Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2011, filière MP

Physique I

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- 1. Régime statique
- 2.1. Dipôle électrique oscillant
- 2.2. Dipôle magnétique oscillant
- 2.3. Comparaison
- 3. Application : réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2011/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC
المملكة المغربية

Ministère de l'Éducation Nationale de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
Institut National des Postes et Télécommunications
INPT

CONCOURS NATIONAL COMMUN
d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et Établissements Assimilés

Session 2011

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière : MP

Durée : 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est ***autorisé***

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Rayonnement électromagnétique

Le but du présent problème est l'étude de quelques aspects du rayonnement électromagnétique par un dipôle électrique puis par un dipôle magnétique. Après une comparaison des puissances rayonnées électrique et magnétique, on s'intéresse à la réflexion d'une onde électromagnétique sur une cible mobile.

Il est à signaler que les parties composant ce problème sont largement indépendantes entre elles.

Données :

- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8$ m.s^{-1} ;
- $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} ;
- $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$;
- $\int_0^{\pi} (\sin(\theta))^3 d\theta = \frac{4}{3}$;
- Rotationnel en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{a}) = \frac{1}{r^2 \sin(\theta)}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(r\sin(\theta)a_\varphi) - \frac{\partial}{\partial\varphi}(ra_\theta)\right]\vec{e}_r + \frac{1}{r\sin(\theta)}\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}(a_r) - \frac{\partial}{\partial r}(r\sin(\theta)a_\varphi)\right]\vec{e}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(ra_\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}(a_r)\right]\vec{e}_\varphi$$

- Les vecteurs $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ désignent les vecteurs unitaires selon les axes *Ox*, *Oy*, *Oz* du repère *R(O, x, y, z)*. Les vecteurs $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$ désignent les vecteurs unitaires de la base associée aux coordonnées sphériques (r, θ, φ) d'un point *M* de l'espace.

1. Régime statique

1.1. Dipôle électrostatique

Un dipôle électrostatique est constitué de deux charges ponctuelles $-q$ et $+q$ placées sur l'axe *Oz*. La charge $-q$ est située en *N*(z = $-a/2$) et l'autre charge $+q$ est placée en *P*(z = $+a/2$), a > 0.

1.1.1. Donner l'expression du moment dipolaire électrique $\overrightarrow{p_0}$ de la distribution décrite ci-dessus en fonction des données. Quelle est son unité ?

1.1.2. Donner l'expression du potentiel électrostatique $V_+(M)$ créé au point *M* de l'espace par la charge ponctuelle $+q$.

1.1.3. En fixant, par convention, le potentiel à l'infini égal à 0, donner l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ créé par les deux charges au point *M*.

1.1.4. Justifier clairement que le champ électrostatique créé par les deux charges au point *M* s'écrit sous la forme $\vec{E}(M) = E_r(r,\theta)\vec{e}_r + E_\theta(r,\theta)\vec{e}_\theta$ et que $V(M) = V(r,\theta)$.

1.1.5. Les deux charges sont maintenant très proches l'une de l'autre, et l'on s'intéresse à l'expression du potentiel électrostatique en un point *M* tel que $r >> a$. Etablir alors l'expression approchée du potentiel $V(M)$. On se limitera à l'ordre 1 en a/r.

1.1.6. En déduire les composantes radiale et orthoradiale du champ électrostatique créé au point *M* par le dipôle loin de celui-ci.

1.1.7. Etablir l'équation des lignes de champ loin du dipôle en coordonnées sphériques.

1.1.8. Dessiner l'allure des lignes de champ dans le plan φ = constante en n'oubliant pas de les orienter.

1.2. Dipôle magnétique

On considère une spire circulaire (figure 1) de rayon *b*, d'axe *Oz* contenue dans le plan *xOy* du repère *R*(*O*, *x*, *y*, *z*). Elle est parcourue par un courant d'intensité constante I_0.

On rappelle qu'un élément de la spire de longueur *dl* situé en un point *P* de celle-ci crée en un point *M* de l'espace le potentiel vecteur : $d\vec{A}_P(M) = \dfrac{\mu_0 I_0 d\vec{l}}{4\pi PM}$.

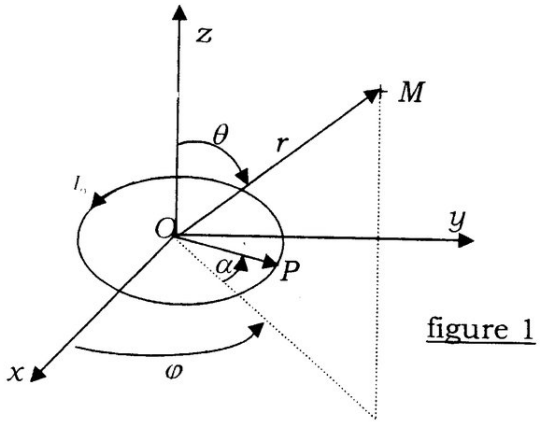


figure 1

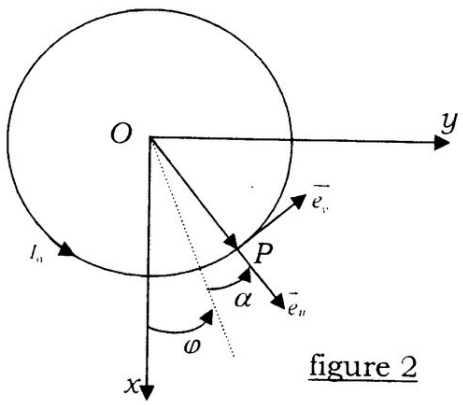


figure 2

1.2.1. Justifier clairement que le potentiel vecteur est de la forme $\vec{A}(M) = A(r,\theta)\vec{e}_\varphi$.

1.2.2. Exprimer l'élément $d\vec{l} = d\overrightarrow{OP}$. On pourra utiliser les vecteurs $\vec{e}_u$ et $\vec{e}_v$ de la base cylindrique associée au point *P* (figure 2).

1.2.3. Montrer que dans le cadre de l'approximation dipolaire, le potentiel vecteur $\vec{A}(M)$ créé par la spire au point *M* est donné par $\vec{A}(M) = \dfrac{\mu_0 m_0 \sin(\theta)}{4\pi r^2}\vec{e}_\varphi$. Définir la grandeur m_0 et donner son expression. Préciser son unité.

1.2.4. Justifier clairement que le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ est tel que $\vec{B}(M).\vec{e}_\varphi = 0$ et $B(M) = B(r,\theta)$.

1.2.5. Quelle relation lie $\vec{A}(M)$ et $\vec{B}(M)$?

1.2.6. Calculer les composantes de $\vec{B}(M)$.

1.2.7. Montrer que les expressions de $\vec{A}(M)$ et $\vec{B}(M)$ établies respectivement en **1.2.3.** et **1.2.6.** sont similaires à celles de $V(M)$ et $\vec{E}(M)$ établies respectivement en **1.1.5.** et **1.1.6.** moyennant une transposition à préciser.

1.2.8. Etablir l'équation des lignes de champ loin du dipôle en coordonnées sphériques.

1.2.9. Dessiner l'allure des lignes de champ dans le plan φ = constante en n'oubliant pas de les orienter. Comparer la topographie du champ magnétostatique à celle du champ électrostatique.

2. Régime variable

2.1. Dipôle électrique oscillant

On modélise un dipôle électrique oscillant (figure 3) par une charge $-q$ fixe à l'origine O du référentiel $R(O, x, y, z)$ et par une charge $+q$ au point P de l'axe Oz. La charge +q est animée le long de cet axe d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'équation :

$z(t) = a\cos(\omega t) = R_e\left(a\exp\left[-j\omega t\right]\right)$, $a > 0$ et $j^2 = -1$.

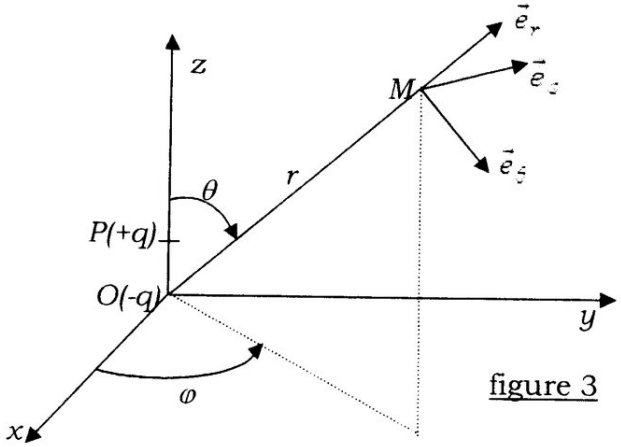


figure 3

2.1.1. Citer quelques intérêts du concept de dipôle électrique oscillant.

2.1.2. Donner l'expression du moment dipolaire électrique $\vec{p}(t) = p(t)\vec{e}_z$ du dipôle électrique oscillant. On l'exprimera en fonction de p_0 module de $\vec{p_0}$ défini dans la question **1.1.1.**.

Le calcul du champ électromagnétique $(\underline{\vec{E}}(M,t), \underline{\vec{B}}(M,t))$ créé par le dipôle $\vec{p}(t)$ en un point M de coordonnées sphériques (r, θ, φ) donne, en notation complexe et dans les conditions où $r >> a$ et $\lambda >> a$; λ étant la longueur d'onde associée à l'onde électromagnétique rayonnée par le dipôle :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = \frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[2\,(1-jkr)\cos(\theta)\vec{e}_r + (1-jkr-(kr)^2)\sin(\theta)\vec{e}_\theta\right]\exp\left[-j(\omega t-kr)\right]$$

et

$$\underline{\vec{B}}(M,t) = -j\frac{\mu_0\omega p_0}{4\pi r^2}(1-jkr)\sin(\theta)\exp\left[-j(\omega t-kr)\right]\vec{e}_\varphi\ ;$$

k étant le module d'onde associé à l'onde électromagnétique rayonnée. On pose $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ avec c la vitesse de l'onde dans le vide.

2.1.3. Commenter qualitativement les deux approximations : $r >> a$ et $\lambda >> a$.

2.1.4. Justifier le terme kr dans la phase instantanée du champ électromagnétique.

2.1.5. Montrer que l'expression du champ électromagnétique est en accord avec la symétrie du problème.

2.1.6. Que devient le champ électromagnétique en régime quasi stationnaire ?

2.1.7. Que devient le champ électromagnétique en régime stationnaire ? Commenter.

Dans la suite de cette partie, on s'intéresse au champ électromagnétique dans la zone de rayonnement.

2.1.8. Définir la zone de rayonnement du dipôle.

2.1.9. En déduire l'expression du champ électromagnétique rayonné dans cette zone.

2.1.10. Donner l'expression de l'amplitude $E_m(r,\theta)$ du champ électrique en un point M en fonction de r et θ.

2.1.11. Tracer, dans un plan φ = constante, le diagramme polaire du champ électrique (graphe $r(\theta)$ défini par une valeur déterminée de la norme de $\vec{E}(M, t)$). Commenter.

2.1.12. Que vaut le rapport $\frac{E}{B}$? Décrire la structure du champ électromagnétique rayonné par le dipôle électrique oscillant. Quelle conséquence ceci a-t-il sur le choix de la géométrie des détecteurs d'ondes électromagnétiques ?

2.1.13. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_e$ correspondant à l'onde rayonnée ainsi que sa valeur moyenne $<\vec{\Pi}_e>$ dans le temps. Montrer que cette moyenne s'écrit sous la forme $<\vec{\Pi}_e> = \frac{1}{8}\mu_0 c\left(\frac{I_m a \sin(\theta)}{\lambda r}\right)^2 \vec{e}_r$. Exprimer la grandeur I_m en fonction de a, ω et p_0 et donner son unité. Décrire la variation spatiale de $<\Pi_e>$, module de $<\vec{\Pi}_e>$. A quoi peut-on relier la décroissance en $\frac{1}{r^2}$ du vecteur de Poynting ?

2.1.14. On définit la fonction angulaire de la puissance rayonnée par : $P_\Omega(\theta,\varphi) = \frac{<\Pi_e>}{<\Pi_e>_{max}}$.

Calculer $P_\Omega(\theta,\varphi)$ et représenter dans un plan φ = constante, le diagramme polaire qui en découle. Comment doit-on orienter le moment dipolaire $\vec{p}(t)$ d'un dipôle électrique oscillant pour que ce dernier émette de manière optimale dans un plan ?

2.1.15. Calculer la puissance électromagnétique moyenne $< P_e >$ rayonnée dans tout l'espace. On l'exprimera en fonction de I_m, λ, a, μ_0 et c, puis en fonction de $E_m(r) = E_m(r, \theta = \frac{\pi}{2})$, r, μ_0 et c.

2.1.16. On définit la résistance de rayonnement du dipôle par la résistance R_e du conducteur ohmique qui, parcouru par un même courant de valeur maximale I_m, dissiperait la même puissance par effet Joule. Donner l'expression de R_e en fonction de λ, a, μ_0 et c.

2.1.17. Sachant que l'amplitude du champ électrique détecté par un récepteur situé à la distance r, dans le plan xOy, est $E_m(r)$, calculer la puissance $< P_e >$ nécessaire d'émission pour r = 10 km puis pour r = 1000 km. On donne : $E_m(r) = 10^{-3} V.m^{-1}$.

2.2. Dipôle magnétique oscillant

La spire circulaire décrite dans la partie **1.2.** est parcourue par un courant sinusoïdal de pulsation ω et dont l'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$ est la même à chaque instant en tout point du circuit.

On s'intéresse au potentiel vecteur et au champ électromagnétique que la distribution crée en un point M éloigné de coordonnées sphériques (r, θ, φ). On pose $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$.

2.2.1. A quelle condition peut-on considérer que l'intensité du courant est la même à chaque instant en tout point du circuit ?

On admet que, dans les conditions où $r >> b$ et $\lambda >> b$, la partie principale du potentiel vecteur $\underline{\vec{A}}(M,t)$ peut s'écrire en notation complexe $\underline{\vec{A}}(M,t) = \gamma \frac{\sin(\theta)}{r^2}(1 - jkr)\exp[-j(\omega t - kr)]\vec{e}_\varphi$, γ étant une constante qui sera exprimée dans la question suivante.

2.2.2. Quel résultat retrouve-t-on dans la limite $kr << 1$? Expliquer. En déduire l'expression de γ.

Dans la suite de cette partie, on étudie le champ électromagnétique dans la zone de rayonnement.

2.2.3. Que devient l'expression de $\underline{\vec{A}}(M,t)$ dans cette zone ?

2.2.4. On établit, dans la zone de rayonnement, les expressions suivantes :

$$\frac{\mu_0 m_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r c}\exp[-j(\omega t - kr)]\vec{e}_\varphi \text{ et } -\frac{\mu_0 m_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r c^2}\exp[-j(\omega t - kr)]\vec{e}_\theta .$$

Identifier parmi ces deux expressions, celle du champ électrique $\underline{\vec{E}}(M,t)$ et celle du champ magnétique $\underline{\vec{B}}(M,t)$. Justifier votre choix.

2.2.5. Que vaut le rapport $\frac{E}{B}$? Décrire la structure du champ électromagnétique rayonné par le dipôle magnétique oscillant. Comparer au champ électromagnétique rayonné par un dipôle électrique oscillant.

2.2.6. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_m$ correspondant à l'onde rayonnée ainsi que sa valeur moyenne dans le temps $<\vec{\Pi}_m>$.

2.2.7. Calculer la puissance moyenne rayonnée $<P_m>$ dans tout l'espace. Montrer qu'elle se met sous la forme $<P_m>=\frac{1}{2}R_m I_0^2$ où $R_m = R_0\left(\frac{b}{\lambda}\right)^4$ est la résistance de rayonnement du dipolaire magnétique oscillant. Donner l'expression de R_0 en fonction μ_0 et c. Calculer sa valeur numérique.

2.3. Comparaison

On considère une antenne de longueur l dans laquelle on maintient un courant sinusoïdal de fréquence f et dont l'intensité $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ est la même à chaque instant en tout point du circuit.

2.3.1. Cette antenne est assimilée à un dipôle électrique oscillant de moment $\vec{p}(t) = ql\vec{e}_z$ si l'antenne est linéique d'axe *Oz*.

Déterminer, dans la zone de rayonnement, l'expression de la puissance moyenne $<P_e>$ rayonnée dans tout l'espace en fonction de I_0, l, f et des constantes μ_0 et c.

2.3.2. Cette antenne est assimilée à un dipôle magnétique oscillant de moment $\vec{m}(t) = m\vec{e}_z$ si l'antenne est en forme d'une boucle circulaire de périmètre l et d'axe *Oz*.

Déterminer, dans la zone de rayonnement, l'expression de la puissance moyenne $<P_m>$ rayonnée dans tout l'espace en fonction de I_0, l, f et des constantes μ_0 et c.

2.3.3. Application numérique : On donne l = 10 m, f = 2 MHz, I_0 = 16 A. Calculer $<P_e>$, $<P_m>$ et le rapport $\eta = \frac{<P_m>}{<P_e>}$. Conclure.

3. Application : réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

Un radar a pour but de déterminer la position d'une cible, mais aussi sa vitesse grâce à l'*effet Doppler*. La fréquence f_r de l'onde électromagnétique réfléchie par la cible mobile est différente de la fréquence f_i de l'onde émise par l'antenne émettrice du radar. Dans le voisinage d'un point situé à grande distance du point O où se trouve l'émetteur, le champ électromagnétique est pratiquement uniforme. D'autre part, en tenant compte du résultat de la question **2.1.12.**, on peut caractériser l'onde électromagnétique rayonnée dans cette zone par le champ électrique : $\underline{\vec{E}}_i(M,t) = \vec{E}_0\exp\left[-j(\omega_i t - \vec{k}_i.\vec{r})\right]$. Afin de simplifier, on choisit $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_y$ et $\vec{k}_i = k_i\vec{e}_x$. Cette onde, dite incidente, se propage dans

l'air assimilé au vide et tombe en incidence normale sur un plan conducteur parfait de côte X (figure 4).

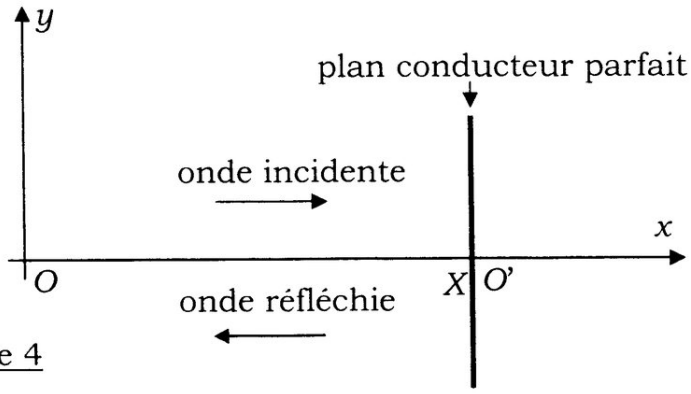


figure 4

3.1. Rappeler l'équation de propagation du champ électrique et vérifier que le champ $\underline{\vec{E}}_i(M,t)$ satisfait cette équation. En déduire la relation entre k_i et ω_i.

3.2. Quel est l'état de polarisation de l'onde incidente ? Quelle est sa direction de propagation ?

3.3. Déterminer l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}}_i(M,t)$ de cette onde.

3.4. Quelle est la définition d'un conducteur parfait ? Justifier que le champ électromagnétique est nul dans un tel conducteur.

3.5. Rappeler en se servant d'un schéma clair les relations de passage des champs électrique et magnétique à l'interface air-conducteur parfait.

3.6. Comment justifier l'existence d'une onde électromagnétique réfléchie ? On admet que cette onde est plane progressive monochromatique de champ électrique : $\underline{\vec{E}}_r(M,t) = \underline{\vec{E}}_{0r} \exp\left[-j(\omega_r t - \vec{k}_r.\vec{r})\right]$. En exploitant la relation de passage, déterminer $\underline{\vec{E}}_{0r}$, ω_r et $\vec{k}_r$. En déduire le champ magnétique $\underline{\vec{B}}_r(M,t)$ de l'onde réfléchie.

Le plan conducteur parfait est en réalité une cible mobile le long de l'axe Ox à la vitesse constante $\vec{v} = v\vec{e}_x$ ($v << c$) par rapport au référentiel $R(O, x, y, z)$ supposé galiléen lié à l'émetteur fixe. On note $R'(O', x, y, z)$ le référentiel lié à la cible (assimilée à un plan conducteur parfait) en translation par rapport à R. L'onde incidente de champ $\underline{\vec{E}}_i(M,t) = E_0 \exp\left[-j(\omega_i t - k_i x)\right]\vec{e}_y$ est réfléchie par la cible et donne naissance à une onde réfléchie de champ $\underline{\vec{E}}_r(M,t) = r_a E_0 \exp\left[-j(\omega_r t + k_r x)\right]\vec{e}_y$. Ces deux champs sont mesurés dans le référentiel fixe R.

3.7. Etablir, dans le cadre de la mécanique non relativiste, l'expression des champs électriques incident $\underline{\vec{E}}'_i(M,t)$ et réfléchi $\underline{\vec{E}}'_r(M,t)$ mesurés dans le référentiel mobile R'.

Montrer que ces deux champs se mettent sous la forme : $\underline{\vec{E}'_i}(M,t) = \left(1-\frac{v}{c}\right)\underline{\vec{E}_i}(M,t)$ et $\underline{\vec{E}'_r}(M,t) = \left(1+\frac{v}{c}\right)\underline{\vec{E}_r}(M,t)$.

3.8. Etablir l'expression de X en fonction du temps t.

3.9. Ecrire la relation de passage du champ électrique en $x = X$ dans le référentiel mobile R'. En déduire le coefficient r_a de réflexion de l'onde pour l'amplitude et la fréquence f_r de l'onde réfléchie mesurée dans le référentiel R. On exprimera ces deux grandeurs en fonction de la fréquence f_i de l'onde incidente, de v et de c. Commenter.

3.10. Exprimer la diminution relative de fréquence par réflexion sur le conducteur mobile.

3.11. Un détecteur d'onde électromagnétique convertit l'onde réfléchie par la cible en un signal électrique $u_r(t) = U_r \cos(2\pi f_r t + \Phi)$. Un oscillateur de référence fournit un signal électrique synchrone du signal d'émission $u_i(t) = U_i \cos(2\pi f_i t)$. Ces deux signaux sont ensuite appliqués à un multiplieur de constante k' qui délivre en sortie le signal $u_s(t) = k' u_i(t) u_r(t)$.

3.11.1. Donner le spectre de la tension $u_s(t)$.

3.11.2. Le multiplieur est-il un composant linéaire ? Justifier votre réponse.

3.12. Le signal $u_s(t)$ est envoyé sur un filtre électrique. Déterminer la nature de ce filtre pour que l'on récupère en sortie un signal permettant la mesure de la fréquence $\Delta f = |f_r - f_i|$. Proposer un schéma simple de ce filtre en précisant les conditions de son bon fonctionnement.

3.13. Application numérique : Un véhicule circulant en agglomération (vitesse limitée à 60 km/h) est contrôlé par un radar *Doppler* de la police (f_i = 24,125 GHz). Au passage du véhicule l'onde écho est de fréquence $f_r = f_i$ – 2500 Hz. On suppose que l'angle entre l'axe du faisceau radar et l'axe de déplacement du véhicule mesuré est nul.

3.13.1.1. Calculer la longueur d'onde λ de l'onde émise par le *radar*.

3.13.1.2. A partir de quelle distance peut-on se situer dans la zone de rayonnement du radar ?

3.13.1.3. Ce véhicule est-il en infraction ?

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Signaux périodiques et filtrage linéaire
- Filtrage linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp