Concours Centrale-Supélec, France

# Session 2014, filière TSI

## Sciences industrielles 1

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie I : modélisation du système de récupération d'énergie
- Partie II : capacité à mettre la montre à l'heure automatiquement
- Partie III : conclusion sur l'étude

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/tsi/2014/si1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

L'essor de l'électronique nomade s'accompagne d'un besoin accru de sources d'énergies miniaturisées. Les contraintes imposées à ces objets nomades sont multiples : libérer l'utilisateur des contraintes de charges, offrir une grande durée de fonctionnement, etc. Les réponses à ces défis nécessitent une optimisation de ces sources d'énergie miniatures. Cette optimisation impose, en pratique, une solution hybride couplant au système de récupération d'énergie, un système de conversion et de stockage de l'énergie.

Pour illustrer cette problématique, l'objet de l'étude est la montre bracelet Autoquartz fabriquée par la société ETA. Le fonctionnement de cette montre diffère de celui d'une montre à quartz traditionnelle par le fait qu'elle utilise le mouvement du porteur comme source d'énergie. Le principe de fonctionnement repose sur la récupération d'énergie mécanique accumulée dans un ressort grâce au mouvement d'une masselotte, puis, par l'intermédiaire d'une génératrice, à la conversion de cette énergie mécanique en énergie électrique.

**Description de la montre**

Une masselotte transmet son énergie mécanique à une génératrice puis à un élément de stockage (accumulateur Li-Ion) par l'intermédiaire d'un ressort spiral intégré dans un barillet (figures 1 et 2).

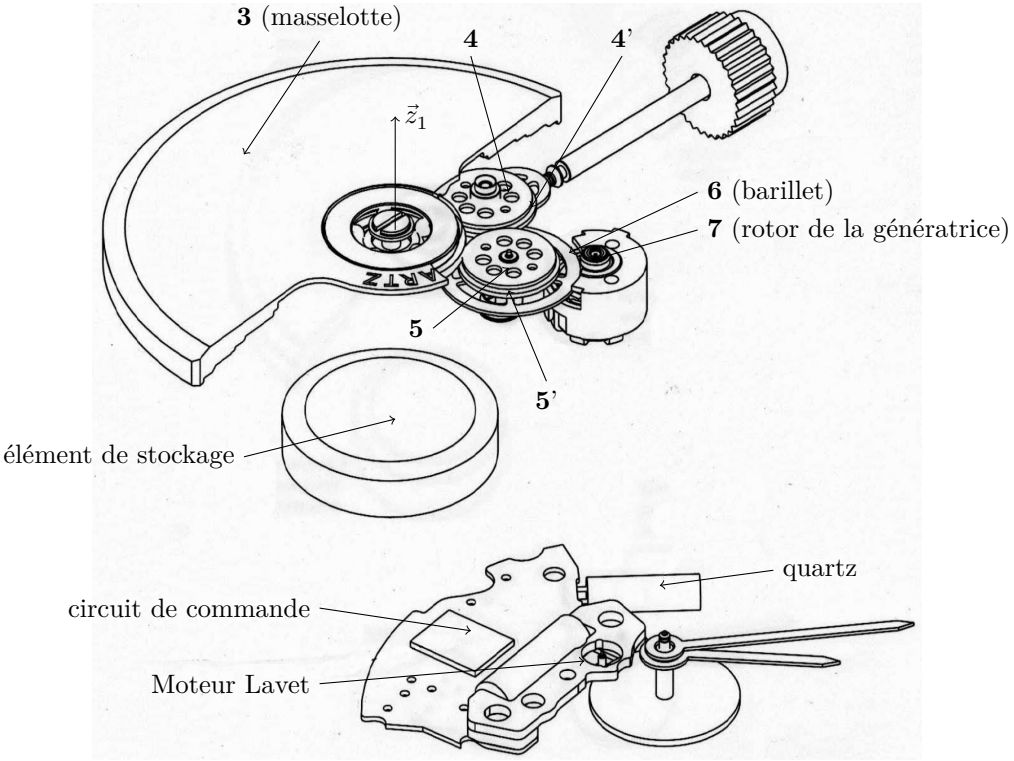



**Figure 1**

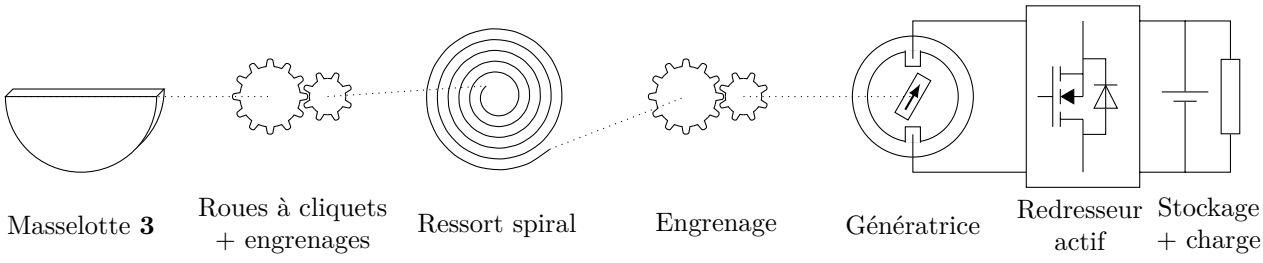



**Figure 2**

L'énergie mécanique fournie par la masselotte est stockée par l'intermédiaire d'un système d'engrenages à cliquets dans un ressort spiral (représenté figure 2) dont l'une des deux extrémités est solidaire d'une roue entrainée en rotation et dont l'autre est liée au rotor d'une génératrice. Les oscillations de la masselotte permettent de charger le ressort quel que soit son sens de rotation et l'amplitude de ses mouvements. Dès que le couple de rappel


BY-NC-SA

du ressort devient supérieur à l'amplitude du couple de détente de la génératrice, il se décharge brusquement entraînant en rotation la génératrice monophasée à aimants.

Un redresseur actif à transistors MOS permet alors de convertir l'énergie pour charger l'élément de stockage qui, comme dans les montres à quartz traditionnelles, redistribue l'énergie au circuit de commande et au moteur Lavet assurant la marche des aiguilles.

**Objectif final et extrait du cahier des charges**

L'objectif final de l'étude est la mise en place d'un modèle permettant la vérification des spécifications extraites du cahier des charges :

- l'énergie moyenne récupérée pour une journée doit être au moins 400 mJ ;
- la mise à l'heure quotidienne doit être réalisable.

# I Modélisation du système de récupération d'énergie

**Objectif**

Déterminer à partir d'une analyse structurelle du système Autoquartz l'énergie récupérée dans une journée.

À cette fin, seront successivement envisagés :

- l'analyse d'un modèle cinématique ;
- l'exploitation du modèle cinématique d'encliquetage et la détermination des équations de mouvement ;
- le bilan énergétique de la récupération et de la conversion d'énergie.

## *I.A – Modélisation structurelle de la liaison masselotte – boitier*

**Objectif**

Mettre en place un modèle pour la liaison masselotte **3** – boitier **2**.

On donne figure 3, un extrait de la représentation 2D (limité à une moitié de l'axe de la masselotte) définissant l'assemblage de la masselotte dans le boitier de la montre. Seule la partie inférieure est représentée, l'assemblage étant symétrique.

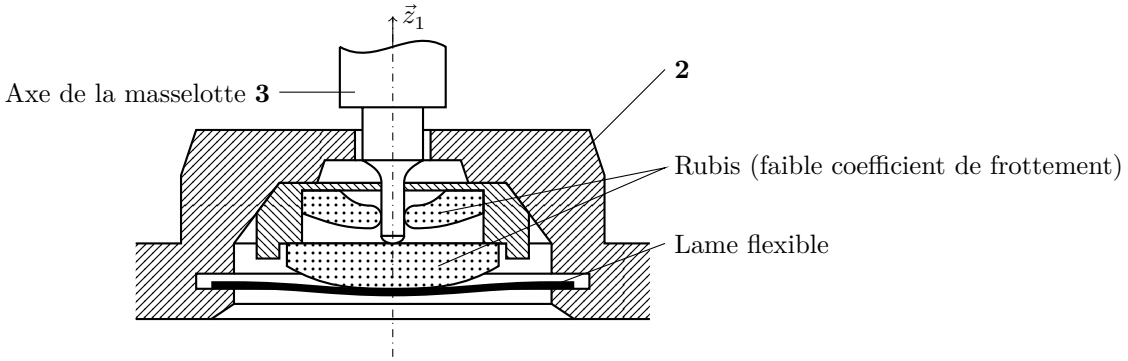



**Figure 3**

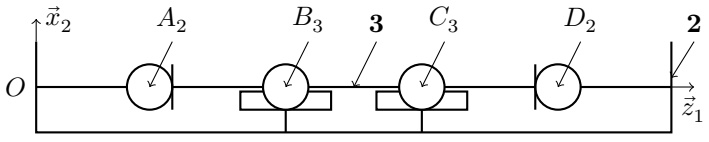



**Figure 4**

Le modèle de la figure 4 est retenu. Seuls sont représentés les solides **2** (boitier de la montre) et **3** (masselotte) ainsi que les quatre liaisons en parallèles dont ils font l'objet. La flexibilité des tiges n'est pas prise en compte.

**Q 1.** Donner le degré d'hyperstatisme de ce modèle ainsi que la liaison équivalente entre **2** et **3**. Quel peut être l'intérêt de faire évoluer ce modèle prenant en compte la flexibilité des tiges ?

## *I.B – Étude cinématique de l'encliquetage*

**Objectif**

Montrer d'une part, que quel que soit le sens de rotation de la masselotte, le ressort spiral est comprimé, et d'autre part, évaluer les vitesses angulaires de glissement et en fonction de la rotation instantanée de la masselotte afin de valider ultérieurement le bilan énergétique.


BY-NC-SA

**Hypothèses et notations**

- Un ensemble, dit « encliquetage », formé d'une part par **4** et **4**' et d'autre part **5** et **5**', dont la fonction est d'entrainer, par rotation de l'une des extrémités du ressort spiral, la déformation de ce dernier et ceci, quel que soit le sens de rotation de la masselotte **3**.
- On note $\Omega_{ij}$ la rotation instantanée du solide $i$ par rapport au solide $j$.
- Les roues **4** et **4**' sont liées par une liaison « cliquet4 » définie ainsi :
  - si $\Omega_{42} < 0$ alors $\Omega_{44'} = 0$ (**4** et **4**' sont en liaison encastrement) ;
  - si $\Omega_{42} > 0$ alors $\Omega_{44'} \neq 0$ (**4** et **4**' sont en liaison pivot d'axe $(A_4, \vec{z}_1)$).

  De même, les roues **5** et **5**' sont liées par une liaison « cliquet5 » définie ainsi :
  - si $\Omega_{52} > 0$ alors $\Omega_{55'} = 0$ (**5** et **5**' sont en liaison encastrement) ;
  - si $\Omega_{52} < 0$ alors $\Omega_{55'} \neq 0$ (**5** et **5**' sont en liaison pivot d'axe $(A_5, \vec{z}_1)$).

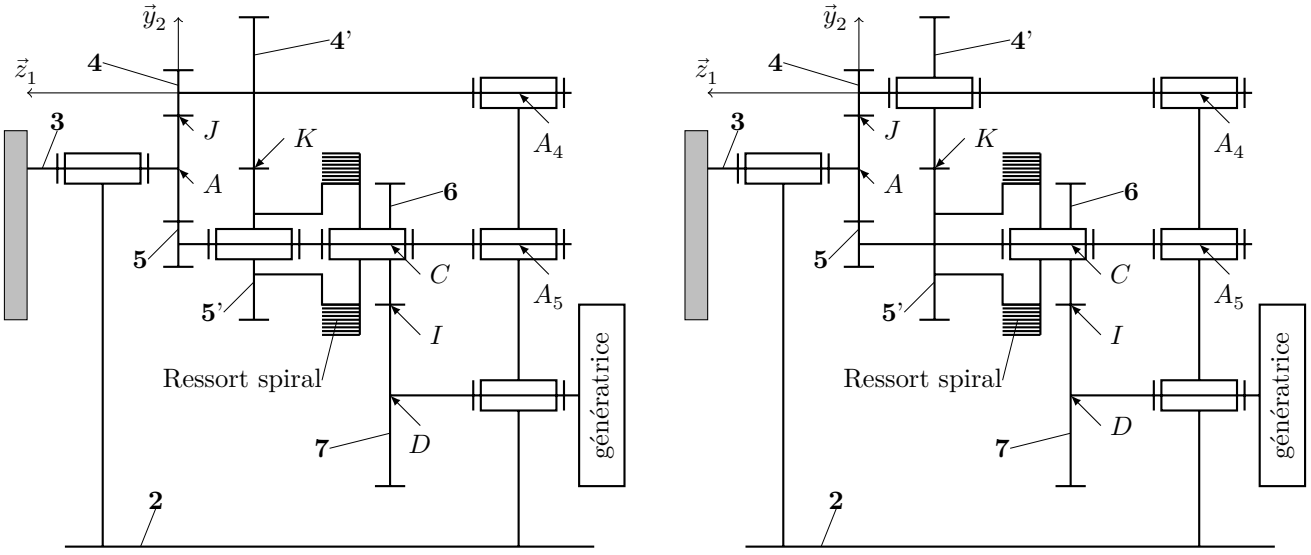



**Figure 5** Schémas cinématiques dans les cas où $\Omega_{32} > 0$ ($\Omega_{44'} = 0$ et $\Omega_{55'} \neq 0$) et $\Omega_{32} < 0$ ($\Omega_{44'} \neq 0$ et $\Omega_{55'} = 0$) en ramenant l'axe de **3** dans le plan du schéma

| Roue dentée | Rayon primitif (mm) | Nombre de dents | Module (mm) |
|---|---|---|---|
| **3** | 1,8 | 45 | 0,08 |
| **4** et **5** | 1,12 | 28 | 0,08 |
| **4**' et **5**' | 2,02 | 50 | 0,08 |
| **6** | 2,4 | 60 | 0,08 |
| **7** | 0,48 | 12 | 0,08 |

On pose $k_1 = z_3/z_4 = z_3/z_5 = 1{,}6$ et $k_2 = z_6/z_7 = 5$, l'angle de pression est $\delta_0 = 20^\circ$.

**Figure 6**

Deux cas seront distingués selon le signe de $\Omega_{32}$ et on note $\omega$ une quantité positive.

**Q 2.** Dans le cas où $\Omega_{32} = \omega > 0$, montrer que $\Omega_{44'} = 0$ et $\Omega_{5'2} = k_1\omega$. En déduire alors, l'expression de $\Omega_{55'}$ en fonction de $k_1$ et $\omega$.

**Q 3.** Dans le cas où $\Omega_{32} = -\omega < 0$, montrer que $\Omega_{55'} = 0$ et $\Omega_{5'2} = k_1\omega$. En déduire alors, l'expression de $\Omega_{44'}$ en fonction de $k_1$ et $\omega$. Conclure sur le fonctionnement de l'encliquetage.

### *I.C – Étude de la quantité d'énergie générée*

**Objectif**

Après avoir déterminé les équations de mouvement de la masselotte **3**, la quantité d'énergie générée est évaluée.

On se place dans une phase de charge du ressort pour laquelle $\Omega_{32} = \omega > 0$, c'est-à-dire dans l'intervalle de temps $[0, t_1]$ avec $t_1 = 0{,}05$ s et on envisage la détermination de l'équation de mouvement de la masselotte **3** pour le mouvement donné du solide **2** : $\alpha = \omega_1 t - \pi/2$ avec $\omega_1 = 9{,}4$ rad $\cdot$ s$^{-1}$.

**Hypothèses et notations**

- Toutes les liaisons entre solides sont supposées parfaites.
- **1** est un solide auquel est lié le repère galiléen $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ ; avec $\vec{g} = g\vec{x}_1$ ($g = 9{,}81$ m $\cdot$ s$^{-2}$)


BY-NC-SA

– **2** est un solide auquel est lié rigidement le boitier de la montre. Ce solide **2** est supposé en mouvement de rotation par rapport à **1** autour de l'axe $(O, \vec{z}_1)$. (Il pourrait être associé au mouvement de rotation du bras autour de l'épaule.) Le repère lié à **2** est $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$ et on pose $\overrightarrow{OA} = a\vec{x}_2$ avec $a = 0{,}6$ m.
– la masselotte **3** est mobile en rotation par rapport à **2** autour de $(A, \vec{z}_1)$. Le repère lié à **3** est noté $(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_1)$, $\overrightarrow{AG} = r_3\vec{x}_3$ avec $r_3 = 6{,}2 \times 10^{-3}$ m. Sa masse est $m_3 = 3{,}56 \times 10^{-3}$ kg. Son moment d'inertie par rapport à l'axe $(A, \vec{z}_1)$ est $C_3 = 0{,}22 \times 10^{-6}$ kg · m$^2$.
– les paramètres géométriques sont définis par les notations données figure 7.




**Figure 7**

– un ressort spiral, logé à l'intérieur d'une roue dentée **6** (nommée « barillet »), a l'une de ses deux extrémités entrainée en rotation par **5**', et a l'autre extrémité solidaire du barillet **6**. Cet ensemble a une masse négligeable.
– au début du mouvement, le ressort est supposé complètement déchargé et la génératrice ne débite pas de courant.
On note le torseur des actions du ressort sur **5**' : $\{\text{ressort} \to 5'\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ K_R(\theta_{62} - \theta_{5'2})\vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$
avec $K_R = 12{,}5 \times 10^{-6}$ N · m · rad$^{-1}$.
– la génératrice est formée d'un stator à griffes et d'un rotor à aimants permanents entrainé en rotation dès que le couple de rappel du ressort devient supérieur à la valeur crête du couple de détente de la génératrice (décharge du ressort).
On note $\{\text{emd} \to 7\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -(C_d(\theta_{72}) + C_{em}(\theta_{72}))\vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$
le torseur modélisant les couples au niveau de la génératrice, avec $C_d(\theta_{72})$ le couple de détente de la génératrice, et $C_{em}(\theta_{72})$ le couple électromagnétique de la génératrice. Le couple électromagnétique $C_{em}(\theta_{72})$ n'existe que durant la phase de débit de la génératrice. Le rotor comporte une roue dentée (rayon $R_7$), son moment d'inertie par rapport à l'axe $(D, \vec{z}_1)$ est $C_7 = 0{,}3 \times 10^{-6}$ kg · m$^2$.

**Q 4.** Donner l'expression des torseurs cinématiques $\{2/1\}$ et $\{3/2\}$ par leurs éléments de réductions respectivement aux points $O$ et $A$ ; en déduire le torseur cinématique $\{3/1\}$ par ses éléments de réduction au point $A$, et au point $G$ exprimés sur la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$.

**Q 5.** Faire succesivement l'inventaire des efforts extérieurs appliqués à **4** puis à **5**'. En déduire, pour $\theta_{62} = 0$ que la projection $\overrightarrow{M}(A, 4 \to 3) \cdot \vec{z}_1 = -k_1 K_R \theta_{32}$.

**Q 6.** Faire l'inventaire des efforts extérieurs appliqués à **3** et en déduire, par application du théorème du moment dynamique en $A$ et en projection sur $\vec{z}_1$, une équation de la forme $A_1\ddot{\theta}_{32} + B_1 \sin\theta_{32} + C_1\theta_{32} + D_1 \sin(\omega_1 t + \theta_{32}) = 0$ où on déterminera $A_1$, $B_1$, $C_1$ et $D_1$.
La figure 8 donne l'évolution de $\theta_{32}$ et de $\dot{\theta}_{32}$ sur l'intervalle $[0, t_1]$.

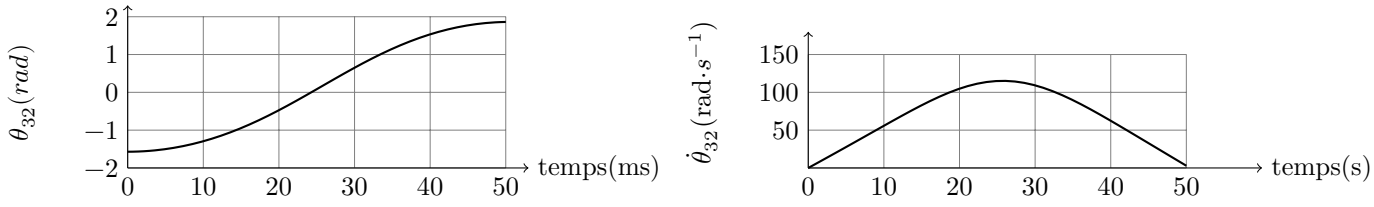



**Figure 8** Evolution de $\theta_{32}$ et $\dot{\theta}_{32}$

Une identification expérimentale a permis d'une part, l'évaluation du coefficient de frottement visqueux dans les cliquets ($f_{vc} = 1{,}2 \times 10^{-9}$ N · m · rad$^{-1}$ · s$^{-1}$ et d'autre part, de montrer le caractère négligeable des pertes par frottement sec. On envisage pour un cycle de charge l'évaluation des pertes afin de valider le choix de liaison parfaite effectué précédemment.

**Q 7.** Montrer que la puissance dissipée dans le cliquet fonctionnant en liaison pivot est donnée par $P_c = -4f_{vc}k_1^2\omega^2$ avec $\Omega_{32} = \pm\omega$. Proposer une évaluation numérique de cette puissance.


BY-NC-SA

**Objectif**

Déterminer l'énergie récupérée sur une journée.

Pour cela, seront envisagés :
- les déterminations de l'énergie de déformation du ressort et de l'énergie récupérée lors d'une décharge ;
- l'évaluation des pertes de la chaîne d'énergie ;
- la détermination de l'énergie récupérée sur une journée.

### I.D.1) Détermination des équations de mouvement et identification de certains paramètres

Pour simplifier l'étude, seule la charge du ressort dans le cas $\Omega_{32} = \omega > 0$ est envisagée.

La génératrice utilisée comporte un stator à griffes (voir figure 9). L'interaction des aimants en surface du rotor avec la denture statorique génère un couple dit de détente. Ce dernier est fonction de la position du rotor $\theta_{72}$ et du nombre de paire de pôles, noté $p = 7$. Le couple de détente est considéré comme un couple résistant vis à vis de l'action du ressort.

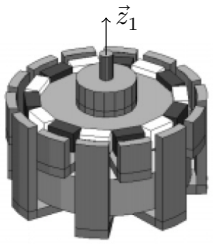



**Figure 9** Génératrice

Une simulation par éléments finis de la génératrice prenant en compte les matériaux utilisés, permet de déduire une expression du couple de détente. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 10.

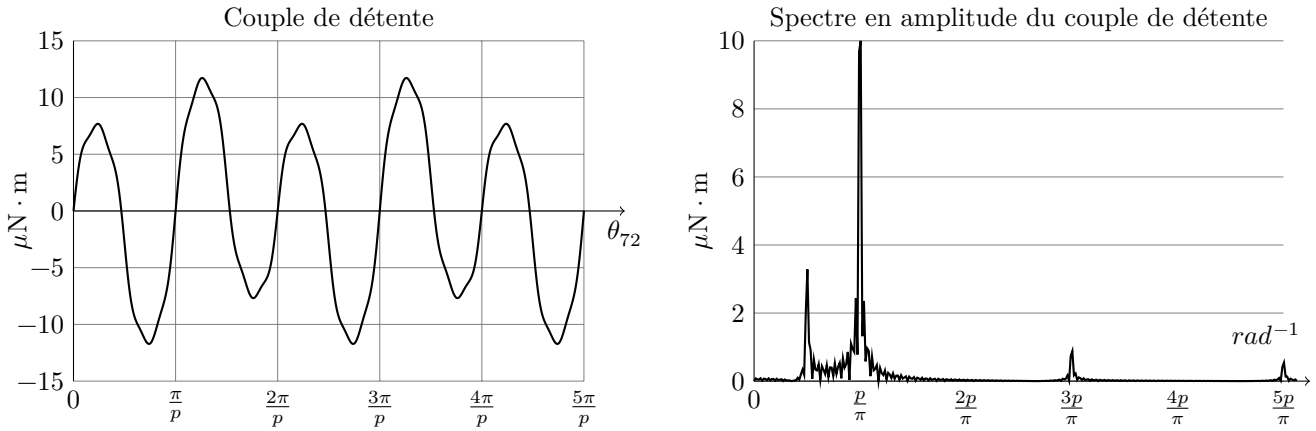



**Figure 10** Couple de détente obtenu par simulation

**Q 8.** Choisir un modèle du couple de détente $C_d(\theta_{72})$, limité à un seul harmonique, à partir des représentations spectrales et temporelles.

L'action mécanique de **6** sur **7** est représentée par le torseur $\{6 \to 7\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{67} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$ avec $\vec{R}_{67} = R_{67}(\cos\delta_0 \vec{x}_2 + \sin\delta_0 \vec{y}_2)$. On souhaite déterminer la relation entre la valeur crête du couple de détente et l'énergie maximale stockée dans le ressort.

**Q 9.** Par application du théorème du moment dynamique en C au solide **6** (masse négligeable) dans son mouvement par rapport à **1**, donner la relation liant $R_{67}$ au couple développé par le ressort.

**Q 10.** Par application du théorème du moment dynamique en D au solide **7** dans son mouvement par rapport à **1** (phase de charge seule), donner la relation liant $R_{67}$ au couple de détente $C_d(\theta_{72})$ de la génératrice.

À l'instant précédent la décharge, l'évolution de la position de la génératrice $\theta_{72}$ peut être considérée comme quasi-statique.

**Q 11.** Montrer que, dans ce cas, l'amplitude du couple de détente notée $C_{d0}$ s'exprime par $C_{d0} = -\dfrac{K_R(\theta_{62} - \theta_{5'2})}{k_2}$.

En déduire, à partir des résultats précédents, la rotation relative des extrémités du ressort conduisant à une décharge. Expérimentalement, la valeur trouvée est de 150°. Comparer ces deux résultats.


BY-NC-SA

Afin de déterminer l'énergie maximale stockée dans le ressort, on envisage le calcul de puissance développée par le ressort spiral monté entre les solides **5**' et **6**.

**Q 12.** Donner l'expression de la puissance développée par le ressort (notée $P_R$) en fonction de $\theta_{62} - \theta_{5'2}$, $K_R$ et $\Omega_{5'6}$. En déduire que l'énergie de déformation $E_d$ (définie par $P_R = -\mathrm{d}E_d/\mathrm{d}t$) du ressort est donnée par $E_d = \frac{1}{2}K_R(\theta_{62} - \theta_{5'2})^2$. Faire l'application numérique et conclure sur l'énergie stockée dans le ressort avant une décharge.

### I.D.2) Quantification de l'énergie récupérée, étude de la décharge

Lorsque le ressort a emmagasiné suffisamment d'énergie, une décharge se produit et la génératrice débite un courant sur un redresseur actif et sur un élément de stockage de technologie Li-Ion. Le couple électromagnétique de la génératrice est alors non nul et peut être déterminé à partir de l'expression du courant débité par la génératrice, noté $i_g$.

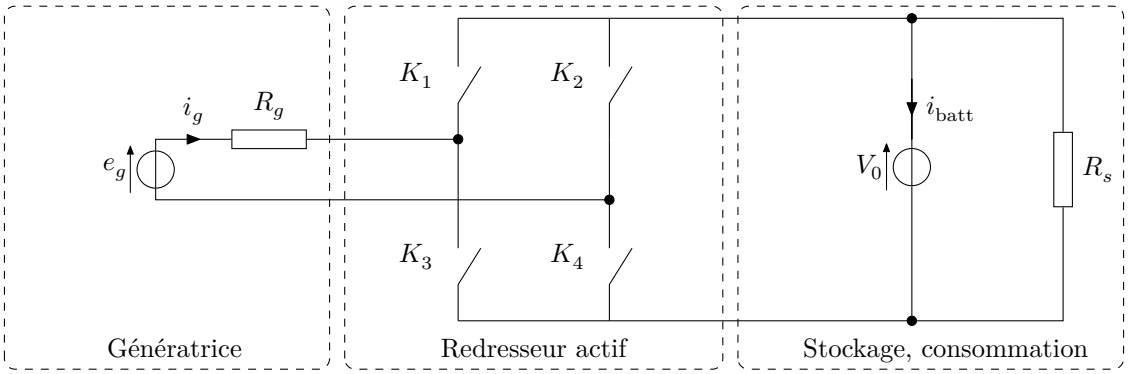



**Figure 11** Chaine d'énergie côté électrique

Le redresseur actif est un modulateur AC-DC dont les interrupteurs à semi-conducteurs $K_1$ à $K_4$ sont des transistors MOS commandés en pleine onde. Grâce à la commande, le fonctionnement est le même qu'un redresseur à diodes standard et les formes d'ondes peuvent donc être déterminées de la même manière.

**Hypothèses et notations**

- le modèle de connaissance de la génératrice est défini par les équations suivantes : le flux $\phi(\theta_{72}) = \phi_{\max}\sin(p\theta_{72})$, la fém $e_g(t) = \mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t$, la puissance électromagnétique $p_{em}(t) = e(t)i_g(t) = c_{em}(t)\dot{\theta}_{72}(t)$, $\phi_{\max} = 0{,}7$ mWb, le nombre de paires de pôles p = 7 ;
- le couple électromagnétique est défini par la relation suivante : $c_{em}(\theta_{72}) = i_g(\theta_{72})\dfrac{\mathrm{d}\phi(\theta_{72})}{\mathrm{d}\theta_{72}}$ ;
- les pertes au niveau de la génératrice sont limitées aux pertes par effet Joule et aux pertes par frottements visqueux ;
- la résistance d'induit de la génératrice notée $R_g$ vaut 320 Ω, l'inductance $L_g$ de la génératrice est négligée ;
- la vitesse de rotation de la génératrice $\dot{\theta}_{72}$ est supposée constante pour cette étude ;
- un interrupteur (transistor MOS) à l'état passant sera modélisé par une résistance $R_d = 30\ \Omega$ ;
- pour chaque interrupteur, les pertes par commutation sont négligées devant les pertes par conduction qui correspondent aux pertes par effet Joule dans la résistance $R_d$ ;
- la tension $V_0$ de l'élément de stockage est supposée constante et égale à 1,5 V durant une décharge.

**Q 13.** Donner le modèle équivalent de l'ensemble génératrice+redresseur+stockage lorsque $K_1$ et $K_4$ sont passants. En déduire la valeur maximale du courant $i_g$, notée $I_{\text{gmax}}$, en fonction de $p$, $\phi_{\max}$, $\dot{\theta}_{72}$, $R_d$, $R_g$ et $V_0$.

Une simulation permet d'obtenir une représentation du courant débité par la génératrice. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 12.

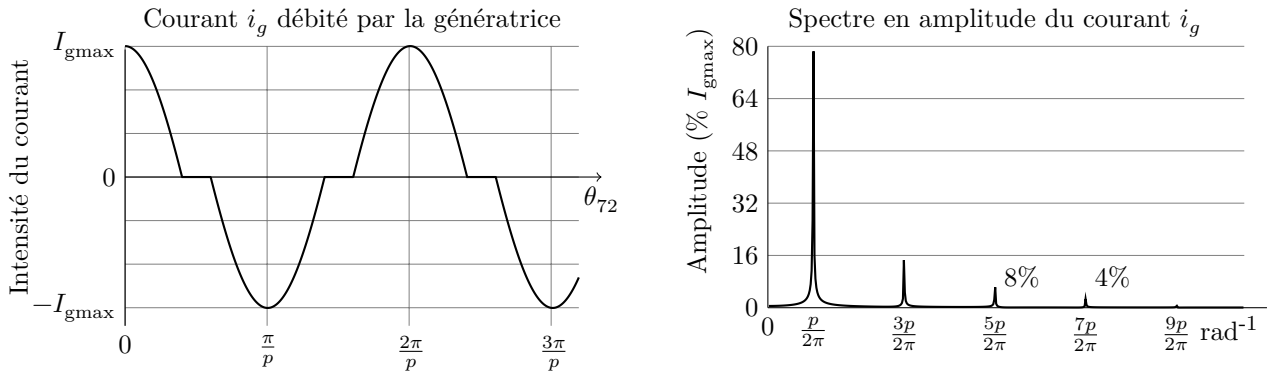



**Figure 12** Courant débité par la génératrice obtenu par simulation


BY-NC-SA

**Q 14.** Choisir le modèle du courant $i_g(\theta_{72})$, limité à un seul harmonique, à partir de ses représentations spectrales et temporelles. En déduire le modèle du couple électromagnétique, valable lors d'une décharge du ressort.

**Q 15.** Déduire des résultats des questions 9, 10 et 14, l'équation de mouvement du rotor **7** de la génératrice.

### I.D.3) Évaluation des pertes dans la chaîne d'énergie lors d'une décharge

La représentation de la solution de l'équation de mouvement du rotor **7**, pour un mouvement d'entrée tel que $\alpha = \omega_1 t - \pi/2$ avec $\omega_1 = 9{,}4$ rad $\cdot$ s$^{-1}$ est donnée figure 13. L'évaluation de l'énergie récupérée par l'élément de stockage est réalisée en régime permanent. Les pertes dans la génératrice et dans le redresseur actif sont alors évaluées à partir des résultats précédents.

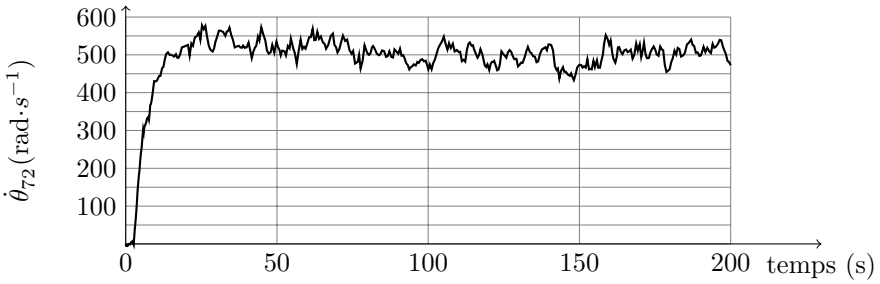



**Figure 13** Vitesse de rotation de la génératrice

Une identification expérimentale a permis d'une part, l'évaluation du coefficient de frottement visqueux dans la liaison pivot de la génératrice $f_{vg} = 1{,}5 \times 10^{-9}$ N $\cdot$ m $\cdot$ s $\cdot$ rad$^{-1}$ et, d'autre part, de montrer le caractère négligeable des pertes par frottement sec. Une simulation a permis de déterminer les valeurs moyennes et efficaces des courants pour les interrupteurs $K_1$ à $K_4$ : $<i_{K1}> = <i_{K2}> = <i_{K3}> = <i_{K4}> = 0{,}76$ mA ; $I_{K1} = I_{K2} = I_{K3} = I_{K4} = 0{,}88$ mA.

**Q 16.** Donner une expression littérale des puissances dissipées dans la génératrice. Calculer les valeurs numériques en prenant en compte les harmoniques de la figure 12. Déterminer les pertes en conduction pour l'interrupteur $K_1$. En déduire les pertes totales pour le redresseur actif puis, justifier ce choix technologique par rapport à un redresseur de type pont de diodes en s'appuyant sur une évaluation comparée des pertes. Les diodes seront modélisées à l'état passant par une source de tension $V_{d0} = 0,2$ V.

**Q 17.** Conclure sur quel élément il faudrait agir en priorité pour améliorer le rendement de la chaine d'énergie.

Le courant chargeant l'élément de stockage est relié au courant de la génératrice par la fonction de modulation approchée $i_{\text{batt}}(\theta_{72}) = i_g(\theta_{72}) \times 0{,}7\cos(p\theta_{72})$. On suppose le courant de décharge de la batterie négligeable devant le courant de charge.

**Q 18.** Déterminer l'énergie récupérée dans l'élément de stockage pour une décharge du ressort sachant qu'elle dure environ 40 ms puis, conclure sur l'énergie totale récupérée sur une journée moyenne (10 000 décharges par jour).

# II Évaluation de la capacité à mettre à l'heure automatiquement

**Objectif**

Vérifier que l'énergie récupérée en une journée permet la mise à l'heure automatique.

La première étape consiste en l'étude de la récupération des signaux horaires, la deuxième en la vérification de la capacité du système à réaliser la mise à l'heure automatique.

### *II.A – Modélisation de la récupération du signal de mise à l'heure*

Afin d'être parfaitement à l'heure, la montre utilise les signaux horaires DCF77 qu'elle reçoit automatiquement chaque jour à deux heures du matin. Si la réception des ondes radio est réussie, celle-ci n'est pas effectuée à trois et quatre heures du matin. La réception peut aussi être demandée par l'utilisateur. L'émetteur de ces signaux horaires est situé en Allemagne à Mainflingen et transmet les signaux horaires de l'horloge atomique à jet de césium de l'institut fédéral de physique de Braunschweig.

Les signaux horaires de l'horloge atomique sont transmis via une modulation d'amplitude de fréquence de porteuse $f_0 = 77{,}5$ kHz. L'émetteur a une puissance de 30 kW, sa portée minimale est de 1 500 km. La structure de la chaîne d'information pour le signal DCF77 est représentée figure 14.

Le circuit de commande de la montre traite et compare les informations reçues avec celles de l'horloge interne. Si elles diffèrent, la correction est automatique.


BY-NC-SA

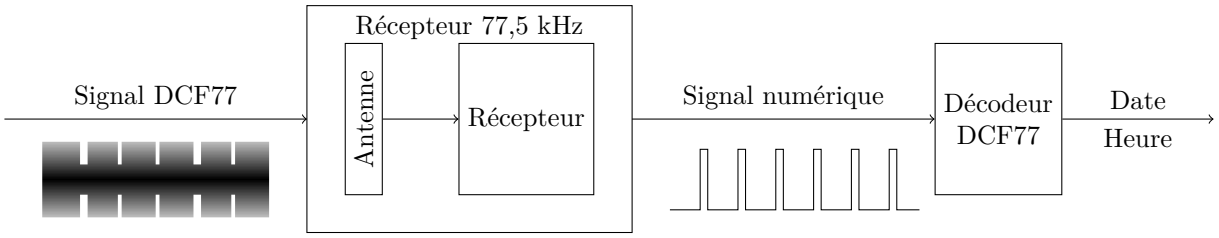



**Figure 14**

### II.A.1) Récupération du signal transmis

La relation entre la puissance reçue par le récepteur $P_r$ (en dBm), la puissance émise $P_e$ (en dBm), la distance parcourue par l'onde $d$ (en km) et la fréquence de la porteuse $f_0$ (en Hz) est :
$P_r = P_e - 20\log_{10}(d) - 20\log_{10}(f_0) + 27{,}5$
La puissance en dBm est définie à partir de la puissance en milliwatt par la relation suivante :
$P_{dBm} = 10\log_{10}(P_{mW})$

**Q 19.** Justifier le choix de l'utilisation d'une modulation d'amplitude pour transmettre les signaux DCF77 dans toute l'Europe (rayon de 1 500 km autour de l'émetteur). Vérifier que les signaux sont détectables en déterminant la distance maximale de réception si la sensibilité du récepteur de la montre est de −60 dBm.

Afin de pouvoir récupérer le signal horaire DCF77, la démodulation est réalisée à l'aide d'un démodulateur synchrone. Ce dernier permet de récupérer le signal modulant $m(t)$ en multipliant le signal modulé adapté $v_e(t)$ par un signal sinusoïdal $v_0(t)$ de même fréquence que la porteuse puis en le filtrant.

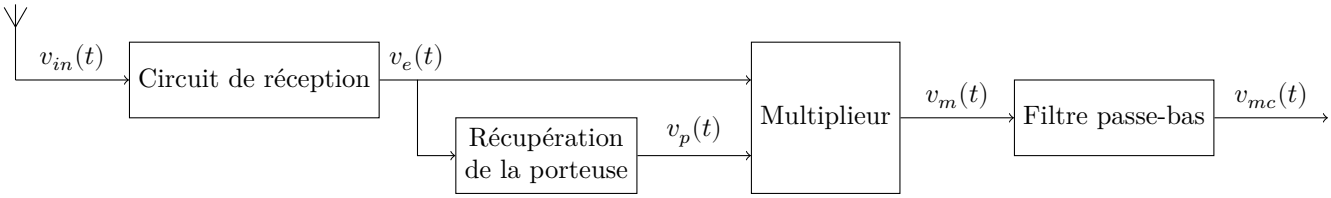



**Figure 15** Démodulation synchrone

**Hypothèses et notations**

- le signal horaire DCF77 mis en forme est défini par la relation $v_e(t) = \hat{V}_e(1 + km(t))\cos(\omega_0 t)$, où $m(t)$ est le signal modulant du DCF77, $\omega_0$ la pulsation de la porteuse du signal DCF77 et $\hat{V}_e = 5$ V ;
- le multiplieur est défini par la relation $v_m(t) = Av_e(t)v_p(t)$ ;
- $v_p(t) = \hat{V}_p\cos(\omega_0 t + \varphi_{eb})$ où $\varphi_{eb}$ est l'erreur de phase due au bruit qui se superpose dans les conditions réelles de transmission ;
- le filtre passe-bas est défini par le gabarit de la figure 16.

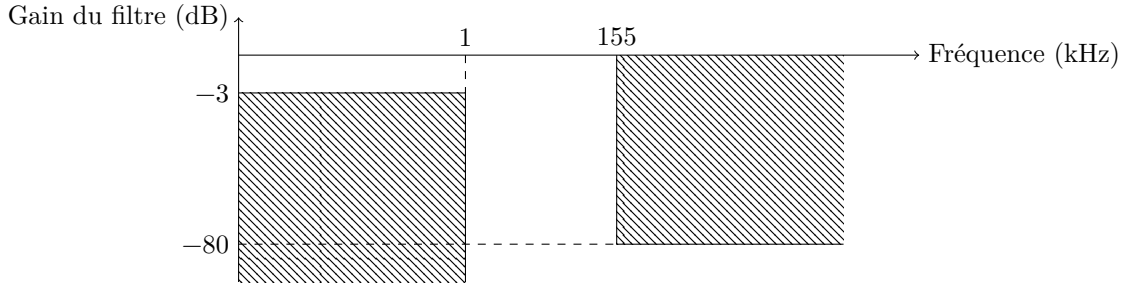



**Figure 16** Gabarit du filtre passe-bas

**Q 20.** Déterminer l'expression de la tension en sortie du multiplieur $v_m(t)$. En déduire l'expression de $v_{mc}(t)$ à partir du gabarit du filtre passe-bas puis, déterminer la valeur de l'erreur de phase $\varphi_{eb}$ pour laquelle la récupération du signal modulant n'est plus possible.

Pour corriger ce problème, une boucle à verrouillage de phase (BVP) est utilisée pour récupérer la porteuse en réalisant un asservissement de phase. La structure de la BVP est représentée figure 17.

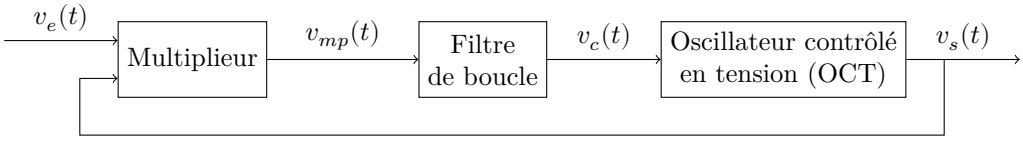



**Figure 17** Structure de la boucle à verrouillage de phase


BY-NC-SA

Cette boucle à verrouillage de phase est composée de trois sous-ensembles :
- un multiplieur défini par $v_{mp}(t) = K_d v_e(t) v_s(t)$ avec $K_d = 5\ \text{V} \cdot \text{rad}^{-1}$ ;
- un filtre de boucle passe-bas de gain unitaire, permettant d'atténuer les harmoniques de pulsation supérieure à $\omega_0$ à la sortie du mutliplieur ;
- un oscillateur contrôlé en tension (OCT) délivrant un signal sinusoïdal d'amplitude constante et de pulsation proportionnelle à la tension de sortie du filtre de boucle.

**Hypothèses et notations**
- la tension d'entrée de la BVP est supposée de la forme $v_e(t) = \hat{V}_e \cos(\theta_e(t)) = \hat{V}_e \cos(\omega_0 t + \varphi_e(t))$ de pulsation instantanée $\omega_e(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_e(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_0 + \dfrac{\mathrm{d}\varphi_e(t)}{\mathrm{d}t}$ et de phase $\varphi_e(t)$ ;
- la tension de sortie de la BVP est supposée de la forme $v_s(t) = \hat{V}_s \sin(\theta_s(t)) = \hat{V}_s \sin(\omega_0 t + \varphi_s(t))$ de pulsation instantanée $\omega_s(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_s(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_0 + \dfrac{\mathrm{d}\varphi_s(t)}{\mathrm{d}t}$ et de phase $\varphi_s(t)$ ;
- la composante variable $\dfrac{\mathrm{d}\varphi_s(t)}{\mathrm{d}t}$ est proportionnelle à la tension de commande $v_c(t)$ ; on pose $\dfrac{\mathrm{d}\varphi_s(t)}{\mathrm{d}t} = K_0 v_c(t)$ avec $K_0 = 2\pi 10^4\ \text{rad} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ;
- les écarts par rapport à $\omega_0$ des pulsations instantanées de $v_s(t)$ et de $v_e(t)$ sont très faibles devant $\omega_0$, soit $\left|\dfrac{\mathrm{d}\varphi_s(t)}{\mathrm{d}t}\right| \ll \omega_0$ et $\left|\dfrac{\mathrm{d}\varphi_e(t)}{\mathrm{d}t}\right| \ll \omega_0$.

L'objectif est d'asservir $\varphi_s(t)$ à $\varphi_e(t)$, considérées respectivement comme les grandeurs de sortie et d'entrée de l'asservissement de phase qui peut être représenté par le schéma-bloc de la figure 18.

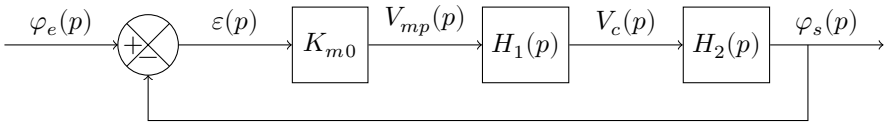



**Figure 18** Schéma-bloc de l'asservissement de $\varphi_s(p)$ à $\varphi_e(p)$

La BVP est supposée verrouillée, c'est à dire que la différence de phase $\varphi_e(t) - \varphi_s(t)$ reste proche de 0. Dans ce cas, les tensions $v_e(t)$ et $v_s(t)$ sont en quadrature de phase. L'écart statique en régime permanent en réponse à un échelon unitaire de phase doit être nul.

### II.A.2) Modélisation des constituants de la BVP

**Q 21.** Déterminer la différence de potentiel $v_{mp}(t)$ à la sortie du multiplieur puis, simplifier l'expression obtenue en ne conservant que la composante basse fréquence non attenuée par le filtre de boucle. En déduire l'expression du gain $K_{m0}$, en linéarisant l'expression précédente autour du point de repos $\varphi_e(t) - \varphi_s(t) \approx 0$.

Les diagrammes de Bode du filtre de boucle de fonction de transfert $H_1(p)$ sont donnés figure 19.

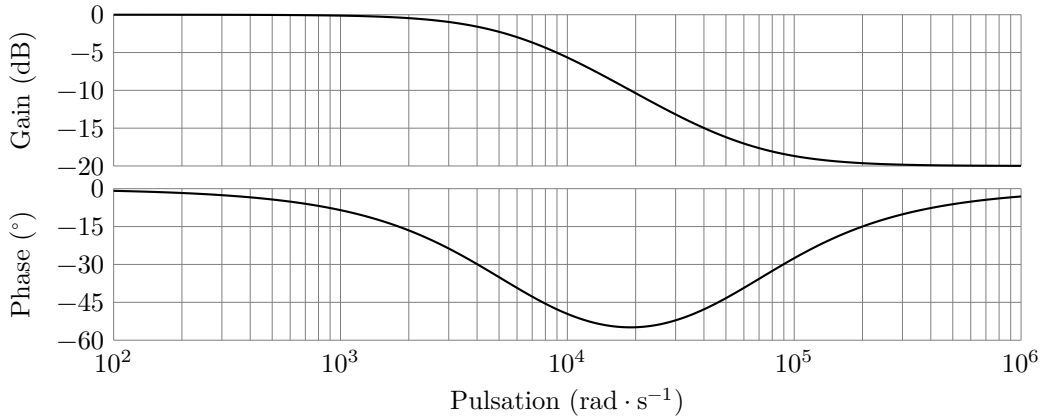



**Figure 19** Diagrammes de Bode de $H_1(p)$

**Q 22.** Identifier les paramètres de la fonction de transfert $H_1(p) = K_c \dfrac{1+\tau_1 p}{1+\tau_2 p}$ du filtre de boucle à partir des diagrammes de Bode ; déterminer la fonction de transfert $H_2(p)$ modélisant l'oscillateur contrôlé en tension (OCT). En déduire, à l'aide de la la figure 18, la fonction de transfert en boucle ouverte notée $H_{BO}(p)$.

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte ainsi corrigée sont représentés figure 20.


BY-NC-SA

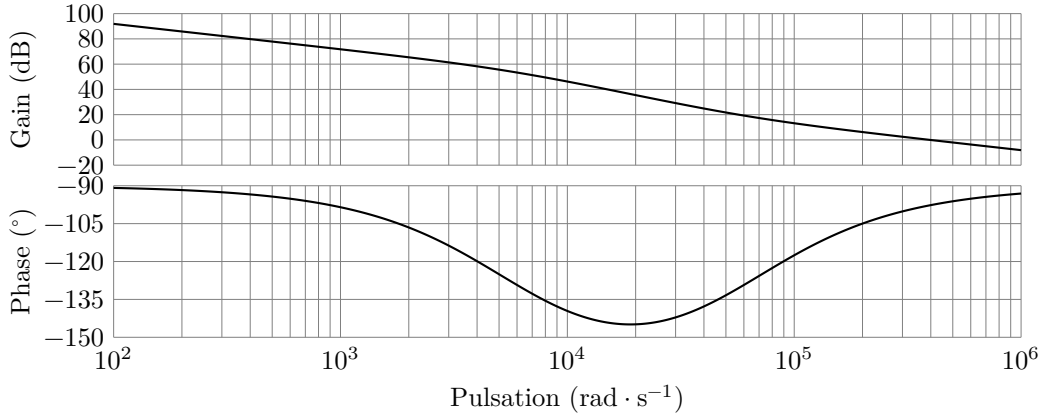



**Figure 20** Diagrammes de Bode de la fonction de transfert en Boucle ouverte

**Q 23.** Étudier la stabilité de la boucle à verrouillage de phase et déterminer l'écart statique en régime permanent et en réponse à un échelon unitaire de phase. Indiquer si tous les critères permettant de réaliser une démodulation synchrone sont respectés.

### II.A.3) Décodage des informations transmises

Les signaux horaires DCF77 sont codés en BCD (Décimal Codé Binaire). Un exemple de codage BCD est donné figure 21. Chaque trame est divisée en soixante secondes. Au début de chaque seconde, l'amplitude de l'onde émise est réduite à environ 15% de l'amplitude initiale. La durée de cette réduction définit la valeur du bit transmis, 100 ms pour un 0 et 200 ms pour un 1.

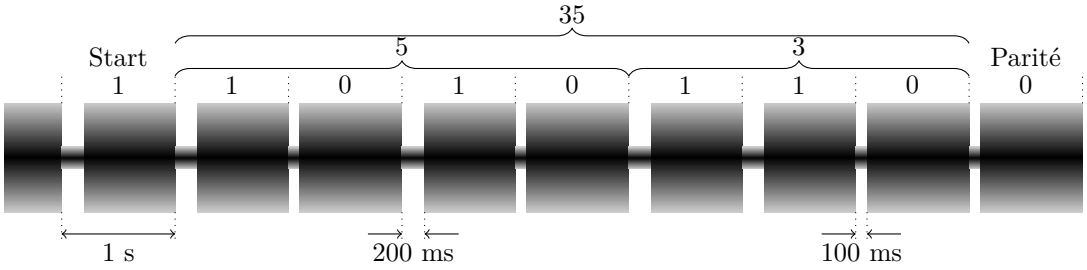



**Figure 21** Exemple de trame DCF77 (bits 20 à 28) donnant les minutes (35 ici)

Chaque trame donne l'heure légale de la minute suivante, le début de la trame suivante agit donc comme le top horaire de l'horloge parlante (« au top, il sera exactement ... »). La signification des 59 bits d'une trame est donnée par le tableau ci-dessous.

| Bits | Signification |
|---|---|
| 0 | Début de trame (bit à 0) |
| 1–14 | Contient des données d'alerte ou de météorologie transmises par des tierces parties |
| 15 | Bit d'alerte pour signaler à l'opérateur un dysfonctionnement du système |
| 16 | Indication d'un changement d'heure été/hiver au début de l'heure suivante |
| 17–18 | Décalage de l'heure émise par rapport au temps UTC<br>– 01 : UTC+1h (heure d'hiver)<br>– 10 : UTC+2h (heure d'été) |
| 19 | Indication d'ajout d'une seconde intercalaire à la fin de l'heure (correction des irrégularités de rotation de la Terre) |
| 20 | Bit de start, toujours à 1, marque le début de la transmission des informations horaires |
| 21–27 | Minutes (0 à 59) codées en BCD, le poids de chaque bit 21 à 27 est respectivement 1, 2, 4, 8, 10, 20 et 40 |
| 28 | Bit de parité paire sur les bits 21 à 27 |
| 29–34 | Heure (0 à 23) codée en BCD, le poids de chaque bit 29 à 34 est respectivement 1, 2, 4, 8, 10 et 20 |
| 35 | Bit de parité paire sur les bits 29 à 34 |
| 36–41 | Jour dans le mois (1 à 31) codé en BCD, le poids de chaque bit 36 à 41 est respectivement 1, 2, 4, 8, 10 et 20 |
| 42–44 | Jour de la semaine (1 à 7) codé en BCD, le poids de chaque bit 42 à 44 est respectivement 1, 2 et 4 |
| 45–49 | Numéro du mois (1 à 12) codé en BCD, le poids de chaque bit 45 à 49 est respectivement 1, 2, 4, 8 et 10 |


BY-NC-SA

| Bits | Signification |
|---|---|
| 50–57 | Année dans le siècle (0 à 99) codée en BCD, le poids de chaque bit 50 à 57 est respectivement 1, 2, 4, 8, 10, 20, 40 et 80 |
| 58 | Bit de parité paire sur les bits 36 à 57 |

Le codage horaire commence véritablement à la seconde 20. Puisque les minutes vont de 0 à 59, le chiffre des dizaines n'est jamais supérieur à 5 et donc il peut être codé sur 3 bits seulement. Des raisonnements similaires s'appliquent pour l'heure, le jour du mois et le mois. Il est à noter également que les bits de poids faibles sont transmis en premier. Les jours de la semaine sont codés suivant la norme ISO 8601 de 1 (lundi) à 7 (dimanche). Le bit de parité d'un groupe de bits est à 0 si le nombre de bits à 1 dans le groupe est pair, à 1 si le nombre de bits à 1 dans le groupe est impair.

Dans la suite de cette étude, les bits de la trame pourront être notés $B_i$, où $i$ est le numéro du bit de la trame.

Un exemple de trame reçue à deux heures du matin lors de la connexion quotidienne (bits 20 à 58 uniquement) est :

1 10000001 1100000 000011 111 11000 00101000 1

**Q 24.** Indiquer l'intérêt du contrôle de parité dans la transmission. Proposer un algorithme (ou des fonctions logiques) permettant de détecter l'existence d'une erreur dans la transmission des heures. Expliquer alors comment déterminer s'il y a eu une erreur dans la transmission de la trame complète.

**Q 25.** Décoder les informations contenues dans la trame ci-dessus et en déduire l'opération de mise à l'heure qui sera effectuée.

### *II.B – Modélisation du moteur de commande des aiguilles et évaluation de la consommation*

Le mouvement des aiguilles de la montre est réalisé par un moteur pas à pas Lavet à rotor bipolaire. Son fonctionnement nécessite des impulsions alternativement positives et négatives. La durée des impulsions dépend de la technologie du moteur et varie de 2 à 20 ms. Afin de déterminer l'énergie nécessaire pour la mise à l'heure, une simulation des modèles du moteur et de sa commande est envisagée dans l'étude qui suit.

**Hypothèses et notations**

- la tension $V_0$ de l'élément de stockage est supposée constante et égale à 1,5 V ;
- le modèle de connaissance du moteur Lavet est défini par les équations suivantes : $u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \dfrac{\mathrm{d}i_m(t)}{\mathrm{d}t} + e(t)$ ; $e(t) = k\sin(\theta)\Omega(t)$ ; $c_{em}(t) = k\sin(\theta) i_m(t)$ ; avec $\theta(t)$ et $\Omega(t)$ la position et la vitesse du rotor du moteur Lavet, $u_m(t)$ la tension statorique, $i_m(t)$ le courant statorique, $R_m$ la résistance de l'enroulement et $L_m$ l'inductance propre ;
- lors d'une opération de mise à l'heure le moteur Lavet est commandé en pleine onde ;

Un essai à rotor bloqué avec un échelon de tension de 1 V a permis d'obtenir le relevé du courant $i_m(t)$ représenté figure 22.

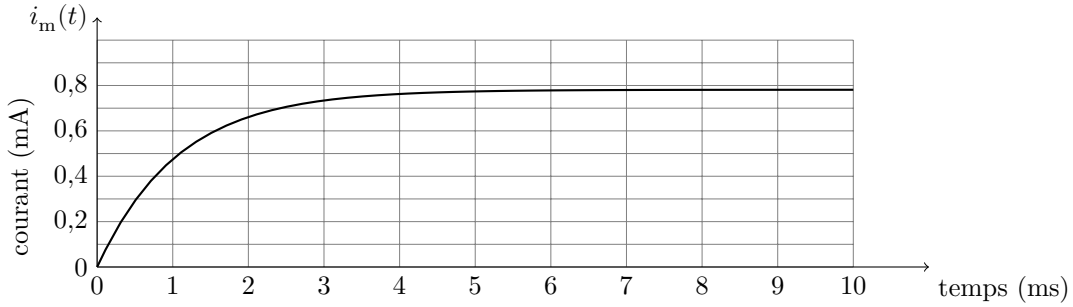



**Figure 22** Évolution du courant du moteur Lavet avec un essai à rotor bloqué

**Q 26.** Dans le cas de l'essai à rotor bloqué, simplifier les équations du modèle de connaissance. En déduire, à partir des résultats de la figure 22, le modèle équivalent du stator du moteur Lavet (inductance $L_m$ et résistance $R_m$) à implanter dans le logiciel de simulation.

Lors d'une mise à l'heure, la tension à imposer aux bornes du moteur est représentée figure 23 ainsi que la structure de commande du micromoteur Lavet.

**Q 27.** Indiquer si la règle d'association des sources est respectée. Justifier le choix technologique pour les interrupteurs de puissance ainsi que la structure utilisée pour commander le moteur Lavet. Déterminer la loi de commande à paramétrer dans la simulation pour obtenir la tension représentée figure 23.


BY-NC-SA

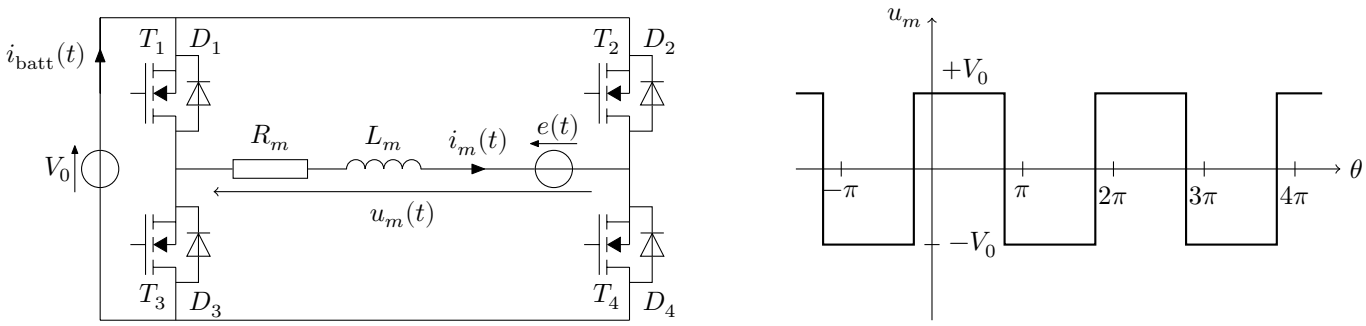



**Figure 23** Structure de commande et tension à appliquer

Le modèle implanté dans un logiciel de simulation multiphysique a permis d'obtenir la vitesse angulaire du rotor et le courant débité $i_{\text{batt}}(t)$ en régime permanent par l'élément de stockage lors d'une opération de mise à l'heure (cf figure 24).

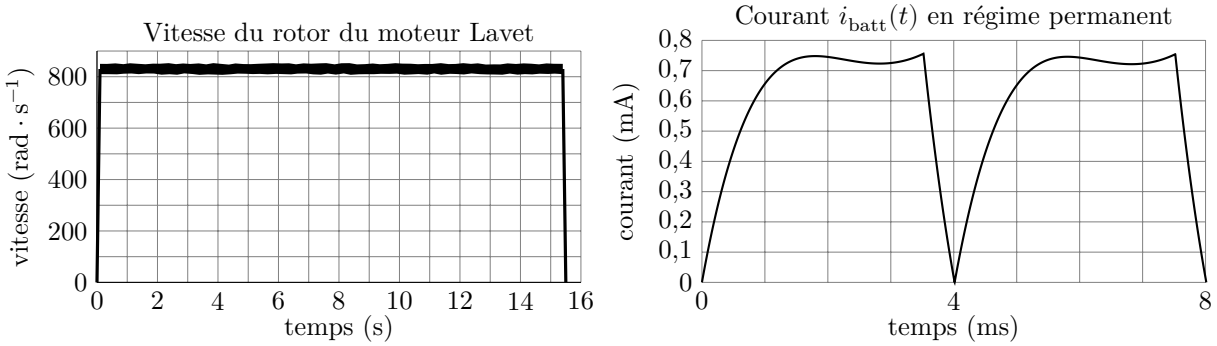



**Figure 24** Résultats de la simulation pour une opération de mise à l'heure

**Q 28.** À partir des relevés précédents, évaluer numériquement l'énergie nécessaire pour effectuer la mise à l'heure. Conclure par rapport aux spécifications du cahier des charges données au début du sujet.

# III Conclusion sur l'étude

**Q 29.** Énoncer en quelques lignes, une synthèse des modélisations conduites en précisant à la fois, les limites des résultats obtenus mais aussi, les hypothèses ou choix effectués qui vous paraissent devoir être réexaminés.

• • • FIN • • •


BY-NC-SA

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Filtrage linéaire
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Électronique numérique
- Architecture de l'ordinateur et représentation des nombres

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/tsi