Concours Centrale-Supélec, France

Session 2022, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : résultats expérimentaux et modélisation du mécanisme
- Partie II : effet gyroscopique et modélisation du stabilisateur
- Partie III : réglage de la loi de commande du stabilisateur

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/psi/2022/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Contexte

Les recours aux opérations chirurgicales pour traiter les pathologies cardiaques sont de plus en plus courants. La plupart de ces opérations est actuellement réalisée après avoir arrêté le cœur du patient et mis en place une circulation et une oxygénation extérieures du sang. Cette procédure et les suites opératoires sont lourdes.

Il est possible d'opérer sans arrêter le cœur, mais ce type d'opération à cœur battant est plus délicat pour le chirurgien à cause des mouvements de la zone à opérer dûs à la respiration et aux battements du cœur. Les battements cardiaques, contrairement aux mouvements respiratoires, ne sont pas cycliques et engendrent un déplacement rapide de la zone à opérer. Une intervention robotisée type maitre-esclave avec prise en compte des battements cardiaques pour le déplacement du robot esclave est compliquée et dangereuse.

Lors d'une opération à cœur battant, un maintien mécanique de la zone à opérer est indispensable. Ce maintien en position est réalisé par un stabilisateur composé de deux doigts en contact avec la zone à opérer. Le déplacement de la zone à opérer est ainsi diminué. Le stabilisateur est lié à la table d'opération par une attache reconfigurable. La stabilisation (figure 1) peut être active ou passive. Dans le cas d'une stabilisation active, un actionneur génère une action mécanique de compensation dans le but de diminuer le mouvement de la zone à opérer qui n'a pas été filtré par le stabilisateur passif. Ce mouvement constitue un déplacement résiduel.

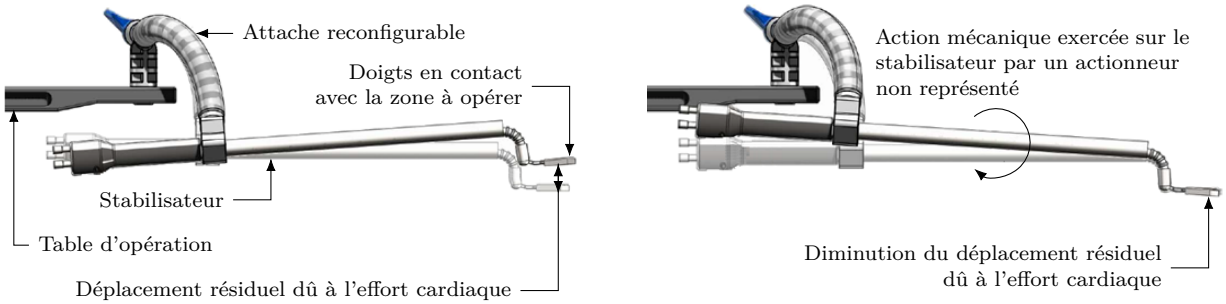


Figure 1 Stabilisations passive (à gauche) et active (à droite)

Une équipe de chercheurs de l'Université de Strasbourg a mis au point un dispositif utilisant l'effet gyroscopique (figure 2).

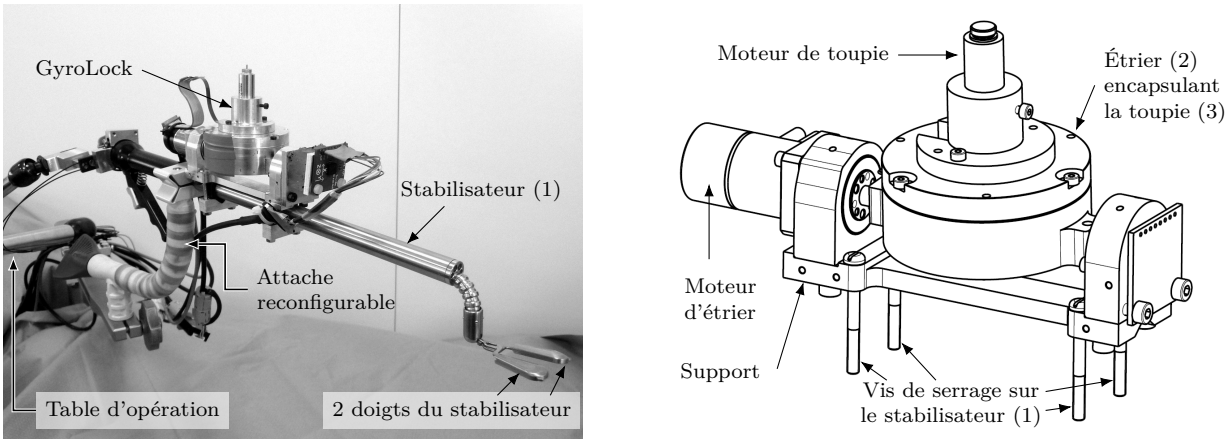


Figure 2 Photo du GyroLock installé sur un stabilisateur (à gauche) et son modèle volumique (à droite)

Ce système, nommé GyroLock, présente deux avantages par rapport aux autres stabilisateurs actifs existants :

— il peut être mis en place sur la plupart des stabilisateurs passifs afin de limiter l'investissement financier des structures hospitalières voulant s'équiper de stabilisateurs actifs ;

— il ne nécessite pas de liaison avec la table d'opération donc le stabilisateur peut être placé dans n'importe quelle position. En effet, contrairement aux autres stabilisateurs actifs existants, le GyroLock ne comporte pas d'actionneur dont le stator est lié à la table d'opération.

Le GyroLock est muni de deux actionneurs. Le moteur de toupie met en rotation la toupie (3) par rapport à l'étrier (2) autour d'un axe initialement vertical. Un second moteur électrique, appelé moteur d'étrier, entraine

BY-NC-SA

en rotation l'étrier (2) par rapport au support lié au stabilisateur (1) autour d'un axe colinéaire à la direction du stabilisateur (1). Cette seconde rotation génère un effet dynamique appelé effet gyroscopique. Cet effet peut être considéré comme une action mécanique permettant d'atténuer le déplacement résiduel de la zone à opérer en contact avec les doigts du stabilisateur (1).

Exigences fonctionnelles

Le diagramme des exigences partiel de la stabilisation cardiaque est donné figure 3.

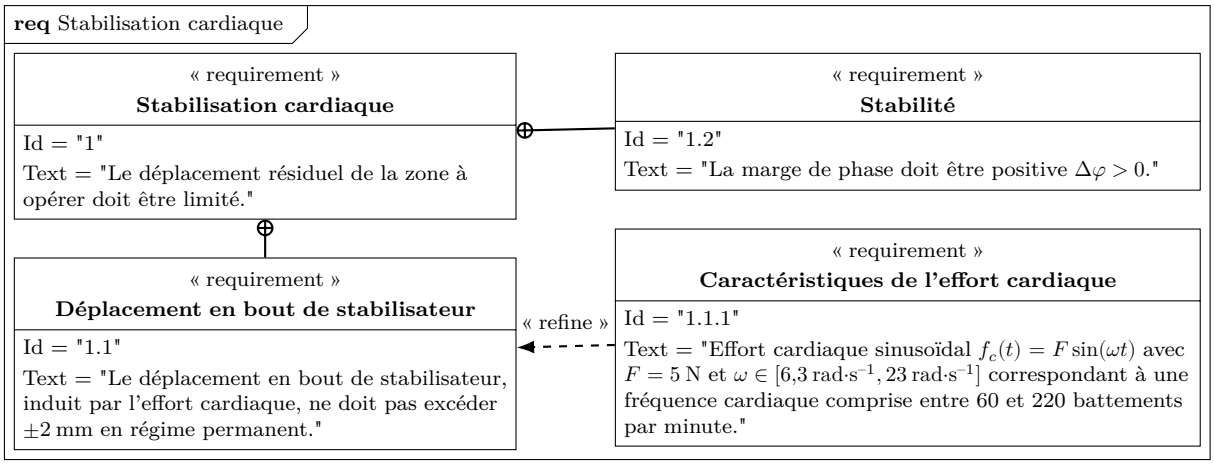


Figure 3 Diagramme des exigences partiel

L'objectif de ce sujet est de montrer que l'utilisation d'un actionneur à effet gyroscopique permet d'améliorer le maintien de la zone à opérer. Les étapes nécessaires à la validation de cet objectif sont les suivantes :

— dans un premier temps, l'analyse de résultats expérimentaux permettra de modéliser le mécanisme ;

— après avoir analysé l'effet gyroscopique et réglé le correcteur empêchant la dérive de l'étrier, une étude dynamique du stabilisateur permettra de déterminer un modèle de comportement du stabilisateur ;

— enfin, la partie III traitera du choix d'une loi de commande permettant de respecter les exigences figure 3.

I Résultats expérimentaux et modélisation du mécanisme

Objectif

Exploiter les résultats d'une campagne expérimentale afin de modéliser la liaison entre la table d'opération et le stabilisateur, puis exprimer le déplacement en bout de stabilisateur.

I.A – Mesure du déplacement en bout de stabilisateur

Un stabilisateur passif (sans système de stabilisation active) a été testé sur un sujet porcin de 40 kg sous assistance respiratoire et anesthésie générale. Les volume et fréquence respiratoires sont respectivement de 300 mL et 15,6 respirations par minute. Une mesure du déplacement et de l'effort cardiaque au bout du stabilisateur passif a été effectuée.

Le système cardiovasculaire porcin étant similaire à celui d'un être humain, il est possible, grâce à une méthode non détaillée dans cette étude, d'estimer les valeurs équivalentes pour un homme de 90 kg. La figure 4 donne l'évolution temporelle, pour un patient humain, du déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (figure 5).

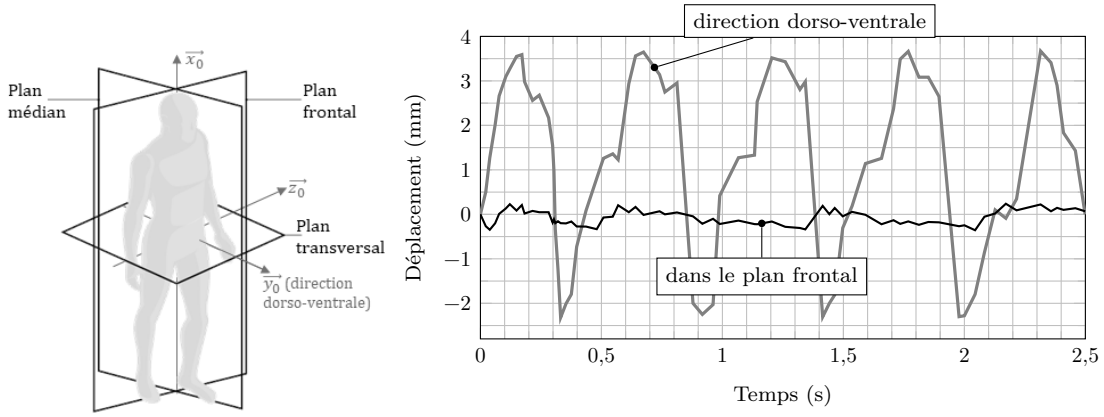


Figure 4 Plans anatomiques, déplacements résiduels dans le plan frontal et dans la direction dorso-ventrale

BY-NC-SA

Q 1. Déterminer, à partir de la figure 4, les valeurs minimales et maximales de déplacement du point P dans la direction dorso-ventrale, notées $u_d^{\max}$ et $u_d^{\min}$, et dans le plan frontal, notées $u_f^{\max}$ et $u_f^{\min}$. Déterminer laquelle des deux stabilisations (passive ou active) est nécessaire pour respecter le diagramme des exigences figure 3.

La liaison entre le stabilisateur (1) et la table d'opération (0) sera modélisée de trois façons différentes selon la finalité :

— par une liaison sphérique (partie I.B) afin de déterminer quelles rotations doivent être prises en compte pour représenter le mouvement du stabilisateur par rapport à la table d'opération ;

— par un encastrement (partie II.A) afin d'étudier l'effet gyroscopique sans prendre en compte le mouvement du stabilisateur ;

— par une liaison non parfaite (partie II.C) modélisant la flexibilité de l'attache reconfigurable.

I.B – Formulation du modèle de la liaison entre la table d'opération et le stabilisateur

La modélisation retenue pour estimer le déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (1) est donnée figure 5. La direction $\vec{y}_0$ correspond à la direction dorso-ventrale, le plan $(O_0, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$ est le plan frontal et l'axe « pied-tête » du patient est représenté par le vecteur $\vec{x}_0$. Le point O_0 est un point de référence choisi, considéré comme fixe par rapport à la table d'opération (0).

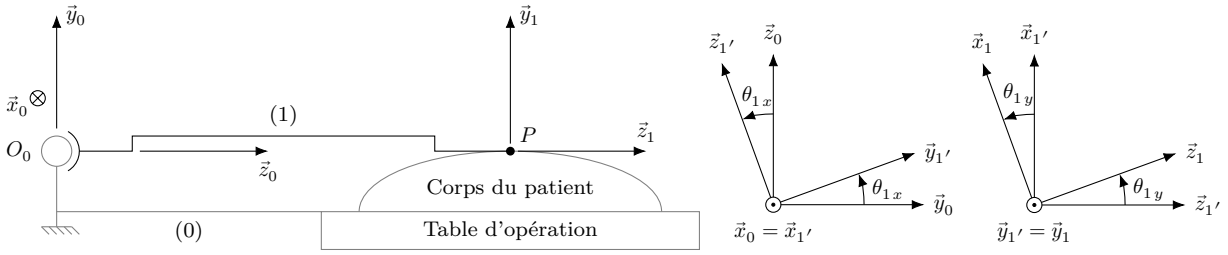


Figure 5 Modélisation du stabilisateur (1) en position de référence ($\theta_{1x} = \theta_{1y} = 0$) et figures de changement de base

Le déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (1) correspond à une trop grande flexibilité de l'attache reconfigurable (figures 1 et 2) utilisée pour lier le stabilisateur à la table d'opération (0). La liaison entre les solides (0) et (1) est modélisée par une liaison sphérique de centre O_0.

Deux rotations successives permettent de positionner la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ liée au stabilisateur par rapport à la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ liée à la table d'opération :

— une rotation autour de $\vec{x}_0$ d'angle θ_{1x} permet de définir une base intermédiaire $\mathcal{B}'_1(\vec{x}_0, \vec{y}_{1'}, \vec{z}_{1'})$;

— une rotation autour de $\vec{y}_{1'}$ d'angle θ_{1y} permet d'orienter la base $\mathcal{B}_1$ par rapport à la base $\mathcal{B}'_1$.

Les figures de changement de base sont données figure 5. La position du point P par rapport à la table d'opération (0) est donnée par $\overrightarrow{O_0P} = L\vec{z}_1$ avec $L = 0{,}3$ m. Le point P_0 tel que $\overrightarrow{O_0P_0} = L\vec{z}_0$ correspond à la position de référence du point P pour laquelle $\theta_{1x} = \theta_{1y} = 0$.

Q 2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{P_0P}$ dans la base $\mathcal{B}_0$. En déduire l'expression de $u_d = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{y}_0$ correspondant au déplacement en bout de stabilisateur dans la direction dorso-ventrale et $u_f = \left\| \overrightarrow{P_0P} - u_d\vec{y}_0 \right\|$ traduisant le déplacement en bout de stabilisateur dans le plan frontal.

Q 3. Déterminer les expressions linéarisées à l'ordre 1 de u_d et u_f (θ_{1x} et θ_{1y} sont proches de 0). En utilisant le résultat de la question 1, donner la valeur numérique (en radian) des débattements angulaires $\Delta\theta_{1x} = \max(\theta_{1x}) - \min(\theta_{1x})$ et $\Delta\theta_{1y}$ du stabilisateur. En déduire qu'une rotation peut être négligée (en précisant laquelle). En supposant que la rotation d'axe $(O_0, \vec{z}_0)$ est également négligeable, proposer une « nouvelle » liaison (en précisant ses caractéristiques géométriques) modélisant le mouvement du stabilisateur (1) par rapport à la table d'opération (0).

Q 4. Préciser alors la direction du moment de compensation que devra générer le système GyroLock afin de réduire le déplacement du point P.

II Effet gyroscopique et modélisation du stabilisateur

Objectif

Étudier les actions mécaniques créées par le système GyroLock, définir et régler la chaine d'asservissement de l'étrier puis modéliser le comportement du stabilisateur grâce à une étude dynamique.

II.A – Étude de l'effet gyroscopique généré par le système GyroLock

Pour déterminer les actions mécaniques créées par le système GyroLock sur le stabilisateur (1), un modèle simplifié du mécanisme, donné figure 6, est utilisé.

BY-NC-SA

Ce modèle simplifié, dans lequel la liaison entre le stabilisateur (1) et la table d'opération (0) est modélisée par un encastrement, permet :

— d'étudier l'effet gyroscopique $c_x(t)$ créé par le système GyroLock permettant de compenser l'effet de l'effort cardiaque, sans prendre en compte le mouvement du stabilisateur (1) ;

— de déterminer les conditions d'utilisation du système GyroLock afin de minimiser les autres actions mécaniques créées et considérées comme indésirables.

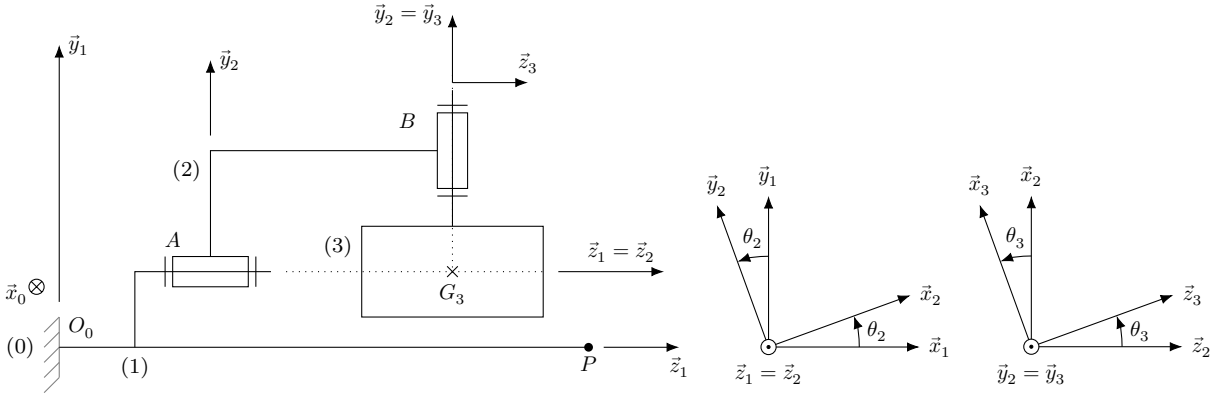


Figure 6 Schéma cinématique simplifié du mécanisme (représenté pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$) et figures de changement de base

Le système GyroLock, dont la modélisation est donnée figure 6, est composé de trois solides :

— le support, relié au stabilisateur (1) de repère associé $\mathcal{R}_1(O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en liaison encastrement au point O_0 avec la table d'opération (0) ;

— l'étrier (2) de repère associé $\mathcal{R}_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1 = \vec{z}_2)$ tel que $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$;

— la toupie (3) de repère associé $\mathcal{R}_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$.

Les figures de changement de base sont données figure 6. Toutes les liaisons sont supposées parfaites et les caractéristiques inertielles des solides sont les suivantes

— étrier (2) : masse et inertie négligeables ;

— toupie (3) : masse m_3, centre d'inertie G_3 tel que $\overrightarrow{O_0G_3} = L_{G_3}\vec{z}_1 + H_{G_3}\vec{y}_1$. L'axe $(G_3, \vec{y}_3 = \vec{y}_2)$ étant un axe de symétrie de révolution de la toupie (3), sa matrice d'inertie au point G_3 s'exprime dans la base $\mathcal{B}_2$ sous la forme $\mathcal{I}(G_3, 3) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2}$

Pour la modélisation des actions mécaniques extérieures, les hypothèses suivantes sont adoptées :

— les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligées devant les effets dynamiques ;

— l'action mécanique transmise par la liaison encastrement entre les solides (0) et (1) est modélisée au point G_3 par $\{\mathcal{T}_{0\to1}\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01}\vec{x}_1 + Y_{01}\vec{y}_1 + Z_{01}\vec{z}_1 \\ L_{01}\vec{x}_1 + M_{01}\vec{y}_1 + N_{01}\vec{z}_1 \end{array} \right\}_{G_3}$.

Le référentiel $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la table d'opération (0) est galiléen.

Q 5. Exprimer, dans la base $\mathcal{B}_2$, le moment cinétique au point G_3 du solide (3) en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}_0$, noté $\vec{\sigma}(G_3, 3/0)$.

Q 6. En déduire, dans la base $\mathcal{B}_2$, le moment dynamique au point G_3 du solide (3) en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}_0$, noté $\vec{\delta}(G_3, 3/0)$.

Q 7. Après avoir clairement précisé le système isolé et le théorème utilisé, exprimer L_{01}, M_{01} et N_{01} en fonction de θ_2, θ_3 (et leurs dérivées temporelles), A_3 et B_3.

Lorsque la toupie (3) tourne avec une vitesse constante ω_3 par rapport à l'étrier (2), l'expression des moments L_{01}, M_{01} et N_{01} est la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{01}(t) = -c_x(t)\cos\theta_2(t) \\ M_{01}(t) = -c_x(t)\sin\theta_2(t) \\ N_{01}(t) = A_3\ddot{\theta}_2(t) \end{array} \right.$$

où $c_x(t) = B_3\omega_3\dot{\theta}_2(t) = K_3\dot{\theta}_2(t)$ correspond à l'effet gyroscopique.

L'action du cœur sur le stabilisateur est modélisée par un glisseur de résultante $\overrightarrow{R}_{c\to1} = f_c\vec{y}_1$ au point P tel que $\overrightarrow{O_0P} = L\vec{z}_1$.

Les moments L_{01}, M_{01} et N_{01} doivent rester faibles afin de limiter les déformations de l'attache reconfigurable liant le stabilisateur (1) à la table d'opération (0).

BY-NC-SA

Q 8. En supposant que la toupie (3) tourne à vitesse constante par rapport à l'étrier (2), exprimer $\dot{\theta}_2$ en fonction de K_3, θ_2, f_c et $L - L_{G_3}$ permettant de garantir $L_{01} = 0$ et de compenser l'effet de l'effort cardiaque f_c.

Q 9. Donner une condition sur l'angle θ_2 et sur l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_2$ afin que les moments M_{01} et N_{01} soient faibles.

L'étrier (2) doit être piloté en vitesse de rotation pour que l'effet gyroscopique $c_x(t) = K_3\dot{\theta}_2(t)$ compense l'effet de l'effort cardiaque. La campagne expérimentale présentée en partie I a permis de déterminer que la fréquence fondamentale de l'effort cardiaque $f_c(t)$ est de 1,5 Hz.

La réponse de l'étrier (2) sera considérée comme suffisamment réactive si le temps de réponse à 5 % de la vitesse $\dot{\theta}_2(t) = \omega_2(t)$ pour une consigne $\dot{\theta}_{c2}(t) = \omega_{c2}(t)$ en échelon est d'un ordre inférieur à la demi-période du signal perturbateur $f_c(t)$.

La réponse expérimentale à un échelon de vitesse $\omega_{c2}(t)$ d'amplitude 2000 deg·s^{-1} est représentée figure 7.

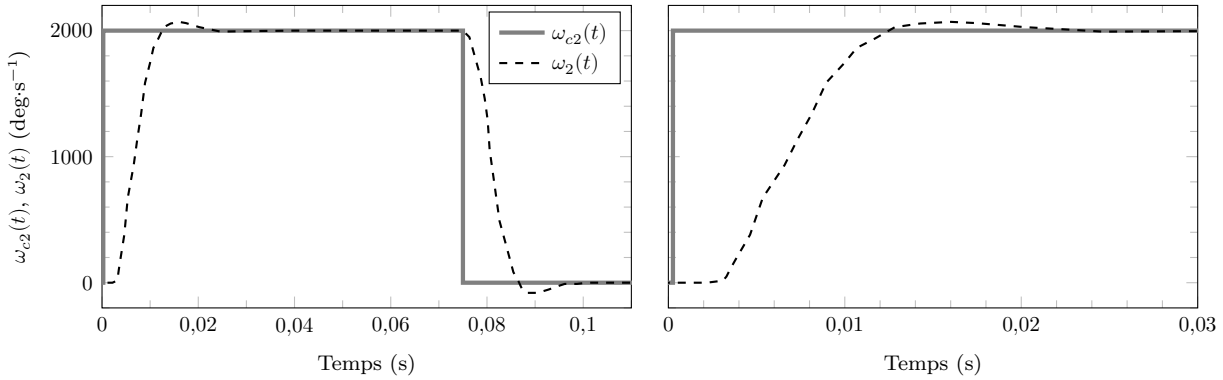


Figure 7 Réponse expérimentale de l'étrier et consigne associée (à droite, zoom sur le régime transitoire)

Les transformées de Laplace de $\omega_2(t)$, $\omega_{c2}(t)$, $\theta_2(t)$ et $c_x(t)$ sont notées $\Omega_2(p)$, $\Omega_{c2}(p)$, $\theta_2(p)$ et $C_x(p)$.

Q 10. Vérifier que la condition de réactivité énoncée ci-dessus est respectée. Justifier que la fonction de transfert de l'étrier (2) $H_2(p) = \dfrac{\Omega_2(p)}{\Omega_{c2}(p)}$ peut alors être approchée par un gain statique K_2 de valeur à préciser.

Il faut s'assurer que la position θ_2 de l'étrier (2) ne s'éloigne pas trop de sa position de référence $\theta_2^* = 0$. Le non-respect de cette condition, appelé dérive de l'étrier, génère un moment parasite M_{01} responsable d'un déplacement du point P selon $\vec{x}_1$.

II.B – Réglage du correcteur de la chaine d'asservissement de l'étrier

La figure 8 montre la boucle d'asservissement sur la position $\theta_2(t)$. $C(p)$ est la fonction de transfert d'un correcteur appelé correcteur d'étrier. La dérive de l'étrier sera évitée si $\lim\limits_{t\to+\infty} \theta_2(t) = 0$ lorsque la commande de l'étrier $U(p)$ est un échelon.

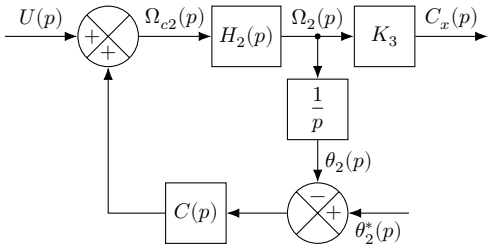


Figure 8 Asservissement de l'étrier

Les deux cas suivants sont envisagés

— avec une correction proportionnelle : $C(p) = K_{10}$;

— avec une correction proportionnelle-intégrale : $C(p) = K_{10} + \dfrac{K_{11}}{p}$.

Q 11. Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert $H_{\theta_2}(p) = \dfrac{\theta_2(p)}{U(p)}$ en fonction de $C(p)$ et K_2. Après avoir déterminé $\lim\limits_{t\to+\infty} \theta_2(t)$ lorsque $U(p)$ est un échelon unitaire dans les deux cas cités précédemment, justifier la pertinence d'une correction proportionnelle-intégrale au regard de la problématique de la dérive de l'étrier.

BY-NC-SA

Dans la suite de l'étude, le correcteur adopté est $C(p) = K_{10} + \dfrac{K_{11}}{p}$. L'effet gyroscopique $c_x(t)$ est lié à la vitesse de rotation $\omega_2(t)$ et la consigne $\theta_2^*(t)$ est maintenue à 0 pour éviter la dérive de l'étrier. La fonction de transfert utilisée pour modéliser le comportement de l'étrier (2) est notée $H_m(p) = \dfrac{\Omega_2(p)}{U(p)}$.

Q 12. Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert $H_m(p)$ en fonction de K_2, K_{10} et K_{11}.

Le calcul des gains K_{10} et K_{11} doit répondre aux deux exigences suivantes : permettre d'éviter la dérive de l'étrier (2) et ne pas ralentir le système, d'où le choix d'une fonction de transfert $H_m(p)$ caractérisée par un amortissement $\xi_m = 0{,}37$ et une pulsation propre $\omega_m = 2{,}45\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q 13. Déterminer les valeurs numériques de K_{10} et K_{11} au regard de ces exigences.

La rotation du stabilisateur (1) étudiée en partie I n'est pas prise en compte figure 6. Il est indispensable de considérer la flexibilité de l'attache reconfigurable utilisée pour lier le stabilisateur (1) à la table d'opération (0).

II.C – Comportement dynamique du stabilisateur

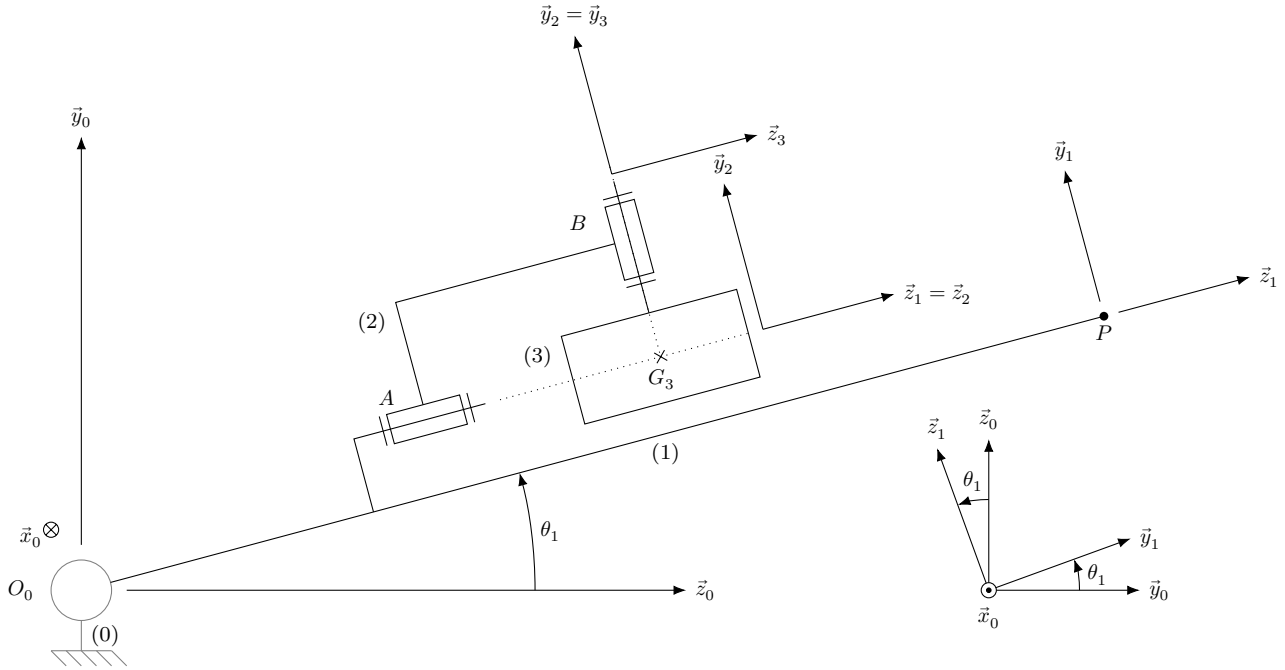


Figure 9 Modèle cinématique du système GyroLock (représenté pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$)

Dans la modélisation retenue (figure 9), une liaison pivot non parfaite permet de représenter la flexibilité de l'attache reconfigurable. La table d'opération (0) est supposée fixe et le référentiel $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la table (0) est galiléen. Au stabilisateur (1) est associé le repère $\mathcal{R}_1(O_0, \vec{x}_0 = \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ avec $\theta_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$. Le point P tel que $O_0P = L$ représente le bout du stabilisateur (1) en contact avec la zone à opérer.

Paramétrage, notations et hypothèses

— La liaison pivot d'axe $(O_0, \vec{x}_0)$ entre les solides (0) et (1) possède une raideur k et un coefficient de frottement visqueux f, d'où $\overrightarrow{M}(O_0, 0 \to 1) \cdot \vec{x}_0 = -(k\theta_1 + f\dot{\theta}_1)$;

— les autres liaisons sont supposées parfaites ;

— l'action du cœur sur le stabilisateur (1) est modélisée par $\{\mathcal{T}_{c\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} f_c \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_P$;

— seul le déplacement vertical du point P est pris en compte. On note $y(t) = -\overrightarrow{O_0P} \cdot \vec{y}_0$;

— le stabilisateur (1) est de masse m_1 et possède un centre d'inertie G_1 tel que $\overrightarrow{O_0G_1} = L_{G_1}\vec{z}_1$ et l'opérateur d'inertie est $\mathcal{J}(G_1, 1) = \left[\begin{array}{ccc} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{array} \right]_{\mathcal{B}_1}$;

— la masse et l'inertie de l'étrier (2) sont négligeables ;

— la toupie (3) est de masse m_3 et possède un centre d'inertie G_3 tel que $\overrightarrow{O_0G_3} = L_{G_3}\vec{z}_1 + H_{G_3}\vec{y}_1$;

— les figures de changement de base sont données figures 6 et 9 ;

— les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligées devant les effets dynamiques.

BY-NC-SA

Q 14. Sans détailler les calculs, donner la méthode permettant de déterminer la loi de mouvement du stabilisateur (équation différentielle en $\theta_1(t)$). L'ensemble isolé, l'inventaire des actions mécaniques extérieures, le théorème utilisé et sa projection scalaire sont à préciser clairement.

Q 15. Exprimer $\vec{\delta}(O_0, 1/0) \cdot \vec{x}_0$, la projection sur $\vec{x}_0$ du moment dynamique au point O_0 du solide (1) en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}_0$.

Q 16. Exprimer littéralement la vitesse $\overrightarrow{V}(G_3, 3/0)$ dans la base $\mathcal{B}_1$, puis l'accélération $\vec{\Gamma}(G_3, 3/0)$ dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q 17. En conservant les conditions de fonctionnement issues de la partie II.A ($\ddot{\theta}_2 \approx 0$, $\theta_2 \approx 0$ et $\dot{\theta}_3 = \omega_3$ constante), il est possible de montrer que $\vec{\delta}(G_3, 3/0) \cdot \vec{x}_0 = A_3\ddot{\theta}_1 - c_x(t)$ avec $c_x(t) = B_3\omega_3\dot{\theta}_2$ (résultat admis sans démonstration). En déduire $\vec{\delta}(O_0, 3/0) \cdot \vec{x}_0$, en fonction de A_3, $c_x(t)$, m_3, L_{G_3}, H_{G_3} et $\ddot{\theta}_1(t)$.

Q 18. Exprimer J_x en fonction de A_1, A_3, m_1, m_3, L_{G_1}, L_{G_3} et H_{G_3} permettant d'écrire la loi de mouvement du stabilisateur (1) sous la forme suivante :

$$J_x\ddot{\theta}_1(t) + f\dot{\theta}_1(t) + k\theta_1(t) = c_x(t) - Lf_c(t)$$

En supposant que θ_1 reste proche de 0, la relation $y(t) = L\theta_1(t)$ sera utilisée.

Les transformées de Laplace de $y(t)$, $c_x(t)$ et $f_c(t)$ sont notées $Y(p)$, $C_x(p)$ et $F_c(p)$.

Q 19. En déduire les expressions littérales des fonctions de transfert $H_{\text{pert}}(p)$ et $H_1(p)$ du schéma bloc figure 10 en fonction de L, J_x, f et k.

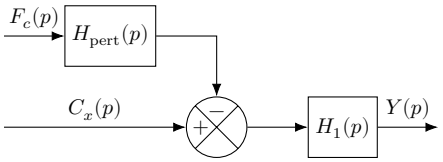


Figure 10 Schéma bloc du stabilisateur (1)

On rappelle que $L = 0{,}3$ m et les valeurs retenues pour J_x, f et k sont :

— $J_x = 1{,}14 \times 10^{-2}$ kg·m^2 ;

— $f = 64 \times 10^{-3}$ N·m·s·rad^{-1} ;

— $k = 95$ N·m·rad^{-1}.

Q 20. Écrire $H_1(p)$ sous forme canonique, puis calculer les valeurs de ses paramètres caractéristiques : gain statique K_1, amortissement ξ_1 et pulsation propre ω_1. Commenter le comportement associé (fréquentiel ou temporel).

III Réglage de la loi de commande du stabilisateur

Objectif

Régler une loi de commande permettant de respecter les exigences figure 3.

Le faible amortissement de la fonction de transfert $H_1(p)$ et la rapidité du système imposent la mise en place de deux boucles d'asservissement :

— un asservissement en vitesse de la vitesse $v(t) = \dot{y}(t)$;

— un asservissement en position de la position $y(t)$.

Le schéma bloc global du système est donné figure 11, où :

— $H_m(p)$ est la fonction de transfert de l'étrier asservi ;

— $Y^*(p)$ est une consigne virtuelle de valeur nulle ;

— K_p et K_v sont deux gains à déterminer.

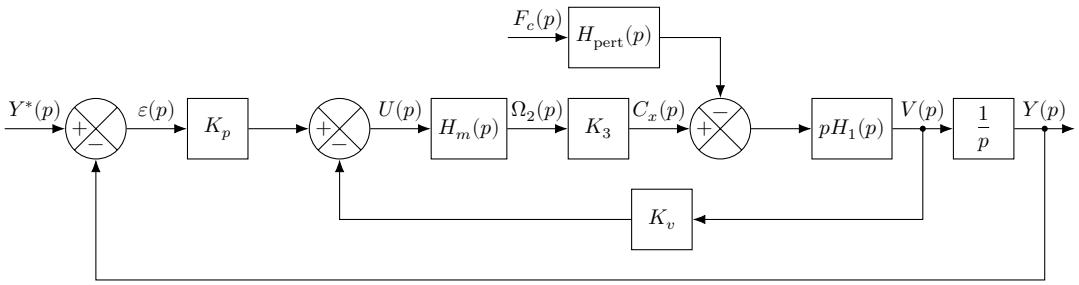


Figure 11 Schéma bloc global du système GyroLock

BY-NC-SA

III.A – Valeur maximale de K_p

Q 21. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{\text{BO}}(p) = \dfrac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$ en fonction de K_p, K_3, K_v, $H_m(p)$ et $H_1(p)$.

Un premier choix de conception de la commande a conduit à imposer $K_v = 15$. Le diagramme de Bode de $H_{\text{BO}}(p)$ pour $K_p = 1$ est donné figure 12. Pour ce tracé, la fonction de transfert $H_2(p) = \dfrac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$ non simplifiée est utilisée, avec $\omega_0 = 200\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\xi = 0{,}7$, et les valeurs de K_{10}, K_{11} sont celles obtenues avec le modèle simplifié de la question 13.

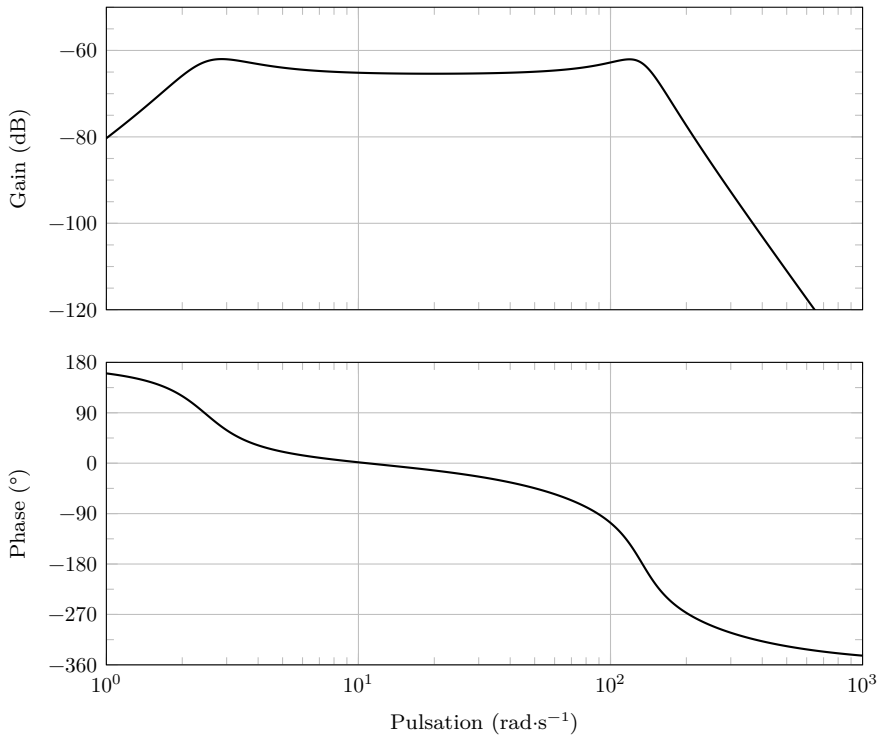


Figure 12 Diagramme de Bode de la boucle ouverte avec $K_p = 1$

Q 22. À partir de la figure 12, donner la valeur maximale de K_p telle que le système soit stable en boucle fermée.

III.B – Vérification de la valeur de K_p

Q 23. Déterminer la valeur maximale $G_{\max}$ du gain de la fonction de transfert $\left|\dfrac{Y(j\omega)}{F_c(j\omega)}\right|$ qui permet de garantir le respect des exigences du diagramme figure 3.

La figure 13 donne, en fonction de la valeur de K_p, la valeur maximale du gain $\left|\dfrac{Y(j\omega)}{F_c(j\omega)}\right|$ pour les fréquences cardiaques précisées par l'exigence 1.1.1 de la figure 3.

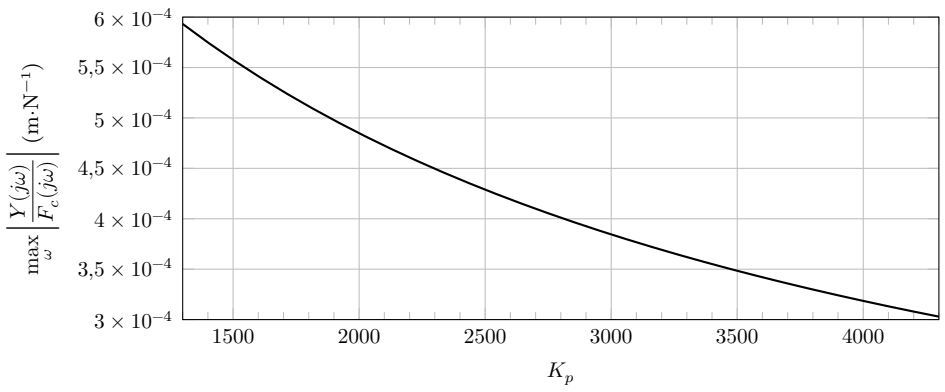


Figure 13 Gain maximal de la réponse fréquentielle de la fonction de transfert $\dfrac{Y(p)}{F_c(p)}$ en fonction de K_p

BY-NC-SA

Q 24. À partir de la figure 13, déterminer la valeur minimale de K_p permettant de respecter l'exigence 1.1. Vérifier la cohérence de cette valeur avec celle trouvée à la question 22.

III.C – Amélioration des performances par compensation de l'effort cardiaque

Une solution pour améliorer la commande du système serait de compenser l'effet de l'effort cardiaque en complétant la commande $U(p)$ de l'étrier par une anticipation du type $C_a(p)F_c(p)$ avec $C_a(p)$ un correcteur à déterminer. Cependant, il n'est pas envisageable de mesurer l'effort cardiaque du patient. L'utilisation d'un observateur permet d'obtenir une estimation $\hat{f}_c(t)$ à partir des mesures de $y(t)$ et $v(t) = \dot{y}(t)$ (issues d'un accéléromètre lié au support du GyroLock). Cette structure de commande peut être représentée par le schéma bloc figure 14.

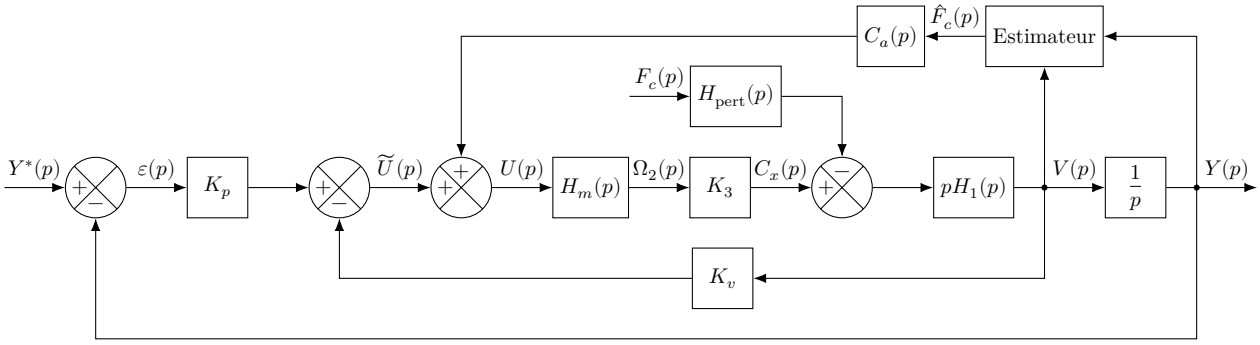


Figure 14 Schéma bloc de la commande avec estimation et compensation de l'effort cardiaque

En première approximation :

— l'estimateur est modélisé par un premier ordre de constante de temps $\tau = 5$ ms et de gain unitaire ;

— la fonction de transfert $H_m(p)$ est modélisée par la forme approchée $H_m(p) = \dfrac{p^2}{p^2 + 2\xi_m\omega_m p + \omega_m^2}$.

La consigne virtuelle $Y^*(p)$ étant nulle, la structure de commande peut alors être représentée par le schéma bloc figure 15.

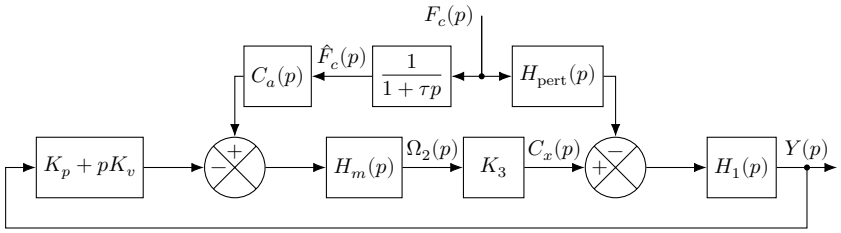


Figure 15 Schéma bloc de la commande

Q 25. Exprimer la fonction de transfert $H_{F_c}^{\text{est}}(p) = \dfrac{Y(p)}{F_c(p)}$ en fonction de K_p, K_v, K_3, $H_{\text{pert}}(p)$, τ, $C_a(p)$, $H_m(p)$ et $H_1(p)$.

Q 26. En déduire l'expression de $C_a(p)$ permettant de rejeter la perturbation $F_c(p)$, en fonction de $H_{\text{pert}}(p)$, τ, K_3 et $H_m(p)$, puis en fonction de L, τ, ξ_m, ω_m et K_3.

Q 27. Analyser les problèmes éventuels liés à la réalisation de ce correcteur. Conclure sur la possibilité de son implantation dans le système de commande.

Le diagramme de Bode associé au correcteur $C_a(p)$, exprimé question 26, est donné figure 16. Pour des raisons de simplification, une forme approchée du correcteur $C_a(p)$ doit être déterminée.

Q 28. À partir de la figure 16 et de l'exigence 1.1.1, justifier qu'une approximation de $C_a(p)$ sous la forme d'un gain proportionnel $\widetilde{C_a}(p) = K_a$ est suffisante. Déterminer la valeur numérique de K_a.

La figure 17 montre les gains des réponses fréquentielles de l'effort de perturbation f_c vers la position y pour différents cas : en boucle ouverte, en boucle fermée avec la structure de commande définie dans cette étude sans anticipation et en boucle fermée avec anticipation.

L'exploitation des modèles conduit en simulation numérique aux évolutions temporelles de $y(t)$ et de $\theta_2(t)$ (obtenues avec $K_p = 500$ et une valeur de K_a proche de celle déterminée à la question 28) présentées figure 18.

Q 29. Analyser les courbes des figures 17 et 18 et les commenter en considérant des critères (non exhaustifs) comme les coefficients d'amortissement obtenus, les niveaux d'atténuation de la perturbation d'effort au regard du cahier des charges défini figure 3, la cohérence des résultats montrés par les figures 17 et 18, etc.
Conclure sur la capacité du système GyroLock, tel qu'il a été modélisé dans cette étude, à maintenir la zone à opérer lors d'une opération à cœur battant.

BY-NC-SA

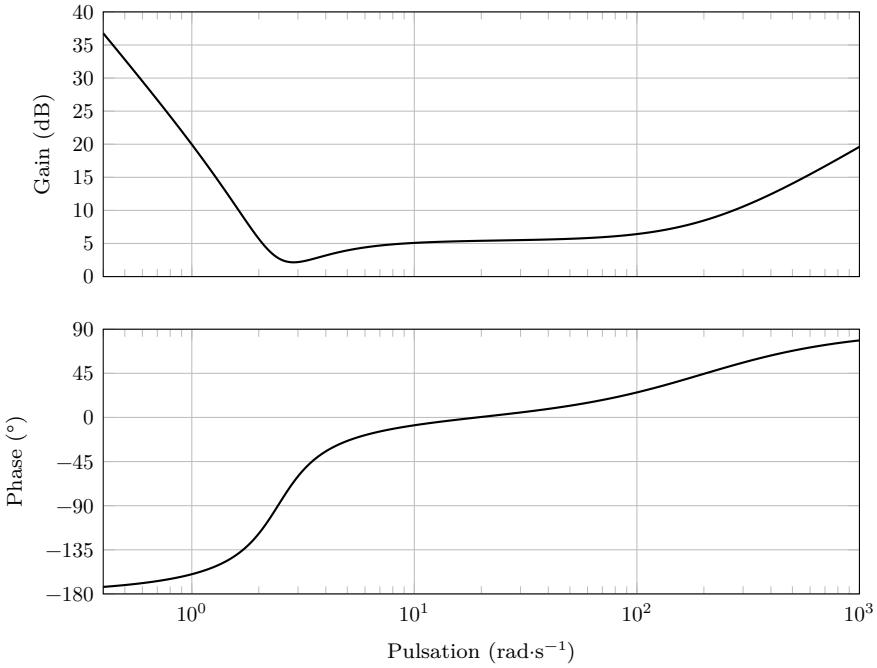


Figure 16 Diagramme de Bode du correcteur $C_a(p)$

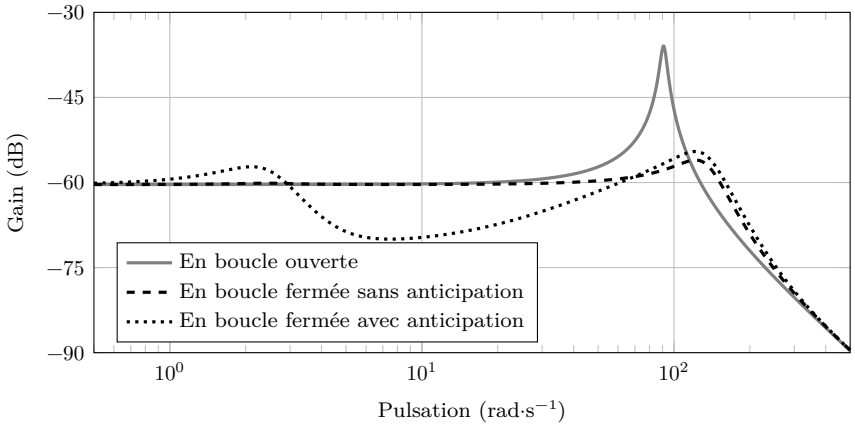


Figure 17 Réponses fréquentielles $|Y(j\omega)/F_c(j\omega)|$

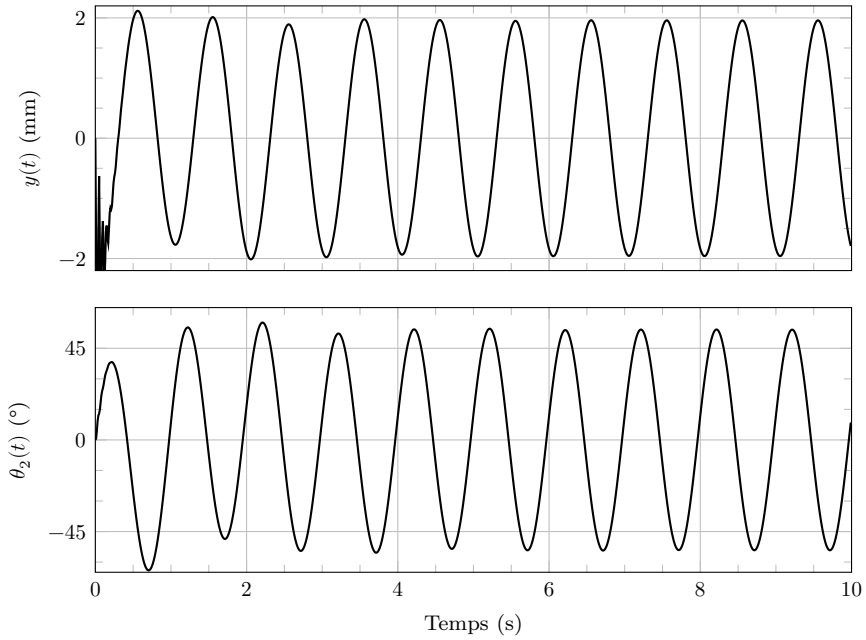


Figure 18 Évolutions temporelles de $y(t)$ et $\theta_2(t)$ avec estimation et compensation de $f_c(t)$

• • • FIN • • •

BY-NC-SA

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Régimes transitoires
- Filtrage linéaire
- Amplificateur linéaire intégré, stabilité et rétroaction
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/psi