Concours Centrale-Supélec, France

Session 2026, filière PSI

Physique-chimie 1

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : transfert filaire
- Partie B : transfert d'énergie sans contact
- Partie C : mesures de puissances
- Partie D : accumulateur lithium-air

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/psi/2026/physique-chimie1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Physique-chimie 1

PSI

2026

4 heures

Calculatrice autorisée

Transferts, mesures et stockage d'énergie électrique

Le problème comporte 4 parties indépendantes. Le formulaire et les données sont regroupés en fin d'énoncé. Un document réponse est à rendre avec la copie.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont repérées par un soulignement de leur numéro. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

La transmission et la conversion d'énergie sont des domaines de recherche important, dont les applications sont nombreuses : recharges de batteries de véhicules électriques, d'électronique portable, implants médicaux, etc. Nous allons ici décrire des moyens de conversion d'énergie électrique entre deux systèmes et des moyens de mesure de la puissance transférée.

On utilise la notation complexe pour les grandeurs sinusoïdales : $u(t) = U_0\cos(\omega t+\varphi)$ a pour image complexe $\underline{u}(t) = \underline{U}\exp(j\omega t)$ où $j^2=-1$ et $\underline{U} = U_0\exp(j\varphi)$ est l'amplitude complexe ; $U_0 = |\underline{U}|$ est le module de $\underline{U}$ et $\varphi = \arg(\underline{U})$ son argument. Le complexe conjugué de $\underline{U}$ est noté $\underline{U}^*$: $\underline{U}^* = U_0\exp(-j\varphi)$. La valeur efficace est notée $U_{0,\text{eff}}$ telle que $U_0 = \sqrt{2}\,U_{0,\text{eff}}$.

On pourra utiliser la propriété suivante : pour $x \geqslant 0$, $a > 0$ et $k > -1$, la fonction

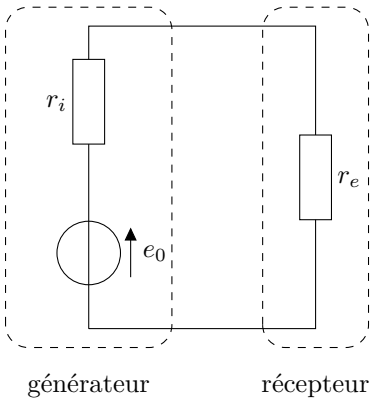
$$f(x) = \frac{x}{x^2+2kax+a^2}$$

est positive et présente un maximum en $x = a$.

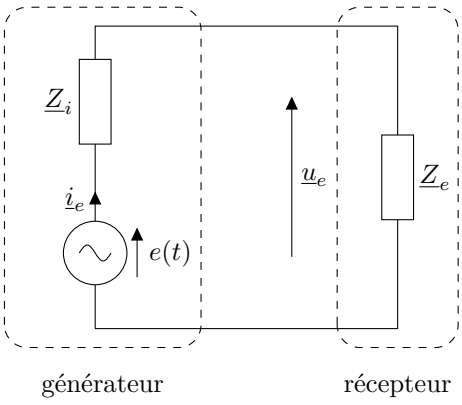
Partie A – Transfert filaire

I – Adaptation d'impédance

Un générateur électrique de force électromotrice (f.e.m.) constante e_0 et de résistance interne r_i alimente un circuit récepteur d'impédance d'entrée équivalente à une résistance de valeur r_e (figure 1a).



(a) Générateur continu



(b) Générateur sinusoïdal

Figure 1 – Sources - Récepteurs

Q1. Établir l'expression de la puissance P_g fournie par le générateur au récepteur en fonction de e_0, r_i et r_e. Pour quelle valeur de r_e cette puissance est-elle maximale, r_i et e étant fixés ? Donner dans ce cas l'expression de la puissance maximale $P_{g,\max}$ en fonction de e_0 et de r_i.

On se place à présent en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω. La f.e.m. du générateur sinusoïdal s'écrit $e(t) = \sqrt{2}\,E_{0,\text{eff}}\cos(\omega t)$ et son impédance interne est le complexe $\underline{Z}_i = Z_i \exp(j\varphi_i)$. Le récepteur présente une impédance d'entrée complexe $\underline{Z}_e = Z_e \exp(j\varphi_e)$ (figure 1b).

Q2. Donner les expressions de la tension complexe $\underline{u}_e$ aux bornes d'entrée du récepteur et de l'intensité $\underline{i}_e$ qui le traverse en fonction de $\underline{e}$, $\underline{Z}_i$ et $\underline{Z}_e$.

Q3. Quelle est l'expression de la puissance moyenne P_a consommée par le récepteur en fonction de Z_e, φ_e et $I_{e,\text{eff}}$ puis en fonction de $E_{0,\text{eff}}$, Z_e, Z_i, φ_e et φ_i ?

Q4. En admettant que $\varphi_i = -\varphi_e$, déterminer, en fonction de Z_i, la valeur de Z_e qui rend la puissance moyenne P_a maximale. Donner l'expression de cette puissance maximale $P_{a,\max}$. Pour cette valeur $P_{a,\max}$ de P_a, donner la puissance dissipée P_{diss} dans l'impédance interne du générateur. Commenter.

Dans les conditions de la question précédente, on dit qu'il y a « adaptation d'impédance ».

Q5. On désire alimenter de manière optimale un haut-parleur modélisé par une résistance $r_e = 6\ \Omega$ en série avec une bobine d'inductance $\ell_e = 0{,}5$ mH, sous une fréquence $f = 1$ kHz. Quel serait l'association de dipôles formant $\underline{Z}_i$ respectant l'adaptation d'impédance ? On précisera la nature et la valeur associées aux dipôles.

II – Transfert résonnant

Un récepteur est formé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C alimenté par un générateur de f.e.m. $e(t)$ et d'impédance interne nulle. Le générateur et le récepteur sont reliés par l'intermédiaire d'une bobine d'inductance L (figure 2). La f.e.m. est sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude $E_0 = \sqrt{2}\,E_{0,\text{eff}}$: $e(t) = \sqrt{2}\,E_{0,\text{eff}}\cos(\omega t)$.

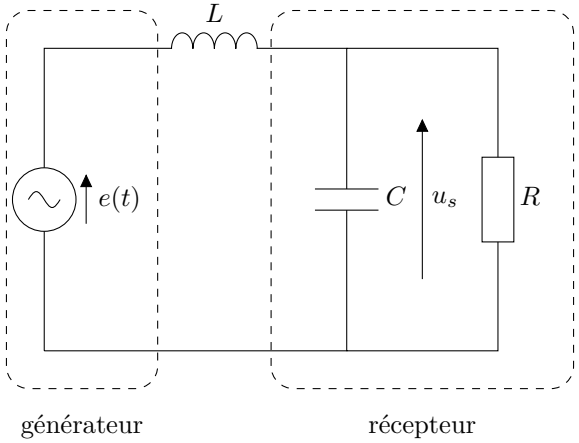


Figure 2 – Récepteur RC.

Q6. Y a-t-il adaptation d'impédance entre le générateur et le récepteur du montage de la figure 2 ?

Q7. La tension u_s est la tension aux bornes de la résistance R de la figure 2. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{e}}$. On écrira la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

et on donnera les expressions de H_0, Q et ω_0 en fonction de R, L et C.

On s'intéresse au transfert de puissance entre la source de tension $e(t)$ et le récepteur formé de la résistance R et de la capacité C.

Q8. Quel dipôle du récepteur consomme de la puissance ? En déduire l'expression de la puissance moyenne P_a consommée par le récepteur en fonction de $U_{s,\text{eff}}$ et d'un des paramètres du récepteur. Montrer que la dépendance en fréquence de la puissance consommée est donnée par :

$$P_a = \frac{P_{a,0}}{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \dfrac{\omega^2}{Q^2\omega_0^2}}.$$

Exprimer $P_{a,0}$ en fonction de $E_{0,\text{eff}}$ et d'autre(s) paramètre(s).

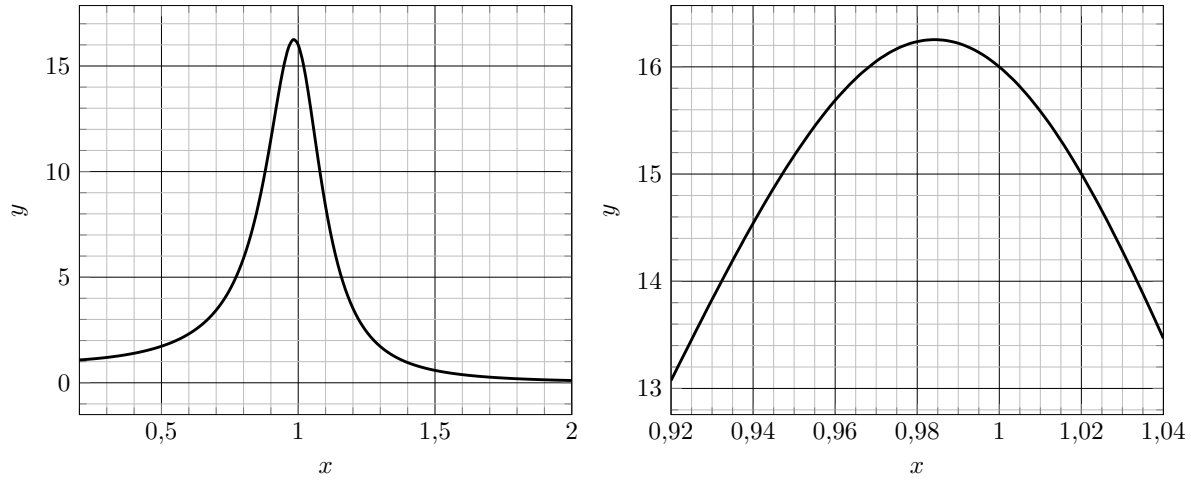


Figure 3 – Puissance consommée en fonction de la pulsation, en coordonnées réduites $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ et $y = \dfrac{P_a}{P_{a,0}}$. Le graphe de droite est un agrandissement du graphe de gauche au voisinage de l'abscisse $x = 1$.

Q9. On a représenté figure 3, en coordonnées réduites, la puissance moyenne consommée par le récepteur. Pour quelle valeur de Q est-elle tracée ? Évaluer l'écart relatif $\dfrac{\delta\omega}{\omega_0}$ entre la pulsation du maximum de puissance moyenne et ω_0. Comment cet écart dépend-il de Q ? Justifier.

Q10. On se place dans les conditions de la figure 3. Quelle inductance L faut-il utiliser pour que le transfert de puissance soit maximal à la fréquence $f_0 = 200$ kHz si $C = 20$ pF ? Avec ces valeurs, on veut transférer une puissance $P_{a,\max} = 1$ kW pour $E_{0,\text{eff}} = 100$ V. Quelle valeur de la résistance R doit-on utiliser ? Quel écart de fréquence est acceptable si la puissance ne s'écarte pas de plus de 10% de la valeur maximale ? Commenter, sachant que la capacité C est susceptible de grandes variations. Quelle solution proposeriez-vous ?

Partie B – Transfert d'énergie sans contact

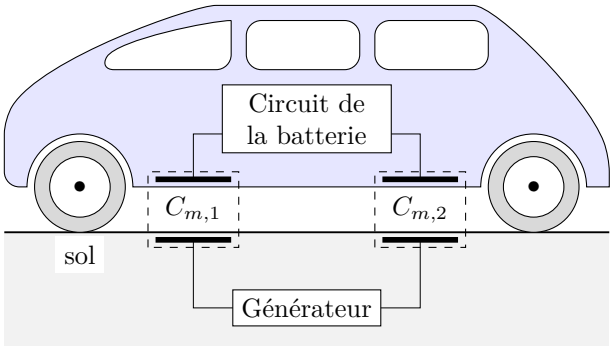
I – Couplage capacitif

On désire recharger une batterie d'un véhicule électrique sans contact direct, c'est-à-dire sans fil entre le générateur et le récepteur formé du circuit de la batterie (figure 4a). Le générateur est fixé dans la chaussée tandis que le récepteur est lié au véhicule. Pour coupler les deux circuits, chacun est lié à un conducteur formant une armature d'un condensateur. Soient C_{m1} et C_{m2} les capacités de ces condensateurs, dits de couplage. Ils sont formés d'armatures carrées parallèles de cotés ℓ. On note d la distance entre les armatures (figure 4b). Le milieu inter-armatures est de l'air.

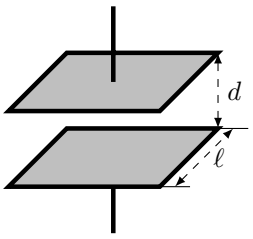
Sur la figure 5 sont représentées, en coupe, des équipotentielles d'un condensateur plan dont les armatures sont placées respectivement à $V_0 = 100$ V et $-V_0 = -100$ V. Ces équipotentielles sont calculées par résolution numérique de l'équation de Laplace.

Q11. Représenter, sur le document réponse qui reproduit la figure 5, le champ électrique $\vec{E}$ aux points A, B et C. Tracer et orienter les lignes de champ passant par ces points. Évaluer numériquement la norme du champ électrique en A et en C.

Q12. Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie électrique u_E en fonction du champ électrique $\vec{E}$ et de la permittivité du vide ε_0. En admettant que le champ électrique est uniforme et localisé uniquement entre les armatures, déduire de l'expression de l'énergie emmagasinée U_E dans un condensateur l'expression de sa capacité C_0 en fonction de d, ℓ et de ε_0. Calculer C_0.



(a) Circuits couplés



(b) Armatures de la capacité de couplage C_{m1} (ou C_{m2})

Figure 4 – Couplage capacitif sans contact

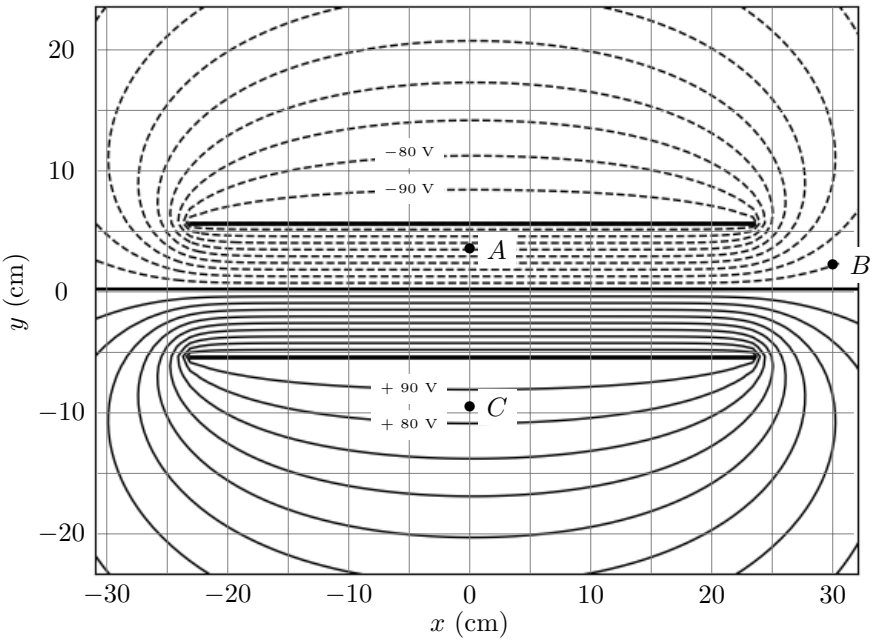


Figure 5 – Topographie des équipotentielles entre les armatures d'un condensateur plan pour $d = 11$ cm et $\ell = 48$ cm. *En trait plein les équipotentielles positives, en pointillés les équipotentielles négatives. Deux équipotentielles voisines sont séparées de* 10 V.

Q13. Quand les effets de bord ne sont pas négligeables, la capacité $C_{\text{réel}}$ du condensateur s'écarte de C_0. En se fondant par exemple sur la figure 5, justifier sommairement que $C_{\text{réel}} > C_0$.

On peut décrire $C_{\text{réel}}$ par la loi suivante :

$$C_{\text{réel}} = C_0 \left(1 + \kappa \left(\frac{d}{\ell}\right)^{\beta}\right).$$

Le graphe de la figure 6 est tracé pour dix mesures de d et $C_{\text{réel}}$. On pose $x = \ln \dfrac{d}{\ell}$ et $y = \ln \dfrac{C_{\text{réel}} - C_0}{C_0}$. On dispose donc de deux listes de dix valeurs $[x_0, x_1, ..., x_9]$ et $[y_0, y_1, ..., y_9]$.

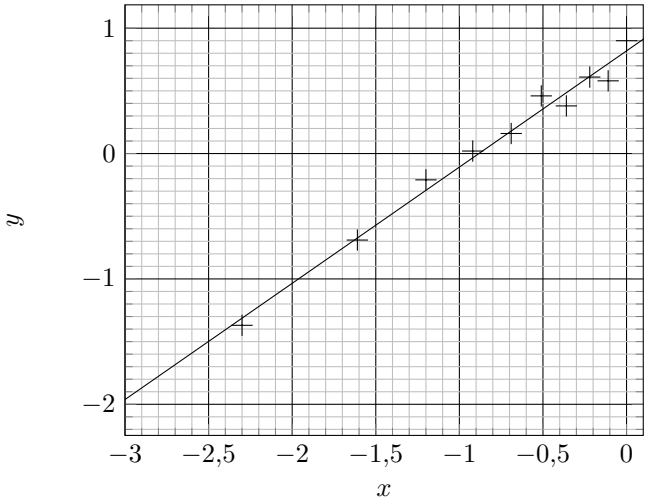


Figure 6 – $y = \ln \dfrac{C_{\text{réel}} - C_0}{C_0}$ en fonction de $x = \ln \dfrac{d}{\ell}$. On a représenté la droite de régression d'équation $y = 0{,}927\,x + 0{,}819$.

Q14. À l'aide de ce graphe, évaluer les constantes κ et β. Calculer $C_{\text{réel}}$ pour le condensateur de la figure 5.

Les incertitudes-types des valeurs y_i, $i \in \{0, ..., 9\}$ sont toutes de valeur $u_y = 0{,}05$. Les incertitudes-types des valeurs x_i sont négligeables. On veut en déduire les incertitudes-types des paramètres κ et β par la méthode de Monte-Carlo pour $N = 10000$ tirages. Le code Python partiel est donné ci-dessous.

```python
import numpy as np

## Mesures
x=np.array([-2.3, -1.61, -1.2, -0.92, -0.69, -0.51, -0.36, -0.22, -0.11, 0.0])
y=np.array([-1.2, -0.61, -0.23, 0.02, 0.2, 0.34, 0.48, 0.59, 0.73, 0.77])

## Incertitude-type
u_y=0.05

## Nombre de tirages aleatoires
N=10000

## Initialisation des listes des pentes et ordonnées à l'origine
a,b=[],[]

## Tirages aléatoires
for i in range(N):
    Y_i=[]
    for j in range(...):
        Y_i.append(...)
    a_i,b_i=...
    a.append(a_i)
    b.append(b_i)

## Moyennes et écart-types des régressions linéaires
a_m,u_a=np.average(a),np.std(a,ddof=1)
b_m,u_b=np.average(b),np.std(b,ddof=1)

## kappa et u_kappa
kappa=np.exp(b_m)
u_kappa=kappa*u_b

## Affichage
print('kappa=',kappa,'u_kappa=',u_kappa)
print('beta=',a_m,'u_beta=',u_a)
```

Q15. Compléter les lignes 19 à 21 en utilisant les informations figurant dans les données, en fin de sujet. Justifier les lignes 30 et 31 donnant la moyenne et l'écart-type du paramètre κ.

II – Couplage magnétique

Le transfert d'énergie peut être réalisé par couplage magnétique, c'est-à-dire par inductance mutuelle. De nombreux dispositifs de rechargement sans fil utilisent cette technologie, que ce soit pour recharger des batteries d'objets mobiles ou plus particulièrement quand il faut éviter tout contact électrique, en milieu humide notamment, dans le cas de brosses à dents électriques par exemple.

Le générateur et la batterie à recharger sont couplées par deux bobines, la bobine primaire du coté du générateur et la bobine secondaire du coté de la batterie. On note respectivement L_1 et L_2 les inductances propres des bobines primaire et secondaire et M l'inductance mutuelle entre ces bobines (figure 7). On suppose que le coefficient de couplage est positif avec les orientations choisies. Le coefficient de couplage est $\eta = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$. On prendra $L_1 = 50$ µH, $L_2 = 30$ µH et $\eta = 0{,}7$, sous une fréquence $f = 120$ kHz. Le générateur délivre la tension efficace $U_{e,\text{eff}} = 9$ V.

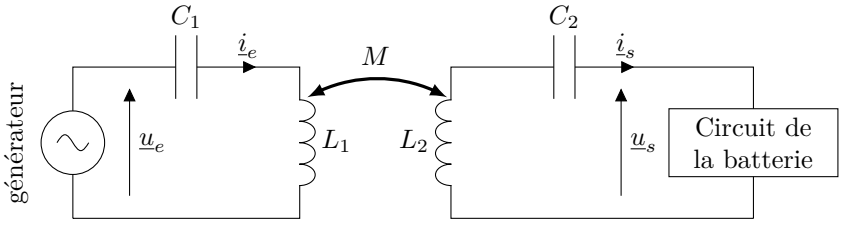


Figure 7 – Couplage magnétique.

Q16. Établir deux relations entre les grandeurs $\underline{u}_e$, $\underline{u}_s$, $\underline{i}_e$, $\underline{i}_s$, L_1, L_2, C_1, C_2, M et ω, traduisant le couplage magnétique entre les deux circuits. Les capacités C_1 et C_2 sont choisies de telle sorte que $L_1 C_1 \omega^2 = L_2 C_2 \omega^2 = 1$ (cas idéal). En déduire une simplification des relations précédentes. Quel est le rôle des condensateurs ? Calculer C_1.

On considère que le circuit de la batterie est équivalent à une résistance $R = 10\ \Omega$.

Q17. Représenter, dans un diagramme de Fresnel où l'intensité $\underline{i}_e$ forme la référence des phases, les quatre grandeurs $\underline{i}_e$, $\underline{u}_e$, $\underline{u}_s$ et $\underline{i}_s$ dans le cas des relations simplifiées de la question précédente. Quelle est la puissance P transférée à la batterie ?

Q18. On a pris $C_1 = 40$ nF. Comment est modifié le diagramme de Fresnel précédent ? Si $U_{e,\text{eff}}$ est fixée à la même valeur que dans le cas idéal, évaluer la variation de puissance transférée.

Partie C – Mesures de puissances

La mesure de puissances électriques nécessite d'effectuer une opération non linéaire sur l'intensité i et la tension u, le produit $u \times i$ de ces deux grandeurs. Nous allons étudier différentes méthodes utilisées pour réaliser cette multiplication.

I – Multiplicateur à effet Hall

Une plaquette constituée d'un semi-conducteur, l'arséniure d'indium InAs, a la forme d'un parallélépipède de dimensions $a \times b \times c$. L'arséniure d'indium est un conducteur électrique mais n'a pas de propriétés magnétiques particulières, sa perméabilité magnétique relative est $\mu_r(\text{InAs}) = 1$. On donne $a = 5$ mm, $b = 3$ mm et $c = 0{,}5$ mm.

La plaquette est placée dans un champ magnétique $\vec{B}_0$ uniforme et constant orienté selon l'axe Oz (figure 8). On applique entre deux de ses faces une tension u créant une intensité I qui traverse la plaquette. On néglige le champ magnétique créé par le courant circulant dans la plaquette. Le semi-conducteur possède des porteurs de charge libres, de deux variétés différentes, indicées par $i = \{1, 2\}$, de masse m_i, de charge q_i et de densité volumique n_i. Soit $\vec{E}$ le champ électrique régnant dans la plaquette. Lorsqu'il se déplace, un porteur de charge subit, en plus de la force de Lorentz, une force moyenne $\vec{f}_i = -\lambda_i \vec{v}_i$ exercée par les charges environnantes, où $\vec{v}_i$ est la vitesse du porteur de charge libre et λ_i une constante.

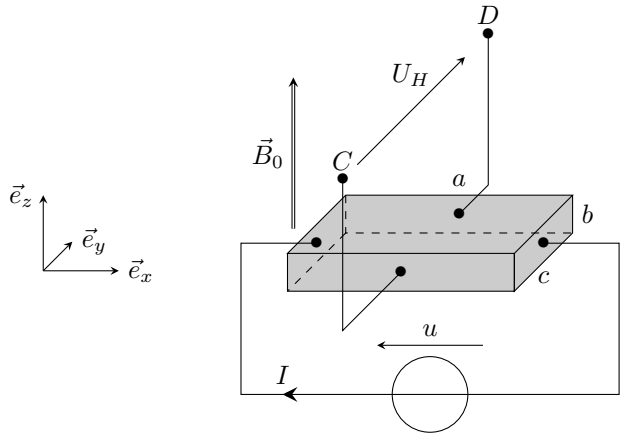


Figure 8 – Plaquette de semi-conducteur

Q19. Exprimer la force de Lorentz $\vec{f}_{L,i}$ subie par un porteur de charge libre de variété i. En admettant un régime de déplacement stationnaire, exprimer la vitesse $\vec{v}_{i,\mathrm{s}}$ du porteur de charge sous la forme

$$\vec{v}_{i,\mathrm{s}} = \mu_i \left(\vec{E} + \vec{v}_{i,\mathrm{s}} \wedge \vec{B}_0 \right)$$

où μ_i est la mobilité du porteur. Donner la mobilité μ_i en fonction de q_i et λ_i.

Dans l'arséniure d'indium, les porteurs de charge principaux sont les électrons libres, de charge $-e$, de mobilité μ_e, de densité volumique n_e. On négligera par la suite toutes les autres variétés de porteurs de charge.

Q20. Montrer que l'on peut écrire

$$\vec{j} = \gamma \left(\vec{E} + K_H \, \vec{j} \wedge \vec{B}_0 \right)$$

et exprimer γ et K_H en fonction des paramètres relatifs à l'arséniure d'indium, parmi e, μ_e et n_e.

On pose $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$ et $\vec{j} = j_x \vec{e}_x$. Soit I l'intensité électrique traversant la plaquette selon l'axe x. La densité de courant $\vec{j} = j_x \vec{e}_x$ est supposée uniforme et constante dans la plaquette.

Q21. Pour l'arséniure d'indium, $|K_H| = 9{,}98 \times 10^{-5}$ m^{3}C^{-1}. En déduire la densité de porteurs n_e et la conductivité γ. Comparer cette valeur à celle d'un métal usuel. Pourquoi utilise-t-on un semi-conducteur plutôt qu'un métal ?

Q22. Montrer que $E_y = K_H B_0 \, j_x$. En déduire l'expression de la différence de potentiel $U_H = V(D) - V(C)$, dite tension de Hall, en fonction de K_H, B_0 et I et de paramètres géométriques. En déduire la relation

$$U_H = A_H B_0 \, u$$

et exprimer la constante A_H en fonction de K_H, γ et de constantes géométriques.

La plaquette est insérée dans l'entrefer d'épaisseur $\ell_e = 2$ mm d'un tore ferromagnétique doux, de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 10^5$, de périmètre moyen $l = 50$ mm, de section rectangulaire $h \times h'$, telle que $l \gg \ell_e$, $l \gg h$ et $l \gg h'$. Le tore enlace un fil conducteur rectiligne parcouru par un courant d'intensité i (figure 9). Le champ magnétique traversant l'entrefer et dans lequel est plongée la plaquette est considéré uniforme.

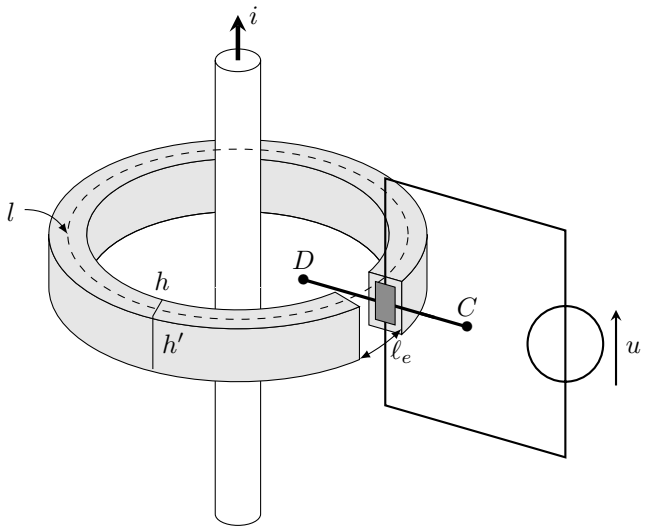


Figure 9 – Mesure de $u \times i$. *L'entrefer a été agrandi pour des raisons de clarté.*

Q23. Montrer que la mesure de la tension $U_H = V_D - V_C$ permet d'obtenir une valeur proportionnelle au produit $u \times i$. Évaluer la constante de proportionnalité notée α. On peut aussi accéder expérimentalement à cette valeur. Décrire un protocole expérimental qui permettrait de mesurer α.

II – Le cristal

L'arséniure d'indium cristallise dans une configuration où les ions indium In^{3+} forment un réseau cubique à faces centrées (cfc) tandis que les ions arséniure As^{3-} occupent la moitié des sites tétraédriques de la structure cfc.

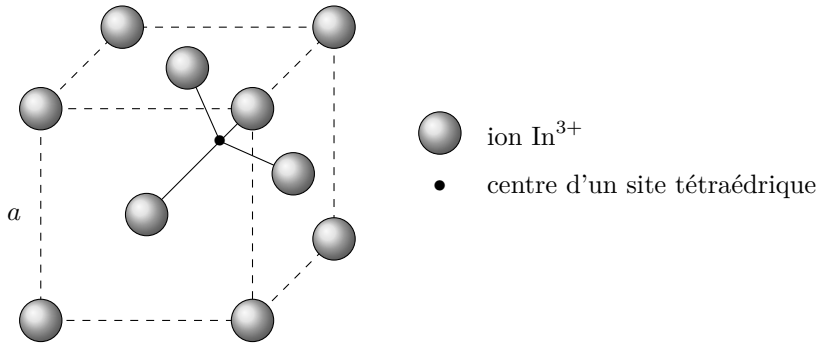


Figure 10 – Représentation de la maille de l'arséniure d'indium.
Par souci de clarté, seuls les ions In^{3+} visibles sont représentés.

Q24. Donner la population de la maille représentée sur la figure 10. Justifier l'électro-neutralité du cristal. Quelle est la coordinence As-In ?

Q25. Déterminer et calculer le paramètre de maille a en fonction des rayons ioniques $r_{In^{3+}}$ et $r_{As^{3-}}$. En déduire l'expression de la masse volumique ρ_{InAs} et la calculer.

III – Multiplicateur numérique à modulation d'amplitude

Il s'agit ici d'étudier un montage dont le schéma est donné figure 11, destiné à calculer le produit d'une tension $u(t)$ et d'une intensité $i(t)$.

Le signal $u(t)$ est échantillonné selon une période d'échantillonnage T_e, ce qui renvoie la suite de valeurs :

$$\{u_n = u(nT_e)\}, n \in \mathbb{N}$$

On note $u_{\text{ech}}(t)$ le signal échantillonné, c'est-à-dire le signal tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in [nT_e, (n+1)T_e], u_{\text{ech}}(t) = u_n.$$

Q26. On considère que le spectre du signal $u(t)$ est contenu dans l'intervalle de fréquence $[0, F]$. Rappeler la condition dite de Nyquist-Shannon permettant un échantillonnage satisfaisant de ce signal.

Un oscillateur OSC crée une tension périodique $s_r(t)$ en rampe, de période T_e, variant entre les tensions $-U_0$ et $+U_0$ (figure 12a) telle que $\forall t, |u(t)| < U_0$. Cet oscillateur synchronise les deux échantillonneurs ECHT en imposant les intervalles d'échantillonnage $[nT_e, (n+1)T_e]$.

Le signal $s_r(t)$ est comparé au signal $u(t)$ grâce à un comparateur simple dont le signal de sortie est noté $S(t)$ (figure 12b). Les ALI du montage sont idéaux. Les tensions de saturation sont notées $\pm V_{\text{sat}}$.

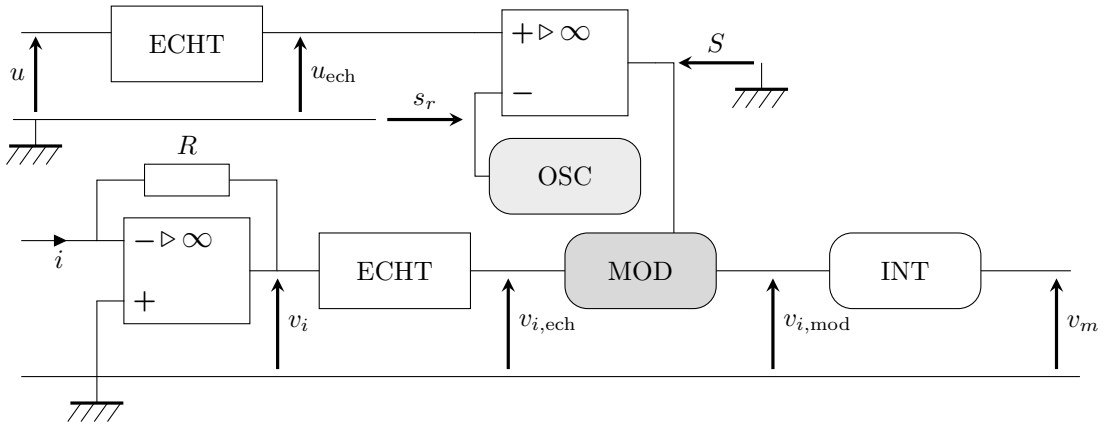
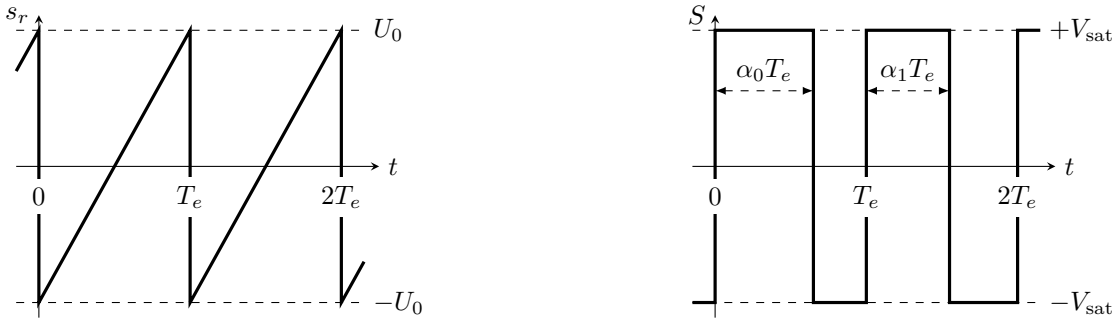


Figure 11 – Montage multiplicateur numérique. (*ECHT désigne un échantillonneur, MOD le modulateur, INT l'intégrateur et OSC l'oscillateur.*) L'oscillateur synchronise les deux échantillonneurs mais les contacts entre ces circuits ne sont pas représentés.



(a) Signal $s_r(t)$ en rampe

(b) Signal $S(t)$

Figure 12 – Signaux

Q27. On a représenté figure 12b le signal $S(t)$ sur les deux premiers intervalles de temps $n = 0$ et $n = 1$. Pour chaque intervalle de temps $[nT_e, (n+1)T_e]$, la durée pour laquelle $S(t) > 0$ est notée $\alpha_n T_e$ où α_n est le rapport cyclique. Exprimer α_n en fonction de u_n et U_0.

L'intensité $i(t)$ est appliquée à la seconde entrée du montage de la figure 11.

Q28. Exprimer la tension $v_i(t)$ en fonction de $i(t)$ et R. Quel est l'intérêt de ce montage ?

La tension $v_i(t)$ est elle aussi échantillonnée selon les mêmes paramètres que la tension $u(t)$; on obtient en sortie de l'échantillonneur la tension $v_{i,\text{ech}}(t)$ telle que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in [nT_e, (n+1)T_e], v_{i,\text{ech}}(t) = v_{i,n} = v_i(nT_e).$$

Le modulateur, schématisé figure 13, reçoit en entrée $v_{i,\text{ech}}$. L'interrupteur K, idéal, est commandé à l'ouverture et à la fermeture par le signal S :

$$K \begin{cases} \text{fermé si } S(t) > 0, \\ \text{ouvert si } S(t) < 0. \end{cases}$$

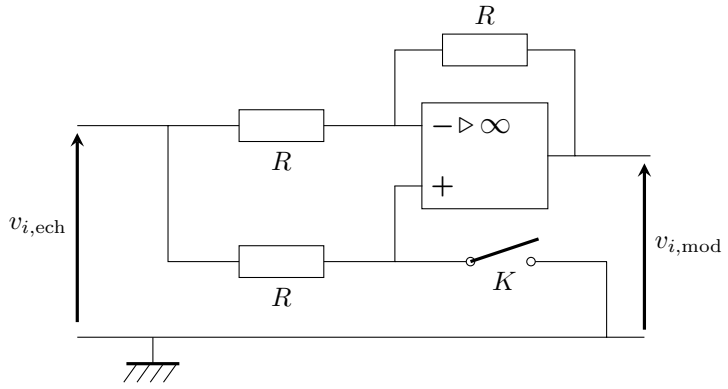


Figure 13 – Modulateur

Q29. Le signal de sortie du modulateur est noté $v_{i,\text{mod}}$. Exprimer $v_{i,\text{mod}}$ en fonction de $v_{i,\text{ech}}$ selon la valeur du signal de commande S.

La tension $v_{i,\text{mod}}(t)$ est ensuite intégrée sur un intervalle de longueur T_e.

Q30. Proposer le schéma d'un montage actif intégrant un signal d'entrée $v_e(t)$ par rapport au temps. Donner l'expression de la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée.

Soit $v_{i,\text{mod}}(t)$ le signal d'entrée de l'intégrateur. Celui-ci fournit en sortie la tension

$$v_m(t) = -\frac{1}{\tau}\int_{nT_e}^{t} v_{i,\text{mod}}(u)\,\mathrm{d}u, \text{ pour } t \in]nT_e, (n+1)T_e].$$

τ est une constante caractéristique de l'intégrateur, homogène à un temps.

Q31. Exprimer $v_{m,n} = v_m((n+1)T_e)$ en fonction de u_n, $i_n = i(nT_e)$ et des différentes constantes du montage. Montrer que l'on a bien obtenu le résultat voulu à une constante multiplicative près.

Le signal périodique nécessaire au fonctionnement du circuit est généré par un oscillateur. On étudie ici un oscillateur dit « à réseau déphaseur », à trois cellules RC (figure 14).

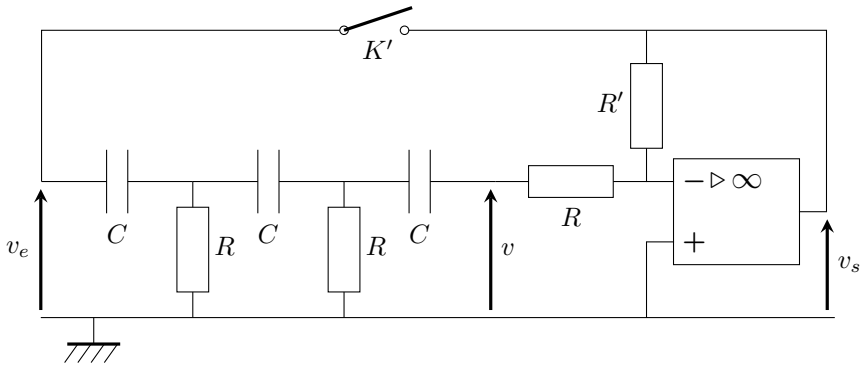


Figure 14 – Oscillateur à réseau déphaseur

La fonction de transfert des trois cellules RC est donnée par :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}}{\underline{v_e}} = \frac{1}{1 - \dfrac{5}{(RC\omega)^2} + \dfrac{1}{jRC\omega}\left(6 - \dfrac{1}{(RC\omega)^2}\right)}.$$

Q32. Préciser la nature de ce filtre.

Q33. Exprimer le gain $G = \dfrac{\underline{v_s}}{\underline{v}}$ de l'amplificateur. Quand l'interrupteur K' est fermé, montrer que la tension v_s peut être sinusoïdale si G et $\underline{H}$ vérifient une condition que l'on précisera. En déduire l'expression de la pulsation ω_{osc} du signal v_s ainsi que la valeur numérique de G.

On pose $v_s = A_{\text{osc}} \cos(\omega_{\text{osc}} t + \varphi_{\text{osc}})$. Dans le circuit présenté figure 14, aucun paramètre ne permet de contrôler l'amplitude A_{osc}. Pour pallier ce problème, la résistance R' est remplacée par une résistance R_{com} commandée en tension selon l'une des deux expressions suivantes :

$$1)\ R_{\text{com}} = R_0 + \frac{r}{1 + \dfrac{A_{\text{osc}}}{V_0}} \qquad 2)\ R_{\text{com}} = R_0 - \frac{r}{1 + \dfrac{A_{\text{osc}}}{V_0}},$$

où R_0, r et V_0 sont des constantes positives caractéristiques de la résistance commandée.

Q34. Quelle est l'expression de R_{com} qui permet de stabiliser les oscillations, et pourquoi ? En particulier, quelle valeur faut-il donner à r pour obtenir $A_{\text{osc}} = 7$ V ? On prendra $R = 5$ kΩ, $R_0 = 125$ kΩ et $V_0 = 5$ V.

Partie D – Accumulateur lithium-air

L'énergie électrique nécessaire au fonctionnement d'un dispositif embarqué ou un véhicule doit pouvoir être stockée en grande quantité et de manière réversible. Le stockage électrochimique est une technologie ancienne mais il continue à profiter de recherches importantes. Récemment, une technologie dite lithium-air a montré des avantages indéniables pour la fabrication de batteries de véhicules électriques en particulier parce qu'une des espèces électrochimiques, le dioxygène O_2, est apporté gratuitement par l'air.

I – Stabilité du lithium

On s'intéresse aux réactions entre l'eau et le lithium métallique, selon le pH.

Q35. Écrire les deux demi-équations rédox relatives au couples Li^+ / Li et H^+ / H_2. En déduire la réaction bilan d'oxydation du lithium métallique par les ions H^+. *L'équation sera ajustée avec deux atomes de lithium.* Exprimer l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^o$ de la réaction précédente en fonction des potentiels standards des deux couples.

Q36. En déduire l'expression et la valeur à 298 K de la constante d'équilibre K^o. S'il n'y a pas de blocage cinétique de cette réaction, quelles pourraient en être les conséquences ?

On étudie la possibilité de la réaction précédente en fonction du pH. On suppose que la seule forme oxydée du lithium, à tout pH, est l'ion Li^+.

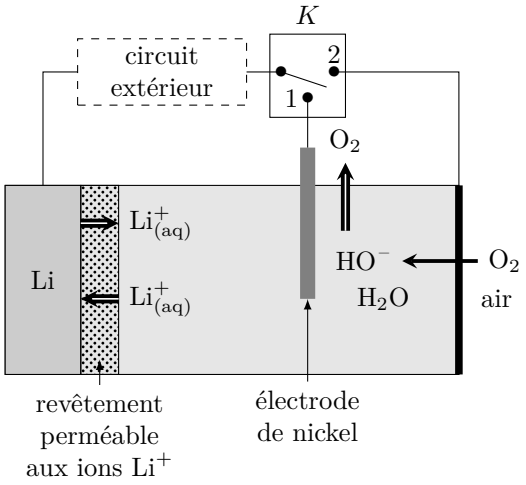
Q37. Pourquoi peut-on s'attendre à ce qu'une augmentation du pH défavorise thermodynamiquement l'équation bilan de la question **Q35** ?

Q38. Exprimer les potentiels des couples mis en jeu à la question **Q35** en fonction du pH, pour $p(H_2) = 1$ bar. *On notera E_1 le potentiel du couple du lithium et E_2 celui du couple de l'eau.* En déduire l'expression de l'enthalpie libre $\Delta_r G$ de la réaction bilan en fonction de $\Delta_r G^o$ et du pH. Calculer $\Delta_r G$ pour pH = 14 et $[Li^+_{(aq)}] = 1{,}0\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ à $T = 298$ K. La réaction est-elle évitée en milieu basique ?

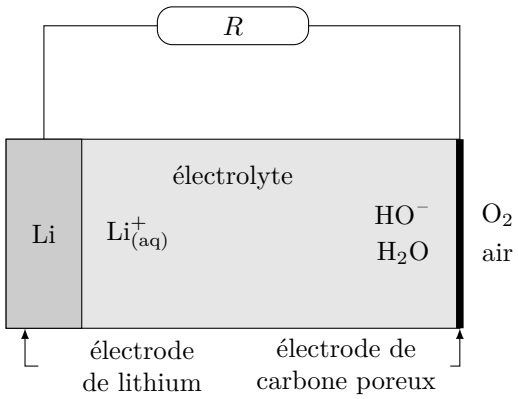
II – Fonctionnement de l'accumulateur

On peut utiliser un électrolyte aqueux à condition de protéger le lithium métallique par un revêtement perméable aux ions Li^+ mais étanche à l'eau et à ses ions (figure 15a). Dans cet accumulateur lithium-air, les couples rédox mis en jeu sont les couples $Li^+_{(aq)} / Li$ et O_2 / H_2O. Le dioxygène est sous forme dissoute dans l'électrolyte basique.

Q39. Écrire l'équation de demi-réaction ayant lieu sur l'électrode de nickel, en milieu basique. Exprimer et calculer le potentiel E_{O_2} de cette électrode pour une pression de dioxygène gazeux $p(O_2) = 0{,}2$ bar et à pH = 14. Exprimer et calculer le potentiel E_{Li} de l'électrode eau lithium pour une concentration $[Li^+_{(aq)}] = 0{,}1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$. En déduire la fem e de l'accumulateur dans ces conditions.



(a) Schéma de l'accumulateur à double électrode à O_2



(b) Schéma simplifié de l'accumulateur (*le revêtement protecteur du lithium n'est pas représenté*)

Figure 15 – Schémas de l'accumulateur Li-air

Q40. Le schéma simplifié (figure 15b) de l'accumulateur est reproduit sur le document réponse. Compléter le document réponse en indiquant, lorsque l'accumulateur est **en décharge** :

- les polarités des électrodes (±) ;
- le sens de déplacement des électrons ;
- le sens du courant dans le circuit ;
- la nature des électrodes (anode, cathode) ;
- les réactions ayant lieu sur chacune d'entre elles ;
- le déplacement des ions dans l'électrolyte.

La présence d'ions Li^+ dans la solution basique permet la formation d'un précipité d'hydroxyde de lithium (ou lithine) LiOH.

Q41. Préciser en quel endroit de l'accumulateur (schéma de la figure 15a) le précipité va se former et dans quelle condition (charge ou décharge de l'accumulateur). Quel problème cela peut-il poser ?

On suppose par la suite que le problème précédent est résolu et que le précipité éventuellement formé se dépose au fond de l'accumulateur. Le précipité apparaît quand la concentration en ions Li^+ atteint la valeur $c_{max} = 5{,}25\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Q42. Une batterie formé d'une association série de cellules élémentaires Li-air, identiques à l'accumulateur étudié précédemment, équipe un véhicule électrique. À partir des données du tableau 1, estimer la masse maximale de lithine LiOH qui peut se déposer dans la batterie.

Consommation pour 100 km	$15\ \text{kW}\cdot\text{h}$
Tension aux bornes de la batterie	400 V
F.e.m. d'une cellule élémentaire Li-air	3 V
Densité volumique maximale d'énergie stockée	$W_{max} = 2{,}2\ \text{kW}\cdot\text{h}\cdot\text{L}^{-1}$
Autonomie maximale du véhicule	600 km

Tableau 1 – Caractéristiques d'un véhicule électrique et de sa batterie

Le fonctionnement cyclique de l'accumulateur nécessite une double électrode à O_2, l'une en carbone poreux à travers laquelle diffuse le dioxygène et l'autre en nickel, qui permet une réaction plus rapide. La commutation entre les deux électrodes est réalisée par l'interrupteur K (figure 15a).

Q43. Est-ce à la charge ou à la décharge de l'accumulateur que l'on a besoin d'une réaction rapide ? Justifier l'intérêt de l'une ou de l'autre électrode selon le fonctionnement de l'accumulateur en charge ou en décharge.

Q44. Proposer, sur un schéma simple, une réalisation de l'interrupteur K, de telle sorte que la commutation entre les deux électrodes soit spontanée.

Données et formulaire

Données numériques partie B

Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$.
Perméabilité du vide	$\mu_0 = 1{,}26 \times 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$
Kilowattheure	$1\ \mathrm{kW \cdot h} = 3{,}6 \times 10^{6}\ \mathrm{J}$.

Données numériques partie C

Charge élémentaire	$e = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Mobilité de l'électron dans AsIn	$\mu_e = -3{,}3$ U.S.I.
Rayons ioniques	$r_{\mathrm{In^{3+}}} = 80$ pm
	$r_{\mathrm{As^{3-}}} = 160$ pm.
Masse molaires	$M_{\mathrm{In}} = 114{,}8\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$
	$M_{\mathrm{As}} = 74{,}9\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$
Nombre d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$

Données numériques partie D

Potentiels standard	$E^o(\mathrm{H^+}\,/\,\mathrm{H_2}) = 0$ V
	$E^o(\mathrm{O_2}\,/\,\mathrm{H_2O}) = 1{,}23$ V
	$E^o(\mathrm{Li^+_{(aq)}}\,/\,\mathrm{Li}) = -3{,}045$ V
Produit ionique de l'eau à 298 K	$K_e = [\mathrm{H^+}][\mathrm{HO^-}] = 10^{-14}$
Constante de Nernst à 298 K	$\dfrac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 = 0{,}059$ V
Constante de Faraday	$\mathcal{F} = 9{,}6485 \times 10^{4}\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$.
Constante des gaz parfaits	$R = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$
Masse molaire du lithium	$M_{\mathrm{Li}} = 6{,}9\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.
Masse molaire de l'oxygène	$M_{\mathrm{O}} = 16\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.
Masse molaire de l'hydrogène	$M_{\mathrm{H}} = 1\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

Spécifications Python

np.polyfit(x,y,1) : renvoie le couple (a, b) (flottants) où a est la pente et b l'ordonnée à l'origine de la droite de régression des points dont les abscisses sont données dans la liste x et les ordonnées dans la liste y.

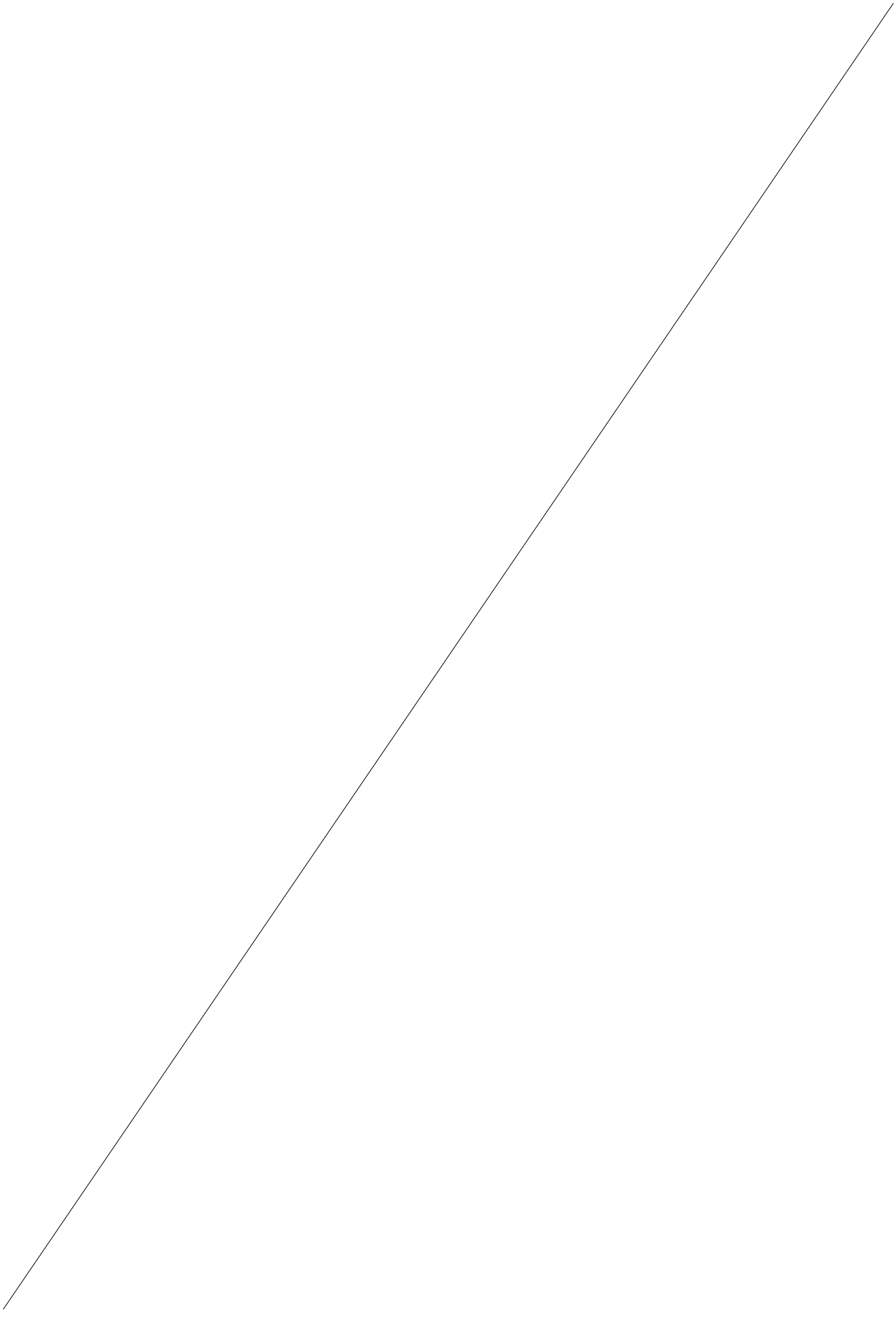
np.random.uniform(a,b) : renvoie une valeur aléatoire (flottante) comprise dans l'intervalle $[a, b]$ selon une loi de probabilité uniforme.

np.average(L) : renvoie la moyenne (flottante) des valeurs de la liste (ou du tableau) L.

np.std(L) : renvoie l'écart-type (flottant) des valeurs de la liste (ou du tableau) L.

◇ Fin ◇

P104 - 26 février 2026 - 10:07:08



Numéro de place

Numéro d inscription

Signature

Nom

Prénom

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Épreuve : Physique-chimie 1 PSI

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille /

Document réponse

Les candidats doivent rendre ce document réponse avec leur copie, même s'ils ne l'ont pas utilisé

Ne rien écrire **dans la partie barrée**

Q11.

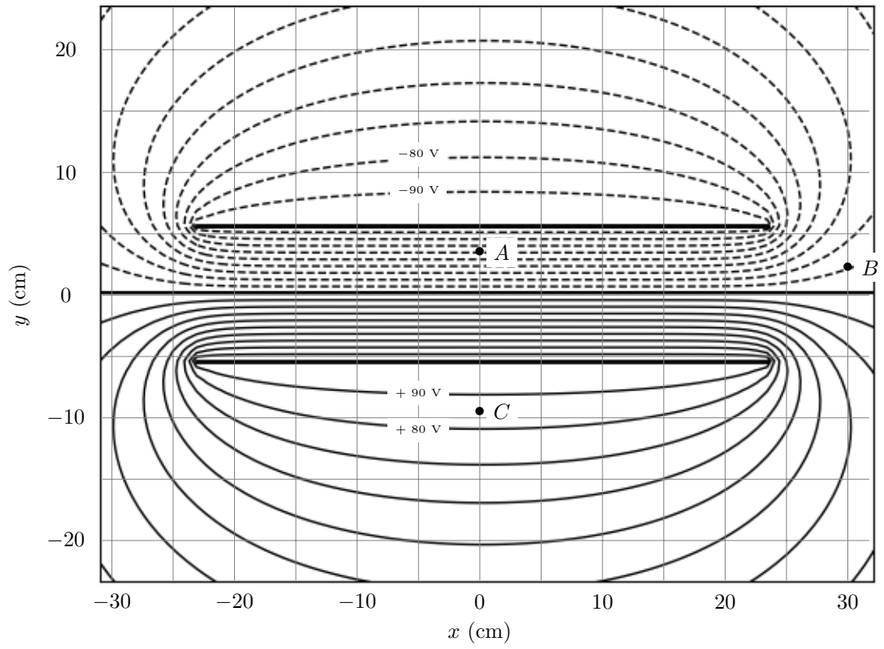


FIGURE 5 – Topographie des équipotentielles entre les armatures d'un condensateur plan pour $d = 11$ cm et $\ell = 48$ cm. *En trait plein les équipotentielles positives, en pointillés les équipotentielles négatives. Deux équipotentielles voisines sont séparées de* 10 V.

Q40.

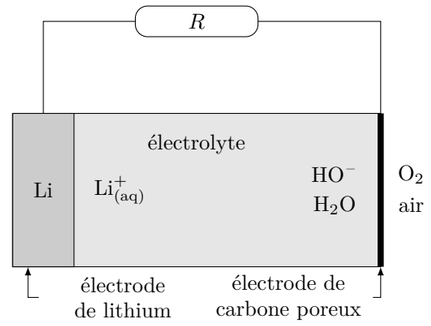


FIGURE 15 – Schéma simplifié de l'accumulateur (*le revêtement protecteur du lithium n'est pas représenté*)

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Oscillateurs électroniques
- Amplificateur linéaire intégré
- Oxydoréduction et piles électrochimiques
- Électronique numérique
- Mesures et incertitudes
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Filtrage linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/psi