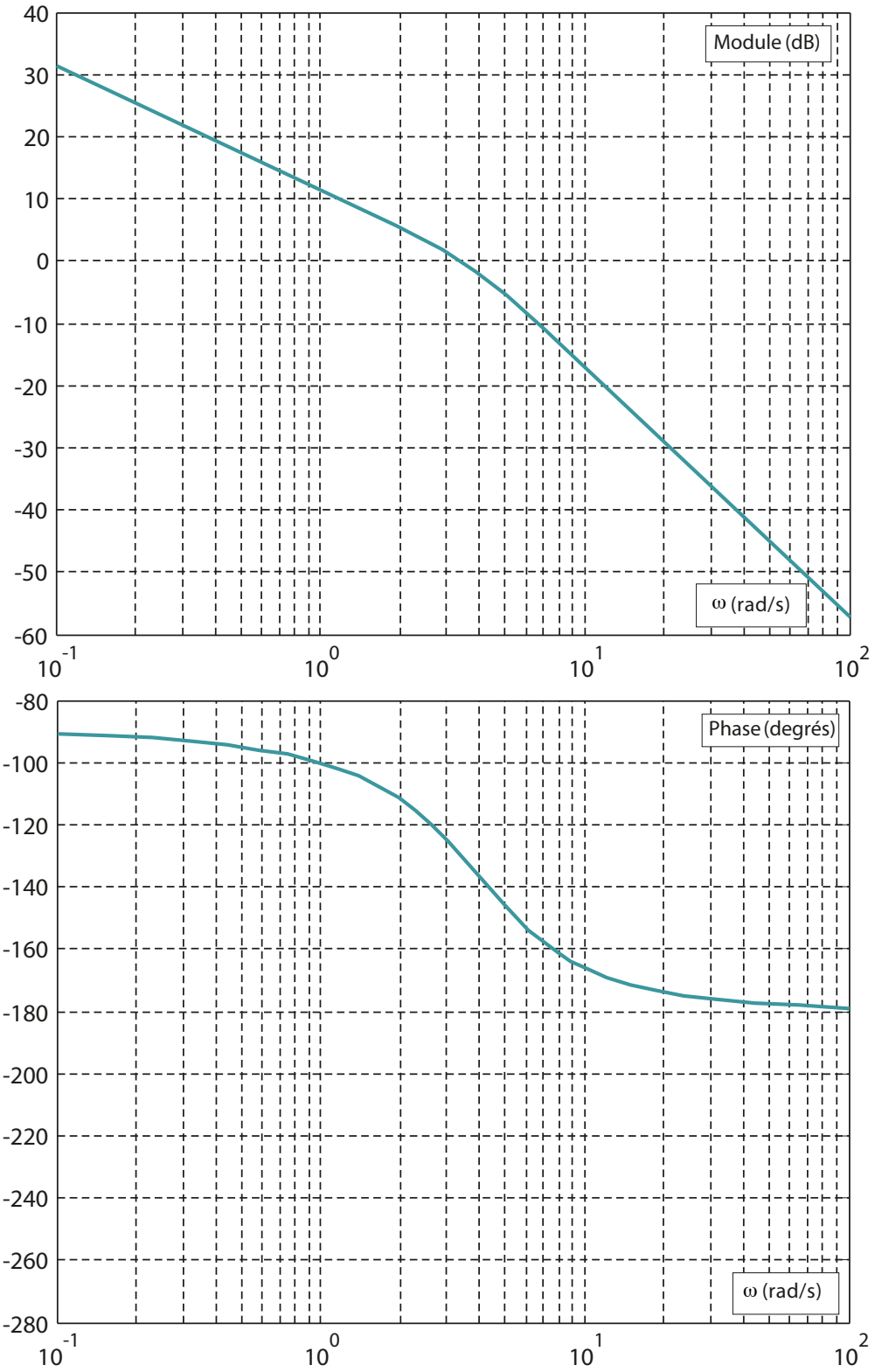
Correcteur à avance de phase $C(p) = K\dfrac{1+Tp}{1+aTP}$; $a<1$



Filière PSI

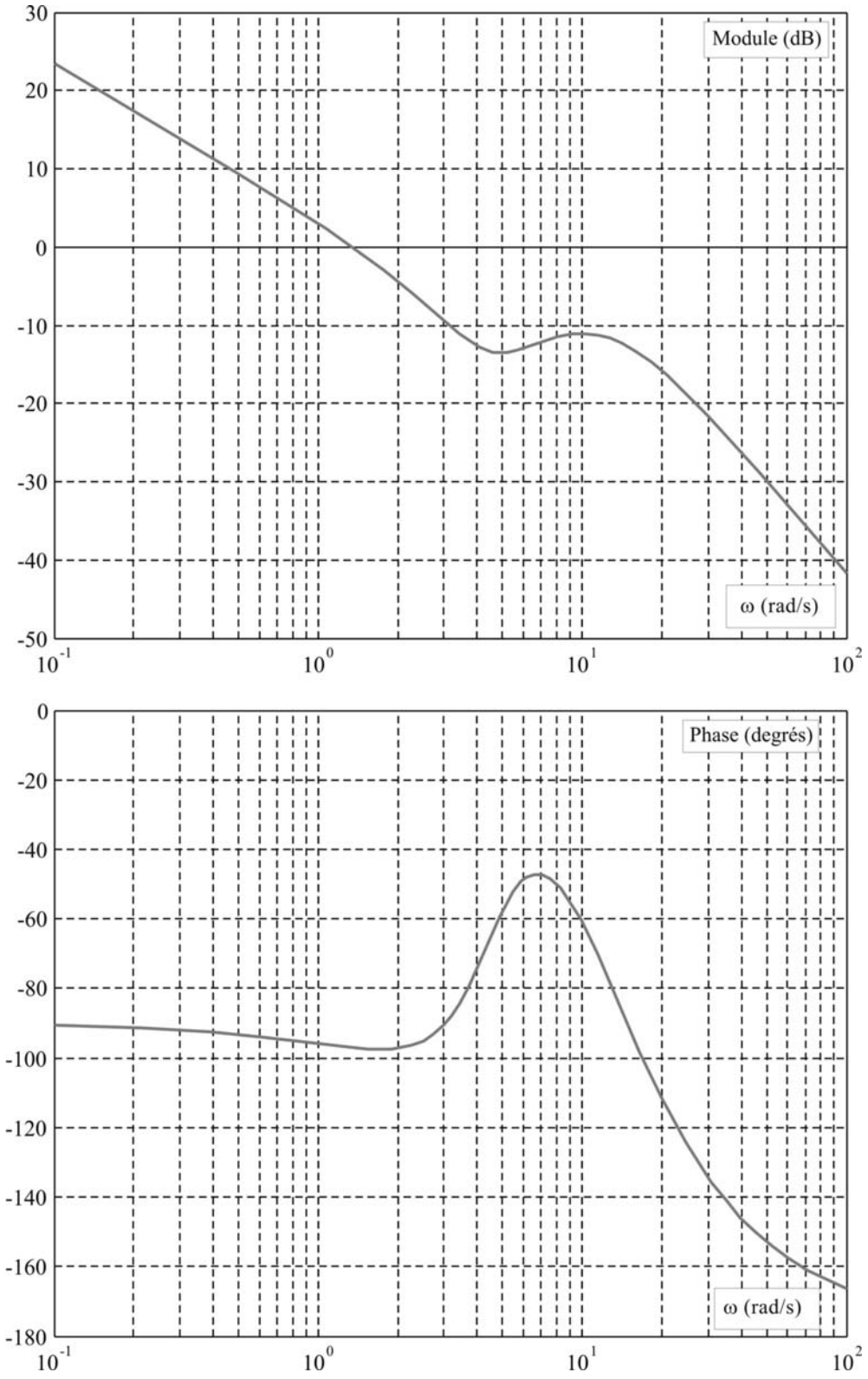
Annexe 2

Diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement de lacet non corrigé ($C_2(p) = 1$)



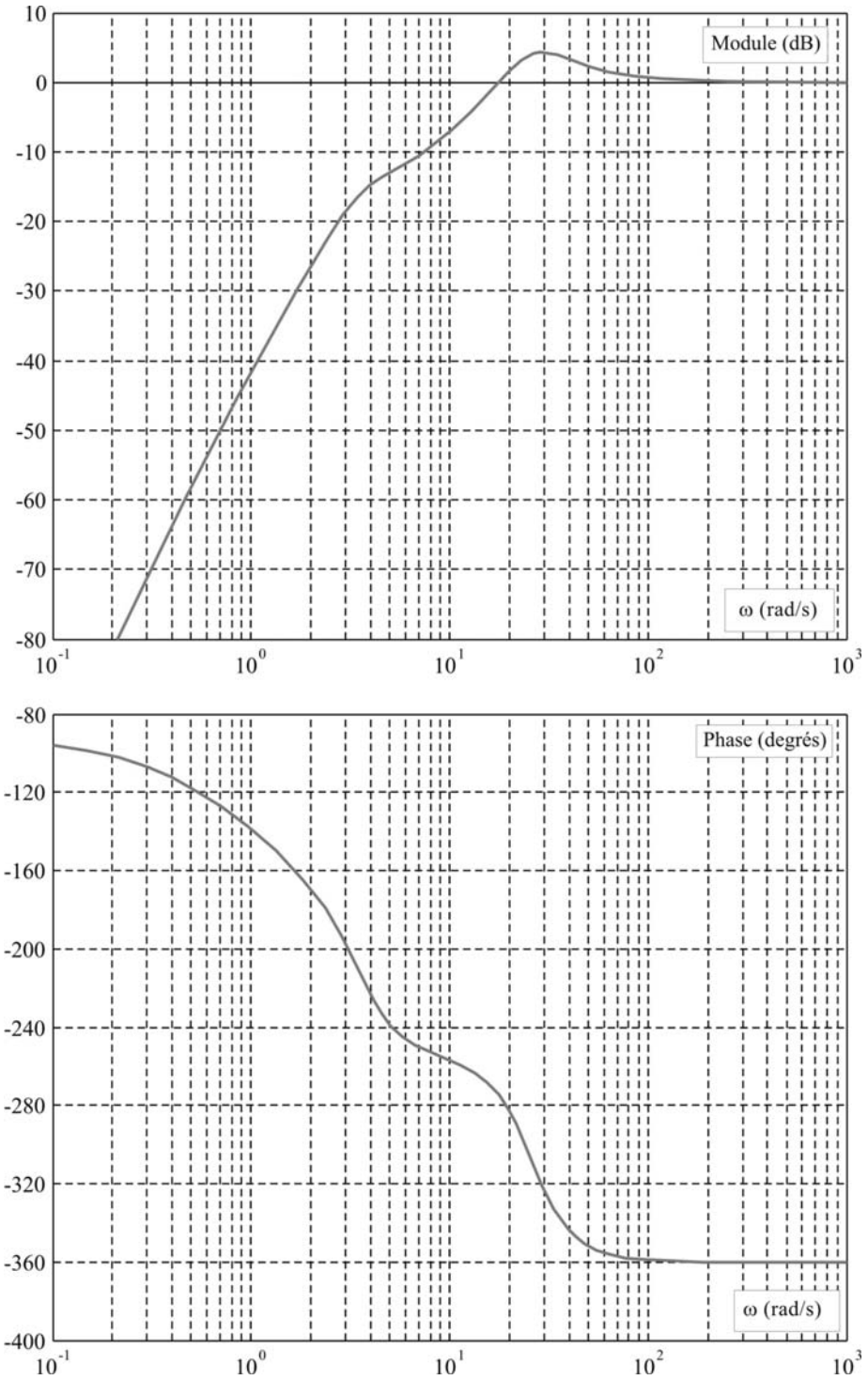
Annexe 3

Diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement de déplacement non corrigé ($C_1(p) = 1$)



Annexe 4

Diagrammes de Bode $F(p)$ pour l'étude de robustesse



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- e du mouvement : repérage
- ue et dynamique : énergie cinétique, inertie équivalente
- le solides : principe fondamental, stratégie d'isolement,
- asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace,
- servis : correcteurs PID et à avance de phase
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance

Les autres activités de physique : prepahelp.com/annales/centrale/psi

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :

écrire sur WhatsApp