Concours Centrale-Supélec, France

Session 2006, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Ce que traite le sujet

- Partie I : étude de la distance d'arrêt
- Partie II : définition de la loi de commande de

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/centrale/psi/2006/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Système de freinage d'un TGV DUPLEX

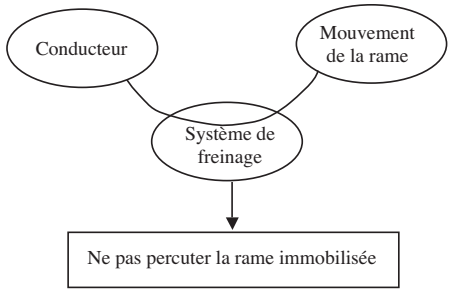


Figure 1 : une rame de TGV duplex

Pour satisfaire la croissance de la demande de ses usagers, la SNCF a besoin d'augmenter le nombre des passagers transportés sur les lignes TGV existantes. Pour y répondre, les constructeurs ont réalisé des voitures à deux étages, les TGV duplex (voir figure 1), qui permettent d'accueillir plus de passagers par rame. Parallèlement, ils souhaitent en augmenter la vitesse et la fréquence d'utilisation. Mais ces solutions sont limitées par la distance d'arrêt car il ne faut pas percuter la rame précédente, brutalement immobilisée. Cette évidente condition de sécurité place les dispositifs de freinage au cœur des travaux d'innovation des ingénieurs.

Filière PSI

L'objet de cette étude est l'analyse du système de freinage mécanique à énergie pneumatique, installé sur les TGV Duplex vis-à-vis du critère de la validation partielle de l'une des prestations attendues : « le conducteur actionne le système de freinage pour ne pas percuter une autre rame »



Critère	Valeur
Distance d'arrêt de la rame	$da \leq 2500$ m

Une rame de TGV (figure 1) est composée de deux motrices et de huit voitures. La liaison avec les rails est assurée par 13 bogies. Quatre d'entre eux, implantés sous les motrices, sont moteurs, les neuf autres, qualifiés de porteurs, sont positionnés entre deux voitures (figure 2).

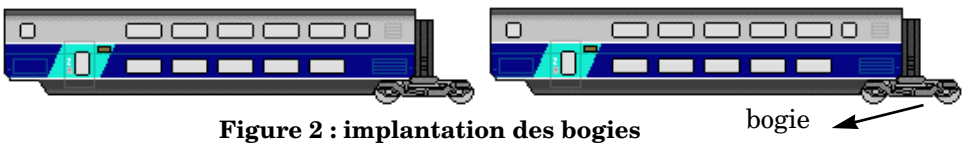


Figure 2 : implantation des bogies

Pour l'étude proposée tous les bogies ont le même comportement.

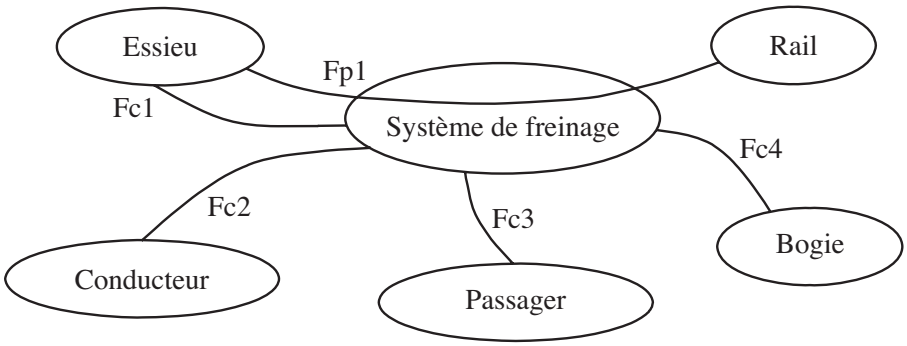
Un bogie porteur, dont une photo est donnée figure 3, est un chariot à deux essieux et quatre roues. Il supporte en sa partie supérieure l'une des extrémités de la voiture et permet de suivre les courbes de la voie. Chacune des roues est équipée d'un système de freinage à disques et contribue à l'arrêt de la voiture.



Figure 3 : un bogie porteur

Dans cette étude, la masse de la rame, estimée à **424000 kg** , est supposée également répartie sur chacune des roues. Cette hypothèse permet de limiter l'étude à une roue, ses deux disques et les composants associés.

La prestation attendue est réalisée pendant la phase de vie « arrêt d'urgence » dont la caractérisation partielle des principales fonctions de service est donnée ci-dessous :



N°	Verbalisation	Critère	Niveau	Limite
Fp 1	Permettre aux rails d'agir sur l'essieu	Distance d'arrêt	≤ 2500 m	

Les critères et les niveaux des fonctions contraintes ne sont pas utilisés par la suite.

Le sujet comporte quatre parties indépendantes.

Partie I - Étude de la distance d'arrêt

Le freinage du train étant principalement obtenu par l'action des rails sur les roues, l'objet de cette partie est de vérifier que le comportement du contact rails / roues permet de réaliser la prestation attendue.

I.A - Étude du contact avec le rail

I.A.1) Dans un premier temps, il est naturel d'imaginer, en cas d'urgence, le blocage des roues. En retenant pour le contact le modèle de Coulomb avec un facteur de frottement noté f de $0,075$, en supposant le rail horizontal et en négligeant la résistance de l'air, montrer que la distance d'arrêt d'un TGV duplex se déplaçant à la vitesse constante de $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ par rapport au repère supposé galiléen lié aux rails, ne satisfait pas la prestation attendue.

Le blocage des roues du train, appelé enrayage, n'est pas souhaitable. Il déforme les roues et les rails, il conduit presque inévitablement au déraillement. De plus, de nombreuses études du comportement de la liaison « roue-rail » ont mis en évidence que le rapport du module de la composante horizontale sur le module de la composante verticale de l'action du rail sur la roue, appelé facteur de freinage et noté μ, est fonction du glissement au contact. Ce résultat, spécifique aux phases d'accélération et de freinage, s'explique par la déformation élastique de la matière au contact roue/rail et à son échauffement.

Le graphe de la figure 4 donne l'évolution de facteur de freinage $\mu = f(\nu)$ en fonction du glissement relatif au contact roue/rail, noté ν et défini par la relation :

$$\nu = 1 - \frac{V_R}{V_T}$$

où V_T $(V_T > 0)$ est la vitesse de translation du train par rapport aux rails et V_R $(V_R > 0)$, l'opposée de la vitesse du point de contact appartenant à la roue par rapport au bogie.

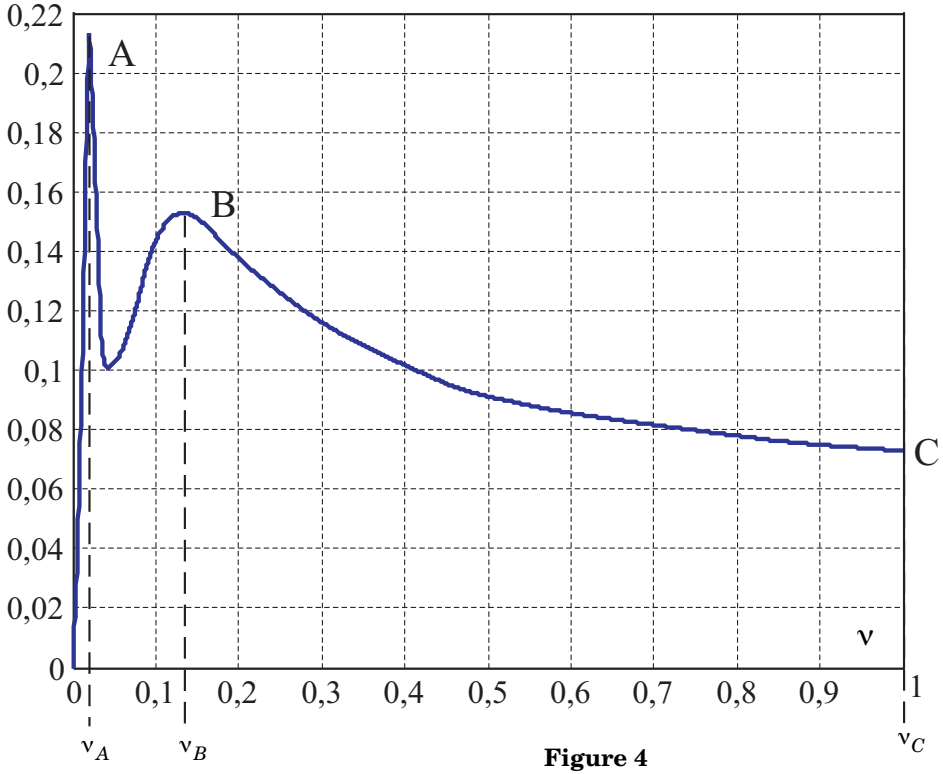


Figure 4

Évolution du facteur de freinage μ en fonction du glissement relatif $\mu = f(\nu)$

I.A.2) Vérifier que le freinage au point de fonctionnement B permet la satisfaction de la prestation.

I.A.3) Calculer la décélération $\gamma(\gamma < 0)$, supposée constante, que doit assurer le système de freinage (au point de fonctionnement B).

I.A.4) En déduire la durée de freinage jusqu'à l'arrêt à partir d'une vitesse initiale de $300\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ (le résultat sera exprimé en unité S.I.).

I.B - Étude de la commande pneumatique de freinage

Le principe de base de la commande du frein pneumatique équipant le TGV duplex consiste à transmettre les consignes de freinage émises par le conducteur par une conduite pneumatique parcourant toute la longueur du train. Cette

conduite, appelée **C**onduite **G**énérale de frein (**CG**) est maintenue sous une pression de $500\ \text{kPa}$ ($5\ \text{bars}$) à l'état « freins desserrés ». Une chute de pression dans cette conduite supérieure à $60\ \text{kPa}$ ($0,6\ \text{bar}$) entraîne le serrage des freins. Le diagramme FAST de l'installation est donné en annexe 1 (page 10).

I.B.1) La vitesse de propagation d'une variation de pression dans la conduite générale est de l'ordre de $250\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La longueur de la rame est de 200 mètres.

a) Calculer le temps $\Delta t = t_p - t_d$ entre le début du freinage dans la première voiture, t_p , et le début de freinage dans la dernière voiture t_d , si la commande de freinage du TGV est purement pneumatique.

b) En se plaçant dans le cas le plus défavorable, on suppose que le freinage débute lorsque l'information arrive en queue de train. En adoptant la décélération trouvée en I.A.3 avec $V_0 = 300\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, calculer la distance parcourue entre l'instant où l'ordre de freinage est émis et l'instant où le train est à l'arrêt. Vérifier si le cahier des charges est satisfait.

Sur ce matériel ferroviaire, le cahier des charges impose que le freinage soit :

- **continu** : un freinage est dit continu si chaque wagon de la rame est équipé d'un système de freinage.
- **automatique** : un frein est dit automatique si, lorsque la ligne de commande (**CG**) qui parcourt le train se rompt en un quelconque endroit du convoi, le freinage est commandé de manière automatique sur les deux parties du convoi (freinage automatique dans le cas où un wagon se désolidarise du train).

I.B.2) Recenser les composants nécessaires au bon fonctionnement du dispositif entre la **C**onduite **G**énérale **CG** et le vérin pneumatique double effet qui actionne le dispositif de freinage. Compléter le schéma pneumatique de l'annexe 6 (document à rendre avec la copie) qui donne l'organisation structurelle de ces composants.

Partie II - Définition de la loi de commande de freinage

Pour réduire la distance de freinage, les concepteurs ont retenu la solution de faire fonctionner le système au voisinage du point B (figure 4), c'est-à-dire de contrôler le glissement relatif en pilotant la composante tangentielle T de l'action du rail sur la roue.

L'objet de cette partie est de définir une loi de commande du glissement relatif $\nu = f(T)$.

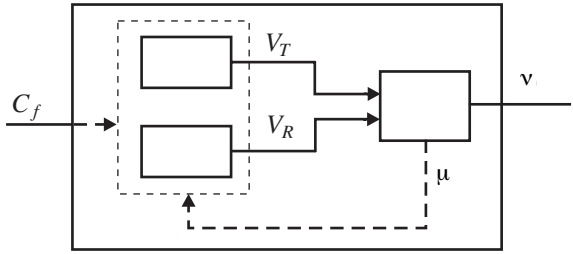


Figure 5

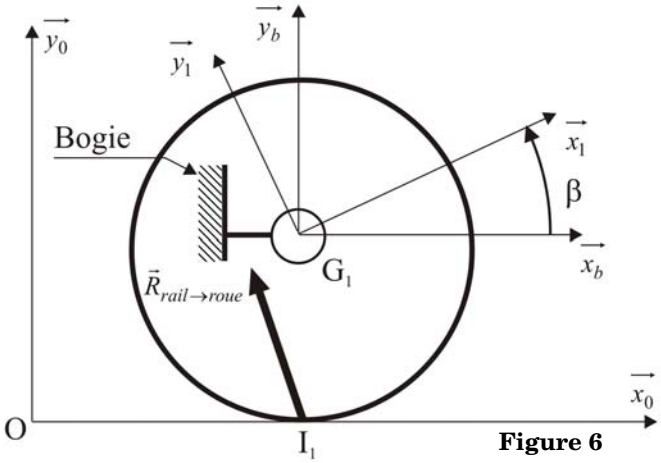


Figure 6

Les hypothèses de cette étude sont :

- le schéma de la figure 5 illustre le modèle entrée/sortie retenu ;
- la figure 6 modélise une roue et 2 disques, le bogie se déplace suivant $x_0 > 0$ par rapport au repère galiléen R_0 lié au sol ;
- la roue, de masse m (masse de la roue et des disques) est caractérisée par un rayon noté r ;
- le moment d'inertie de l'ensemble en rotation par rapport à l'axe de rotation est noté $I = mr^2/2$;
- le torseur des actions transmissibles par le bogie sur la roue, dues à la liaison pivot au point G_1, est de la forme :

$$\begin{cases} \vec{R} = X \cdot \vec{x}_0 + Y \vec{y}_0 \\ N \cdot \vec{z}_0 = \vec{0} \end{cases}$$

avec $Y = -Mg$ où M représente la masse freinée par une roue et $N = 0$.

- le poids de la roue est négligé devant $M\vec{g}$,
- la résistance de l'air est négligée ;
- la rame freine dans une ligne droite sans pente suivant $x_0 > 0$ par rapport au repère R_0 lié au sol ;
- le repère R_b, $(G_1, \vec{x_b}, \vec{y_b}, \vec{z_b})$ est lié au bogie ;
- le repère R_1, $(G_1, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$, lié à la roue 1, se déduit de R_b par une rotation d'angle $\beta\vec{z_b}$.

On note :

$\nu = 1 - (V_R/V_T)$: vitesse de glissement relatif.

$V_T \cdot \vec{x_0}$: vitesse de translation du train par rapport à R_0.

$\vec{V}(I_1, \text{ roue/bogie})$: vitesse du point I_1 appartenant à la roue par rapport à R_b.

$V_R = -\vec{V}(I_1, \text{ roue/bogie}) \cdot \vec{x_0}$.

$\dot{\beta} \cdot \vec{z_b}$: vecteur rotation instantanée de la roue par rapport à R_b.

$\ddot{\beta} \cdot \vec{z_b}$: vecteur accélération angulaire de la roue par rapport à R_b.

$\mu = f(\nu)$: facteur de freinage.

$F_R = C_f/r$: action de freinage équivalente ramenée à la roue au point I_1, avec C_f le couple de freinage produit sur les 2 disques de la roue.

g : accélération de la pesanteur.

Pour les applications numériques, on adopte les valeurs suivantes :

$$M = 8200 \text{ kg}, \ V_T = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}, \ I/r^2 = 400 \text{ kg}, \ g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

II.A - Modélisation de la roue en freinage

En précisant les systèmes isolés et les équations scalaires issues du principe fondamental de la dynamique utilisées, montrer que l'évolution du glissement relatif ν est décrite par l'équation différentielle :

$$\dot{\nu} = A + B \cdot \nu + C \cdot F_R .$$

Identifier A, B et C en fonction de : F_R, V_T, $f(\nu)$, I, r, M et g.

Calculer la force de freinage, notée F_{R0}, nécessaire pour assurer le freinage de la roue au point de fonctionnement B (figure 4).

II.B - Linéarisation et définition d'un modèle de comportement

En vue de linéariser l'équation différentielle obtenue à la question II.A, il est nécessaire de procéder en deux étapes. Dans un premier temps, on cherchera à exprimer les relations entre les différentes grandeurs en régime permanent, et

dans un deuxième temps on étudiera le régime de petites variations des différentes grandeurs autour du régime permanent.

II.B.1) Exprimer la relation décrivant le régime permanent en un point de fonctionnement caractérisé par un glissement relatif constant ν_0, une vitesse V_{T0} et une action de freinage F_{R0}.

II.B.2) On note ν_1, v_T et f_r les variations respectives du glissement, de la vitesse du train et de la force de freinage autour de leurs valeurs respectives en régime permanent ν_0, V_{T0} et F_{R0}, soit $\nu(t) = \nu_0 + \nu_1$, $V_T(t) = V_{T0} + v_T$ et $F_R(t) = F_{R0} + f_R$. Linéariser l'équation différentielle obtenue à la question II.A autour du point de fonctionnement $(\nu_0 ; V_{T0}; F_{R0})$. En notant $f'(\nu) = \partial f / \partial \nu$ exprimer la relation obtenue en fonction de : V_{T0}, $f(\nu_0)$, $f'(\nu_0)$, I, r, M, F_{R0} et g sous la forme suivante :

$$\nu_1(t) + \tau \dot{\nu}_1(t) = K f_R(t).$$

II.B.3) En analysant les données numériques fournies et la caractéristique du facteur de freinage $\mu = f(\nu)$ représentée sur la figure 4, justifier que l'équation différentielle peut être approchée par l'équation suivante, à l'exception du voisinage de quelques points que vous préciserez :

$$\nu_1(t) + \frac{I \cdot V_{T0}}{r^2 M g f'(\nu_0)} \dot{\nu}_1(t) = \frac{1}{M g f'(\nu_0)} f_R(t).$$

Par la suite vous adopterez cette relation sans aucune justification quel que soit le point de fonctionnement sur la caractéristique $\mu = f(\nu)$. La vérification de la validité de ce modèle dans tout le domaine de fonctionnement est hors du cadre de ce sujet.

II.C - Analyse du comportement de la roue en cours de freinage

À partir du modèle simplifié de la question II.B.3, l'objet de cette partie est d'analyser le comportement de la roue et de définir une stratégie de pilotage du glissement relatif.

II.C.1) Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert entre le glissement relatif et la force de freinage : $\nu_1(p) / F_R(p)$.

II.C.2) Sans effectuer de calcul numérique, mais en justifiant soigneusement votre réponse, étudier la stabilité de la roue au freinage dans les différentes zones de fonctionnement de la caractéristique $\mu = f(\nu)$ donnée sur la figure 4 : $[0; \nu_A]$, $[\nu_A; \nu_B]$ et $[\nu_B; \nu_C]$.

II.C.3) Quelle pourrait être la conséquence d'imposer directement la force F_{R0} déterminée préalablement pour assurer un facteur de freinage μ_0. Proposer une solution permettant de résoudre ce problème.

Partie III - Étude de la chaîne de puissance

Dans une première partie on étudie la force de freinage au niveau de chaque roue, puis dans une seconde partie la force délivrée par l'actionneur.

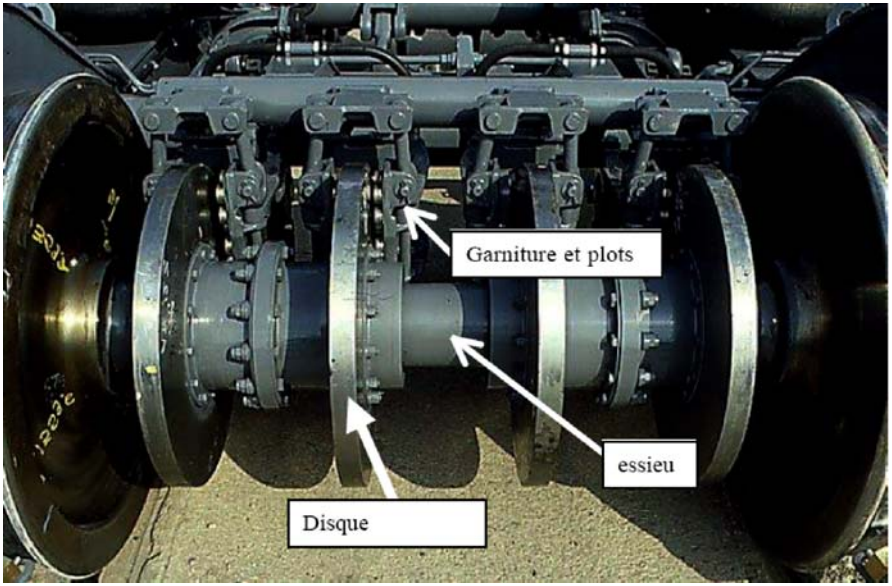


Figure 7

III.A - Détermination des actions mécaniques

Le train est immobilisé par des freins à disques. La photo donnée en figure 7, montre que chacune des quatre roues d'un bogie est freinée par deux disques. Le rayon d'une roue est $r = 0,45$ m .

III.A.1) Calculer le moment maximum de l'action du rail sur l'axe $(G_1, \vec{z})$ de la roue (lorsque le point de fonctionnement se situe au point B de la caractéristique de la figure 4).

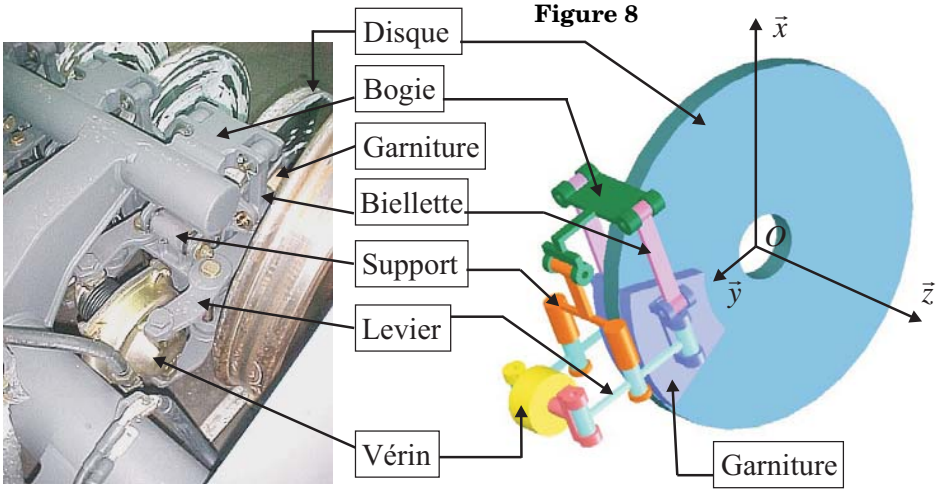
III.A.2) En déduire le moment de l'action des garnitures sur un disque par rapport à l'axe de la roue $(G_1, \vec{z})$.

III.B - Étude du mécanisme de la chaîne de puissance

Le dispositif de freinage de chacun des disques (figure 8) est implanté sur le bogie. Il est principalement constitué d'un support, de deux garnitures, de deux biellettes et de deux leviers actionnés par un vérin pneumatique.

Le bon fonctionnement du freinage impose le contact entre le disque et toute la surface des garnitures.

Figure 8



Chaque pièce « en double » sera indicée 1 ou 2 ainsi que les liaisons s'y rapportant. Le schéma cinématique est représenté (partiellement pour des raisons de clarté) sur les figures 9 et 10 (voir annexe 2, page 10) :

- le schéma cinématique de la partie 1 est donné complètement sur la figure 10,
- celui de la partie 2 est donné complètement sur la figure 9,
- le vérin placé entre les points $D1-D2$ n'est pas représenté.

En outre :

1 - le châssis est fixe par rapport au bogie ;

2- le disque est en liaison pivot d'axe $(O,\vec{z})$ avec le châssis (non représenté sur le schéma de la figure 8) ;

3- le vérin dont le montage est donné figure 11 agit entre les deux leviers 1 et 2.

On considère que le vérin (corps+tige) est soumis à 2 forces antagonistes de direction $D1-D2$: $\vec{D}_1$ (levier $1\rightarrow$ corps du vérin) et $\vec{D}_2$ (levier $2\rightarrow$ tige). Ces 2 forces sont directement opposées et de direction $D1-D2$.

- Montage du vérin entre les points D_1 et D_2 :

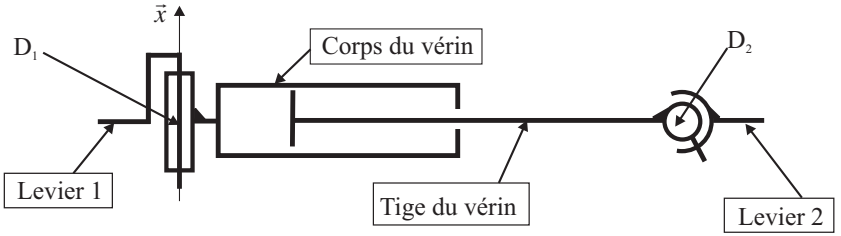


Figure 11

La liaison entre la tige et le corps du vérin est un pivot glissant d'axe $\overrightarrow{D_1D_2}$.
La liaison en D_2 interdit la rotation d'axe $\overrightarrow{D_1D_2}$.

- Position géométrique des différents points pour l'étude proposée :

$$\left\|\overrightarrow{B_1C_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{C_1D_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_2C_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{C_2D_2}\right\| = c \text{, avec } c = 120 \text{ mm}.$$

III.B.1)

a) Déterminer le degré d'hyperstaticité du dispositif de freinage entier (biellettes + leviers + support + châssis (ou bogie) + garnitures + vérin) avant le contact avec le disque.

b) Préciser les conséquences de ce résultat sur le mécanisme. Donner les conditions géométriques que devra respecter le mécanisme pour fonctionner.

III.C - Dimensionnement de l'actionneur

Cette partie a pour objet de vérifier les performances de l'actionneur, un vérin pneumatique, afin d'assurer le freinage dans les conditions précédentes.

Les 4 disques de frein qui équipent chaque essieu du TGV duplex sont conçus sous forme de galettes de 45 mm d'épaisseur, en acier allié. Leur diamètre extérieur est de 640 mm. En cours de freinage, chaque surface du disque reçoit un flux de chaleur égal, uniformément réparti entre les diamètres 310 et 610 mm. Chaque disque est en contact avec deux garnitures modélisées chacune par un secteur, de longueur radiale $l_e = 150$ mm et d'angle $\alpha = \theta_2 - \theta_1$.

Le cahier des charges indique que la force maximale produite par le vérin pour chaque disque est de 29 kN.

Le modèle retenu est donné sur la figure 12. Le facteur de frottement de la garniture sur le disque est noté f_2 et la pression de contact entre la garniture et le disque p. Pour que l'usure de la garniture soit régulière sur la surface

de contact, il faut que pour chaque élément de surface ds le produit $p\rho$ reste constant. ρ est la distance radiale de l'élément ds.

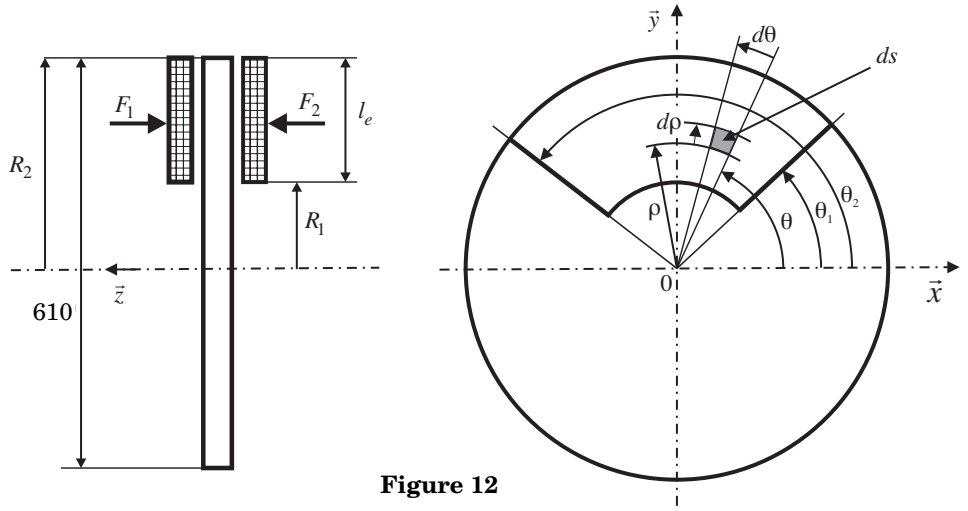


Figure 12

On note : $\alpha = \theta_2 - \theta_1$.

III.C.1) Déterminer l'expression du couple de freinage C_f sur chaque disque en fonction de f_2, p, ρ, α, R_1, R_2.

III.C.2) Déterminer l'expression de la force F qui doit être appliquée sur la garniture pour obtenir C_f en fonction de p, ρ, α, R_1, R_2.

III.C.3) Calculer la valeur de F_1 et F_2 que doit produire chaque garniture sur le disque de frein ($p\rho = 1,163\ 10^5\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$, $\alpha = 50°$).

III.C.4) L'action de contact en $B2$ de la garniture 2 sur le levier 2 est égale à $-\overrightarrow{F_2}$. Calculer la force que doit fournir le vérin et vérifier si la prestation du cahier des charges est respectée.

III.C.5) Sans effectuer de longs calculs, indiquer quelle est l'utilité des biellettes 1 et 2.

III.C.6) Il existe sur le TGV d'autres dispositifs de freinage. Indiquer au moins deux autres principes de dissipation de l'énergie pouvant être utilisés, en précisant le principe physique utilisé.

Partie IV - Dispositif d'anti-enrayage

L'*objectif de cette partie est l'étude de la loi de commande du dispositif d'anti-enrayage et plus précisément le calcul du correcteur de la boucle de régulation en vue de satisfaire un cahier des charges qui sera exprimé par la suite.*

La réalisation de la régulation de glissement ne peut être effectuée directement, en particulier la seule mesure généralement disponible est celle de la vitesse V_R, aussi la vitesse V_T est obtenue par estimation. En « pratique », la mise en place de la chaîne de régulation du dispositif d'anti-enrayage du système de freinage est conçue de la façon suivante :

- elle est réalisée au travers de l'asservissement des vitesses des roues à une consigne de référence obtenue à partir de V_T ;
- la commande de l'actionneur est non linéaire, de type tout ou rien ;
- les algorithmes implémentés visent à optimiser le point de fonctionnement en vue de minimiser la distance de freinage.

Cependant, dans le cadre de cette étude, on supposera que :

- les vitesses V_R et V_T sont directement accessibles à la mesure, éventuellement entachées d'une erreur ;
- la régulation peut se ramener directement à celle du glissement ;
- le comportement de l'actionneur et de sa « commande rapprochée » est modélisé par une fonction de transfert linéaire correspondant à un comportement « moyen ».

On suppose, pour la suite, que l'architecture de la boucle de régulation est représentée sur la figure 13 où ν_c est la consigne de glissement.

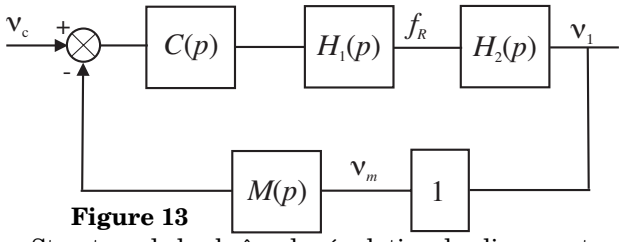


Figure 13
Structure de la chaîne de régulation de glissement

- $H_1(p)$: fonction de transfert de l'actionneur de freinage (vérin pneumatique + électrovalve) ;
- $H_2(p)$: fonction de transfert de la roue au freinage ;
- $C(p)$: correcteur de la boucle de régulation ;
- $M(p)$: fonction de transfert de la chaîne de mesure du glissement obtenu à partir des vitesses V_T et V_R, cette chaîne comporte un filtre destiné à limiter l'impact des bruits de mesure ;
- ν_m : glissement estimé à partir de V_T et de V_R.

On adoptera pour la suite :

$$H_1(p) = \frac{2000}{(1 + 0,1p + 0,01p^2)} \; ; \; M(p) = \frac{1}{1 + 0,05p} .$$

Pour une vitesse $V_T = 200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, le cahier des charges est résumé par les données du tableau 1 et les données numériques utilisées sont données ci-dessous. Enfin, les problèmes liés à l'évolution de la vitesse V_T ne font pas l'objet de cette étude.

$$M = 8200\ \text{kg}\ ,\ V_T = 200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}\ ,\ I/r^2 = 400\ \text{kg}\ ,\ g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\ .$$

Marges de stabilité, performances en boucle ouverte	
Pulsation de coupure à 0dB	$\omega_c \approx 1\,\text{rad/s}$
Marge de phase	$\Delta\Phi \geq 60°$ au point de fonctionnement nominal B
Stabilité quel que soit le point de fonctionnement sur la caractéristique $\mu = f(\nu)$	
Réponse à un échelon de consigne de glissement	
Écart de régime permanent	Nul
Temps du 1^{er} maximum	$t_m \leq 3,5\ \text{s}$
Dépassement	$D \leq 18\%$
Réponse à une variation en échelon de l'adhérence	
Écart en régime permanent	Nul
Temps de réponse	$t_r \leq 9\text{s}$

Tableau 1. Cahier des charges de la boucle de régulation de glissement pour $V_T = 200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

IV.A - Analyse des réponses fréquentielles en boucle ouverte

IV.A.1) En utilisant la relation donnée à la question II.B.3 (ou démontrée en II.C.1), préciser la fonction de transfert $H_2(p)$ autour du point de fonctionnement B, sous forme numérique.

IV.A.2) En prenant $C(p) = 1$, compléter par le tracé asymptotique le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte fourni en annexe 3 en justifiant le tracé sur la copie (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Pour la suite, vous pourrez adopter sans aucune justification le diagramme de Bode de l'annexe 3.

IV.B - Synthèse du régulateur de la boucle de régulation

On décide d'implémenter un régulateur de type P.I. dont la fonction de transfert est :

$$C(p) = K_r\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right).$$

IV.B.1) Calculer la valeur que doit prendre l'argument de $C(p)$ afin d'assurer la marge de phase imposée par le cahier des charges à la pulsation de coupure ω_c souhaitée.

IV.B.2) Calculer la valeur minimale, T_{imin}, que l'on peut conférer à la constante T_i de l'action intégrale du régulateur.

IV.B.3) En adoptant $T_i = T_{imin}$, déterminer alors le gain K_r du régulateur permettant de satisfaire la pulsation de coupure et la marge de phase souhaitées.

IV.B.4) Le système étant bouclé par le régulateur dimensionné à la question IV.B.3, déterminer la marge de gain. Conclure sur les marges de stabilité obtenues.

IV.C - Vérification du cahier des charges vis-à-vis de la consigne de glissement

Le correcteur de la boucle de régulation du dispositif d'anti-enrayage a été déterminé à partir de considérations sur la réponse fréquentielle en boucle ouverte (pulsation de coupure à $0\ \text{dB}$ *et marge de phase). Aussi l'objectif de cette partie est de vérifier que le correcteur déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Cette vérification concerne d'une part les performances vis-à-vis des variations de la consigne de glissement : temps du* 1^{er} *maximum, dépassement, écart en régime permanent et d'autre part la réponse vis-à-vis des variations d'adhérence.*

IV.C.1) Fonction de transfert en boucle fermée.

Au regard de la réponse fréquentielle en boucle fermée $F(p) = \nu_1(p)/\nu_c(p)$, on décide de modéliser la transmittance correspondante par la fonction suivante :

$$F(p) = \frac{\nu_1(p)}{\nu_c(p)} = \frac{K_f(1+\tau_1 p)}{(1+\tau_2 p)^2\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}.$$

On supposera sans aucune justification que $\omega_0 > 1/\tau_2$.

a) En examinant les diagrammes de Bode fournis en annexe 4 de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \nu_1(p)/\nu_c(p)$, justifier l'expression adoptée et compléter les diagrammes fournis par leur tracé asymptotique (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Une tolérance sera admise pour

les brisures, mais il est demandé d'assurer une très bonne concordance pour les comportements en haute fréquence et en basse fréquence.

b) Proposer les valeurs numériques pour les différents paramètres associés à cette fonction de transfert.

c) En justifiant votre réponse, montrer que l'on peut approcher la fonction de transfert $F(p)$ par la forme suivante :

$$F(p) = \frac{\nu_1(p)}{\nu_c(p)} = \frac{K_f(1+\tau_1 p)}{(1+\tau_2 p)^2}.$$

IV.C.2) Calcul de la réponse temporelle vis-à-vis de la consigne de glissement.

a) En utilisant la relation (1) ci-dessous, montrer que l'évolution temporelle de la réponse **impulsionnelle** $f(t)$ du système décrit par la fonction de transfert $F(p)$, peut être exprimée par la relation suivante où $y(t)$ est une fonction que vous préciserez, a et b deux constantes que vous exprimerez en fonction de : K_f, τ_1 et τ_2.

$$f(t) = ay(t) + b\dot{y}(t).$$

$$\mathcal{L}[t^n e^{-at}\Upsilon(t)] = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}} \quad (\Upsilon(t) \text{ désigne l'échelon unité}) \qquad (1)$$

b) À partir de cette réponse, calculer le temps du 1er maximum et en déduire le dépassement en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif $\nu_c(t) = \nu_{c0}\Upsilon(t)$ où $\Upsilon(t)$ désigne l'échelon unité.

c) Vérifier le cahier des charges en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif.

IV.D - Analyse des performances temporelles en réponse à des variations d'adhérence

La variation d'adhérence peut être modélisée en première approximation comme une force perturbatrice externe additive f_{ext}. On admet que cette modélisation conduit au schéma bloc représenté sur la figure 14. *On se propose dans cette partie d'évaluer les performances de la chaîne de régulation de freinage vis-à-vis de cette perturbation.*

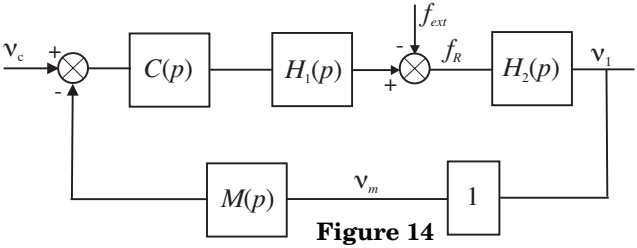


Figure 14
Chaîne de régulation du glissement relatif

IV.D.1) Déterminer la fonction de transfert $F_2(p) = \nu_1(p)/F_{ext}(p)$ entre le glissement et la force de perturbation que vous expliciterez en fonction des différentes transmittances de la boucle de régulation. En expliquant soigneusement votre démarche, montrer que le module de la réponse fréquentielle, notée $\|F_2(j\omega)\|$, de cette fonction peut être approché par la relation :

$$\|F_2(j\omega)\| = min\left[\|H_2(j\omega)\| ; \left\|\frac{1}{C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)}\right\|\right].$$

IV.D.2) Calcul de la fonction de transfert $F_2(p)$.

a) L'annexe 5 comporte le tracé de la fonction $1/\|C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)\|$, tracer directement sur cette annexe (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie) le diagramme asymptotique de la fonction $\|H_2(j\omega)\|$.

b) En déduire la forme du tracé asymptotique de la fonction $\|F_2(j\omega)\|$. En analysant les brisures de ce diagramme et en supposant que le système bouclé est stable, donner directement sous forme numérique, l'expression de la fonction de transfert $F_2(p) = \nu_1(p)/F_{ext}(p)$ entre le glissement et la perturbation due à la variation d'adhérence.

IV.D.3) Calcul de l'évolution du glissement en réponse à une variation de l'adhérence.

a) Préciser les pôles de la fonction $F_2(p)$ déterminée à la question IV.D.2 et en justifiant votre réponse proposer une fonction approchée de cette fonction sous la forme :

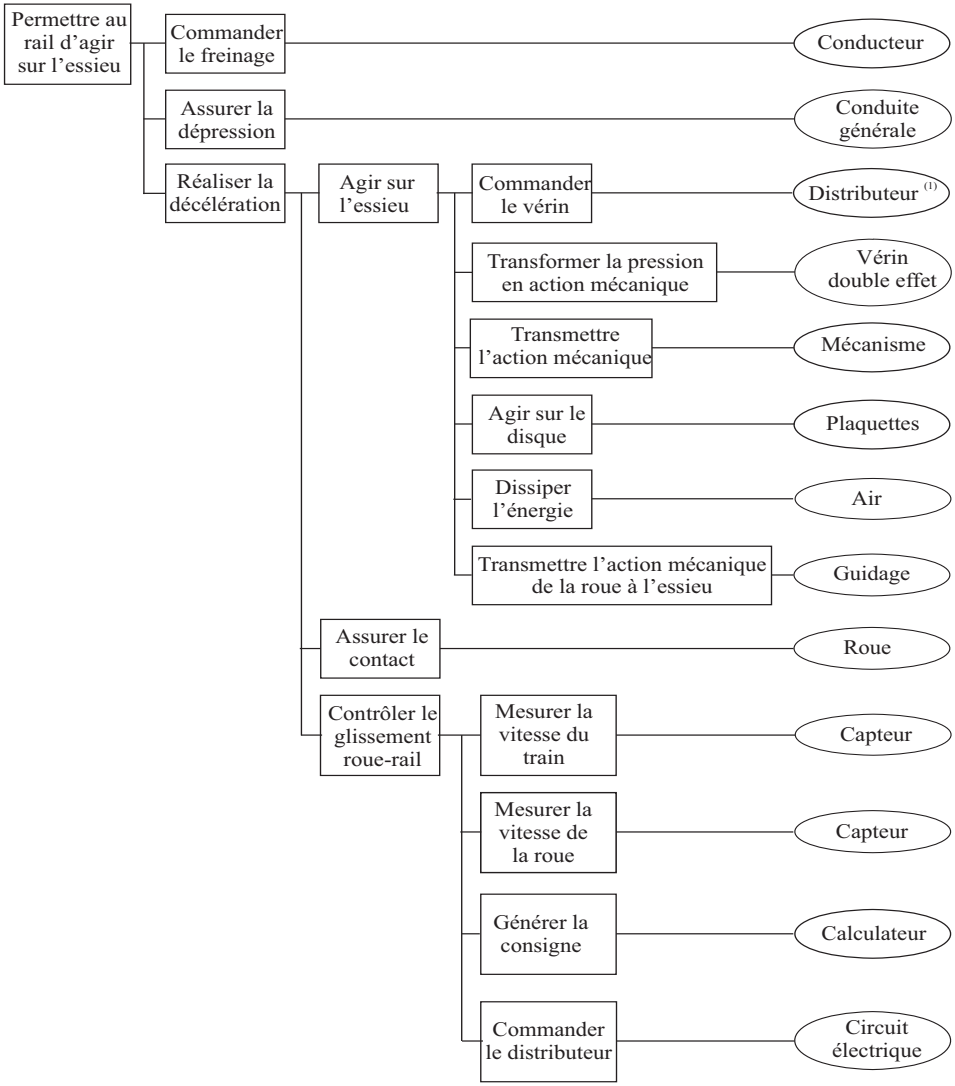
$$F_2(p) = \frac{K_2 p}{(1+Tp)}.$$

b) En utilisant cette fonction de transfert, donner l'expression de l'évolution temporelle du glissement relatif $\nu_1(t)$ en réponse à une variation en échelon de la force perturbatrice $F_{ext} = F_0\Upsilon(t)$, où $\Upsilon(t)$ représente l'échelon unité et avec $F_0 = 2000$ N.

c) Tracer l'allure de l'évolution temporelle du glissement relatif $\nu_1(t)$ en précisant la valeur initiale $\nu_1(0)$. En vous référant à des fonctions ou des résultats connus, déterminer un ordre de grandeur du temps de réponse t_r à partir duquel le glissement reste en dessous de 5 % de la valeur initiale $\nu_1(0)$ (valeurs à considérer en valeur absolue).

d) Conclure sur les performances obtenues vis-à-vis des exigences du cahier des charges en réponse à des variations de l'adhérence.

Annexe 1. Diagramme FAST du dispositif de freinage



(1) En fonctionnement normal la commande est électrique
En situation de détresse la commande est pneumatique

Annexe 2. Schéma cinématique du dispositif de freinage

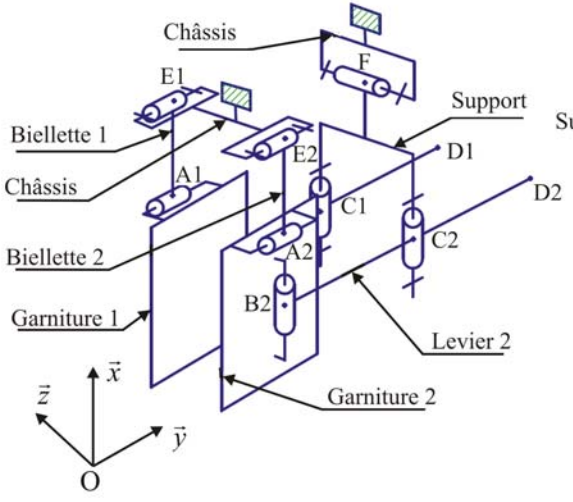


Figure 9

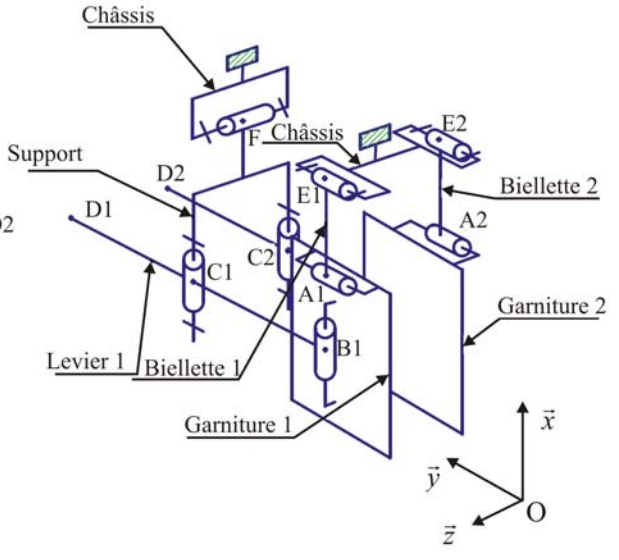
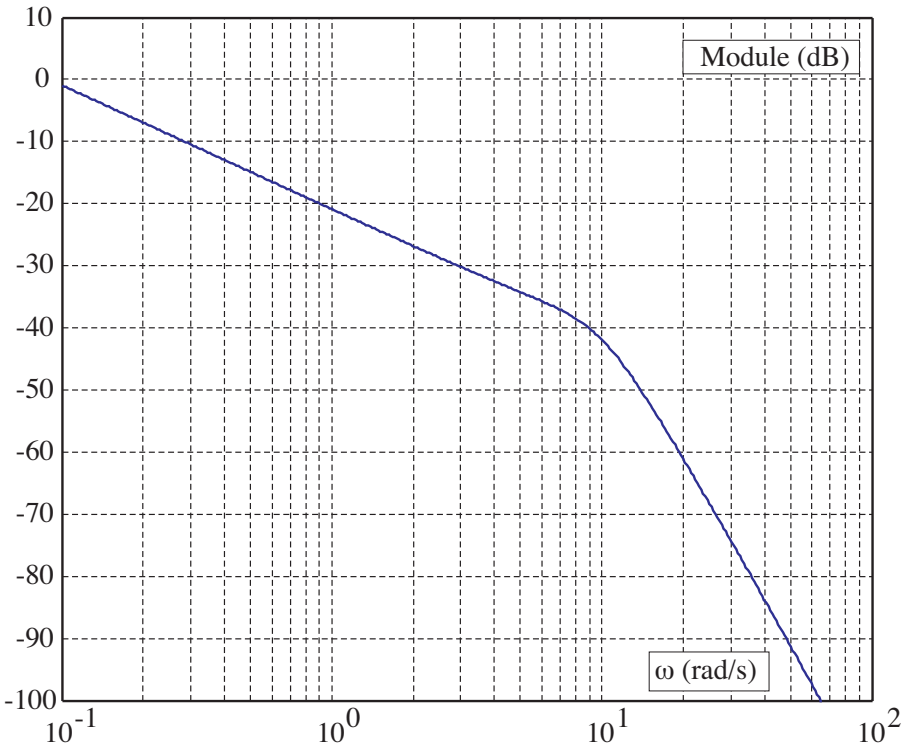


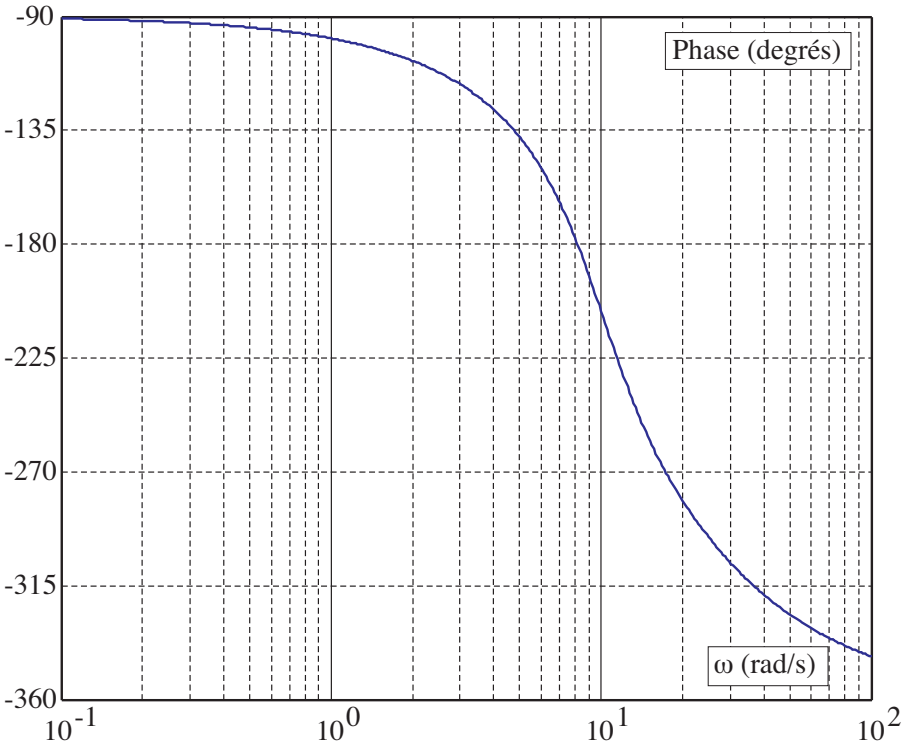
Figure 10

Annexe du sujet de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies. Il ne pourra pas être délivré d'autres exemplaires de ce document.

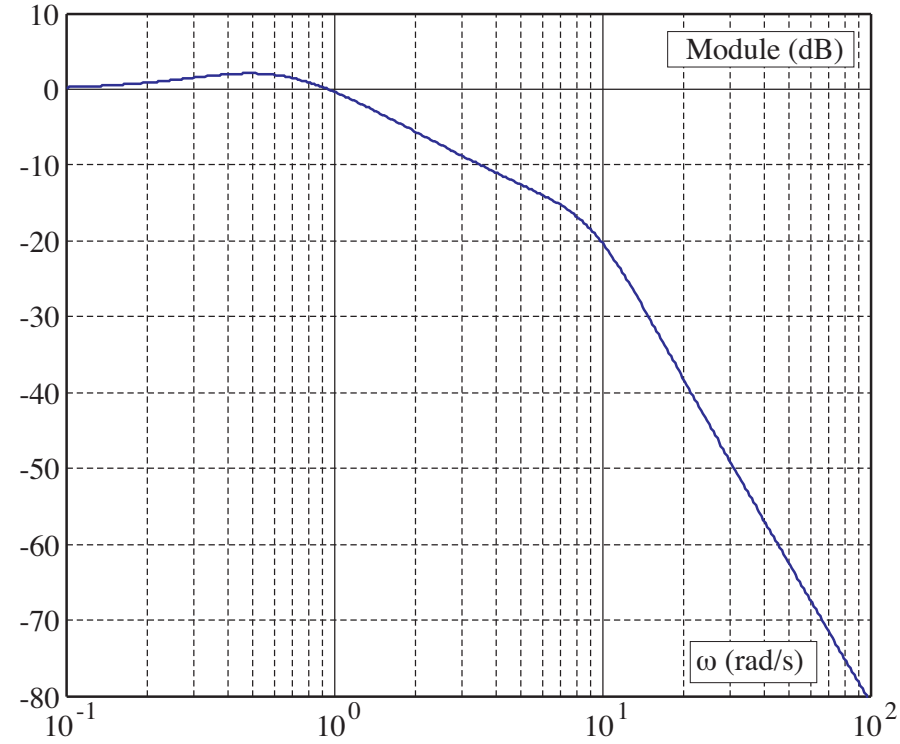
Annexe 3. Diagrammes de Bode en boucle ouverte non corrigée

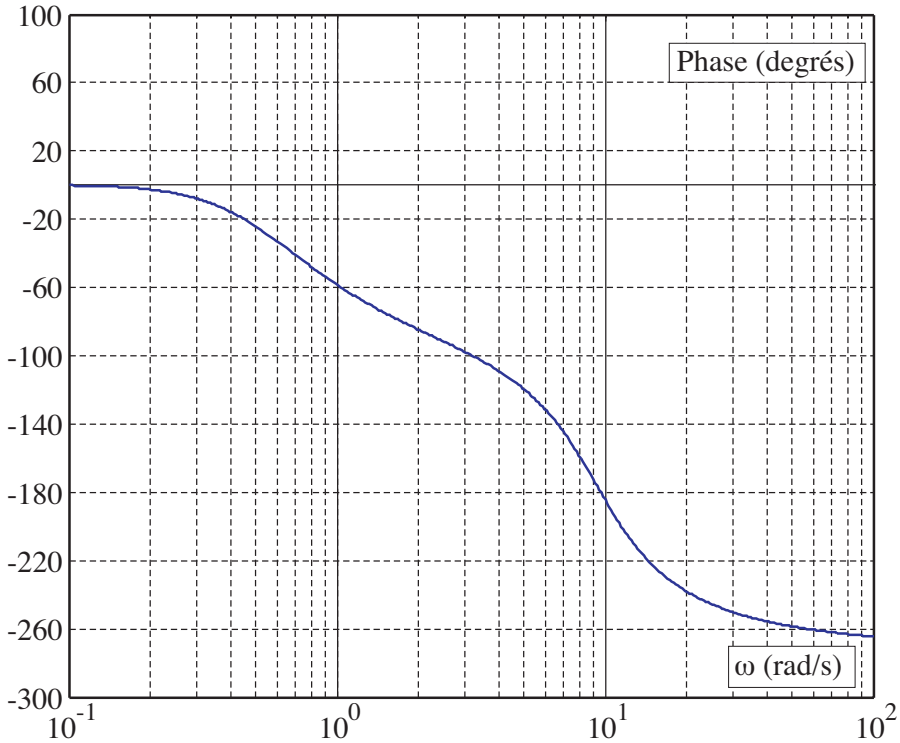




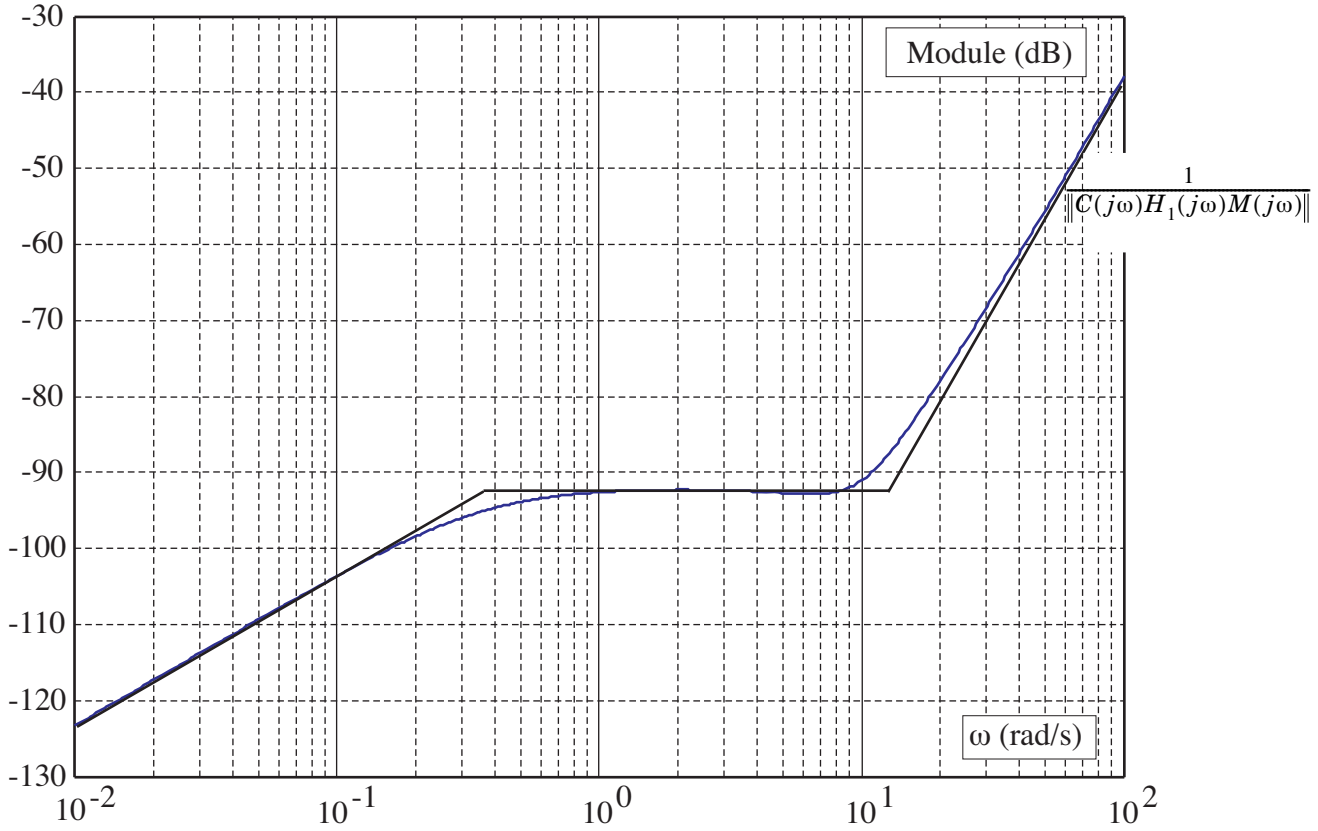
Filière PSI

Annexe 4. Diagrammes de Bode en boucle fermée corrigée $F(p) = \nu_1(p)/\nu_c(p)$

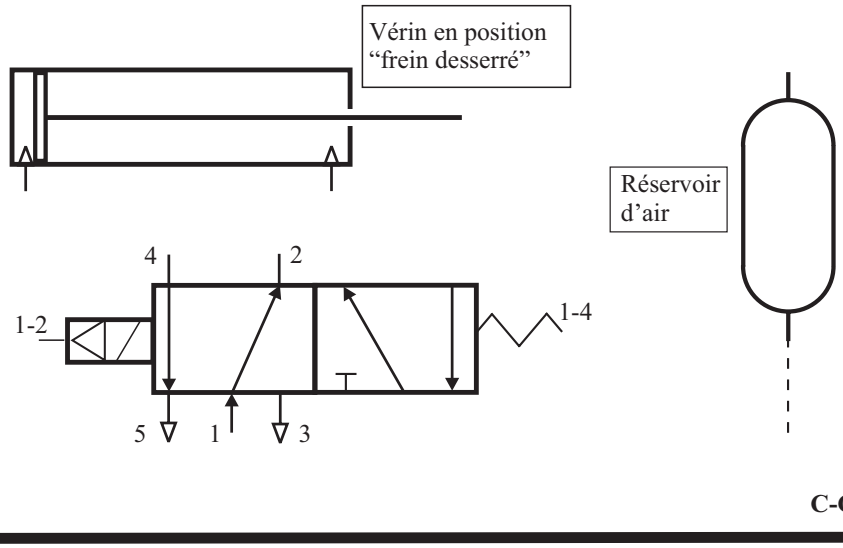




Annexe 5. Diagrammes de Bode de la fonction de transfert entre la sortie et les perturbations



Annexe 6. Schéma pneumatique



C-G

Travailler les chapitres de ce su

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta



Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bou

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur

écrire sur WhatsApp

- Simplification d'un modèle : linéarisation, non-linéarités, pôles dominants, validité
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Statique des solides : principe fondamental et

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/psi