Concours Centrale-Supélec, France

Session 2025, filière TSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : potentiel de réchauffement climatique (PRC) lié à la construction
- Partie B : influence de l'isolation thermique
- Partie C : régulation du point de fonctionnement du groupe photovoltaïque
- Partie D : structure maintenant l'inclinaison des panneaux
- Partie E : synthèse des émissions de gaz à effet de serre

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/tsi/2025/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

S2I

TSI

2025

4 heures

Calculatrice autorisée

Résidence ABC (*Autonomous Building for Citizens*)

Présentation

Ce sujet porte sur l'étude des impacts environnementaux d'une résidence basse consommation construite à Grenoble par Bouygues Construction en 2018, et dont la conception remonte à 2012. Ce projet est représenté à la figure 1 et porte le nom « ABC » (*Autonomous Building for Citizens*). Il est conçu de manière à minimiser ses impacts sur l'environnement (notamment sa consommation d'énergie, d'eau, et ses émissions de gaz à effet de serre). Parmi ces différents types d'impacts, le sujet se concentre sur celui ayant des conséquences sur le changement climatique, la résidence ABC mesurant ses émissions équivalentes de gaz à effet de serre. En effet, d'après l'ADEME, le secteur du bâtiment était en 2017 le premier consommateur d'énergie (environ 45 %) et la deuxième source d'émission de CO_2 (environ 23 %) en France derrière les transports.



Figure 1 – Vue d'artiste et prise de vue réelle de la résidence ABC. *Crédits photos : Valode et Pistre Architectes ; France Télévisions*

- Objectif

L'objectif de ce sujet est d'estimer le Potentiel de Réchauffement Climatique (noté PRC) qui quantifie les rejets de gaz à effet de serre de la résidence ABC et de valider sa conformité aux normes actuellement en vigueur.

Pour être fiable et exhaustive, l'analyse de l'impact sur le réchauffement climatique se doit d'être effectuée sur l'ensemble du cycle de vie du bâtiment, qui est représenté à la figure 2.

Les émissions de gaz à effet de serre d'un bâtiment proviennent majoritairement de ses matériaux de construction (phases d'extraction, et de production des matières premières) et de sa consommation d'énergie au cours de sa durée de vie (phase d'exploitation). L'énergie consommée par la résidence ABC lors de son exploitation est d'origine électrique ; afin de minimiser son impact environnemental, elle est produite par un groupe photovoltaïque, constitué de panneaux installés sur ses toits.

Afin d'étudier l'impact sur le réchauffement climatique de la résidence ABC, la démarche suivante est adoptée :

- calcul du PRC lié aux matériaux et à la construction du bâtiment ;
- quantification de l'influence de l'isolation sur la consommation électrique et sur le PRC ;
- régulation du point de fonctionnement du groupe photovoltaïque pour maximiser sa production ;
- validation de la structure mécanique permettant de maintenir l'inclinaison des panneaux photovoltaïques ;
- synthèse de l'impact sur le réchauffement climatique du bâtiment sur cinquante ans.

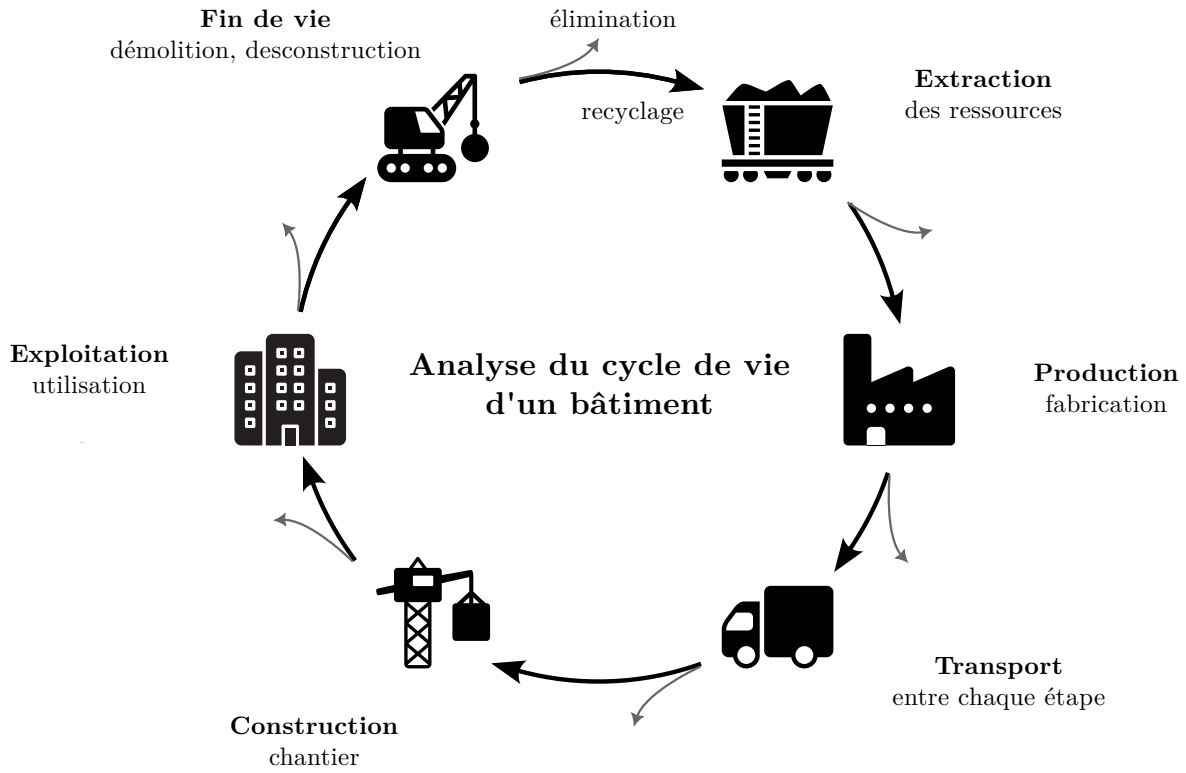


Figure 2 – Étapes du cycle de vie d'un bâtiment (librement inspiré de *www.ecobatys.bzh*).

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont repérées par un soulignement de leur numéro. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Partie A – Calcul du PRC lié à la construction

- Objectif

Vérifier la conformité de l'indice de construction vis-à-vis des émissions de gaz à effet de serre.

Les émissions équivalentes de gaz à effet de serre sont mesurées en kilogrammes équivalent CO_2 ($kgCO_2$) par le Potentiel de Réchauffement Climatique, noté PRC.

On estime le volume total de béton armé V_b utilisé pour le chantier de la résidence ABC à $V_b = 2\,000$ m^3. Une estimation des émissions équivalentes du béton armé sur l'ensemble de son cycle de vie est disponible dans la base de données spécialisée INIES, et vaut 115 $kgCO_2$ pour un volume de référence de 0,2 m^3.

Q1. Estimer le PRC total lié au béton armé nécessaire à la réalisation de la résidence, noté PRC_b.

En utilisant la même méthode, on peut déterminer les émissions des autres matériaux de construction et équipements, évaluées à $PRC_{\overline{b}} = 2{,}61 \times 10^6$ $kgCO_2$. Ce résultat ne prend cependant pas en compte les émissions des engins de chantier lors de la construction de l'immeuble.

La consommation de gazole non routier a été chiffrée à $V_{\text{GNR}} = 1{,}6 \times 10^3$ L pour le terrassement, et $V_{\text{GR}} = 2{,}2 \times 10^3$ L supplémentaires pour le gazole routier dû au transport vers le lieu d'évacuation situé à 50 km du lieu de construction. La consommation d'électricité du chantier s'élève à $E_c = 405 \times 10^3$ kW · h. On donne les émissions équivalentes de CO_2 associées à l'usage d'un litre de gazole $e_g = 2{,}6$ $kgCO_2 \cdot L^{-1}$, et d'un kilowattheure d'électricité fournie par le réseau $e_r = 79 \times 10^{-3}$ $kgCO_2 \cdot kW^{-1} \cdot h^{-1}$.

Q2. Calculer les émissions de CO_2 dues à la consommation de gazole et d'électricité des engins de chantier, notée PRC_c. En déduire PRC_{total}.

Pour un bâtiment d'habitation de cette taille, la norme impose de ne pas dépasser $PRC_{\text{total}} = 4 \times 10^6$ $kgCO_2$.

Q3. Conclure sur la conformité de la résidence ABC vis-à-vis de cette norme.

Partie B – Quantification de l'influence de l'isolation thermique sur la consommation d'électricité lors de l'exploitation

- Objectif

Justifier l'installation de l'isolation thermique vis-à-vis de l'impact sur le changement climatique.

Une fois le bâtiment construit et livré, ses émissions de gaz à effet de serre sont principalement dues à la consommation d'électricité de ses habitants. Le chauffage électrique est le premier poste de consommation et dépend de deux facteurs :

- la différence entre la température intérieure T_{int} et la température extérieure T_{ext}, mesurée en kelvin (K), qui dépend de la situation météorologique ;
- la résistance thermique R_{th} des parois extérieures de l'immeuble, dont l'unité est le kelvin par watt ($\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$).

Afin de prendre en compte les variations météorologiques (en particulier l'effet des saisons), on intègre $T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}$ sur une année. Cette valeur, divisée par 365, définit les Degrés Jours Unifiés (DJU). On donnera cette grandeur en kilokelvin-heure ($\text{kK} \cdot \text{h}$), afin de faciliter le calcul de l'énergie de chauffage annuelle, dont l'unité conventionnelle est le kilowatt-heure ($\text{kW} \cdot \text{h}$). L'énergie moyenne dépensée sur une année pour le chauffage s'écrit alors :

$$E_c = \frac{365 \times \text{DJU}}{R_{\text{th}}}.$$

Les données météorologiques de la région de Grenoble depuis 2015 ont permis de d'estimer le DJU moyen à 0,214 $\text{kK} \cdot \text{h}$ pour une température intérieure de $T_{\text{int}} = 20\ ^\circ\text{C}$.

Pour calculer R_{th}, on utilisera une analogie électrique en régime permanent. La température est analogue au potentiel électrique et le flux de chaleur (en W) qui circule des hautes températures vers les basses températures est analogue au courant. On peut alors définir un circuit électrique équivalent, représenté sur la figure 3 : le système de chauffage de l'immeuble produit un flux de chaleur $J > 0$, la température extérieure (froide) est notée T_{ext} et la température intérieure (chaude) est notée T_{int}. On suppose que la consommation électrique du système de chauffage est égale à sa production thermique. Les murs sont en béton, couverts à l'extérieur par une isolation en liège et percés de fenêtres à triple-vitrage afin de limiter au maximum l'impact sur le réchauffement climatique.

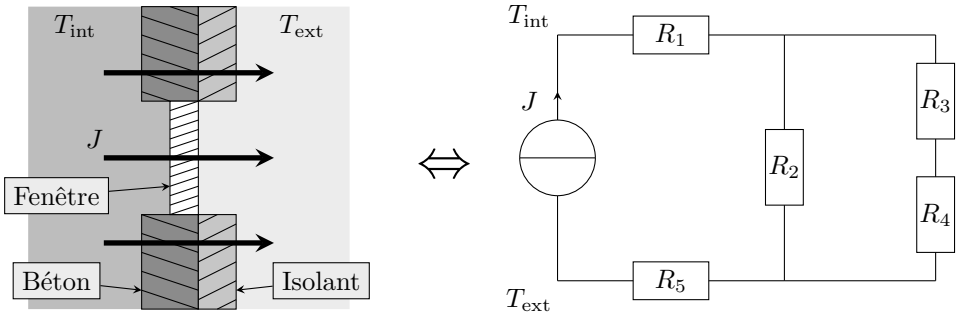


Figure 3 – Modèle 1D représentatif des parois extérieures de l'immeuble et circuit électrique équivalent.

On donne les valeurs numériques des résistances thermiques dans le tableau 1.

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
$8{,}0 \times 10^{-5}$	$1{,}9 \times 10^{-3}$	$7{,}6 \times 10^{-5}$	$2{,}9 \times 10^{-3}$	$4{,}0 \times 10^{-5}$

Tableau 1 – Résistances thermiques équivalentes de la résidence ABC (unité : $\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$).

Q4. Compléter le tableau du document réponse en identifiant chaque résistance thermique du schéma de la figure 3 avec leur matériau correspondant : béton, isolant, fenêtre, interface avec l'air intérieur et interface avec l'air extérieur.

Q5. Établir l'expression de la résistance thermique de la paroi extérieure de l'immeuble R_{th} en fonction des résistances thermiques R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 du schéma électrique équivalent donné à la figure 3.

Q6. Évaluer les énergies de chauffage annuelles avec isolation et sans isolation, notées respectivement E_{isol} et E_{sans}.

Q7. L'isolation est appliquée sur l'extérieur des murs en béton, et non à l'intérieur du bâtiment. Justifier ce choix sur votre copie, et argumenter en représentant sur le document réponse le trajet et l'intensité du flux thermique dans les deux situations.

L'exploitation de l'immeuble est prévue pour une durée de vie $T_v = 50$ ans. On rappelle les émissions moyennes de l'électricité fournie par le réseau électrique $e_r = 79 \times 10^{-3}$ $\mathrm{kgCO_2 \cdot kW^{-1} \cdot h^{-1}}$.

Q8. En supposant que l'électricité est fournie par le réseau, calculer les émissions équivalentes de CO_2 associées aux consommations électriques du chauffage avec isolation et sans isolation, notées respectivement $PRC_{\text{elec-isol}}$ et $PRC_{\text{elec-sans}}$, sur l'ensemble de la durée de vie du bâtiment.

Une Analyse du Cycle de Vie (ACV) permet d'estimer le PRC de l'isolation thermique en liège à $PRC_{\text{isol}} = 150 \times 10^3$ $\mathrm{kgCO_2}$.

Q9. Conclure sur la pertinence de l'installation de cette isolation thermique vis-à-vis des émissions de gaz à effet de serre de la résidence ABC.

Le chauffage n'est pas le seul poste de consommation électrique de l'immeuble. En rajoutant les autres usages (eau chaude sanitaire, électroménager, multimédia, éclairage...), la consommation annuelle atteint environ $E_{\text{tot}} = 300 \times 10^3$ $\mathrm{kW \cdot h \cdot an^{-1}}$. Si l'ensemble de l'électricité est fourni par des panneaux photovoltaïques plutôt que par le secteur, on trouve qu'environ 340×10^3 $\mathrm{kgCO_2}$ supplémentaires sont économisés sur l'ensemble du cycle de vie qui inclue le PRC supplémentaire dû aux panneaux. Ce calcul n'est valable qu'à condition que les panneaux photovoltaïques fonctionnent à leur point de rendement maximal. Pour ce faire, il est nécessaire de réguler leur point de fonctionnement électrique.

Partie C – Régulation du point de fonctionnement du groupe photovoltaïque

- Objectif

Réguler le point de fonctionnement des panneaux photovoltaïques pour maximiser la production d'électricité.

Le groupe photovoltaïque de la résidence ABC, dont le schéma synoptique est donné à la figure 4 ci-dessous, doit optimiser sa production d'électricité afin de maximiser sa pertinence environnementale et économique. Cette étude se limite au groupe de production du bâtiment A3, raccordé au réseau par un onduleur dont la puissance apparente nominale vaut 40 kVA. Par ailleurs, la gestion en temps-réel de la répartition des puissances entre les différentes sources (panneaux, réseau, batterie) est nécessaire et contrôlée par une unité de GTB (Gestion Technique du Bâtiment), mais ne sera pas étudiée dans le cadre de ce sujet.

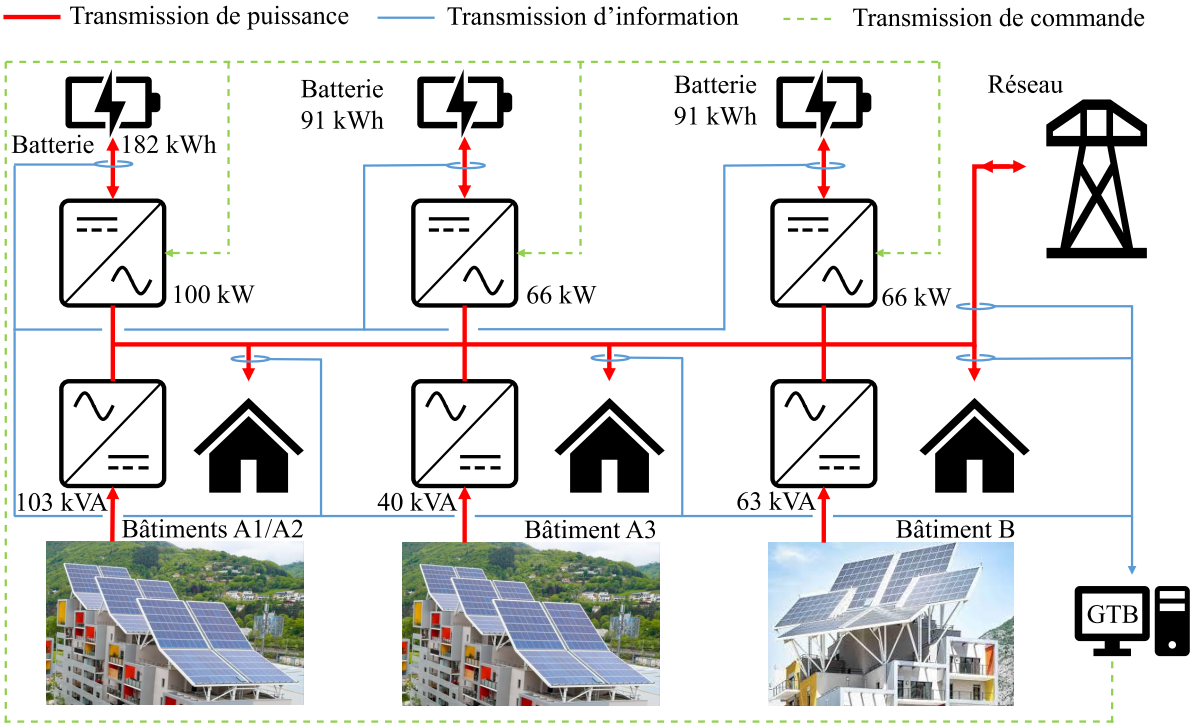


Figure 4 – Schéma synoptique du groupe photovoltaïque de la résidence ABC.

Les exigences en termes de précision et de rapidité du groupe photovoltaïque sont précisées dans le tableau 2.

Exigences	Niveaux
Erreur en régime permanent vis-à-vis de la puissance optimale	Nulle
Temps de réponse pour retrouver 95 % de la puissance optimale suite à un échelon de température	1 s

Tableau 2 – Exigences du cahier des charges vis-à-vis de l'écart à la puissance optimale du groupe photovoltaïque.

I – Comportement électrique d'un panneau photovoltaïque

Les caractéristiques électriques d'un panneau du groupe photovoltaïque, aussi appelé module, sont données à la figure 5 en fonction de la température. Un module produit une puissance $P = 310$ W dans les conditions standards de test (température de 25 °C, irradiance de $1\,000$ W $\cdot$ m^{-2}) sous une tension électrique $U_0 = 55$ V. Les dimensions d'un module sont de $1\,046 \times 1\,559$ mm^2. Son temps de réponse électrique sera supposé instantané.

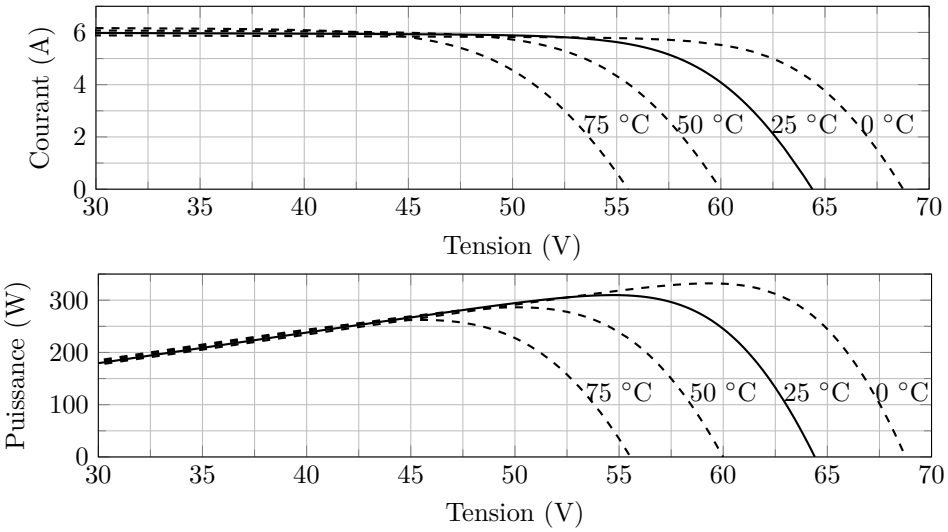


Figure 5 – Caractéristiques électriques d'un panneau du groupe photovoltaïque pour plusieurs températures sous une irradiance de $1\,000$ W $\cdot$ m^{-2}.

Q10. Sur la caractéristique de puissance d'un panneau donnée dans le document réponse, relever les tensions correspondant aux puissances maximales pour les températures de 0 °C, 50 °C et 75 °C et les rendements associés. Comparer la production à un point de fonctionnement fixe correspondant à $u_p = U_0 = 55$ V en complétant le tableau donné dans le document réponse. Conclure sur la nécessité de réguler le point de fonctionnement.

Pour le dimensionnement, on se place dans les conditions standards (irradiance de $1\,000$ W $\cdot$ m^{-2} à 25 °C). L'onduleur utilisé est capable de gérer indépendamment quatre circuits de panneaux solaires, appelés « chaines ». Chaque chaine est contrôlée par un circuit MPPT (Maximum Power Point Tracker), et comporte deux branches en parallèle de seize modules solaires en série. Les questions qui suivent ont pour objet un unique circuit MPPT, dont une représentation simplifiée est donnée figure 6. Le MPPT est constitué d'un hacheur en série avec un filtre, et relie une chaine de panneaux photovoltaïques au bus continu de tension fixe $U_{DC} = 1\,200$ V.

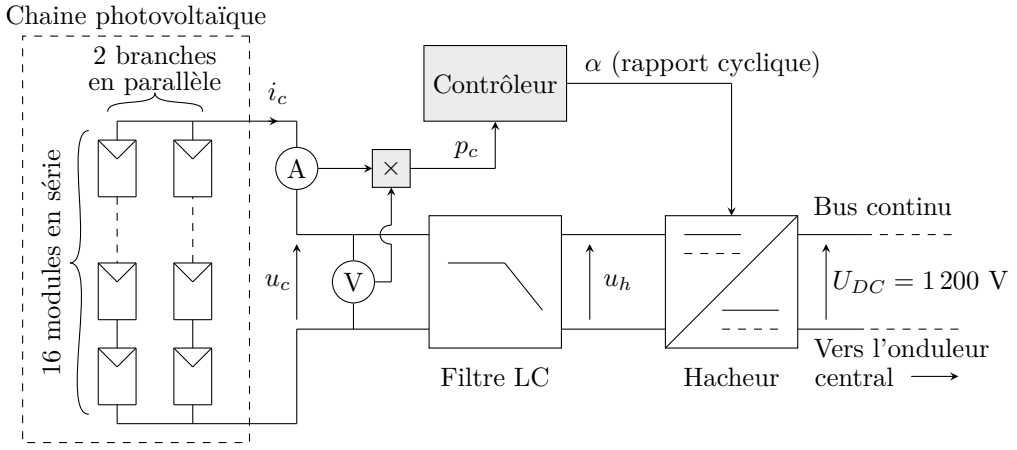


Figure 6 – Schéma de principe de l'ensemble {MPPT+chaine}.

Q11. Le hacheur nécessaire pour transférer la puissance p_c des panneaux photovoltaïques vers le bus continu est-il élévateur ou abaisseur de tension ? Préciser s'il doit être mono ou multi-quadrants.

II – Dimensionnement du filtre LC

Afin d'éviter que de trop grandes ondulations de tension ne détériorent le rendement en s'éloignant du point de fonctionnement optimal, on choisit d'utiliser un filtre LC. En supposant que la tension u_c varie faiblement autour du point de fonctionnement optimal qu'on prend comme nouvelle origine, le modèle électrique linéarisé équivalent au filtre et à la chaine photovoltaïque se ramène au circuit RLC sur la représenté figure 7.

Q12. Sur la caractéristique courant-tension d'un module photovoltaïque en convention générateur donnée sur le document réponse, relever la résistance électrique du modèle linéarisé d'un panneau unique autour du point de fonctionnement optimal en $U_0 = 55$ V. En déduire la résistance R_c du modèle électrique équivalent donné en figure 7, qui correspond au comportement linéarisé de l'ensemble de la chaine photovoltaïque autour du point de fonctionnement optimal.

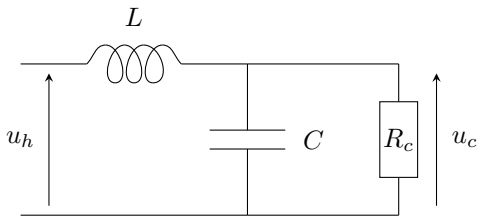


Figure 7 – Schéma électrique de l'ensemble {filtre + chaine} linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Le comportement électrique des panneaux étant non linéaire, la valeur de R_c est susceptible de varier entre 10 Ω et 10 kΩ selon la position du point de fonctionnement sur la caractéristique du panneau.

On adopte dans la suite la valeur de $R_c = 100$ Ω pour le dimensionnement.

Q13. Établir la fonction de transfert $H_f(p) = \frac{U_c(p)}{U_h(p)}$ sous forme canonique dans le domaine de Laplace en fonction de L, C et R_c. Identifier ses paramètres caractéristiques.

La fréquence de découpage du hacheur vaut $f_h = 50$ kHz : on souhaite que l'ondulation due au découpage soit de l'ordre de 0,01 % de celle du bus continu, on choisit donc une fréquence de cassure $f_c = 500$ Hz. Par ailleurs, on souhaite se placer au régime critique pour $R_c = 100$ Ω.

Q14. Dimensionner L et C en tenant compte de ces exigences.

Dans la suite du sujet, on choisira $L = 64$ mH et $C = 1,6$ µF.

III – Détermination du maximum de puissance

On souhaite commander le hacheur de telle manière que le point de fonctionnement délivre la puissance maximale que peut fournir la chaine photovoltaïque, sous toutes conditions de température. La puissance électrique en sortie de la chaine, notée p_c, est obtenue par des mesures directes de la tension u_c et du courant i_c.

Q15. Quelle est la valeur de la dérivée de la puissance $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$ lorsque le point de fonctionnement est optimal ? D'après la figure 5, comment doit évoluer la tension u_c selon le signe de $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$ pour tendre vers le point de fonctionnement optimal ?

Afin de mesurer $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$, une petite perturbation est appliquée à u_c. Le signal de perturbation choisi est une porteuse sinusoïdale de fréquence $f_p = 50$ Hz.

Q16. Justifier la pertinence de la valeur de f_p vis-à-vis du filtre LC précédemment dimensionné et des dynamiques d'évolutions des perturbations issues de l'environnement extérieur.

La tension appliquée à la chaine s'écrit donc :

$$u_c = u_0 + \tilde{u}\cos(2\pi f_p t),$$

avec u_0 le point de fonctionnement, supposé constant à l'échelle d'une période de la porteuse, et $\tilde{u} = 5$ V l'amplitude de la perturbation de tension, supposée suffisamment faible pour appliquer un développement limité au premier ordre sur la puissance p_c en sortie de la chaine. On obtient :

$$p_c = p_0 + \frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}\tilde{u}\cos(2\pi f_p t).$$

La stratégie d'identification de $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$ repose sur le schéma bloc représenté sur la figure 8 ci-dessous :

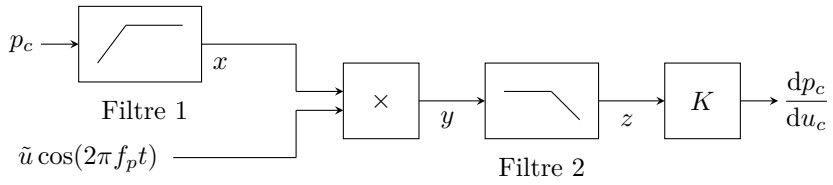


Figure 8 – Schéma bloc du système d'identification de la dérivée de la puissance.

Q17. On suppose dans cette question que le filtre passe-haut rejette parfaitement la composante continue, tout comme le filtre passe bas rejette parfaitement les hautes fréquences (de l'ordre de f_p). Donner alors les expressions des signaux x, y et z, et en déduire la valeur du gain K pour que la sortie soit égale à $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$.

Le filtre passe-bas détermine la dynamique de l'estimateur de $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$. On le choisit du premier ordre et de gain unitaire, et on note ω_f sa pulsation de coupure à -3 dB.

Q18. Déterminer ω_f pour que le temps de réponse à 5 % soit de $t_{5\%} = 1$ s. En déduire le gain du signal parasite résiduel, dont la fréquence est de $2f_p$. Est-il raisonnable de le négliger ?

Dans la suite, l'estimateur de $\frac{\mathrm{d}p_c}{\mathrm{d}u_c}$ sera modélisé dans sa globalité comme un filtre passe bas du premier ordre, de gain unitaire et de pulsation de coupure $\omega_f = 3$ rad.s^{-1}.

IV – Régulation du point de fonctionnement

Le schéma bloc global de régulation est donné à la figure 9. L'ordonnée à l'origine I_0 de la caractéristique électrique linéarisée de la chaine est proportionnelle à l'écart en température. Les grandeurs hautes fréquences et de faible amplitude, issues du découpage du hacheur et de la porteuse, sont négligées. Le correcteur choisi est de type intégral pur.

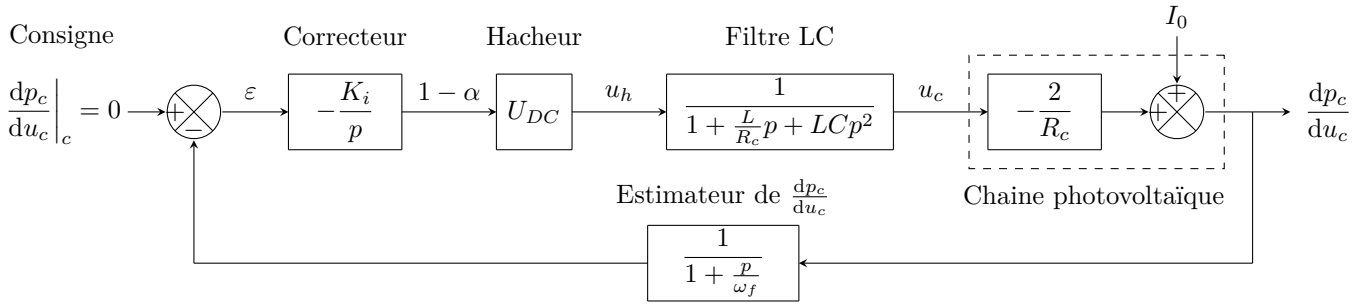


Figure 9 – Schéma bloc du modèle linéarisé petits signaux de la régulation du point de fonctionnement

Q19. Justifier la présence du correcteur intégral vis-à-vis de l'exigence de précision en régime permanent, ainsi que son gain négatif.

Q20. Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte du système de régulation linéarisé comme un produit de formes canoniques.

Le point de fonctionnement pouvant se situer n'importe où sur la caractéristique non linéaire de la chaine photovoltaïque, le document réponse donne les diagrammes de Bode en boucle ouverte dans les cas extrêmes où $R_c = 10\ \Omega$ et $R_c = 10$ kΩ, pour $K_i = 1\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{W}^{-1}$.

Q21. Donner et justifier la valeur de R_c dimensionnante pour assurer la stabilité. Déterminer alors K_i par une méthode graphique pour avoir une marge de phase de 45°, et donner la marge de gain une fois ce réglage effectué. Les tracés nécessaires seront réalisés sur les diagrammes de Bode du document réponse.

Le comportement du panneau étant non linéaire, le réglage du correcteur doit être vérifié *a minima* par des simulations. Le schéma bloc simulé, qui contient des éléments de modélisation acausale, est donné à la figure 10. La puissance simulée à la suite d'un échelon de la température de 25 °C à 50 °C est donnée sur la figure 11.

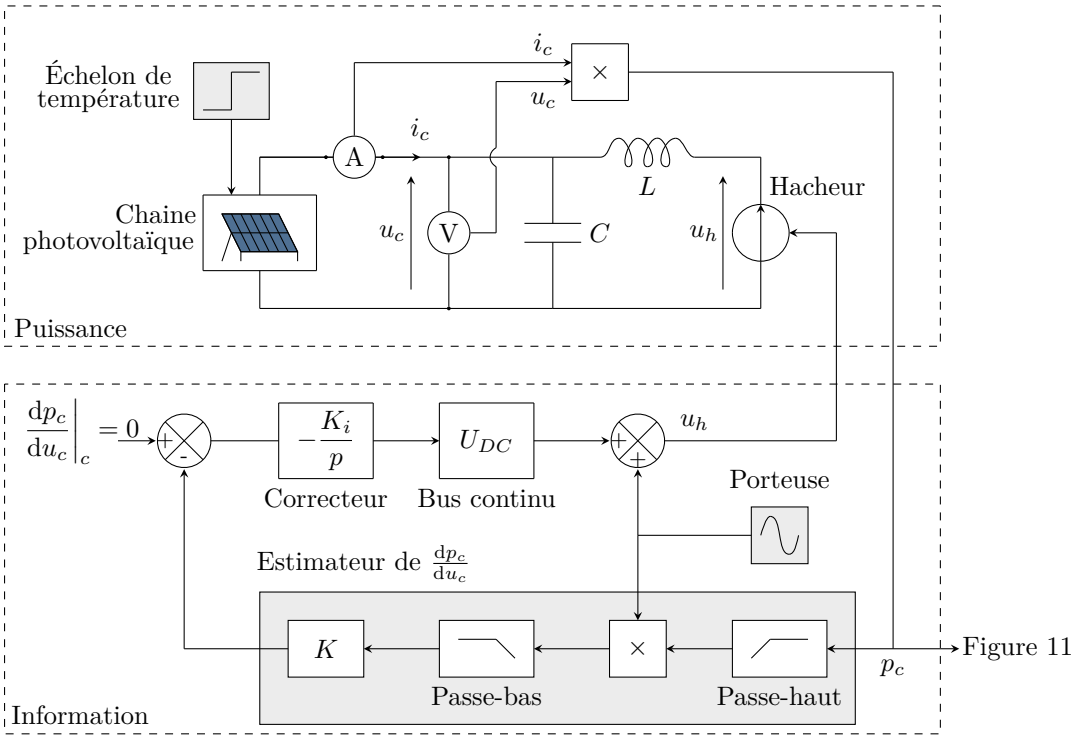


Figure 10 – Modélisation acausale de l'ensemble {MPPT + chaine}.

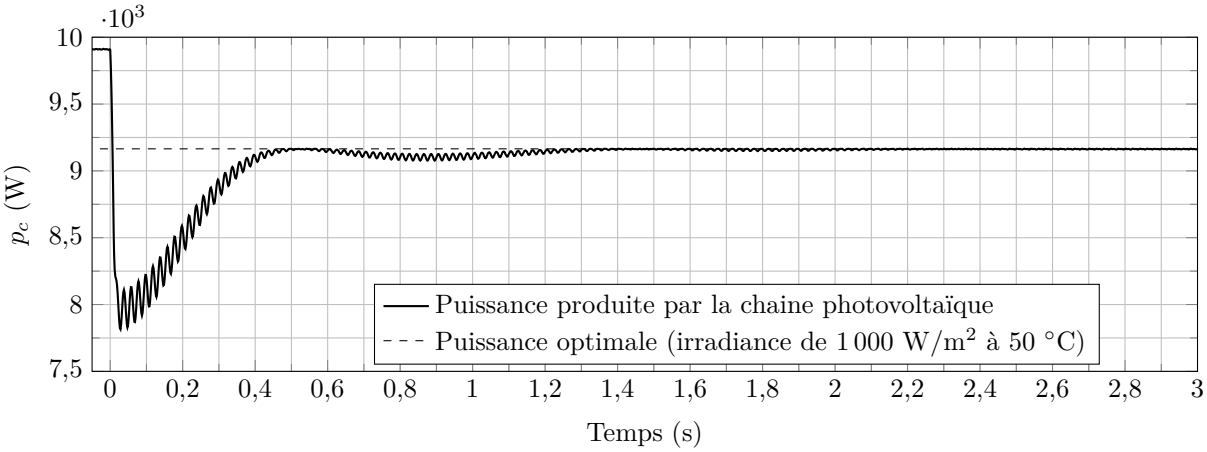


Figure 11 – Puissance simulée suite à un échelon de température de 25 °C à 50 °C.

Q22. Expliquer l'origine des ondulations de puissance hautes fréquences observées à la figure 11, et pourquoi elles s'annulent en régime établi.

Q23. Conclure sur la vérification des exigences du cahier des charges du tableau 2.

Grâce à la régulation du point de fonctionnement, le rendement global du système {panneaux photovoltaïques + onduleur MPPT} est de $\eta_g = 19$ % vis-à-vis de l'irradiance solaire reçue. Par ailleurs, la superficie de l'ensemble des panneaux photovoltaïques vaut $S_p = 1\,120$ m^2, inclinés à 25° et orientés à −15° Sud.

Q24. En utilisant les données de l'annexe, vérifier que la production électrique annuelle théorique de l'ensemble du groupe photovoltaïque suffit à la consommation du bâtiment ABC qui s'élève à $E_{\text{tot}} = 300 \times 10^3$ kW · h par an. Qu'en aurait-il été si la même surface de panneaux avait été placée à l'horizontale ? Conclure.

Il est donc nécessaire d'incliner les panneaux photovoltaïques pour améliorer le rendement mais également pour éviter que la poussière, des feuilles, etc., viennent se déposer dessus. Il est en effet important que la structure reste propre. La partie suivante porte sur la structure de treillis utilisée pour maintenir l'inclinaison des panneaux photovoltaïques.

Partie D – Validation de la structure mécanique permettant de maintenir l'inclinaison des panneaux photovoltaïques

- Objectif

Vérifier la capacité de la structure à maintenir l'inclinaison des panneaux photovoltaïques malgré les contraintes de vent et de neige.

La structure de maintien des panneaux photovoltaïques n'est pas réalisée de manière monobloc mais avec plusieurs modules. Nous allons nous limiter à la structure d'un module identifiée sur la figure 12, et représentée à l'aide d'un logiciel CAO 3D en figure 13. On appelle plaque l'ensemble plan du module de panneaux photovoltaïques d'étude, fixé au bâtiment à l'aide d'une structure de tubes en treillis qui assure une inclinaison entre 20° et 30° par rapport à l'horizontale.



Figure 12 – Représentation des panneaux et de leur structure de maintien.

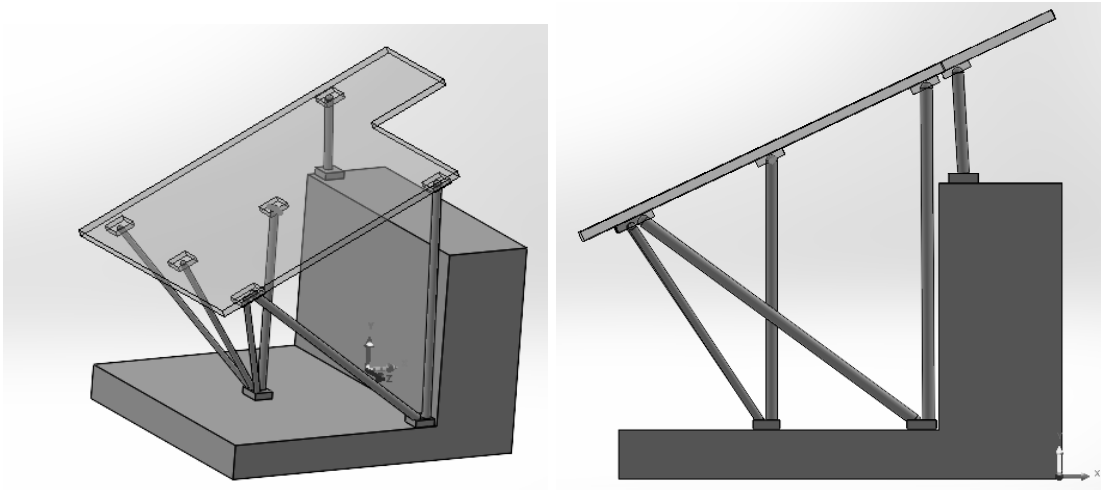


Figure 13 – Visualisations 3D de la structure de maintien étudiée.

Une modélisation géométrique est effectuée pour vérifier la résistance de la structure. Le plan de la figure 14 montre le système d'attache utilisé. Les dimensions de la structure amènent à considérer les liaisons tube / bâti et tube / plaque comme des liaisons sphériques.

Les tubes ont une longueur entre 1 m et 8 m et un diamètre entre 0,168 m et 0,220 m

Q25. Justifier l'utilisation d'un modèle poutre pour modéliser les tubes afin de réaliser une étude de résistance des matériaux.

La modélisation retenue est donnée sur la figure 15 avec des liaisons sphériques de centres A, B, C, D, E, F, G, H, I.

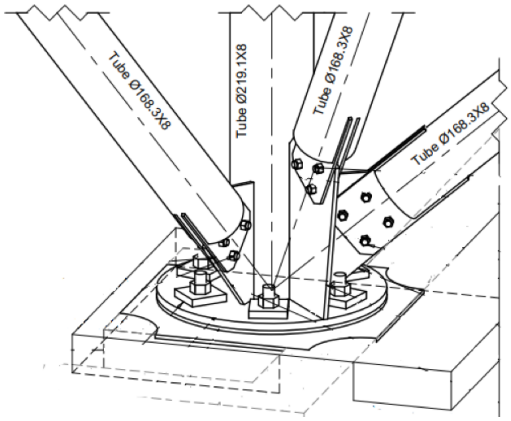


Figure 14 – Extrait de dessin technique du système d'attache de la structure de maintien au bâtiment.

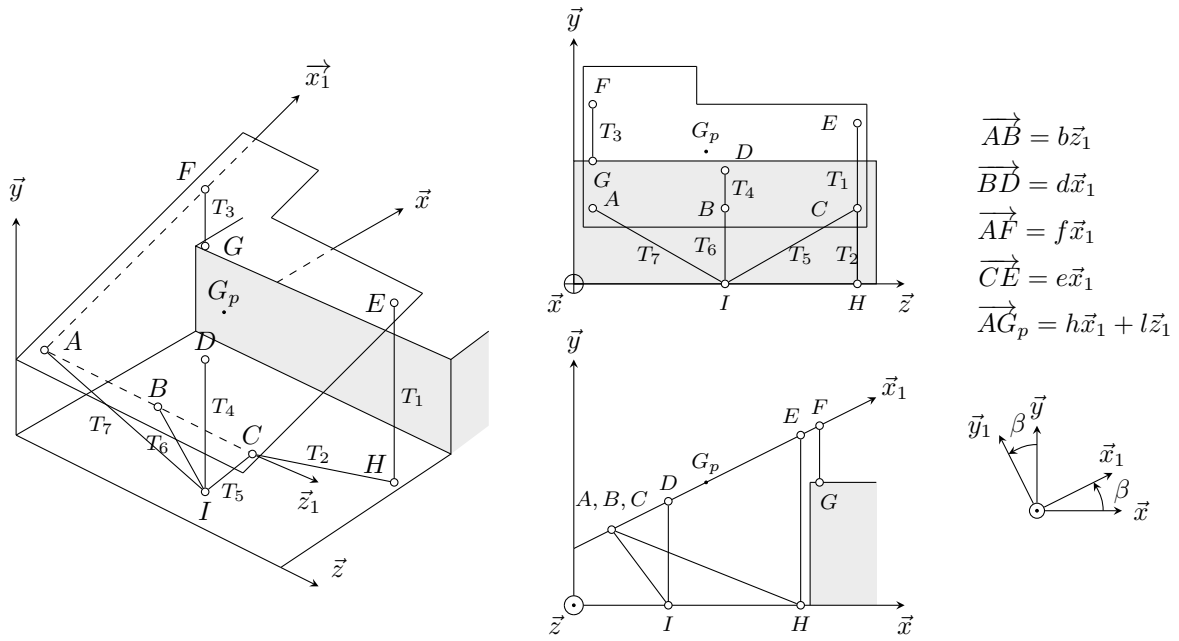


Figure 15 – Schéma cinématique de la structure étudiée.

On note $B_0(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ et $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ les bases orthonormées directes associées respectivement au bâti et à la plaque.

Le paramétrage de la plaque considérée dans cette étude est donné sur la figure 15. L'objectif est de quantifier les actions mécaniques extérieures qui s'appliquent au centre de gravité noté G_P.

La densité surfacique de force associée à la pesanteur est $d_{sp} = 130\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$. La plaque est inclinée de $\beta = 25°$ par rapport à l'horizontale. La surface de la plaque est notée s_p.

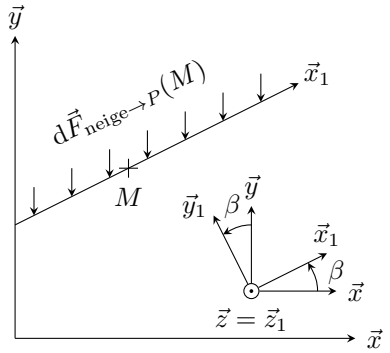
Q26. Donner le torseur de l'action mécanique de la pesanteur sur la plaque (notée P) au centre de gravité (noté G_P). Le torseur sera exprimé dans la base $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

La ville de Grenoble étant située en zone montagneuse, il convient de prendre en compte l'action mécanique exercée par la neige. Les normes de construction utilisées par les fabricants de panneaux photovoltaïques prennent pour référence une densité surfacique d'effort liée à la neige $p(M) = p_0$ constante, avec $p_0 = 600\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$, représentée sur la figure 16.

Q27. Déterminer le torseur de l'action mécanique de la neige au centre de gravité. Le torseur sera exprimé dans la base $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

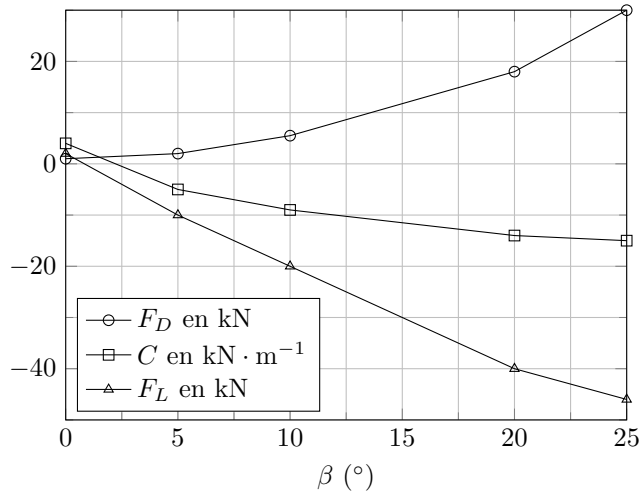
Le panneau photovoltaïque est également soumis à l'action mécanique du vent. La consultation des archives météorologiques montre que la vitesse maximale du vent à Grenoble ne dépasse pas $100\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ ($97\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ enregistré lors de la tempête historique de 1999). Néanmoins, les fabricants de panneaux photovoltaïques proposent de se placer par sécurité à $160\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ ($44\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) pour le dimensionnement, et supposent la densité d'effort associée constante.

Une simulation numérique par éléments finis pour différents angles de la plaque soumise au vent a permis d'obtenir les données de la figure 17.



L'action mécanique locale en un point M de la surface est donnée par $\overrightarrow{\mathrm{d}F_{\text{neige}\to P}} = -p_0\vec{y}\,\mathrm{d}s$ avec $\mathrm{d}s$ la surface élémentaire autour du point M
$\overrightarrow{G_P M} = x_M\vec{x_1} + z_M\vec{z_1}$
$\mathrm{d}s = \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}z$

Figure 16 – Modélisation de l'action mécanique de la neige.



L'action mécanique exercée par le vent sur le panneau peut est modélisée par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{T}_{\text{vent}\to P}\} = \left\{\begin{matrix} F_D & 0 \\ F_L & 0 \\ 0 & C \end{matrix}\right\}_{G_P,B_0}.$$

Figure 17 – Valeurs simulées de portance, traînée et couple de l'action mécanique du vent.

Q28. À partir de la figure 17, donner les valeurs numériques des composantes du torseur des actions mécaniques du vent sur la plaque pour une inclinaison $\beta = 25°$. Le torseur sera exprimé dans la base $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

Dans la suite du sujet, le torseur de l'action mécanique de l'ensemble {vent + neige + pesanteur} sera modélisé au centre de gravité G_P par :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to P}\} = \left\{\begin{matrix} X_e & 0 \\ Y_e & 0 \\ 0 & C_e \end{matrix}\right\}_{G_p,B_1}.$$

Les autres actions mécaniques extérieures exercées sur la plaque sont celles des tubes. L'action mécanique de la pesanteur sur les tubes est négligée. Le graphe des liaisons est donné à la figure 18.

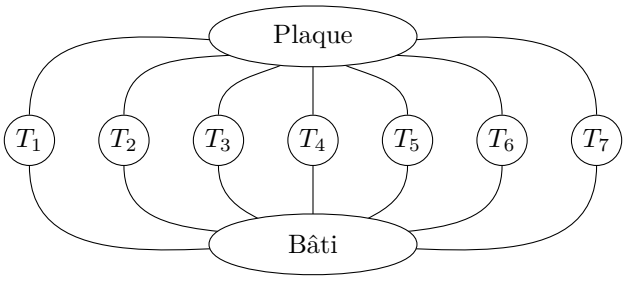


Figure 18 – Graphe des liaisons.

Toutes les liaisons entre les tubes et les autres éléments sont des liaisons sphériques.

Q29. Justifier que l'action mécanique transmise par chaque tube sur le panneau se modélise comme un glisseur au niveau de la fixation du tube sur le panneau et préciser la direction de la résultante.

La forme de chacun des torseurs dans la base B_1 est donnée ci-dessous ; on note P la plaque et Y_{iP} la coordonnée selon l'axe du tube de l'action mécanique exercée par le tube sur la plaque.

$$\{\mathcal{T}_{T_1\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0,4Y_{1P} & 0 \\ 0,9Y_{1P} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{E,B_1} \quad \{\mathcal{T}_{T_2\to P}\} = \begin{Bmatrix} -0,4Y_{2P} & 0 \\ 0,9Y_{2P} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_1} \quad \{\mathcal{T}_{T_3\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0,4Y_{3P} & 0 \\ 0,9Y_{3P} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{F,B_1}$$

$$\{\mathcal{T}_{T_4\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0,4Y_{4P} & 0 \\ 0,9Y_{4P} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D,B_1} \quad \{\mathcal{T}_{T_5\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0,7Y_{5P} & 0 \\ 0,7Y_{5P} & 0 \end{Bmatrix}_{C,B_1} \quad \{\mathcal{T}_{T_6\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{6P} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,B_1}$$

$$\{\mathcal{T}_{T_7\to P}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0,7Y_{7P} & 0 \\ 0,7Y_{7P} & 0 \end{Bmatrix}_{A,B_1}$$

Q30. Sachant que la plaque est immobile, calculer le degré d'hyperstatisme du modèle géométrique et conclure sur la possibilité de trouver les actions mécaniques dans les tubes.

Pour résoudre le problème de la question précédente, une étape préliminaire de calcul numérique a permis de déterminer $Y_{6P} = 14 \times 10^3$ N et ainsi d'avoir autant d'équations que d'inconnues. En appliquant le principe fondamental de la statique au point A à la plaque, le résultat peut se mettre sous la forme matricielle $[F][Y] = [G]$ dans la base B_1, avec :

$$[F] = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,4 & 0,4 & 0,4 & 0 & 0 \\ 0,9 & 0,9 & 0,9 & 0,9 & 0,7 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0,7 \\ -0,9c & -0,9c & 0 & -0,9b & -0,7c & 0 \\ 0,4c & -0,4c & 0 & 0,4b & 0 & 0 \\ 0,9e & 0 & 0,9f & 0,9d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_{1P} \\ Y_{2P} \\ Y_{3P} \\ Y_{4P} \\ Y_{5P} \\ Y_{7P} \end{bmatrix}_{B_1} .$$

$$\text{Soit } G = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to P}\}_{A,B_1} - \{\mathcal{T}_{T_6\to P}\}_{A,B_1} = -\begin{Bmatrix} R_{Gx} & M_{Gx} \\ R_{Gy} & M_{Gy} \\ R_{Gz} & M_{Gz} \end{Bmatrix}_{A,B_1} \text{ alors } [G] = -\begin{bmatrix} R_{Gx} \\ R_{Gy} \\ R_{Gz} \\ M_{Gx} \\ M_{Gy} \\ M_{Gz} \end{bmatrix}_{B_1} .$$

Q31. Sur le document réponse, donner l'expression de $[G]$ dans la base B_1 en fonction des paramètres X_e, Y_e, C_e, Y_{6P}, b, l, h.

Il faut désormais résoudre le système linéaire. Une technique pour le résoudre informatiquement consiste à utiliser la décomposition LU. La matrice $[F]$ est décomposée en deux matrices $[L]$ (triangulaire inférieure) et $[U]$ (triangulaire supérieure) et $[G]$ est également transformé en un vecteur $[H]$ tel que le nouveau système à résoudre est $[L][U][Y] = [H]$ avec :

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{10} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{20} & l_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{30} & l_{31} & l_{32} & 1 & 0 & 0 \\ l_{40} & l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 & 0 \\ l_{50} & l_{51} & l_{52} & l_{53} & l_{54} & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad [U] = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{01} & u_{02} & u_{03} & u_{04} & u_{05} \\ 0 & u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ 0 & 0 & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ 0 & 0 & 0 & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_{44} & u_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_{55} \end{bmatrix} .$$

Puis il faut résoudre successivement deux systèmes triangulaires :

- $[L][M] = [H]$ (Résolution du système triangulaire de haut en bas) ;
- $[U][Y] = [M]$ (Résolution du système triangulaire de bas en haut).

La première résolution se fait par la fonction `descendre` définie comme suit.

```
1  def descendre(L,H):
2      """
3      Paramètres
4      ----------
5      L : tableau NumPy, représente la matrice L
6      H : tableau NumPy, représente le vecteur H
7
8      Retourne
9      --------
10     M : tableau NumPy, solution de [L][M]=[H]
11     """
12     n = np.shape(L)[0]   # renvoie le nombre de lignes du tableau L
13     M = np.zeros_like(H) # crée un tableau M rempli de zéros de même taille que H
14     for i in range(n):
15         som = 0
16         for j in range(i):
17             som = som - ( (L[i][j]) * M[j] )
18         M[i] = H[i] + som
19     return M
```

Q32. À partir de la fonction `descendre`, donner sur le document réponse, les expressions de `M[0]`, `M[1]`, `M[2]` en fonction des composantes des matrices.

Q33. Compléter sur le document réponse les lignes 7 et 8 de la fonction `remonte(U,M)` qui prend en arguments les tableaux [U] et [M] et qui renvoie [Y] solution de [U][Y]=[M].

La résolution numérique réalisée par les deux fonctions `descendre` et `remonte` renvoie le résultat suivant (en kN) :

$$\begin{bmatrix} Y_{1P} \\ Y_{2P} \\ Y_{3P} \\ Y_{4P} \\ Y_{5P} \\ Y_{7P} \end{bmatrix}_{B_1} = \begin{bmatrix} 48 \\ 1{,}6 \\ 45 \\ -56 \\ 37 \\ 37 \end{bmatrix}.$$

Q34. Indiquer les tubes qui travaillent en compression et ceux qui travaillent en traction. Identifier le tube le plus contraint, et donner la valeur de la norme de l'effort normal qu'il subit.

Le diamètre extérieur des tubes en acier est de $d_T = 220$ mm avec une épaisseur de $e_T = 8$ mm. Le module d'Young de l'acier est de $E = 200$ GPa et la résistance à la rupture de $R_T = 340$ MPa.

Q35. Calculer la section du tube et en déduire l'expression puis la valeur de la contrainte normale du tube le plus sollicité. Comparer cette valeur à la résistance à la rupture et conclure sur la capacité de la structure à maintenir l'inclinaison des panneaux photovoltaïques.

Partie E – Synthèse : émissions équivalentes de gaz à effet de serre sur l'ensemble de la durée de vie

Les études menées permettent de faire la synthèse des émissions de carbone sur l'ensemble du cycle de vie du bâtiment dans différents cas. Les calculs seront ramenés par m^2, pour une superficie habitable $S_h = 5\,000$ m^2. On rappelle que la consommation électrique annuelle du bâtiment est de $E_{tot} = 300 \times 10^3$ kW · h, un kW · h électrique produisant environ $e_r = 79 \times 10^{-3}$ $kgCO_2$ s'il provient du secteur, et $e_p = 55 \times 10^{-3}$ $kgCO_2$ s'il est de source photovoltaïque. On considère les cas de figure suivants :

A – **bâtiment ancien** « passoire thermique », sans isolation et alimenté en électricité par le secteur. On rappelle que la différence de consommation annuelle liée au chauffage est de $\Delta E_c = 343 \times 10^3$ kW · h avec et sans isolant ;

B – **bâtiment standard**, isolé avec une consommation électrique provenant du secteur ;

C – **bâtiment moderne**, isolé, avec une consommation électrique de source mixte secteur / panneaux photovoltaïques horizontaux ($\beta = 0°$) produisant $E_{p0°} = 285 \times 10^3$ kW · h par an ;

D – **bâtiment autonome**, isolé et alimenté par des panneaux photovoltaïques inclinés de $\beta = 25°$ vers le sud. Une analyse d'ACV montre que l'impact carbone de l'ensemble de la structure en acier utilisée pour maintenir les panneaux solaires est de l'ordre de $PRC_a = 15 \times 10^3$ $kgCO_2$.

Q36. Sur le document réponse, remplir le tableau qui synthétise les émissions de CO_2 dans les différents cas de figure, et conclure quant au potentiel de réduction des émissions de carbone liées aux bâtiments. La RE 2020, qui fixe l'indicateur de construction à 580 $kgCO_2 \cdot m^{-2}$, et l'indicateur d'énergie lors de l'utilisation à 260 $kgCO_2 \cdot m^{-2}$ à horizon 2028 est-elle atteignable avec ces solutions technologiques ?

La résidence ABC se veut être également un démonstrateur de bâtiment autonome. Son cahier des charges comporte une exigence d'autoconsommation de la production solaire, et non sa simple injection sur le réseau en cas de surplus. La satisfaction de cette exigence nécessite des éléments de stockage électrochimique (batterie lithium-ion). Sur l'ensemble de la résidence, une capacité de stockage par batteries $E_b = 364$ kW · h est installée. D'après la base de données INIES, la durée de vie de ce type de batterie vaut $T_b = 5$ ans, et les émissions de gaz à effet de serre associées à leur fabrication et leur fin de vie sont estimées à $e_b = 100$ $kgCO_2 \cdot kW^{-1} \cdot h^{-1}$.

Q37. Calculer les émissions équivalentes de la résidence ABC en $CO_2 \cdot m^{-2}$ sur l'ensemble de sa durée de vie $T_v = 50$ ans, en incluant les batteries. Commenter.

Annexe : gisement solaire à Grenoble

Estimation de l'énergie solaire annuelle disponible pour un panneau horizontal :

Irradiation (kW · h · m^{-2})	jan	fev	mars	avr	mai	juin	juil	août	sep	oct	nov	déc	**année**
Globale (IGH)	**49**	**57**	**104**	**133**	**165**	**180**	**197**	**167**	**118**	**78**	**48**	**43**	**1339**
Directe (IBH)	23	23	50	63	80	93	114	94	61	36	21	21	679
Diffuse (IDH)	26	34	54	70	85	87	83	73	57	42	27	22	660
Réfléchie (IRP)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Estimation de l'énergie solaire annuelle disponible pour un panneau incliné à 25° sud :

Irradiation (kW · h · m^{-2})	jan	fev	mars	avr	mai	juin	juil	août	sep	oct	nov	déc	**année**
Globale (IGH)	**74**	**73**	**121**	**140**	**163**	**173**	**192**	**173**	**134**	**98**	**69**	**69**	**1479**
Directe (IBH)	49	40	69	73	81	88	111	101	79	57	43	47	838
Diffuse (IDH)	25	32	51	66	80	83	79	70	54	40	26	22	628
Réfléchie (IRP)	0	1	1	1	2	2	2	2	1	1	0	0	13

Source : logiciel CALSOL.

◇ Fin ◇

S024 - 29 avril 2025 - 18:19:54

Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom

Prénom

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Épreuve : S2I TSI

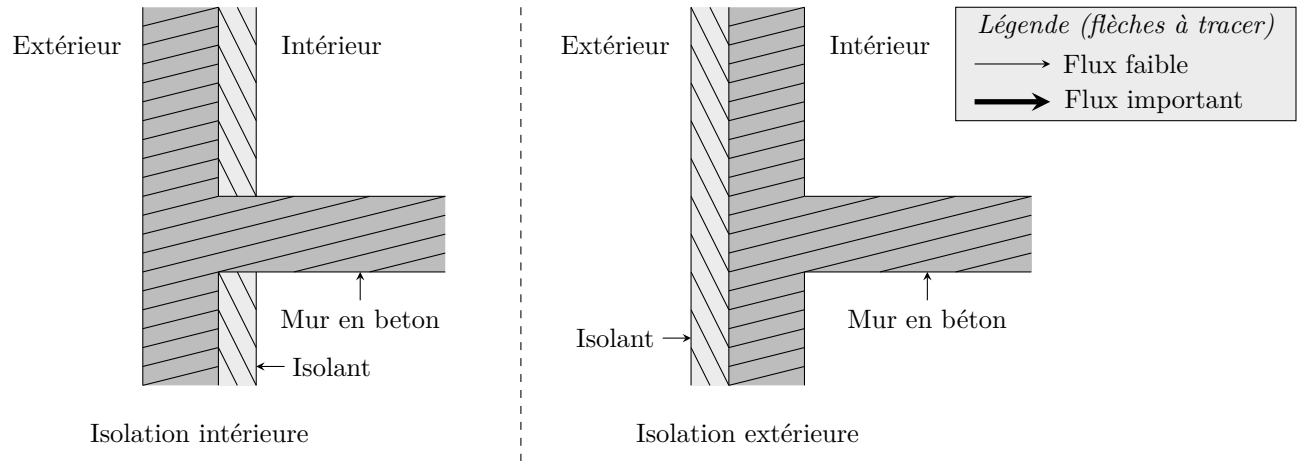
Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille ☐☐ / ☐☐

Q4. Tableau des résistances thermiques : compléter la ligne « Désignation » avec les mots suivants : « béton », « isolant », « fenêtre », « interface intérieure », « interface extérieure ».

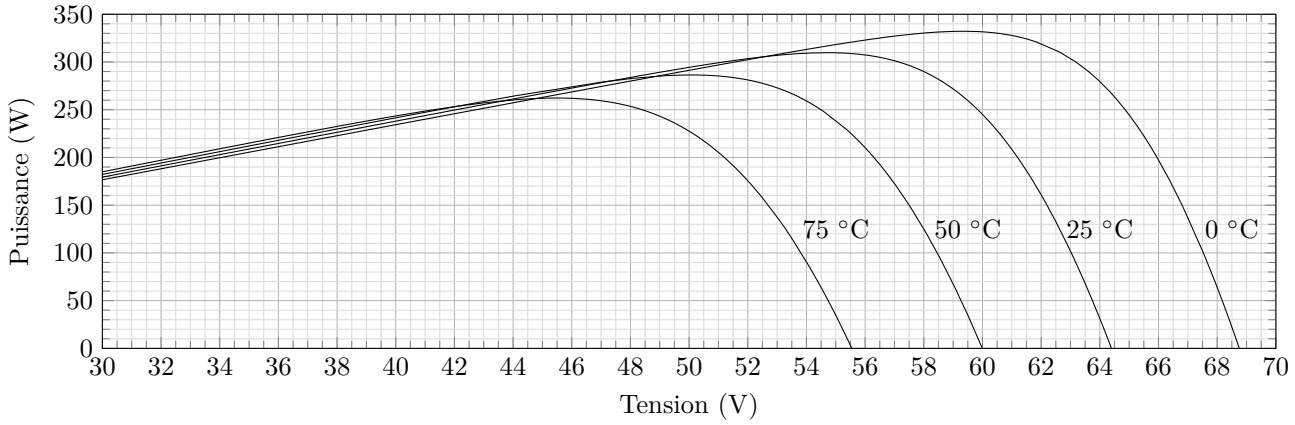
Symbole	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
Valeur ($\mathrm{K \cdot W^{-1}}$)	8.0×10^{-5}	1.9×10^{-3}	7.6×10^{-5}	2.9×10^{-3}	4.0×10^{-5}
Désignation	.....	.....	.....	.....	.....

Q7. Sur les deux vues en coupes du bâtiment représentées ci-dessous, indiquer par des flèches le trajet et le sens du flux thermique entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment, selon que l'isolation se situe à l'intérieur ou à l'extérieur. L'épaisseur de la flèche est proportionnelle à son intensité. L'intérieur sera supposé chaud et l'extérieur froid.



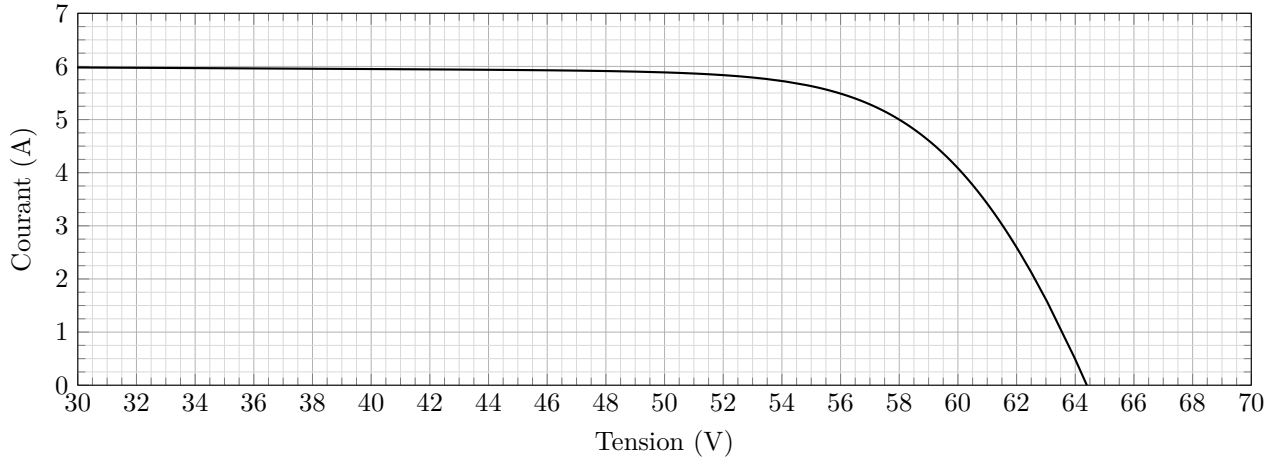
Ne rien écrire **dans la partie barrée**

Q10. Puissance d'un panneau photovoltaïque en fonction de la température, et tableau à compléter. L'irradiance est de $I_{rr} = 1\,000\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$, la largeur d'un panneau vaut $L_p = 1\,046$ mm, et la hauteur d'un panneau vaut $H_p = 1\,559$ mm. Relever les puissances et tensions nécessaires pour remplir le tableau ci-dessous.

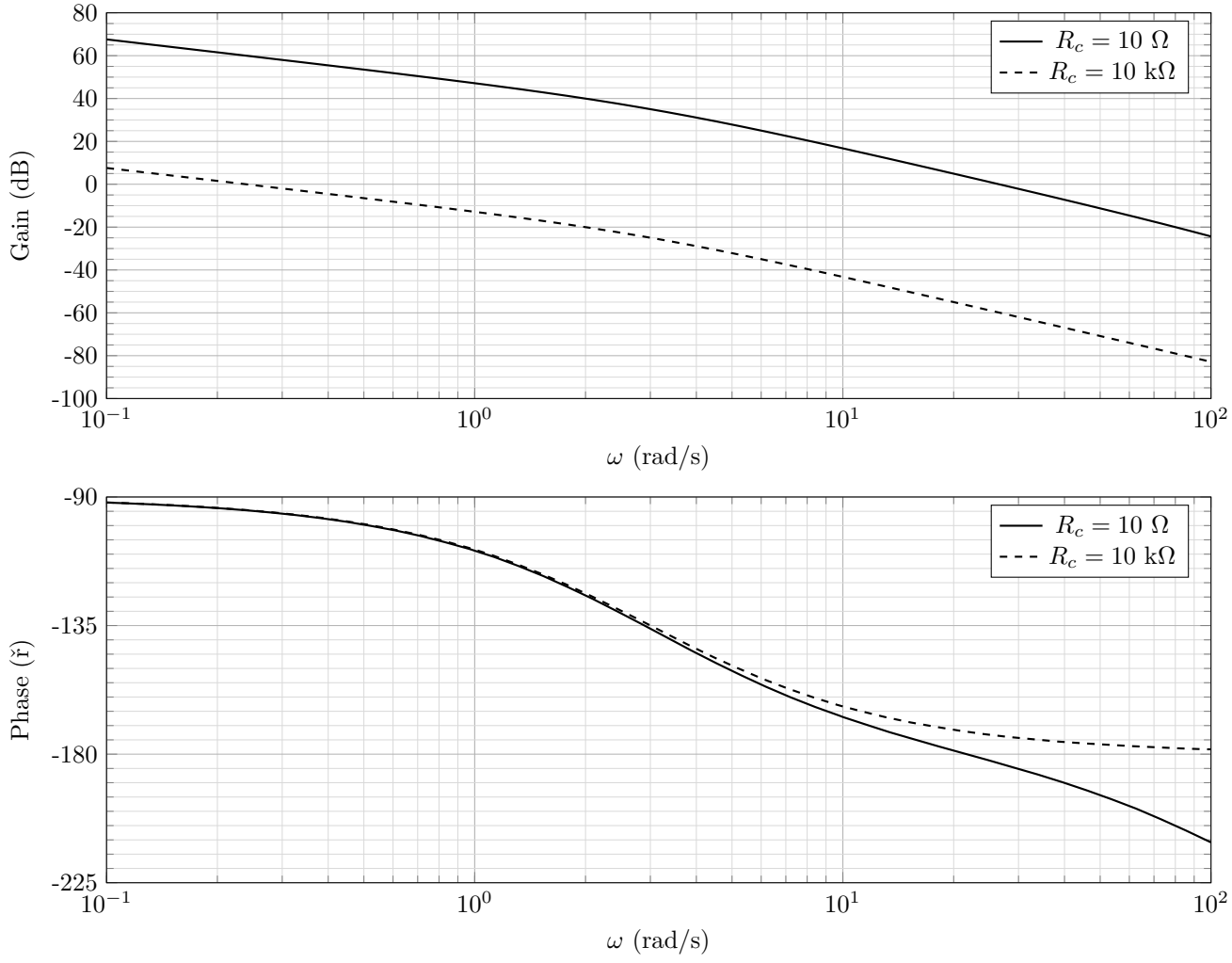


Point de fonctionnement	Température	0 °C	25 °C	50 °C	75 °C
Optimal	Tension (V)	.....	55 V	.....	.....
	Puissance (W)	.....	310 W	.....	.....
	Rendement (%)	.....	19 %	.....	.....
$U_0 = 55V$	Puissance (W)	.....	310 W	.....	.....
	Rendement (%)	.....	19 %	.....	.....

Q12. Caractéristiques électriques d'un panneau photovoltaïque dans les conditions standards d'ensoleillement (25 °C, 1 000 W · m^{-2}). Relever la résistance électrique du modèle linéarisé d'un panneau unique autour du point de fonctionnement optimal en $U_0 = 55$ V.



Q21. Diagramme de Bode des fonctions de transfert en boucle ouverte de l'ensemble { Chaine + MPPT } pour $K_i = 1$, pour les cas extrêmes $R_c = 10\ \Omega$ et $R_c = 10\ \text{k}\Omega$. Déterminer la valeur de K_i pour assurer une marge de phase de 45°, et relever la marge de gain une fois ce réglage effectué.



Q31. Donner l'expression de $[G]$ dans B_1.

$$[G] = \begin{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{bmatrix}_{B_1}$$

Q32. Donner les expressions de `M[0]`, `M[1]` et `M[2]`.

— `M[0]` = ...

— `M[1]` = ...

— `M[2]` = ...

Q33. Compléter les lignes 7 et 8.

```
1 def remonte(U, M):
2   n = np.shape(U)[0]     # renvoie le nombre de lignes du tableau U
3   Y = np.zeros_like(M)
4   for i in range(n-1, -1, -1):
5       som = 0
6       for j in range(n-1, i, -1):
7           som = ..................................................
8       Y[i] = ..................................................
9   return Y
```

Q36. Synthèse : compléter le tableau récapitulatif des émissions équivalentes de CO_2 ci-dessous. Exprimer les valeurs numériques en $\mathrm{kgCO_2 \cdot m^{-2}}$, sans nécessairement indiquer systématiquement l'unité.

	Construction			**Utilisation (50 ans)**			**Total**
	Structure + Chantier	Isolant	Structure acier	Secteur	Solaire 0ř	Solaire 25ř	
A	730 $\mathrm{kgCO_2 \cdot m^{-2}}$			.....			.....
B		30 $\mathrm{kgCO_2 \cdot m^{-2}}$		.....			.....
C				.....	.....		.....
D			.....			.....	.....

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Filtrage linéaire
- Calcul algébrique : sommes, produits, binôme et systèmes linéaires
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/tsi