Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2004, filière MP

Sciences industrielles

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- I- Présentation
- II- Réalisation des choux
- III- Dosage de la pâte, III 1- Isostaticité du mécanisme
- III- Dosage de la pâte, III 2- Cinématique du mouvement plan
- IV- Modélisation du comportement de la pâte

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Exemplaire numérisé : des annotations manuscrites figurent sur le sujet. Il sera remplacé dès que nous aurons une copie propre.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/cnc/mp/2004/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS NATIONAL COMMUN
D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

Session : 2004
Filière : MP

Epreuve de Sciences Industrielles
Durée : 4 heures

Composition du sujet :

Le sujet comporte :

- Enoncé du sujet : pages de **1** à **7**
- Figures : Figures **1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11.**
- Document réponse : Figures **12-13.**

Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve. Si au cours de l'épreuve le candidat repère ce qui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Aucun document supplémentaire n'est autorisé.
Calculatrice autorisée.

En fin de l'épreuve, le candidat doit rendre :

- La copie d'examen soigneusement paginée.
- Le document réponse .

LIGNE DE PRODUCTION DES GATEAUX

I- Présentation : Figure 1.

Cette ligne est constituée d'un tapis roulant qui achemine la pâte successivement à chacun des postes qui sont :

-Poste de dépose de la pâte .
-Poste de cuisson .
-Poste d'injection de crème.
-Poste de nappage et décoration .
-Poste de conditionnement et emballage.

Elle permet de fabriquer et d'emballer jusqu'à 29000 mini éclairs (2 * 5cm^2) à l'heure .
La vitesse linéaire du tapis , imposée par le temps de cuisson et la longueur du four est constante.
Pour assurer les cadences attendues, 25 rangées de gâteaux sont confectionnées parallèlement sur le tapis. Les gâteaux d'une rangée sont réalisées en même temps par plusieurs buses .
Le tapis avance de la gauche vers la droite (**Fig .1**),on y distingue les rangées de gâteaux . La quantité de pâte nécessaire pour un gâteaux est extraite de la trémie de stockage, puis expulsée par un mécanisme de dosage, au travers d'une buse située au dessus du tapis.

L'objectif de cette étude est la validation partielle des solutions constructives du système automatisé de dépose de pâte sur le tapis .

II- Réalisation des choux :

La ligne de production permet la réalisation des gâteaux de formes différentes telles que des choux et des éclairs (**Photo**). Ces différentes formes sont obtenues par la gestion de la position relative de la buse par rapport au tapis en mouvement pendant la dépose de la pâte.Dans cette partie , on se propose de valider les performances des solutions constructives retenues pour la réalisation des choux (forme ronde).
La doseuse est installée sur un chariot qui se déplace en translation dans la direction du tapis $\vec{x}_0$.
Le schéma de la **figure 2** décrit un modèle du dispositif de mise en mouvement de l'ensemble mobile.

Un moteur associé à un réducteur , embarqués sur l'ensemble mobile, assurant l'entraînement grâce à une courroie crantée et un ensemble de trois poulies dont l'une est liée au moto-réducteur.

On suppose que la courroie est inextensible et que la poulie , liée au moto-réducteur, entraîne sans glissement la courroie. On repère la position du chariot par le paramètre x .

La vitesse relative des buses par rapport au tapis doit être nulle pendant le temps de dépose afin de réaliser des choux. Pour assurer ce suivi du tapis le constructeur a retenu comme valeur algébrique v de la vitesse de l'ensemble mobile par rapport au repère fixe R_0, le cycle décrit sur la **figure 3 .**

La vitesse de consigne aller v_1 est égale à la vitesse du tapis, le temps aller t_1 est au moins égal au temps de fabrication d'une rangée de choux. La vitesse v_2 est la vitesse retour et le temps t_2 est la durée d'un cycle de fabrication d'une rangée de choux.

Q1- *Reproduire sur la feuille de copie le schéma de la figure (3b) et le compléter en précisant la position de la buse et du point A du tapis aux instants t_1 et t_2.*

Q2- *Quelle relation doit-on avoir entre v_1, v_2, t_1 et t_2, pour que la fonction x(t) soit périodique, c'est à dire qu'à chaque début de cycle le chariot reparte de sa position initiale ?*

On appelle $\vec{\Omega}_r = \omega_r \vec{z}_0$ le vecteur vitesse de rotation de la poulie motrice, dont le rayon est R=20mm.
On appelle $\vec{\Omega}_m = \omega_m \vec{z}_0$ le vecteur vitesse de rotation du moteur et $k = \frac{1}{80}$ le rapport de réduction du réducteur.

Q3- *Quelle est la relation liant v, ω_r et R ? En déduire la relation liant v, R, k et ω_m.*

Le moteur utilisé pour animé l'ensemble mobile est un moteur électrique à courant continu.
Les équations régissant son fonctionnement électrique sont ci- dessous :

$$u_m(t) = K_e \omega_m(t) + R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \qquad (1)$$

$$C_m(t) = K_t\, i(t) \qquad (2)$$

On appelle J_{eq} le moment d'inertie équivalent par rapport à l'axe (G, $\vec{z}_0$), ramené à l'arbre du moteur, de toutes les parties mobiles concourant au mouvement de translation. Le moment d'inertie équivalent J_{eq} est donné par $J_{eq} = J_{mr} + J_t$.

J_{mr} est le moment d'inertie équivalent, ramené à l'arbre moteur, de l'ensemble moteur et réducteur. Il est donné, pour le moteur choisi : $J_{mr} = 112.\ 10^{-4}$ kg.m^2 .

J_t est le moment d'inertie équivalent, ramené à l'arbre moteur, de l'ensemble des pièces en translation (moto-réducteur y compris) de masse m= 95kg et la pâte dont la masse mp varie au cours d'une fabrication de 120kg (trémie pleine) à 0kg (trémie vide).

On néglige le moment d'inertie des poulies.

Q4- *Donner l'expression de J_t en fonction de m, mp, k, et R. Montrer alors que J_t est négligeable devant J_{mr}.*

On retiendra donc $J_{eq} = J_{mr} = 112\ .\ 10^{-4}$ kg.m^2 .
On considère que le couple des actions résistant qui s'oppose au couple $C_m(t)$fourni par le moteur électrique est formé du couple des actions d'inertie et du couple des actions de frottement visqueux de facteur μ.

Q5- *Ecrire l'équation de dynamique, notée (3) liant* $C_m(t)$, $\omega_m(t)$, μ et J_{eq}.

La détermination de la fonction de transfert du moteur électrique donnant la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ en fonction de la tension électrique d'entrée u(t) nécessite de prendre la transformée de Laplace des équations (1), (2) et (3) .

Q6- *A quelle difficulté se heurterait-on si le moment d'inertie J_t n'était pas négligeable devant J_{mr} ?*

On posant alors $K_e = K_t = K$, on obtient la fonction de transfert du moteur :

$$G(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{K}{K^2+\mu R}}{1+\frac{RJ_{eq}+\mu L}{K^2+\mu R}p + \frac{LJ_{eq}}{K^2+\mu R}p^2}$$

$\Omega_m(p)$: Transformée de Laplace de $\omega_m(t)$.
$U_m(p)$: Transformée de Laplace de $u_m(t)$.
Les caractéristiques du moteur sont :

$R=0{,}25\,\Omega$; $L=6.10^{-3}$H ; $K=0{,}5$ N.m/A ; $\mu=0{,}02$N.m.s/rad ; $J_{eq}=112.10^{-4}$ kg.m^2.

Q7- *Déterminer le gain statique(K_0),le coefficient d'amortissement (z) et la pulsation propre(ω_0) de ce moteur .Calculer le module de $G(j\omega)$,pour $\omega=\omega_0$.*

On associe à ce moteur un asservissement en vitesse de manière à assurer une consigne conforme à celle de **la figure (3a).**
Le schéma bloc est décrit sur **la figure 4.**
On note V(p) la transformée de Laplace de la vitesse réalisée $v(t)$ de l'ensemble en translation. On note $V_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de vitesse.
Le capteur permettant de réaliser l'asservissement est placé sur le moteur. Il en mesure sa vitesse avec un gain k= 1 Vs/rad.

Q8- *Déterminer l'erreur en régime permanent $\varepsilon_v = v_c(\infty) - v(\infty)$ résultant d'une consigne de vitesse chariot $v_c(t) = v_1\,u(t)$ ou $u(t)$ représente la fonction échelon. Donner la valeur numérique de ε_v en pourcentage de v_1.*

Q9- *Conclure quant à l'aptitude de l'ensemble mobile à suivre le tapis à vitesse relative nulle avec la consigne $v_1 = v_{tapis}$, pour qu'un chou ne ressemble pas à un éclair. De quelle nature doit être le correcteur à insérer dans l'asservissement ? Justifier votre réponse.*

Q10- Tracer sur la copie les diagrammes asymptotiques de Bode ,et l'allure des courbes de Bode de *$G(j\omega)$ en tenant compte des résultats de la question* **Q7-** .

Q11- On place un correcteur de fonction de transfert C(p) = K_c entre le comparateur et le moteur. *En déduire la valeur de K_c assurant une marge de phase de 45°.*

Une simulation numérique donne la réponse représentée sur la figure 5 . Elle correspond à une vitesse de consigne de 1 cm/s.

Q12- Que pensez-vous du respect du critère du cahier de charges, temps de réponse à 5% inférieur à 0,45s ?

III- Dosage de la pâte :

L'objet de cette partie est l'étude du système qui permet de doser la pâte à choux.
Le dispositif utilisé est un mécanisme de transformation de mouvement présenté **figures (6) et (7).**

La rotation continue de l'arbre moteur conduit à la translation alternative du piston 5 .
La pâte , initialement stockée dans la trémie, est acheminée vers la chambre d'éjection de pâte grâce au basculement d'un boisseau. Le mécanisme doseur est composé d'une manivelle 1(animée en rotation par l'arbre moteur), d'une bielle 2, d'un balancier 3 et d'un piston 5. Un maneton 4 permet de lier le piston au balancier. Un dispositif de réglage de la course du piston, composé des pièces 6, 7, et 8 permet, en changeant l'altitude de la pièce 8 de modifier la position du point C du solide 3. Le bâti de la doseuse sera noté 0.
Il est à noter que le système de mise en mouvement de translation verticale de la pièce 8 (réalisé par liaison glissière hélicoïdale, chaîne ....) n'est pas représenté sur la figure 7.

III 1- Isostaticité du mécanisme :

On considère le modèle de **la figure (7).**

Q13- *Etablir le graphe des liaisons de ce modèle .*

Q14- *Déterminer, par une étude statique, la liaison équivalente aux deux liaisons reliant les solides 4 et 5.* $\overrightarrow{D''D'} = a\,\vec{z}_0$.

Q15- *Le degré de mobilité utile du modèle est mu = 2 .Estimer le degré de mobilité interne* m_i *en précisant les mouvements concernés .*

Q16- *En déduire alors le degré d'hyperstaticité h.*

III 2- Cinématique du mouvement plan :

Pour obtenir un éclair à forme régulière il est suffisant de déposer une pâte à débit constant avec une buse avançant à vitesse constante par rapport au tapis. Le débit de la pâte est imposé par le mouvement du piston et la loi de comportement de la pâte.Pour le déterminer, il faut donc établir la loi entrée- sortie de la transformation de mouvement. Pour cela une modélisation cinématique plane est suffisante. On s'appuie donc maintenant sur le schéma de **la figure (8)**.

Le repère $R_o(o, \vec{x}_o, \vec{y}_o, \vec{z}_o)$ est un repère fixe lié au bâti .
En fonctionnement normal , le réglage de la pièce 8 est figé et le point C est fixe. Sa position est définie par : $\vec{OC} = L\,\vec{x}_o + h\,\vec{y}_o$ (ou L et h sont des constantes).

Q17- *Ecrire la relation vectorielle traduisant la fermeture de chaîne géométrique (0, 1, 2, 3, 0) . En déduire par projection sur* $\vec{x}_o$ *et* $\vec{y}_o$ *, les deux relations liant* α *,* β *et* γ *, et les dimensions du mécanisme.*

Q18- *Montrer que l'équation liant les paramètres* α *et* γ peut s'écrire sous la forme :

$$a(\alpha)\cos(\gamma) + b(\alpha)\sin(\gamma) = c(\alpha).$$

On donnera les expressions de $a(\alpha), b(\alpha)$ *et* $c(\alpha)$ en fonction des paramètres du mécanisme .

L'équation ci-dessus permet de déterminer γ *en fonction de a, b, et c.*
Le mouvement du balancier 3 , défini ci – dessus par γ *fonction de* α *, étant connu, on cherche maintenant à caractériser le mouvement du piston en fonction de* γ .
On note λ (variable) la grandeur telle que $\vec{DC}=\lambda\,\vec{x}_4$.

Q19- *Exprimer le vecteur vitesse du point D du piston 5 dans son mouvement par rapport au bâti en fonction de* λ *,de* γ *et de leur dérivé par rapport au temps .*

Q20- *Traduire la caractéristique du mouvement de ce point D par rapport au bâti . En déduire une équation différentielle permettant d'obtenir l'évolution de la variable* λ *en fonction de* γ .
On donne $\mu=\vec{OD}.\vec{x}_0$

Q21- *Exprimer* $\vec{V}(D\in 5/0)$ *en fonction de* μ *ainsi que* μ *en fonction de* λ *et* γ .

Le traitement numérique de ces équations conduit aux courbes reportées **figures 9 et 10** .
La figure 9 représente le déplacement du point D (en pointillés) et la projection horizontale du déplacement du point A (trait fort) en fonction de l'angle α (rad).
La figure 10 représente la vitesse du point D (en pointillés) et la projection horizontale de la vitesse du point A (trait fort) en fonction de l'angle α (rad).

Q22- *D'après les courbes des figures 9 et 10 , par quelle loi simple peut-on approximer l'évolution du déplacement du point D par rapport au bâti.*
On suppose que la pâte est incompressible et que la vitesse de la buse par rapport au tapis est constante
Pensez-vous qu'il est possible de réaliser un éclair régulier avec ce mécanisme ?

On souhaite quantifier le volume de pâte déposé . Il est donc nécessaire de connaître l'amplitude du mouvement du point D. On propose une approche graphique du problème .

Sur le document réponse,est représenté le mécanisme de transformation de mouvement dans une configuration quelconque . La fréquence de rotation du moteur est constante .
On donne la vitesse $\|\vec{V}(A\in 1/0)\| = 5mm/s$.

Q23-

a) *Représenter sur le document réponse* **figure 12** *, à l'échelle (8mm pour 1mm/s), le vecteur vitesse du point A dans son mouvement par rapport au bâti.*

b) *En déduire , par équiprojectivité , la vitesse* $\vec{V}(B\in 2/0)$.

c) *Ecrire la relation liant* $\vec{V}(D\in 3/0)$, $\vec{V}(D\in 3/4)$ et $\vec{V}(D\in 4/0)$.

d) *En exploitant cette relation ,déterminer graphiquement* $\vec{V}(D\in 5/0)$.

Les points morts du mouvement (points ou la vitesse de D s'annule en changeant de signe) sont atteints lorsque les points 0, A et B sont alignés .

Q24- *Sur les deux* **figures 13** *sont représentées les positions supérieure (* C_S *) et inférieure (* C_i *) du point C. En supposant que ces positions correspondent aux valeurs extrêmes de la course du piston ,*

déterminer graphiquement sur la première la course maximale du piston et sur la seconde la course minimale du piston.

Q25- *Quelle est donc le seul intérêt de ce mécanisme de transformation de mouvement ?*

IV- Modélisation du comportement de la pâte :

La loi d'évolution du mouvement du point D étant connue , pour avoir une idée de la forme finale de l'éclair fabriqué, il est possible de modéliser le comportement de la pâte à choux.
On étudie un volume de pâte dans un cylindre comme le précise **la figure 11**.
Ce volume de pâte est modélisé par l'ensemble masse ressort amortisseur (**figure 11**) .m représente la masse de la pâte, k sa raideur et c son coefficient de frottement visqueux.

La position du piston par rapport à sa valeur moyenne est notée x_E . Le point P repère la position d'une section droite de pâte située en sortie de buse . La position du point P par rapport à sa valeur moyenne est notée x_P . Pour les positions moyennes de E et P, le ressort est au repos.

Q26- *Ecrire le théorème de la résultante dynamique en projection sur* $\vec{x}_o$ appliqué à cette masse.

Q27- *Après transformée de Laplace , en déduire la fonction de transfert* $H(p)=\frac{X_P(p)}{X_E(p)}$.

Conformément à la partie précédente , la sollicitation d'entrée $x_E(t)$ est voisine de la forme $x_E(t)= A \sin(\omega_E t)$.

Q28- *Quelles sont les caractéristiques de la réponse permanente* $x_P(t)$ *?*

Q29- *Conclure quant à l'aptitude de cette machine à réaliser des éclairs de forme régulière lorsque la vitesse relative de la buse par rapport au tapis est constante.*

Fin.

Document Réponse

Echelle 1:1

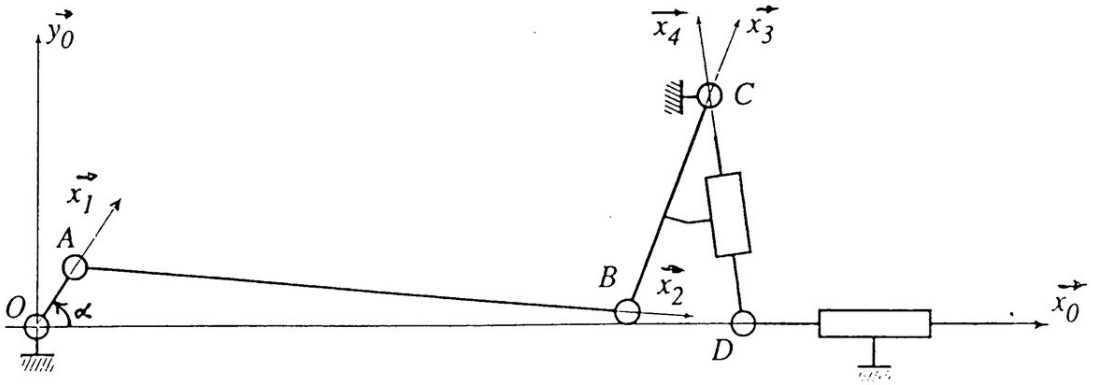


Figure 12: cinématique graphique

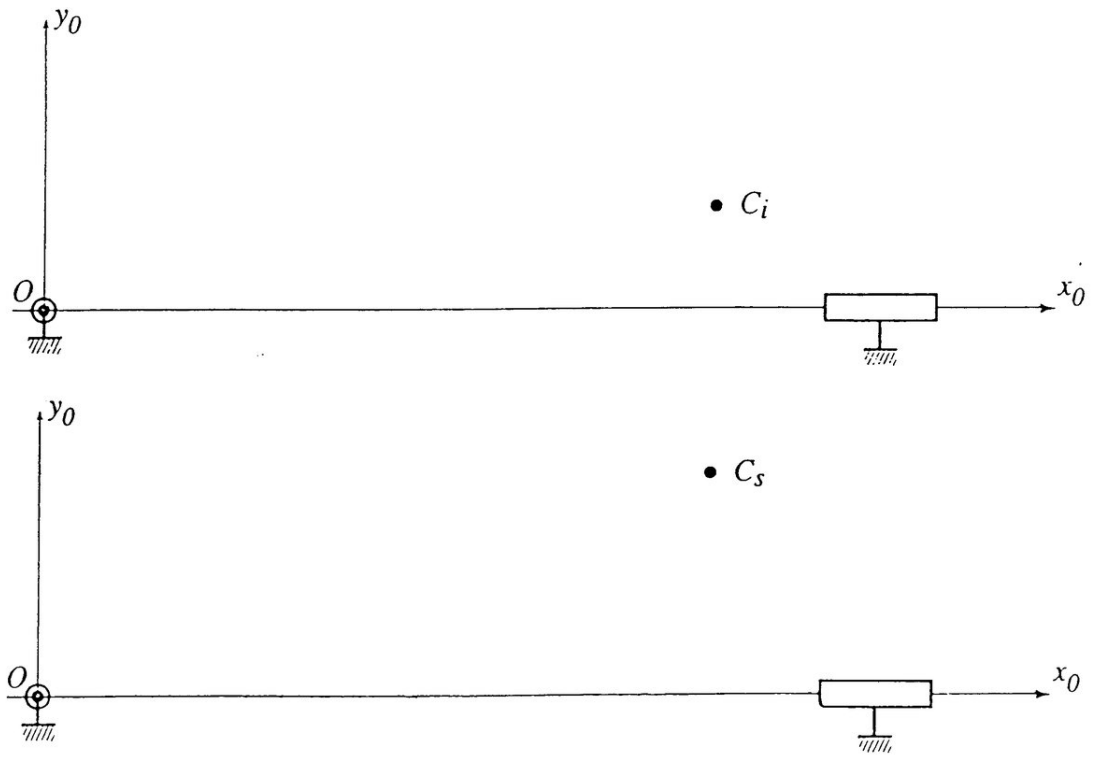


Figure 13: Détermination des courses



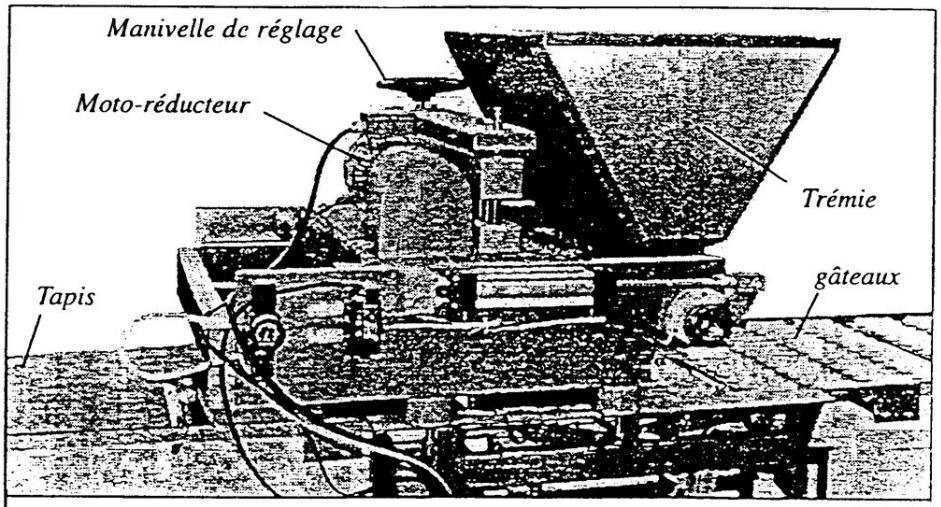
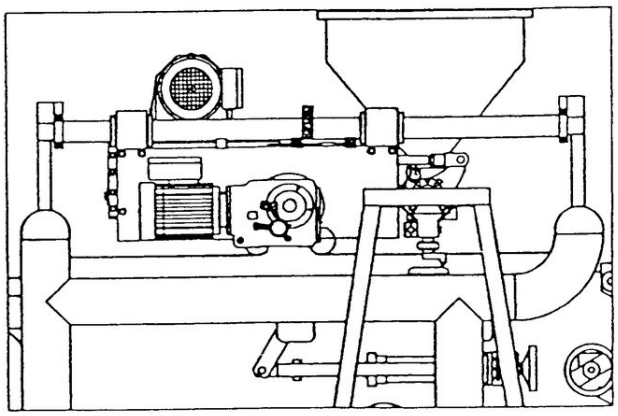


Figure 1: La doseuse



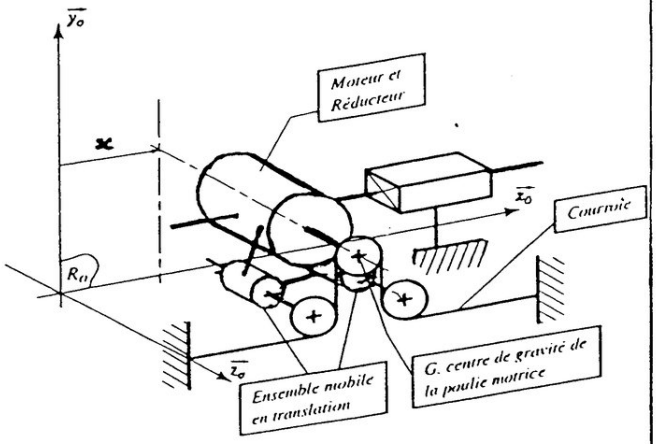


Figure 2: Description de l'accompagnement de la doseuse

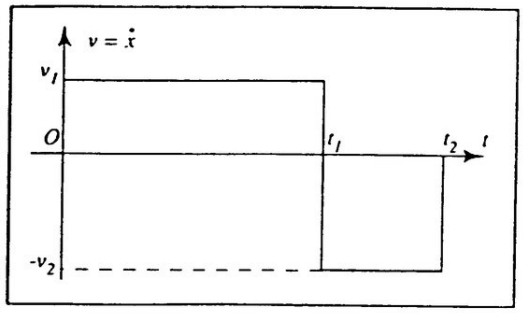
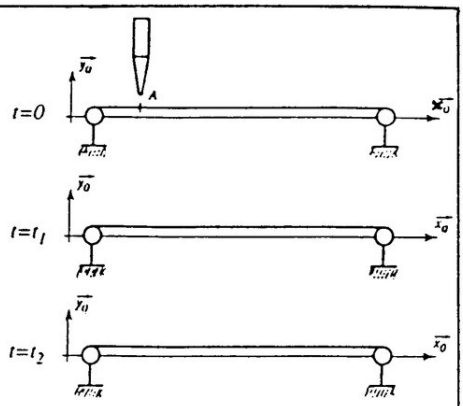


Figure 3: a) Consigne de vitesse



b)Position relative de la buse et du tapis

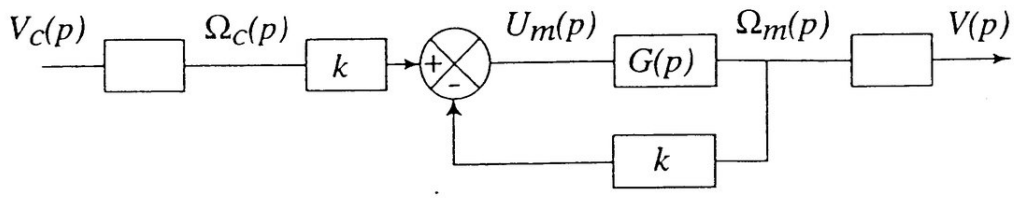


Figure 4: Asservissement en vitesse

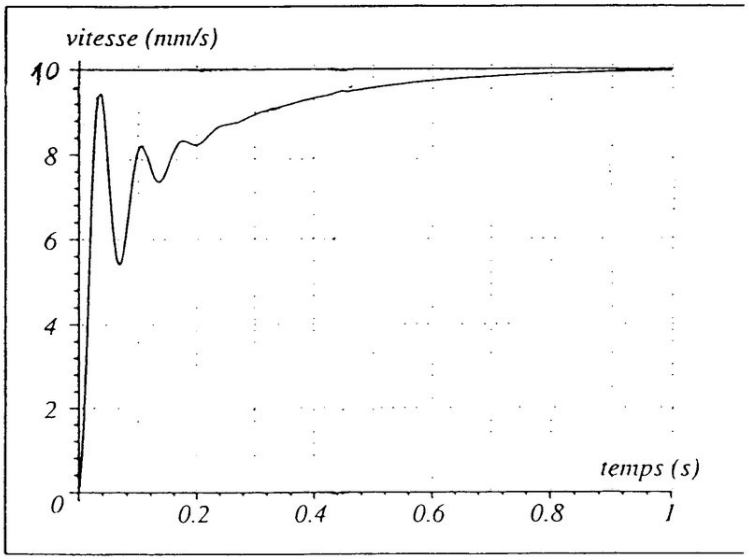


Figure 5: Réponse en vitesse

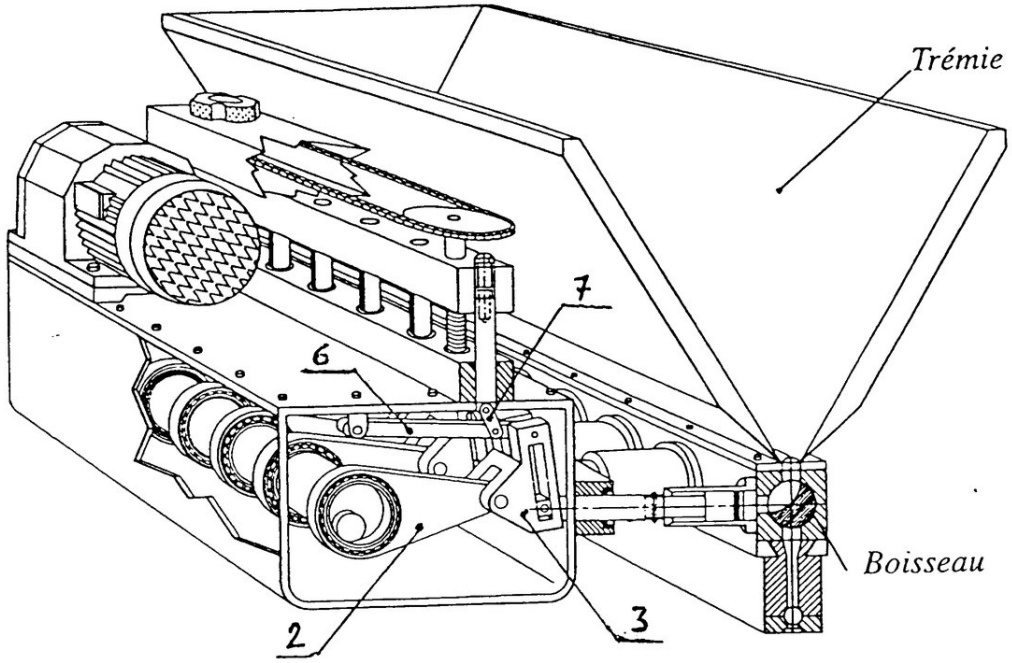


Figure 6. Mécanisme de transformation de mouvement

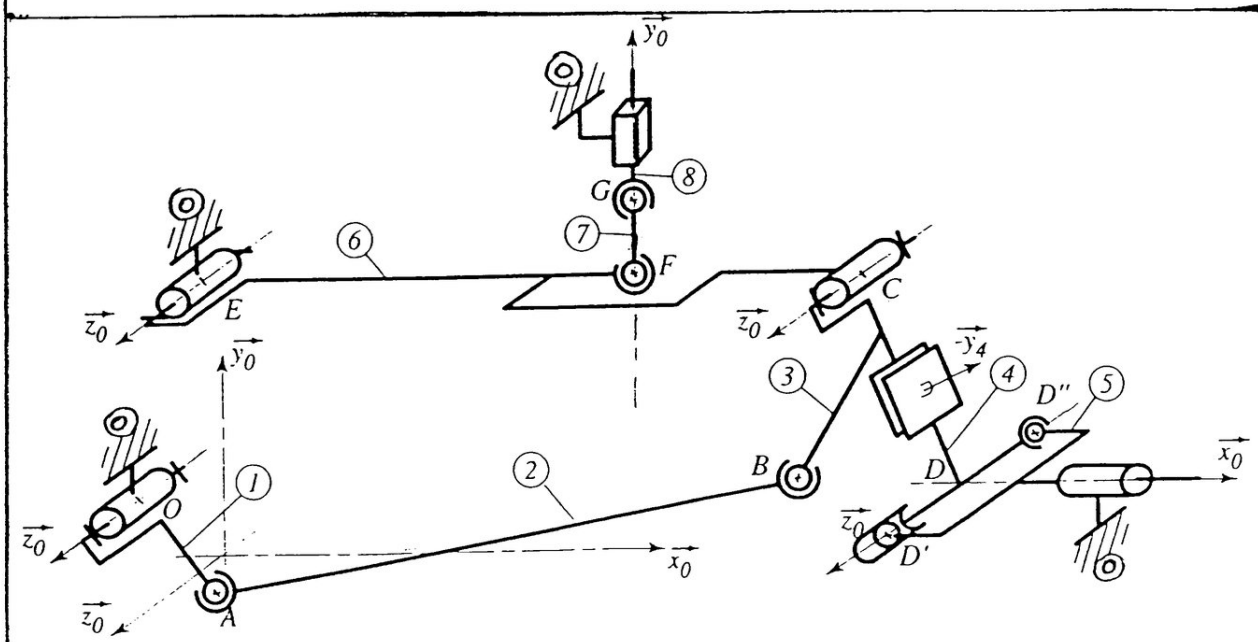


Figure 7: Modélisation cinématique spatiale

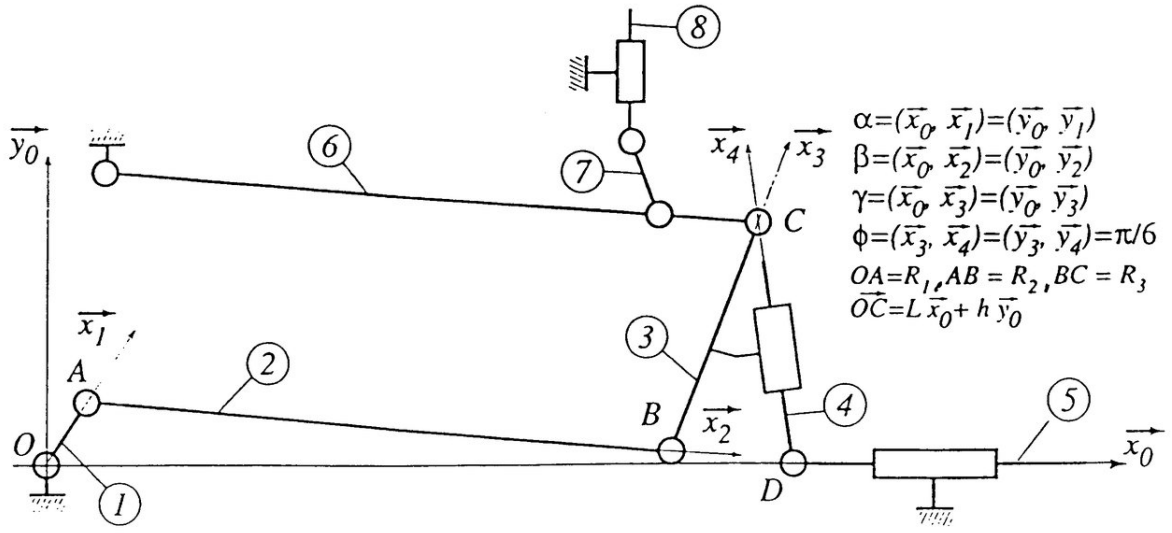


Figure 8: Modélisation cinématique plane

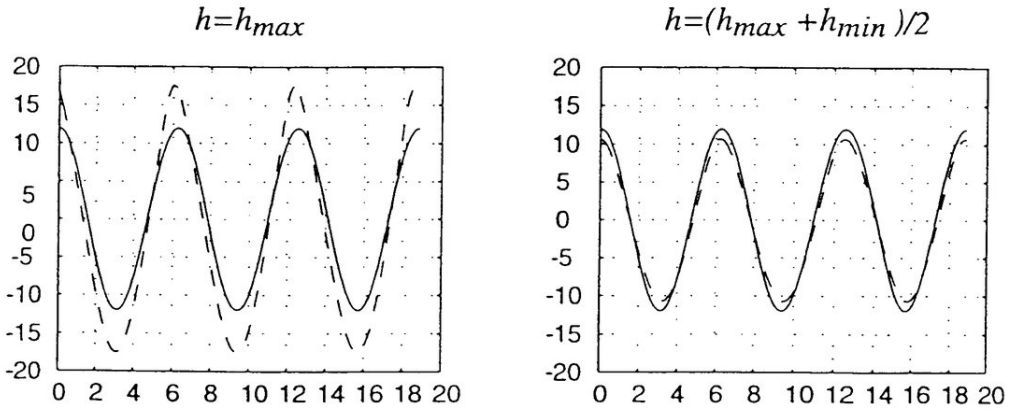


Figure 9: évolution des déplacements

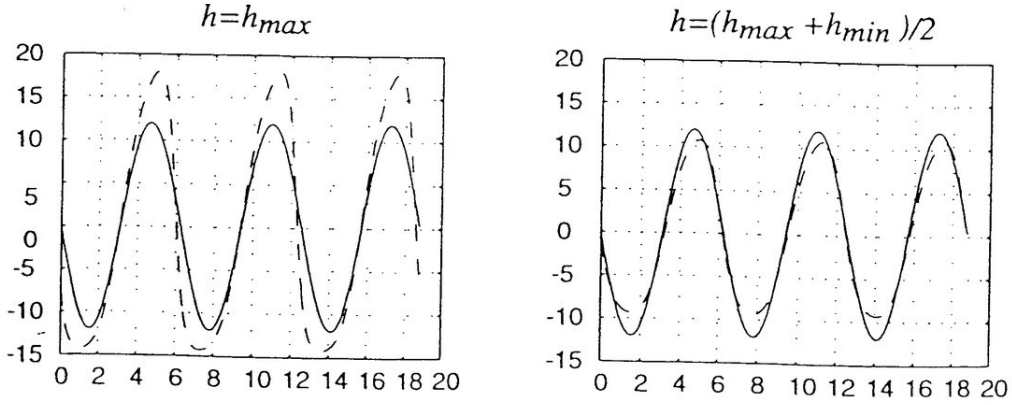


Figure 10: évolution des vitesses

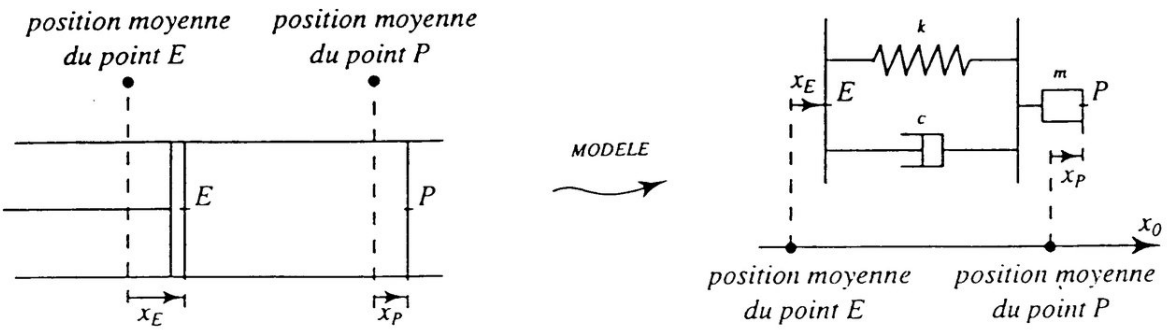


Figure 11 :Modélisation cinématique plane

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Amplificateur linéaire intégré, stabilité et rétroaction
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Filtrage linéaire
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp