Concours Centrale-Supélec, France

Session 2026, filière TSI

Physique-chimie 1

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie A : pénétrométrie dynamique
- Partie B : la chimie du béton
- Partie C : jauge de contrainte à corde vibrante
- Partie D : un mur dans tous ses états

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/centrale/tsi/2026/physique-chimie1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Physique-chimie 1

TSI

4 heures Calculatrice autorisée

2026

Construction d'un bâtiment

Ce problème explore quelques aspects physiques et chimiques de la construction d'un édifice. La partie A présente une étude du sol, nécessaire pour concevoir des fondations capables de supporter les charges du bâtiment. La partie B s'intéresse à la réaction chimique de fabrication du ciment, principal constituant du béton, et à son impact environnemental. La partie C propose une méthode d'analyse des contraintes à l'intérieur de la structure de l'édifice afin de prévenir les risques d'effondrement. Enfin, la partie D étudie le transfert thermique à travers un mur composite à changement de phase. Les quatre parties sont indépendantes. Les données utiles sont fournies au début de chaque partie.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont repérées par un soulignement de leur numéro. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Partie A – Pénétrométrie dynamique

La pénétrométrie dynamique est une méthode de sondage des sols utilisée par les géomètres pour analyser le terrain en profondeur lors d'une étude préalable à la construction d'un bâtiment par un architecte. Les résultats des essais permettent de valider ou non le caractère constructible d'un terrain et de définir la profondeur des fondations. L'appareil est constitué d'une tige métallique verticale que l'on enfonce dans le sol à l'aide d'un marteau (appelé *mouton*), de masse M, lâché périodiquement d'une hauteur fixée H, avec une vitesse intiale nulle, et qui vient percuter une enclume solidaire de la tige (figure 1). L'ensemble constitué de l'enclume et de la tige a une masse totale m. La tige, cylindrique de section droite d'aire S, s'enfonce de la distance e à chaque coup de mouton. On néglige les frottements de l'air.

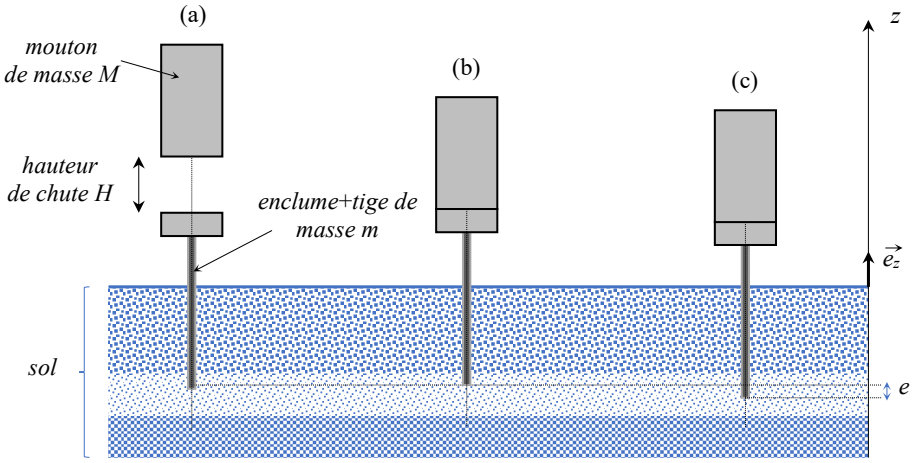


Figure 1 – Principe du sondage par pénétrométrie dynamique : (a) on lâche le mouton sans vitesse initiale ; (b) choc entre le mouton et l'enclume ; (c) après le choc, l'ensemble s'enfonce dans le sol

Données pour la partie A

Masse du mouton	$M = 64$ kg
Masse de l'équipage frappé (enclume et tige)	$m = 24$ kg
Hauteur de chute	$H = 50$ cm
Section de la tige	$S = 20$ cm^2
Intensité du champ de pesanteur	$g = 9{,}8$ m$\cdot$s^{-2}

Chaque couche de matériaux dans le sol est caractérisée par sa résistance dynamique de pointe, notée q_d, qui correspond à la pression moyenne exercée par le sol à l'extrémité de la tige au cours de son enfoncement. Les fondations du bâtiment en projet devront reposer sur un matériau de résistance dynamique de pointe supérieure à 40 MPa.

I – La formule des Hollandais

Q1. Exprimer la vitesse $\overrightarrow{V}$ du mouton juste avant le choc.

Le choc entre le mouton et l'enclume est parfaitement mou, c'est-à-dire que la vitesse du mouton après le choc est identique à celle de l'ensemble {enclume + tige}. La quantité de mouvement globale est conservée durant le choc.

Q2. Déterminer la vitesse $\overrightarrow{v}$ de l'ensemble constitué du mouton, de l'enclume et de la tige juste après le choc.

Q3. En déduire la variation d'énergie cinétique du système formé du mouton, de l'enclume et de la tige lors de l'enfoncement de la tige dans le sol.

Q4. Montrer que le travail moyen de la force exercée par le sol sur l'extrémité de la tige au cours de son enfoncement vaut $-q_d Se$.

Q5. En déduire que la résistance dynamique de pointe s'écrit : $q_d = \dfrac{(M+m)g}{S} + \dfrac{MgH}{Se}\dfrac{M}{M+m}$. On négligera le travail des forces de frottement exercées sur la surface latérale de la tige au cours de l'enfoncement.

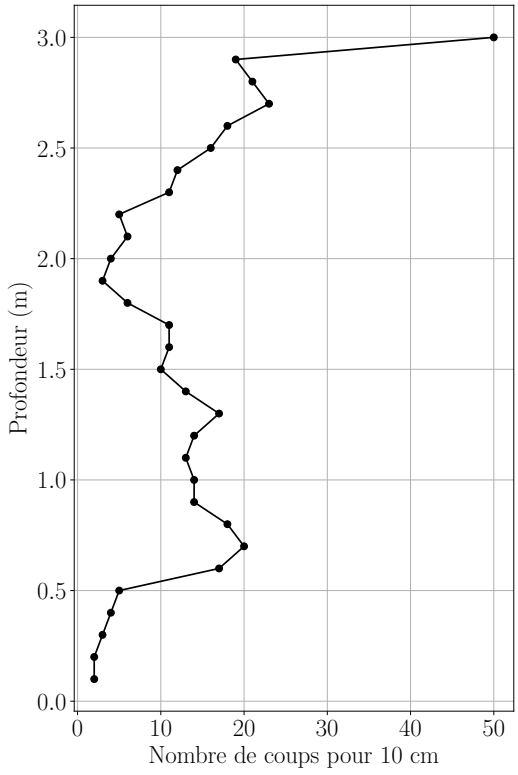
En pratique, la résistance dynamique de pointe utilisée par les géomètres est donnée par la *formule des Hollandais* :

$$q_d = \frac{MgH}{Se}\frac{M}{M+m}$$

Q6. Quelle approximation doit-on effectuer pour retrouver la formule des Hollandais ? Cette approximation vous paraît-elle légitime ?

II – Analyse d'un sol

Au cours de l'essai, le géomètre note, en fonction de la profondeur de la tige, le nombre de coups nécessaires pour un enfoncement de 10 cm (figure 2).



(a) Résultats d'un essai de pénétrométrie dynamique



(b) Des géomètres en plein essai

Figure 2

L'analyse des résultats montre que le sol étudié est constitué successivement d'une couche de terre meuble, d'une couche de remblais formée de gravats, d'une couche de terre et enfin de roche.

Q7. Quelle est l'épaisseur de la couche de terre meuble ?

Q8. Déterminer un ordre de grandeur de la résistance dynamique de pointe dans la couche de remblais.

Q9. Peut-on mettre la base des fondations dans la couche de remblais ?

Q10. L'essai met-il en évidence une profondeur acceptable pour la base des fondations ?

Partie B – La chimie du béton

Le béton est un matériau de construction largement utilisé dans les infrastructures modernes en raison de sa résistance à la compression, de sa durabilité et de sa facilité de mise en œuvre. Il est notamment employé dans les bâtiments, les ponts et les routes.

Données pour la partie B

Constante des gaz parfaits $R = 8{,}31\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$

$\dfrac{RT}{\mathcal{F}}\ln(10) = 0{,}06$ V à 298 K

L'air est constitué à 80 % de diazote $N_{2(g)}$ et à 20 % de dioxygène $O_{2(g)}$ en proportions molaires.

Atome	H	C	O	Si	Ca
Masse molaire ($\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$)	1,0	12,0	16,0	28,0	40,0

Tableau 1 – Masse molaire de différents atomes

Les données des deux tableaux suivants sont fournies à 298 K et seront considérées comme indépendantes de la température.

Constituant	$CaCO_{3(s)}$	$SiO_{2(s)}$	$Ca_3SiO_{5(s)}$	$CO_{2(g)}$	$CH_{4(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$O_{2(g)}$
Enthalpie molaire standard de formation ($\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$)	-1 206	-910	-2 930	-393	-75	-242	
Entropie molaire standard ($\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$)	92,3	41,3	130,5	213,6	186,2	188,7	204,8

Tableau 2 – Données thermodynamiques

Constituant	$CH_{4(g)}$	$O_{2(g)}$	$CO_{2(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$N_{2(g)}$
Capacité thermique molaire standard ($\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$)	35,3	29,4	37,1	33,6	29,1

Tableau 3 – Capacités thermiques molaires standard à pression constante

I – Empreinte carbone de la fabrication du ciment

Pour produire un mètre cube de béton, on mélange 800 kg de sable, une tonne de gravillons, 300 kg de ciment, 180 L d'eau et 1 kg d'adjuvant. Ces composants sont soigneusement dosés afin d'assurer une bonne cohésion et des propriétés mécaniques optimales. Après un certain temps, le ciment fait prise, ce qui provoque le durcissement du béton, le

rendant solide et apte à supporter des charges importantes.
Le ciment, principal liant du béton, est essentiellement composé de silicate de tricalcium $Ca_3SiO_{5(s)}$. Sa fabrication repose sur la cuisson à haute température d'un mélange finement broyé de calcaire, assimilé ici à du carbonate de calcium $CaCO_{3(s)}$, et d'argile, assimilée à de la silice $SiO_{2(s)}$, dans un four rotatif chauffé à environ 1 700 K. Sous l'effet de la chaleur, la farine issue du mélange se transforme en *clinker*, un matériau intermédiaire dur qui est ensuite refroidi puis finement broyé pour produire la poudre de ciment. Cette réaction est appelée *clinkerisation.*
La fabrication du ciment est une source majeure d'émissions de dioxyde de carbone, à cause de la réaction elle-même qui libère une quantité importante de $CO_{2(g)}$ et des besoins énergétiques élevés pour chauffer le four. On estime que la production de ciment est responsable d'environ 8 % des émissions mondiales de CO_2.
On se propose d'estimer l'empreinte carbone de la fabrication du ciment.

On considère la réaction suivante de *clinkerisation* :

$$3\ CaCO_{3(s)} + SiO_{2(s)} = 3\ CO_{2(g)} + Ca_3SiO_{5(s)}$$

Q11. Calculer l'entropie standard de la réaction à 1 700 K et commenter son signe.

Q12. Calculer l'enthalpie standard de la réaction à 1 700 K et commenter son signe.

Q13. La réaction est-elle favorisée à haute température ? Commenter le choix industriel.

Q14. Calculer la constante d'équilibre à 1 700 K et en déduire que la réaction est totale d'un point de vue thermodynamique.

Q15. Déterminer la masse de $CO_{2(g)}$ libérée par la production d'une tonne de ciment.

Q16. Montrer que pour produire une tonne de ciment à 1 700 K sous la pression atmosphérique le four doit fournir une énergie thermique $Q_{1t} = 1{,}84 \times 10^9$ J.

Cette énergie thermique est apportée par la réaction totale de combustion de méthane $CH_{4(g)}$ dans le dioxygène de l'air en proportions stoechiométriques. La combustion est supposée isobare à la pression atmosphérique. L'air et le méthane sont à la température initiale $T_i = 298$ K. Les réactifs et les produits sont à l'état gazeux.

Q17. Écrire la réaction de combustion du méthane sachant qu'elle ne libère que de l'eau et du dioxyde de carbone.

Q18. Calculer l'enthalpie standard de la réaction. Commenter.

On considère que la combustion du méthane permet de maintenir le four rotatif de production de ciment à la température constante $T_f = 1\ 700$ K. L'ensemble du système est calorifugé. Les seuls échanges thermiques ont lieu entre la chambre de combustion du méthane et le four rotatif (figure 3).

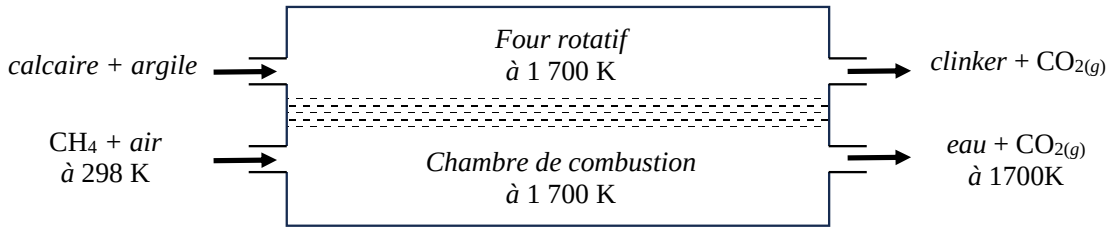


Figure 3 – Principe du four utilisé pour la fabrication du ciment

Q19. À l'aide d'un bilan thermodynamique appliqué à la chambre de combustion, déterminer la quantité de méthane à brûler pour former une tonne de ciment.

Q20. En déduire la masse totale de $CO_{2(g)}$ produite par la fabrication d'une tonne de ciment.

Q21. Commenter ce résultat sachant que l'on estime que l'empreinte carbone du béton est de l'ordre de 200 kg de CO_2 par mètre cube de béton (soit 2 310 kg de béton sans armature) (*source : SFIC – CIMBéton*).

II – Corrosion d'un béton armé

Pour renforcer la résistance aux contraintes des ouvrages, on utilise du béton armé. Cette technique consiste à insérer des armatures en acier dans le béton avant sa mise en place. Le béton armé combine alors la résistance à la compression du béton et la résistance à la traction de l'acier, ce qui améliore considérablement la performance des structures.
Toutefois, des microfissures peuvent apparaître dans le béton armé. Ces fissures, souvent inévitables, sont surveillées à l'aide de jauges de contrainte afin d'évaluer leur évolution et leur impact sur la durabilité de l'ouvrage. Si ces fissures deviennent trop importantes, elles peuvent permettre à l'eau de pénétrer et d'atteindre les armatures en acier. En présence d'humidité, l'acier peut alors subir un processus de corrosion, ce qui pourrait affaiblir la structure.
Dans la suite, l'acier des armatures du béton armé est assimilé à du fer pur.
Les aspects thermodynamiques de la corrosion du fer peuvent être étudiés à l'aide du diagramme potentiel–pH de la figure 4. Les espèces considérées lors du tracé du diagramme sont : $Fe_{(s)}$, Fe^{2+}, Fe^{3+} et $Fe_2O_{3(s)}$. On a superposé au diagramme du fer celui des deux couples de l'eau (tirets).

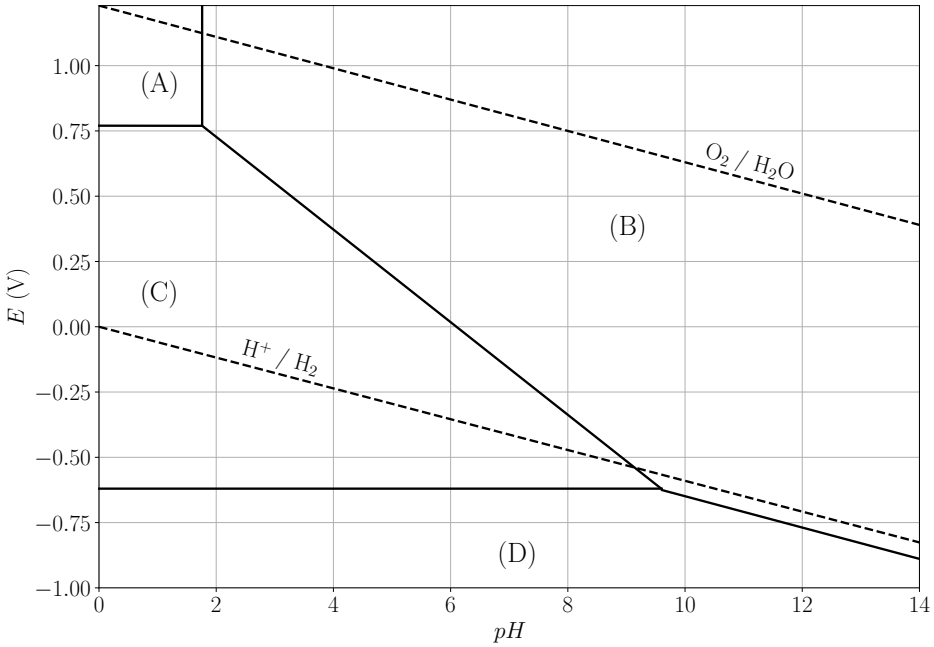


Figure 4 – Diagramme potentiel-pH du fer (trait plein) et des couples de l'eau (tirets).
Conventions utilisées pour le tracé : concentration totale en élément fer dans la solution : $c_t = 1{,}0 \times 10^{-6}$ mol·L^{-1} ; concentrations égales à la frontière entre deux espèces dissoutes.

Q22. Quel est le nombre d'oxydation du fer dans $Fe_2O_{3(s)}$ sachant que les deux atomes de fer sont équivalents ?

Q23. Attribuer à chaque espèce du fer son domaine de stabilité (A), (B), (C) ou (D).

Q24. Déterminer les potentiels redox standards des couples (Fe^{3+} / Fe^{2+}) et (Fe^{2+} / $Fe_{(s)}$).

Le pH d'un béton se situe en pratique entre 12 et 13.

Q25. L'eau agit-elle sur le fer dans ce cas ? Cela fragilise-t-il la structure ?

La carbonatation du béton est un processus naturel de vieillissement du béton qui a pour effet, quand il a lieu, de baisser le pH du béton.

Q26. Pourquoi la carbonatation présente t-elle un risque pour le béton armé ?

Partie C – Jauge de contrainte à corde vibrante

Une jauge de contrainte à corde vibrante est un capteur qui permet de détecter les déformations d'une structure. Le dispositif est constitué d'un fil en acier tendu entre deux coupelles et placé à l'intérieur d'un tube de protection réglable en longueur (figure 5). Une bobine située au milieu du tube permet à la fois de mettre le fil en vibration et de détecter le mouvement de ses oscillations transversales. La mesure des fréquences de résonance du système permet d'accéder à la tension du fil et à ses variations éventuelles dues à la déformation du support. Plusieurs capteurs placés à différents endroits à l'intérieur même de la structure en béton armé du bâtiment permettent ainsi d'établir une cartographie précise des contraintes subies par le matériau.

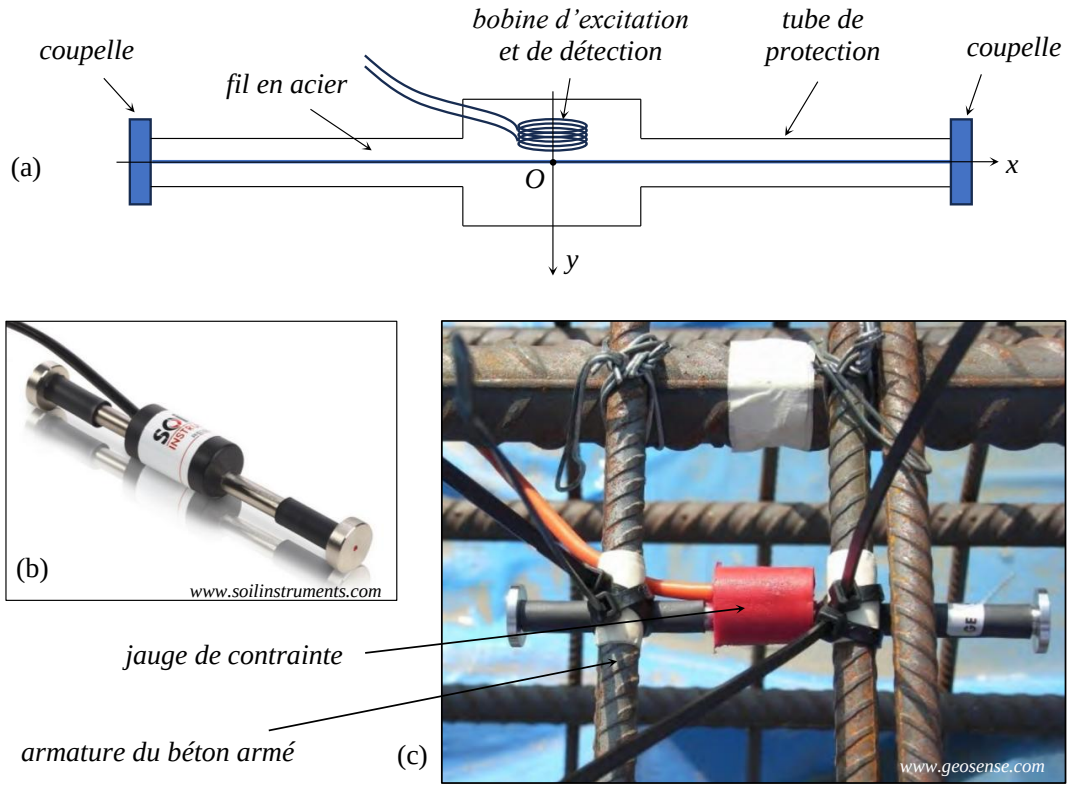


Figure 5 – (a) Coupe longitudinale d'une jauge de contrainte à corde vibrante ;
(b) modèle commercial ; (c) jauge de contrainte fixée à la structure d'un bâtiment avant coulée du béton

Données pour la partie C

Masse volumique de l'acier	$\rho = 7{,}80 \times 10^3$ kg·m^{-3}
Module d'Young de l'acier	$E = 220$ GPa
Formule utile	$(1+\varepsilon)^\alpha = 1 + \alpha\varepsilon$ à l'ordre 1 en ε.

I – Modes propres de vibration

Avant sa mise en place dans la structure en béton, le fil est tendu entre les deux coupelles avec une tension T. Le fil en acier a alors une longueur $L = 150$ mm le long de l'axe (Ox) et un diamètre $d = 0{,}75$ mm. La bobine excitatrice est par ailleurs constituée de spires circulaires d'axe (Oy) parcourues par un courant électrique d'intensité variable qui fait apparaître un courant électrique induit le long du fil conducteur.

Q27. Préciser par des considérations de symétrie la direction du champ magnétique créé par la bobine au point O. En déduire la nature et la direction de la force qui s'exerce sur le fil à cet endroit.

La bobine est tout d'abord parcourue par un courant électrique pendant une courte durée permettant de mettre le fil en vibration. On note alors $\xi(x,t)$ le déplacement transversal du fil en acier, fixé à ses extrémités en $x = \pm\dfrac{L}{2}$ au niveau des deux coupelles. On montre qu'en régime libre de vibration, $\xi(x,t)$ vérifie en tout point du fil la relation :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{4T}{\rho \pi d^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

On pose $c = \dfrac{2}{d}\sqrt{\dfrac{T}{\pi\rho}}$.

Q28. Déterminer la dimension de c et préciser son unité dans le système international.

On recherche dans un premier temps des solutions vibratoires de pulsation ω de la forme suivante :

$$s(x,t) = A\cos(\omega t + \varphi)\sin(kx + \psi)$$

où A, φ et ψ sont des constantes.

Q29. Exprimer k en fonction de ω et c.

Q30. Préciser les conditions aux limites vérifiées par $s(x,t)$. En déduire les pulsations ω_p possibles des vibrations en fonction de L, c et d'un entier p. Sous quelle forme générale pourra-t-on écrire la forme transversale $\xi(x,t)$ du fil en régime libre ?

Une analyse spectrale du signal permet d'obtenir la valeur des fréquences propres f_p du fil avec une précision de 1 Hz. On mesure ainsi une fréquence fondamentale f_1 de 750 Hz.

Q31. Calculer numériquement c ainsi que la tension T imposée au fil.

II – Un fil sous contrainte

On note L_0 et d_0 la longueur et le diamètre du fil en l'absence de toute contrainte, avant son installation dans le tube. Au moment de la mise en place du capteur, l'opérateur règle la longueur du tube pour tendre le fil à la tension d'utilisation telle que la fréquence fondamentale f_1 du fil d'acier soit de 750 Hz. On note alors L et d la longueur et le diamètre du fil sous tension comme précédemment et on définit l'allongement relatif du fil par la grandeur algébrique : $\varepsilon = \dfrac{L - L_0}{L_0}$. Pour des déformations suffisamment faibles, le comportement du fil est élastique et la tension exercée s'exprime par la loi de Hooke : $T = E\dfrac{\pi d^2}{4}\varepsilon$ avec E le module d'Young de l'acier, constante caractéristique de l'élasticité du matériau.

Q32. Évaluer l'allongement relatif initial ε_0 du fil lors de sa mise en place. En déduire la variation absolue $\Delta L = (L - L_0)$ de la longueur du fil au moment de la mise en place du capteur en fonction de ε_0 et L à l'ordre 1 en ε_0. Faire l'application numérique.

Q33. Évaluer de même la variation absolue $\Delta d = (d - d_0)$ du diamètre du fil en fonction de ε_0 et d à l'ordre 1 en ε_0. Commenter.

Une fois installé définitivement dans la structure en béton du bâtiment, le fil va se déformer en même temps que le matériau situé tout autour lui. Ces déformations peuvent être dues au poids du bâtiment ou des charges supportées, ou encore au gonflement du béton suite à la corrosion des armatures en acier. On note alors $\Delta\varepsilon$ la variation de l'allongement relatif du fil entre sa mise sous contrainte supplémentaire et sa mise en place et on néglige toute variation de la longueur ou du diamètre du fil *devant* leurs valeurs en l'absence de contrainte.

Q34. Établir l'expression de la nouvelle fréquence fondamentale f_1' du fil lorsque le béton est sous contrainte en fonction de ε_0, $\Delta\varepsilon$, L et des caractéristiques de l'acier.

Le béton est très résistant aux contraintes en compression et beaucoup moins aux contraintes en traction.

Q35. Comment varie la fréquence fondamentale du fil si, dans la zone du capteur, le béton est soumis respectivement à une contrainte en compression ou à une contrainte en traction ?

Le béton peut supporter des déformations allant jusqu'à 0,35 % en compression et 0,02 % en traction. Au-delà, le béton pourrait se fissurer ou casser, fragilisant l'ensemble de la structure.

Q36. Calculer f_1' pour une contrainte maximale du béton en traction. La variation de fréquence est-elle mesurable ?

Q37. Quelle déformation maximale en compression pourrait-on mesurer avec cette jauge de contrainte ?

La dilatation thermique, qui apparaît lors d'une variation de la température du milieu, est aussi une cause de déformation du béton, mais aussi de l'acier constituant le fil de la jauge de contrainte, ce qui pourrait fausser la mesure. La variation de longueur du fil d'acier de longueur L suite à une variation de température $\Delta\theta$ s'exprime dans ce cas : $\Delta L = \alpha L \Delta\theta$ où $\alpha = 1{,}2 \times 10^{-5}$ K^{-1} est le coefficient de dilatation thermique de l'acier.

Q38. Faut-il tenir compte de la dilatation thermique de l'acier lors de la mesure de la déformation du béton par une jauge de contrainte à corde vibrante ? Quelle solution pourrait-on proposer pour ne pas fausser les mesures ?

Partie D – Un mur dans tous ses états

Canicule : n.f. épisode de températures élevées, de jour comme de nuit, sur plus de trois jours
(*source : ADEME, Agence pour le Développement et la Maîtrise de l'Énergie*)

En période de canicule, les bâtiments sont soumis à des températures extérieures importantes qui vont d'abord chauffer les murs, puis les pièces intérieures. On cherche dans cette partie à évaluer la puissance thermique transmise à travers un mur lorsque la température intérieure est maintenue constante grâce à un climatiseur.

On considère la pièce intérieure d'habitation ou de travail décrite dans la figure 6. On néglige tout transfert thermique à travers le plancher et le plafond, ainsi qu'à travers les murs de séparation avec les pièces voisines. Les parois donnant vers l'extérieur sont équivalentes à un seul mur d'aire totale $S = 25$ m^2 et d'épaisseur $h = 200$ mm.

Lors d'un épisode de canicule, la température extérieure passe brutalement de 20 °C à une valeur $T_{\text{ext}} = 30$ °C constante pendant plusieurs jours de suite (de jour comme de nuit). Un climatiseur maintient la température de la pièce à une valeur $T_{\text{int}} = 20$ °C en adaptant sa puissance de refroidissement au cours du temps.

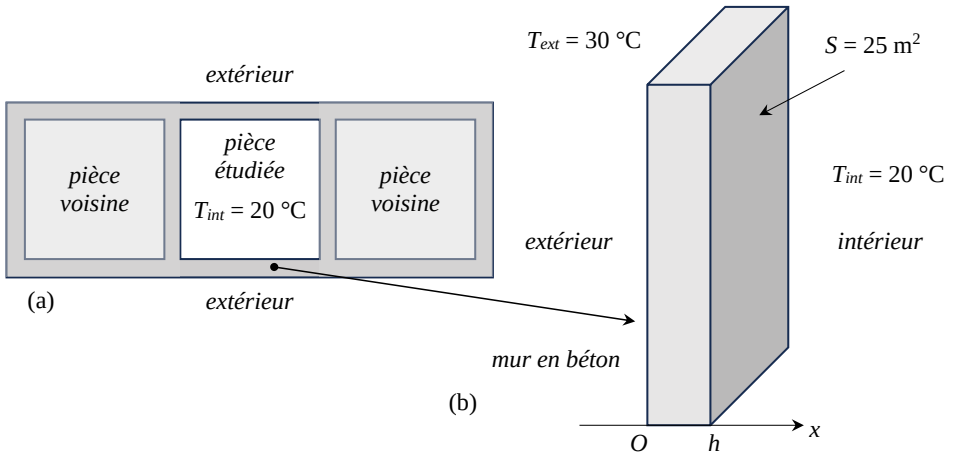


Figure 6 – (a) Plan du bâtiment (vue de dessus) ; (b) Coupe du mur équivalent en béton

Données pour la partie D

Caractéristiques thermiques du mur en béton simple ou composite :

Conductivité thermique	$\lambda = 1{,}8$ W·m^{-1}·K^{-1}
Masse volumique	$\rho = 2{,}3 \times 10^3$ kg·m^{-3}
Capacité thermique massique	$c = 9{,}0 \times 10^2$ J·K^{-1}·kg^{-1}

Caractéristiques thermiques du panneau isolant :

Conductivité thermique	$\lambda_i = 3{,}8 \times 10^{-2}$ W·m^{-1}·K^{-1}
Masse volumique	$\rho_i = 1{,}4 \times 10^2$ kg·m^{-3}
Capacité thermique massique	$c_i = 2{,}1 \times 10^3$ J·K^{-1}·kg^{-1}

I – Mur avec ou sans isolation thermique

Le mur est entièrement en béton, caractérisé par sa capacité thermique massique c, sa masse volumique ρ et sa conductivité thermique λ. Les données numériques sont fournies en fin de partie. Les faces du mur sont maintenues aux températures respectives T_{ext} (coté extérieur en $x = 0$) et T_{int} (côté intérieur en $x = h$). On appelle $T(x,t)$ le champ de température, supposé unidimensionnel, dans l'épaisseur du mur à l'instant t.

Q39. À l'aide d'un bilan thermique appliqué à la tranche de mur située entre x et $x + \mathrm{d}x$ entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$, établir l'équation vérifiée par le champ de température $T(x, t)$ dans le mur.

Q40. Exprimer le temps caractéristique imposé par l'équation de la diffusion thermique. Le régime stationnaire est-il atteint dans le cas de la canicule étudiée ?

Q41. Déterminer le profil de température $T(x)$ dans le mur en régime stationnaire et tracer l'allure de T en fonction de x. En déduire la puissance thermique Φ_{th0} qui traverse le mur, puis définir et calculer la résistance thermique du mur par analogie électrocinétique.

Q42. À l'aide d'un bilan thermique appliqué à l'ensemble de la pièce, déterminer la puissance thermique de refroidissement du climatiseur permettant de maintenir la température constante dans la pièce.

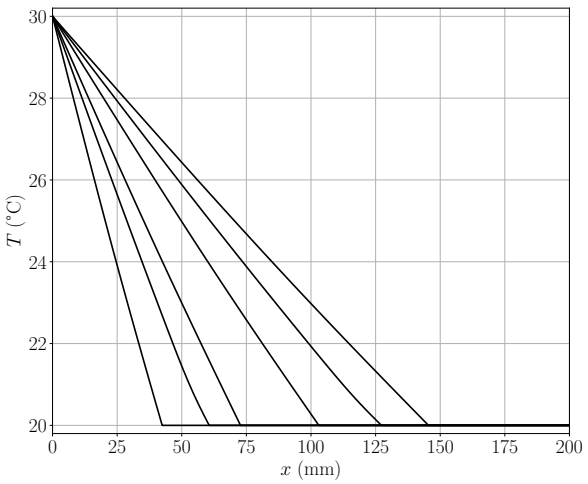
On installe un panneau isolant d'aire S et d'épaisseur $h_i = 20$ mm contre la face intérieure du mur, entre les abscisses $x = h$ et $x = h + h_i$. Les caractéristiques thermiques de l'isolant sont fournies en fin de partie. On se place en régime stationnaire.

Q43. Évaluer la nouvelle puissance thermique Φ_{th1} qui traverse le mur. Comparer à la puissance Φ_{th0} obtenue précédemment.

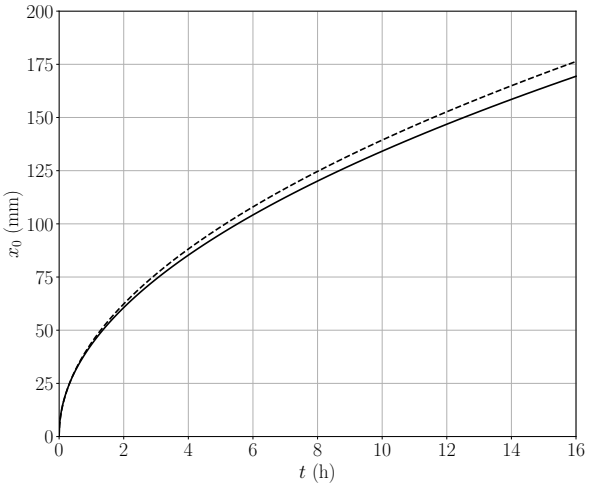
II – Un mur avec changement de phase

On retire le panneau isolant et on envisage d'utiliser pour le mur un béton composite constitué d'un mélange de béton classique et d'un matériau, appelé MCP (pour *matériau à changement de phase*), sous forme de petites billes réparties dans le mur et dont la température de fusion T_0 est proche de la température ambiante. Le matériau composite obtenu a une enthalpie massique de fusion ℓ_{f}. Il est supposé homogène et de mêmes caractéristiques physiques que le béton, que les billes soient sous forme liquide ou solide. On négligera tout effet lié à la convection.

On considère dans un premier temps que la température de fusion du matériau vaut $T_0 = 20$ °C. Le mur est initialement entièrement solide à la température de 20 °C lorsque démarre la période de canicule. Une simulation numérique permet de tracer le profil de température dans le mur à différents instants pour une température extérieure de 30 °C (figure 7(a)).



(a) Profils de température dans le mur pour $t = 1$ h, 2 h, 3 h, 6 h, 9 h et 12 h (de gauche à droite)



(b) Position du front de fusion au cours du temps (simulation numérique en trait plein ; modèle simple en tirets)

Figure 7

Q44. Interpréter physiquement la forme des profils de températures obtenus à la figure 7(a) avec la simulation. Préciser en particulier l'état physique du matériau MCP dans chaque zone. Peut-on considérer que le régime stationnaire de diffusion thermique est atteint dans chaque zone ?

On cherche à établir un modèle simple permettant de prévoir la position $x_0(t)$ du front de fusion dans le matériau au cours du temps. On suppose pour cela que le profil de température reste affine à chaque instant dans chaque zone définie par $[0,\, x_0(t)]$ et $[x_0(t),\, h]$.

Entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$, le front de fusion se déplace de $\mathrm{d}x_0$.

Q45. Appliquer le premier principe de la thermodynamique à la couche de matériau comprise entre x_0 et $x_0 + \mathrm{d}x_0$ entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$ et montrer que la position du front de fusion vérifie une équation différentielle de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(x_0^2\right) = K$$

où K est une constante que l'on exprimera en fonction de T_0, T_{ext}, ℓ_{f} et des caractéristiques thermiques du mur.

Dans la suite on prendra : $K = 5{,}40 \times 10^{-7}\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q46. Calculer l'enthalpie massique de fusion ℓ_{f} du matériau composite. Commenter la valeur obtenue sachant que les matériaux MCP sont généralement à base de paraffine, dont l'enthalpie massique de fusion est de l'ordre de 200 kJ.kg^{-1}.

La simulation numérique fournit également la position du front de fusion au cours du temps (trait plein), ainsi que le résultat du modèle simple précédent (tirets) (figure 7(b)).

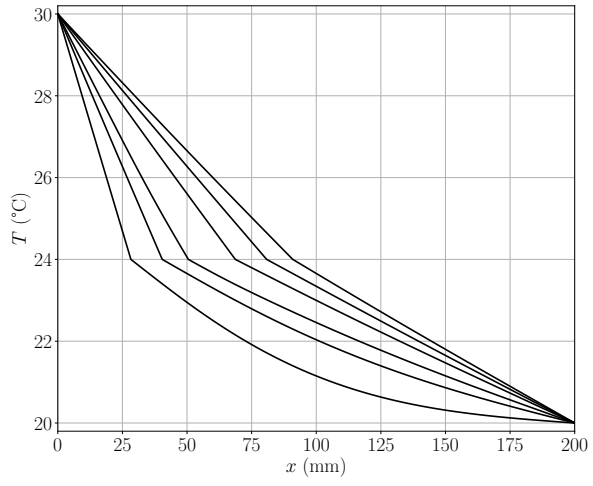
Q47. Commenter la validité du modèle étudié et déterminer l'instant t_{f} à partir duquel le front de fusion a traversé tout le mur.

On utilise à présent le modèle étudié pour évaluer la puissance thermique qui entre dans le mur depuis l'extérieur en $x = 0$ et celle qui sort du mur en $x = h$.

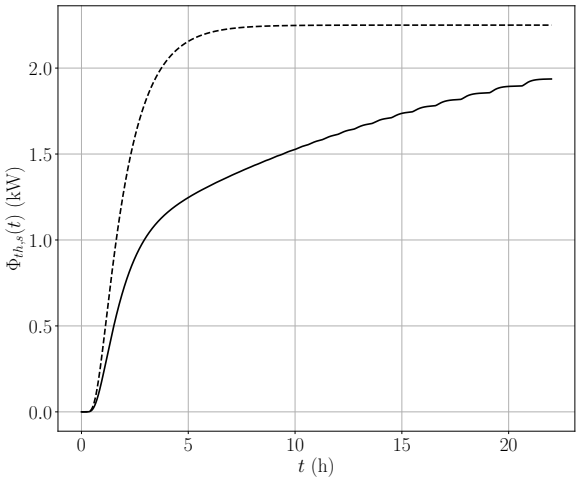
Q48. Exprimer le flux thermique entrant dans le mur $\Phi_{\text{th,e}}(t)$ à l'instant t en fonction de $x_0(t)$, T_0, T_{ext} et des caractéristiques du mur. En déduire l'expression de $\Phi_{\text{th,e}}(t)$ en fonction de t et des données. Tracer l'allure du graphe de $\Phi_{\text{th,e}}(t)$ en fonction de t et interpréter sa valeur Φ_{th2} lorsque $t > t_{\text{f}}$.

Q49. Tracer de même la courbe de la puissance thermique $\Phi_{\text{th,s}}(t)$ sortant du mur en $x = h$ en fonction du temps pour $t < t_{\text{f}}$ et pour $t > t_{\text{f}}$. Quel est l'intérêt principal du matériau composite à base de MCP utilisé pour le mur ?

En pratique, les matériaux MCP utilisés ont une température de fusion un peu plus élevée. On considère à présent que $T_0 = 24\ °\text{C}$. La figure 8 présente les résultats d'une nouvelle simulation numérique, avec toujours un mur initialement à 20 °C, une pièce intérieure de température constante $T_{\text{int}} = 20\ °\text{C}$ et une température extérieure qui passe brutalement de 20 °C à $T_{\text{ext}} = 30\ °\text{C}$.



(a) Profils de température dans le mur pour t = 1 h, 2 h, 3 h, 6 h, 9 h et 12 h (de gauche à droite)



(b) Puissance thermique sortant du mur en x = h (trait plein : mur composite ; tirets : mur en béton simple)

Figure 8

En considérant les mêmes hypothèses qu'à la question **Q45**, on montre que la position du front de fusion vérifie à présent l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda}{\rho \ell_{\text{f}}}\left(\frac{T_{\text{ext}} - T_0}{x_0(t)} - \frac{T_0 - T_{\text{int}}}{h - x_0(t)}\right)$$

Q50. Montrer que le front de fusion atteint une position limite $x_{0,\max}$ dans le mur. Exprimer $x_{0,\max}$ en fonction de h, T_0, T_{ext} et T_{int} et interpréter physiquement ce résultat.

La simulation numérique utilise un programme en python pour calculer la température dans le mur au cours du temps par la méthode des éléments finis. Le mur d'épaisseur h est discrétisé dans l'espace en `Nx` points espacés de `dx`. Le temps est discrétisé en `Nt` instants espacés de `dt`. Le programme fournit alors un tableau `T` à deux dimensions tel que l'élément `T[i,k]` donne la température $T(x,t)$ en $x =$ `i*dx` à l'instant $t =$ `k*dt`. Un extrait du programme est présenté à la figure 9. On rappelle que `T[0,:]` désigne le tableau des valeurs de $T(0,t)$ aux différents instants du tableau `t` et que `T[:,0]` désigne le tableau des valeurs de $T(x,0)$ aux différentes positions du tableau `x`.

```
1  #Paramètres physiques du mur simple ou composite
2  h = 200e-3 # Epaisseur du mur (m)
3  S = 25 # Surface du mur (m**2)
4  Lambda = 1.8 # Conductivité thermique du béton (W/m/K)
5  rho = 2.3e3 # Masse volumique (kg/m**3)
6  c = 9.0e2 # Capacité thermique massique (J/K/kg)
7
8  #Discrétisation spatiale et temporelle
9  dx = h/(Nx - 1) # Pas spatial
10 x = np.linspace(0, h, Nx) # Tableau des positions dans le mur
11 dt = tmax/(Nt - 1) # Pas temporel
12 t = np.linspace(0, tmax, Nt) # Tableau des instants pendant la durée tmax
13
14 #Calcul de la puissance thermique sortant du mur
15 Pth = # A COMPLETER #
16
17 #Tracé du graphe
18 plt.plot(t, Pth)
19 plt.show()
20
21 #Rappel de syntaxe python :
22 #np.linspace(a, b, N) renvoie un tableau de N points régulièrement espacés entre a et b
```

Figure 9 – Extrait du programme python à compléter

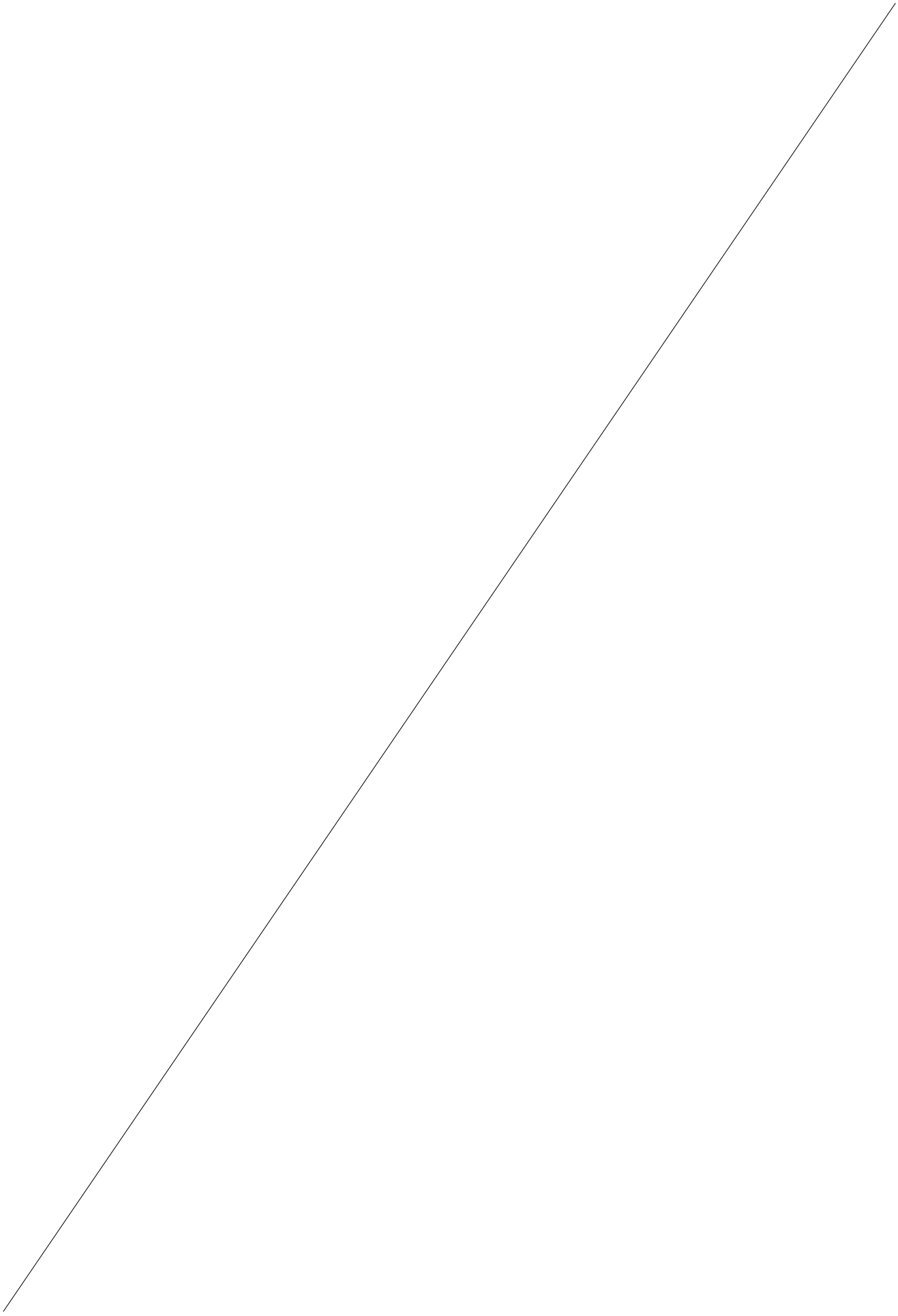
Q51. On suppose que le tableau `T` est déjà rempli par un algorithme que l'on ne demande pas de détailler. Compléter le code python (ligne 15) permettant de calculer le tableau `Pth` contenant les valeurs de la puissance thermique sortant du mur en $x = h$ au cours du temps.

La figure 8(b) montre le graphe de la puissance thermique sortant du mur en $x = h$, dans le cas d'un mur en béton simple (tirets) ou avec un mur composite avec billes de MCP (trait plein).

Q52. Commenter les deux courbes et prévoir la valeur limite de la puissance thermique sortant du mur dans chaque cas. Quelle solution peut-on proposer pour diminuer la puissance thermique transmise en régime stationnaire ?

◇ Fin ◇

P094 - 10 mars 2026 - 15:40:01



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Premier principe appliqué aux transformations physico-chimiques : grandeurs standard de réaction et effets thermiques
- Second principe : enthalpie libre, potentiel chimique et équilibre chimique
- Oxydoréduction et piles électrochimiques
- Propagation d'un signal
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/centrale/tsi