Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2008, filière MP

Physique II

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- 1re partie, 1.1.1 à 1.1.3 : conducteurs et quadrupôle cylindrique
- 1re partie, 1.1.4 : condensateur cylindrique, généralités
- 1re partie, 1.2 : condensateur cylindrique en ARQS, applications
- 1re partie, 1.3 : principe d'un capteur de force capacitif
- 2e partie : oscillateur commandé en tension (OCT)

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2008/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Nationale des Industries Minérales
ENIM

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2008

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière **MP**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format **A4**, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats du concours MP, comporte 8 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé .

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Le sujet comporte deux parties *totalement indépendantes*.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité.

On donne pour toute l'épreuve :

– la permittivité du vide $\varepsilon_0 \approx 8,854 \times 10^{-12}$ SI ;

– on note j le nombre complexe de module unité et d'argument $\pi/2$.

1ère partie

Conducteurs en équilibre électrostatique

On note respectivement $\overrightarrow{E}(M)$ le champ électrique, $\phi(M)$ le potentiel électrique et $\rho(M)$ la densité volumique totale de charges électriques en tout point M de l'espace. On suppose que les conducteurs considérés obéissent à la loi d'OHM locale et on note σ_q la conductivité électrique.

1.1. Relations générales

1.1.1. Théorème de Gauss

1.1.1.1. Énoncer le théorème de GAUSS sous sa forme intégrale.

1.1.1.2. Définir l'équilibre électrostatique d'un système de conducteurs.

1.1.2. Conducteur cylindrique chargé

On considère un conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ de section circulaire de rayon R_1, d'axe Oz et de hauteur $h \gg R_1$ de sorte que l'on puisse négliger tout effet de bord. Ce conducteur présente une charge $Q > 0$, il est en équilibre électrostatique placé dans le vide et est suffisamment éloigné de toute autre distribution de charges pour que l'on puisse négliger toute influence. On pourra utiliser les coordonnées cylindriques habituelles (r, θ, z) et on notera $(\overrightarrow{e}_r, \overrightarrow{e}_\theta, \overrightarrow{e}_z)$ la base locale de ces coordonnées.

1.1.2.1. Décrire la distribution de charges électriques de ce conducteur en équilibre électrostatique. Justifier clairement la réponse.

1.1.2.2. Analyser les symétries et les invariances de la distribution de charges. En déduire d'une part les composantes non nulles du champ électrique et d'autre part les coordonnées d'espace dont dépend $\overrightarrow{E}$.

1.1.2.3. Établir l'expression du champ électrique en tout point M de l'espace. Représenter graphiquement le module $|\overrightarrow{E}|$ en fonction des coordonnées d'espace.

1.1.2.4. Quelle est la valeur du champ électrique en $r = R_1^-$? En $r = R_1^+$? Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

1.1.3. Quadrupôle cylindrique

On considère maintenant un ensemble de quatre conducteurs cylindriques identiques chargés $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_3)$ et $(\mathcal{C}_4)$ formant un quadrupôle électrique en équilibre électrostatique placé dans le vide (figure 1). La charge totale du système est nulle. On note $Q > 0$ la valeur absolue de la charge du conducteur $(\mathcal{C}_1)$.

La figure 1 représente l'allure des lignes équipotentielles au voisinage du centre X du quadrupôle.

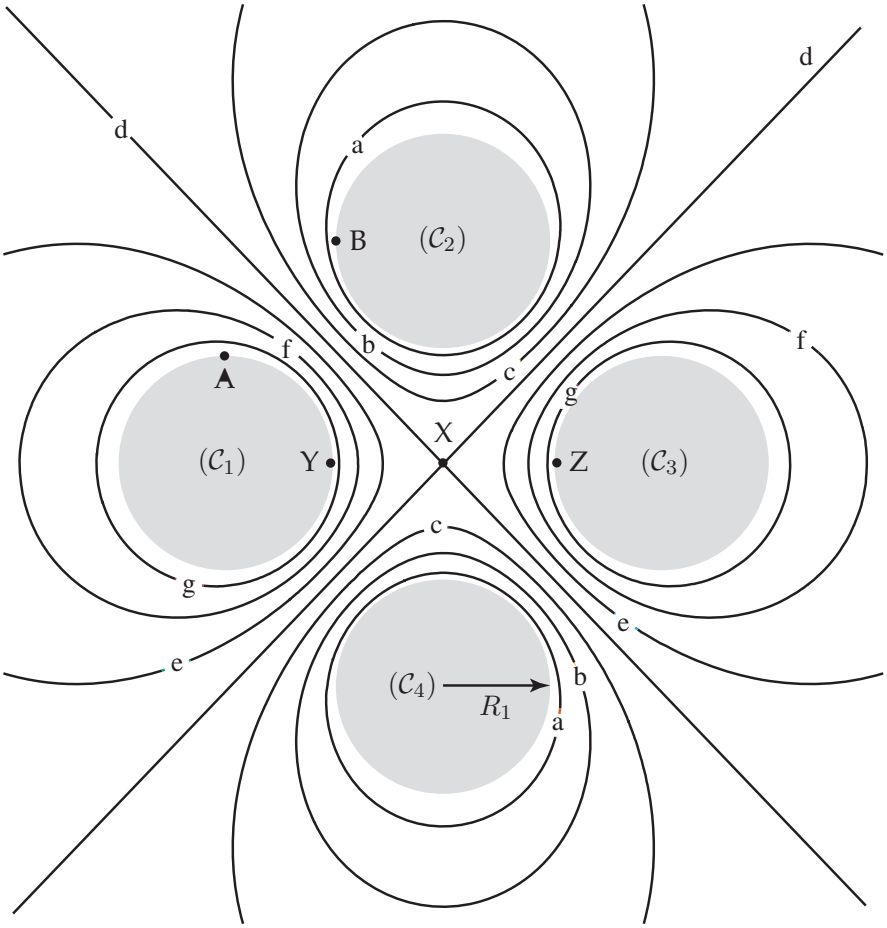


Figure 1: **A**llure des équipotentielles du quadrupôle électrique en équilibre électrostatique.

On donne la valeur du potentiel électrique ϕ du système sur certaines équipotentielles :

- ▷ équipotentielle g : $\phi_g = 0,90$ kV ;
- ▷ équipotentielle f : $\phi_f = 0,60$ kV ;
- ▷ équipotentielle c : $\phi_c = -0,30$ kV.

1.1.3.1. Déterminer en le justifiant la valeur du potentiel électrique ϕ sur les équipotentielles d.

1.1.3.2. En analysant les symétries du problème, déterminer en le justifiant la valeur du potentiel électrique ϕ sur les équipotentielles e, b et a.

1.1.3.3. Déterminer en le justifiant la charge Q_i (avec $i = 1, 2, 3$ ou 4) de chacun des quatre conducteurs en fonction de Q.

1.1.3.4. Recopier l'allure des équipotentielles sur la copie et représenter soigneusement la ligne de champ électrique reliant dans le vide les points A et B. On n'omettra pas d'indiquer l'orientation de cette ligne de champ sur le schéma.

1.1.3.5. Déterminer en le justifiant la valeur du champ électrique $\overrightarrow{E}$ au centre X du quadrupôle.

1.1.3.6. Représenter de même la ligne de champ électrique orientée reliant dans le vide les points Y et X et celle reliant X et Z.

1.1.4. Condensateur cylindrique – Généralités

On suppose maintenant que le conducteur $(\mathcal{C}_1)$ est entouré d'un autre conducteur $(\mathcal{C}_2)$ de même hauteur h, de rayon intérieur R_2 et de même axe de révolution Oz (figure 2). Un générateur de tension continue, non représenté sur le schéma, impose au conducteur $(\mathcal{C}_1)$ un potentiel constant $U > 0$. On note Q_1 la charge totale de $(\mathcal{C}_1)$ et Q_2 la charge totale de $(\mathcal{C}_2)$. Un milieu isolant assimilable au vide sépare $(\mathcal{C}_1)$ de $(\mathcal{C}_2)$. On note Q_2^{ext} une éventuelle charge amenée de l'extérieur ($r \gg R_2^{\text{ext}}$) sur $(\mathcal{C}_2)$.

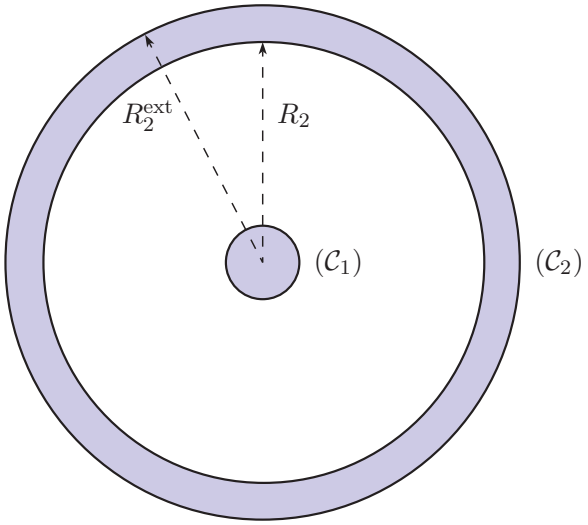


Figure 2: Conducteurs cylindriques en équilibre électrostatique.

1.1.4.1. En appliquant le théorème de GAUSS, déterminer la charge portée par l'armature intérieure de $\mathcal{C}_2$. En déduire la relation entre Q_1, Q_2 et Q_2^{ext}.

1.1.4.2. Comment Q_2^{ext} est-elle répartie sur $(\mathcal{C}_2)$? Cette charge a-t-elle une influence sur Q_1 ? Justifier la réponse.

1.1.4.3. Donner l'équation de MAXWELL-GAUSS.

1.1.4.4. Dans le cas général, donner l'expression de $\overrightarrow{E}$ en fonction du potentiel électrique ϕ à l'équilibre électrostatique.

1.1.4.5. En déduire l'équation différentielle satisfaite par ϕ en tout point M. Comment s'écrit cette équation en tout point compris entre $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$? Comment appelle-t-on cette équation ?

1.1.4.6. Déterminer l'expression du potentiel électrique ϕ que créerait le conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ en tout point de l'espace *s'il était seul*. On exprimera $\phi(r)$ en fonction de Q_1, r, R_1, h et U.

Montrer que cette expression diverge alors loin du conducteur si on suppose que celui-ci est seul. Comment peut-on interpréter ce comportement singulier ? Que vaut le potentiel électrique dans le conducteur $(\mathcal{C}_1)$? Comment appelle-t-on un tel volume ?

Le conducteur $(\mathcal{C}_2)$ est à présent relié à la terre.

1.1.4.7. Que vaut le potentiel du conducteur $(\mathcal{C}_2)$? En déduire l'expression du potentiel électrique ϕ en tout point de l'espace compris entre $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ en fonction de r, U, R_1 et R_2. Représenter graphiquement $\phi(r)$ en fonction de r pour $r \in [0, R_2^{\text{ext}}]$. Que vaut Q_2^{ext} dans ce cas ?

1.1.4.8. Rappeler la définition de la capacité C d'un condensateur en équilibre électrostatique.

1.1.4.9. Déduire des questions précédentes l'expression de la capacité C du condensateur cylindrique représenté figure 2.

On rappelle que la *densité volumique* w_e d'énergie électrostatique dans le vide et dans les conducteurs est définie par $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$. On suppose désormais que $Q_2^{\text{ext}} = 0$.

1.1.4.10. Déterminer l'expression de w_e en tout point de l'espace. En déduire l'énergie électrostatique W_e du condensateur cylindrique.

1.1.4.11. En déduire une nouvelle expression de la capacité du condensateur cylindrique. Comparer avec 1.1.**4**.9.

On suppose maintenant que $R_2 = R_1 + \delta R_1$ avec $\delta R_1 \ll R_1$.

1.1.4.12. Montrer alors que la capacité C du condensateur cylindrique s'écrit en bonne approximation sous la forme :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{e} \tag{1}$$

avec e et Σ des grandeurs positives que l'on exprimera en fonction de δR_1 et de h. Quel résultat retrouve-t-on ici ?

1.2. Condensateur cylindrique en ARQS – Applications

On se place désormais dans l'**A**pproximation des Régimes Quasi-Stationnaires (**A**RQS) et l'on admettra que les expressions précédemment établies pour la capacité C du condensateur cylindrique restent valables. Les signaux électriques $x(t)$ utilisés dans cette partie sont tous harmoniques de pulsation ω et de notation complexe $\underline{x}(t) = X \exp \mathrm{j}(\omega t + \varphi_x)$. On suppose que les différents milieux qui entourent les conducteurs ont les mêmes propriétés électriques que le vide, caractérisés par une permittivité diélectrique ε_0.

1.2.1. Généralités

1.2.1.1. Rappeler le cadre d'application de l'**A**RQS.

1.2.1.2. Écrire les quatre équations de MAXWELL dans le cadre de l'**A**RQS.

1.2.1.3. Montrer que l'expression de la capacité C en **A**RQS est la même qu'en régime statique à condition que $E \gg \omega A$. **A**vec E et A respectivement l'amplitude du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et l'amplitude du potentiel vecteur magnétique $\overrightarrow{A}$. Montrer que cela revient à négliger tout phénomène d'induction dans le condensateur.

On supposera désormais ce résultat applicable dans toute la suite du problème.

1.2.2. Capacité d'un câble coaxial

Un câble coaxial utilisé au laboratoire d'électronique est constitué d'un conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ de rayon $R_1 = 0,1$ mm entouré d'une tresse métallique $(\mathcal{C}_2)$ de rayon interne $R_2 = 0,4$ mm, tous deux de longueur $h = 1,0$ m. Un milieu isolant assimilable au vide sépare $(\mathcal{C}_1)$ de $(\mathcal{C}_2)$. La tresse métallique est elle même protégée de l'extérieur par une gaine souple isolante en PVC par exemple. Une coupe transversale de ce câble est représentée figure 2.

1.2.2.1. Déterminer numériquement la valeur de la capacité C d'un câble coaxial de longueur $h = 1,0$ m.

1.2.2.2. On associe bout à bout deux câbles coaxiaux identiques et du type précédent à l'aide d'une fiche métallique en T qui relie entre eux les conducteurs de même nature. Le câble coaxial ainsi constitué est-il l'association série ou parallèle des deux câbles coaxiaux considérés ? Justifier la réponse à l'aide d'un schéma par exemple. Calculer numériquement la capacité de l'association.

Pour mesurer la capacité du câble coaxial de la question 1.2.2.1., on propose une simple expérience de résonance d'intensité avec un circuit RLC série, le condensateur étant constitué du câble coaxial à caractériser. On note $u_g(t) = U_g \cos \omega t$ la tension d'excitation délivrée par le générateur de tension qui excite le montage.

1.2.2.3. Représenter le schéma de principe du circuit RLC série et les branchements permettant de visualiser l'excitation $u_g(t)$ sur la voie X d'un oscilloscope et l'image du courant $i(t)$ sur la voie Y. On prendra garde aux éventuels problèmes de masse électrique.

1.2.2.4. Déterminer l'expression en régime harmonique, du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_g - \varphi_i$ entre la tension d'excitation et le courant $i(t)$ qui circule dans le circuit. Que vaut ce déphasage à la résonance d'intensité ? En déduire l'expression de la fréquence de résonance ν_0.

1.2.2.5. On se place en mode de visualisation XY sur l'oscilloscope. Quelle figure obtient-on hors résonance ? Même question à la résonance ?

1.2.2.6. Analyser de manière qualitative l'influence de la valeur de la résistance R sur la détermination de la résonance.

1.2.2.7. On donne $R = 100\ \Omega$ et $L = 100$ mH. Déterminer numériquement la valeur de ν_0 pour le câble coaxial de la question 1.2.2.1.

1.3. Principe d'un capteur de force capacitif

On considère le condensateur plan représenté figure 3, dont l'armature $(-)$ est supposée mobile selon l'axe Ox et l'armature $(+)$ est supposée fixe. Les plaques du condensateur restent en permanence parallèles entre elles. Les armatures ont une surface Σ et l'épaisseur x du condensateur est faible devant les dimensions caractéristiques des plaques, de sorte que l'on puisse négliger tout effet de bord (condensateur plan idéal). Le milieu qui sépare les plaques est assimilable au vide de permittivité ε_0.

1.3.1. Généralités

1.3.1.1. Montrer que la capacité C d'un condensateur plan idéal d'épaisseur x et de surface Σ est donnée par :

$$C(x) = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{x}$$

1.3.1.2. Rappeler l'expression de l'énergie électrique E_e d'un condensateur en fonction de la capacité C du condensateur et de la tension U.

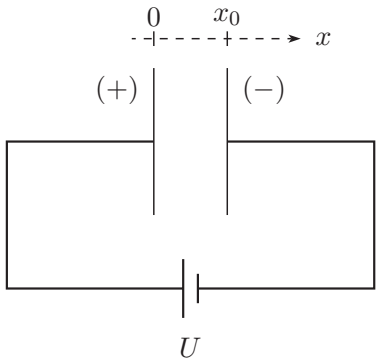


Figure 3: Schéma de principe d'un capteur capacitif à tension constante.

1.3.1.3. Suite à une variation $\mathrm{d}C$ de la capacité du condensateur, sa charge varie de $\mathrm{d}Q$. Rappeler l'expression du travail électrique élémentaire δW_g fourni par le générateur pour maintenir sa tension constante. On exprimera le résultat tout d'abord en fonction de la charge Q du condensateur et de la tension U, puis en fonction de C et de U.

1.3.2. Détection de force par déplacement

On modélise la force exercée sur l'armature $(-)$ par un « opérateur » qui exerce de manière réversible une force $\overrightarrow{F}_{\mathrm{op}} = F_{\mathrm{op}}\,\overrightarrow{e}_x$ avec $F_{\mathrm{op}} > 0$.

1.3.2.1. Effectuer un bilan énergétique du système constitué par le condensateur, lorsque la plaque $(-)$ est déplacée par l'opérateur de manière quasi-statique d'une distance $\delta x > 0$. On prendra soin de détailler la signification de chacun des termes de ce bilan.

1.3.2.2. Déduire des questions précédentes l'expression de la force F_{op} en fonction de U, ε_0, Σ et la position d'équilibre finale x de la plaque. En déduire que la mesure de x permet une détermination de la force qu'exerce l'opérateur sur la plaque.

1.3.2.3. Calculer le travail W_{op} que doit fournir l'opérateur pour faire passer l'armature $(-)$ de la position x_0 à la position $x_0 + \Delta x$ (avec $\Delta x > 0$) de manière quasi-statique. Discuter le signe de W_{op}. Ce travail est-il moteur ou résistant ?

2ème partie

Oscillateur commandé en tension (OCT)

Les applications des condensateurs sont nombreuses en électronique. La réalisation d'un Oscillateur Commandé en Tension (OCT) nécessite quasi-systématiquement l'utilisation d'un condensateur. On indique qu'un OCT est un système fournissant un signal périodique dont la fréquence ν est commandée par une tension v_c.

On considère le circuit représenté figure **4**. Les amplificateurs opérationnels (**A**O) sont supposés idéaux et sont polarisés de manière symétrique à $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$ avec $V_{cc} = 15\,\mathrm{V}$. On donne des tensions de saturation des deux **A**O : $V_{sat}^{+} = +V_{sat} = +V_{cc}$ et $V_{sat}^{-} = -V_{sat} = -V_{cc}$.

L'amplificateur opérationnel **A**O1 est supposé fonctionner en régime linéaire. On posera $\tau = RC$.

Le transistor T fonctionne comme un interrupteur idéal commandé par le courant électrique i_B :

– lorsque $i_B > 0$, le transistor T fonctionne comme un interrupteur fermé idéal ($R_T = 0$) et relie directement la résistance $R/2$ à la masse. Dans ces conditions le potentiel du point B vaut en bonne approximation $V_B = U_s \approx 0,6\,\mathrm{V}$;

– lorsque $i_B = 0$, le transistor T fonctionne comme un interrupteur ouvert idéal ($R_T = \infty$) et $i_T = 0$.

– lorsque $i_B < 0$, le transistor T est détruit !

La diode de signal D est supposée idéale :

– lorsque $u_D < 0$, la diode D est bloquée et $i_D = 0$;

– lorsque $i_D > 0$, la diode D est passante et $u_D = 0$.

La tension de commande v_c est supposée *constante*.

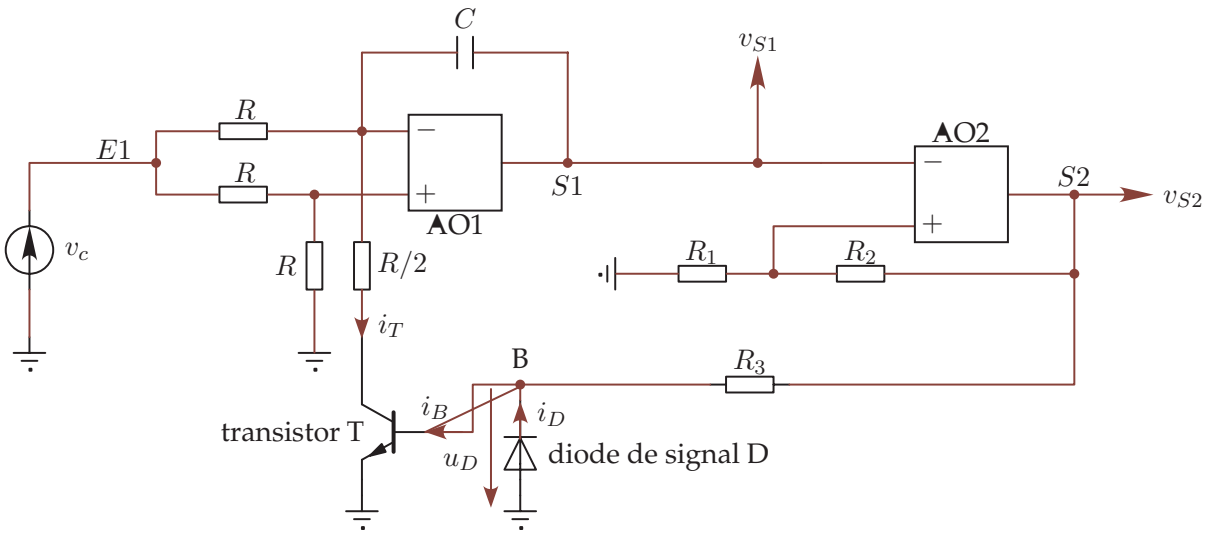


Figure 4: Oscillateur commandé en tension OCT.

2.1. Fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO1

2.1.1. Établir l'équation différentielle satisfaite par les tensions v_c et v_{S1} lorsque $i_B > 0$. Simplifier éventuellement cette équation en rappelant que v_c est constante. Quelle est alors l'opération mathématique effectuée par la portion $E1 - S1$ du circuit ? En déduire, à une constante C_1 près, l'expression de $v_{S1}(t)$ en fonction de t, de τ et de v_c. Représenter graphiquement l'allure de $v_{S1}(t)$.

2.1.2. Mêmes questions lorsque $i_B = 0$. Quelle est alors l'opération mathématique effectuée par la portion $E1 - S1$ du circuit ? En déduire, à une constante C_2 près, l'expression de $v_{S1}(t)$ en fonction de t, de τ et de v_c. Représenter graphiquement l'allure de $v_{S1}(t)$.

2.2. Fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO2

2.2.1. L'amplificateur opérationnel AO2 fonctionne-t-il de manière linéaire ou saturée ? Justifier simplement la réponse.

2.2.2. Quelles valeurs la tension v_{S2} peut-elle prendre ?

2.2.3. Déterminer et représenter graphiquement la caractéristique de transfert $v_{S2} = v_{S2}(v_{S1})$ de la portion $S1 - S2$ du montage. On pourra négliger l'effet de la résistance R_3 sur le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO2. Comment appelle-t-on un tel circuit ?

2.2.4. À quelle condition sur $v_{S1}(t)$ la sortie S2 passe-t-elle de sa valeur maximale à sa valeur minimale ? De même à quelle condition sur $v_{S1}(t)$ la sortie S2 passe-t-elle de sa valeur minimale à sa valeur maximale ?

2.3. Rôle de la diode D

2.3.1. Représenter la caractéristique statique $i_D = i_D(u_D)$ de la diode D.

2.3.2. Quel est l'état de la diode D lorsque la tension v_{S2} atteint sa valeur maximale ? Que vaut alors le courant i_D ? Donner dans ces conditions l'expression de i_B en fonction de V_{cc}, R_3 et U_s ? Comment se comporte alors le transistor T ? D'après les données de l'énoncé, montrer que l'expression de i_B peut être simplifiée. Quelle est alors l'expression de $v_{S1}(t)$?

2.3.3. De même lorsque la tension v_{S2} atteint sa valeur minimale, que vaut la tension u_D ? Quel est alors l'état de la diode D ? Que vaut le courant i_B ? Donner dans ces conditions l'expression de i_D en fonction de V_{cc} et de R_3 ? Comment se comporte alors le transistor T ? Quelle est alors l'expression de $v_{S1}(t)$?

2.4. Signaux délivrés par l'OCT

On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, la sortie S2 est à son niveau maximal et $v_{S1} = 0$.

2.4.1. Quel est alors l'état de fonctionnement du transistor T ? En déduire l'expression complète de $v_{S1}(t)$. Montrer qu'il existe un instant $t_1 > 0$ pour lequel la sortie S2 bascule vers son niveau minimal.

2.4.2. Lorsque S2 est à son niveau minimal, quel est alors l'état de fonctionnement du transistor T ? En déduire l'expression complète de $v_{S1}(t)$. Montrer qu'il existe un instant $t_2 > t_1$ pour lequel la sortie S2 bascule à nouveau vers son niveau maximal.

2.4.3. Déduire des questions précédentes que les signaux v_{S1} et v_{S2} sont périodiques de période T. Représenter graphiquement et en concordance des temps l'allure des signaux v_{S1} et v_{S2} pour $t \in [0, t_1 + 2\,T]$.

2.4.4. Déduire des questions précédentes l'expression de la période T des signaux v_{S1} et v_{S2} en fonction de τ, R_1, R_2, V_{cc} et v_c. En déduire l'expression de la fréquence ν de l'OCT et montrer qu'elle est commandée par la tension v_c.

2.4.5. **Application numérique :** On donne $R_1 = R_2$, $R = 10$ kΩ, $C = 500$ pF et $v_c = 0,1$ V. Déterminer numériquement la valeur de la fréquence ν délivrée par l'OCT.

2.5. Proposer une application possible de l'OCT.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Régime sinusoïdal forcé
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Oscillateurs électroniques
- Amplificateur linéaire intégré
- Amplificateur linéaire intégré, stabilité et rétroaction

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp