Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2019, filière MP

Physique II

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : interférence de deux ondes lumineuses
- Partie 2, 1. Observations
- Partie 2, 2.1. Dualité onde-corpuscule
- Partie 2, 2.2. Interférences atomiques
- Partie 2, 2.3. Interférences de grosses particules
- Partie 2, 2.4. Aspect probabiliste des interférences quantiques

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2019/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

Données :

- Constante de Boltzmann : $k_B = 1{,}38.10^{-23} J.K^{-1}$.
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23} mol^{-1}$.
- Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19} C$.
- Masse de l'électron : $m_e = 9{,}11.10^{-31} kg$.
- Masse molaire du néon : $M_{Ne} = 20{,}1 g.mol^{-1}$.
- Masse molaire du carbone : $M_C = 12{,}0 g.mol^{-1}$.
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8 m.s^{-2}$.
- Permittivité électrique du vide : $\frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} = 9.10^9 m.F^{-1}$.
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00.10^8 m.s^{-1}$.
- $1eV = 1{,}602.10^{-19} J$.
- Constante de Planck : $h = 6{,}63.10^{-34} J.s$.

Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.

La première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Partie 1 : Interférence de deux ondes lumineuses

1. Ondes cohérentes, ondes incohérentes

Considérons deux ondes lumineuses monochromatiques (1) et (2) , de pulsations respectives ω_1 et ω_2 dont les champs électriques ont pour expressions respectives :

$$\overrightarrow{E_1}(M,t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M))\overrightarrow{e_1} \text{ et } \overrightarrow{E_2}(M,t) = A_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M))\overrightarrow{e_2}$$

avec $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$ deux vecteurs unitaires. Pour simplifier l'étude, on suppose que les amplitudes instantanées des deux ondes sont additives.

On note $I(M) = <\left\|\vec{E}(M,t)\right\|^2>$ l'intensité d'une onde électromagnétique de champ électrique $\vec{E}(M,t)$. $<f(M,t)>$ représente la moyenne temporelle de la grandeur $f(M,t)$.

1.1. À quelle(s) condition(s) peut-on additionner les amplitudes instantanées des deux ondes sachant qu'elles sont de nature vectorielle ?

1.2. Donner les expressions de I_1 et I_2 , les intensités au point M des deux ondes considérées prises séparément.

1.3. Calculer l'intensité de l'onde résultante $I(M)$ en fonction de I_1, I_2, ω_1, ω_2 et $\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$.

1.4. Donner une condition nécessaire de cohérence concernant les pulsations. Dans la suite, on suppose que cette condition est vérifiée.

1.5. Donner l'expression du contraste C de la figure d'interférence.

2. Condition de cohérence temporelle

2.1. En pratique, deux sources lumineuses ponctuelles vérifiant la condition de la question **1.4** ne sont pas cohérentes. Expliquer pourquoi.

2.2. Dans le cas de deux ondes acoustiques, il n'y a jamais de problème de cohérence. Pourquoi ?

2.3. Expliquer judicieusement alors comment obtenir deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 mutuellement cohérentes.

2.4. Donner la condition de cohérence temporelle pour deux ondes lumineuses.

2.5. Expliquer le rôle de la longueur de cohérence dans l'observation des interférences lumineuses. Donner son ordre de grandeur pour un laser Hélium-Néon et pour la lumière blanche.

3. Fentes de Young

Le dispositif de la figure 1 a permis au physicien Thomas Young (1773-1829) de démontrer la nature ondulatoire de la lumière. Deux fentes parallèles (F_1) et (F_2) sont percées dans un écran opaque. Elles sont centrées respectivement en S_1 et S_2 , séparées d'une distance $a = S_1S_2$ et de largeur b. Elles sont éclairées par une source S ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide. La largeur de chaque fente b est petite devant la distance entre les fentes a . La source S est placée sur la médiatrice des deux fentes à la distance d du plan des deux fentes.

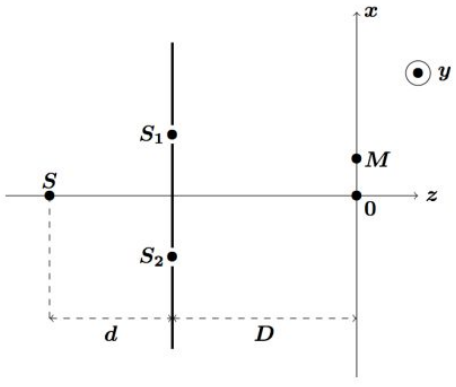


figure 1

On observe la figure d'interférence sur un écran (E) situé à une distance D du plan des deux fentes. On repère le point M de l'écran d'observation parallèle au plan des deux fentes par ses coordonnées cartésiennes $(x,y,0)$. Les fentes sont parallèles à l'axe Oy. Dans la suite de cette partie, l'étude est menée dans le plan Oxz. Le système baigne dans l'air dont l'indice est $n_a = 1{,}00$. On supposera $x << D$ et $a << D$.

3.1. Un phénomène physique permet aux rayons issus des deux fentes (F_1) et (F_2) de se rencontrer au point M de l'espace. Quel est ce phénomène ?

3.2. Tracer, sur un schéma annoté du dispositif expérimental, les rayons issus des sources S_1 et S_2 qui interfèrent au point M de coordonnées $(x,0,0)$.

3.3. Justifier le fait que les deux ondes interfèrent dans leur zone de recouvrement.

3.4. En supposant que la répartition de la lumière via le phénomène physique de la question **3.1** se fait de façon uniforme, on montre que l'intensité lumineuse $I(x)$ le long de l'axe Ox est donnée par $I(x) = \frac{I(0)}{2}\left(1+\cos(2\pi\frac{x}{i})\right)$, où i est la distance entre deux franges consécutives de même nature. i dépend de λ et des distances a et D.

3.4.1. Justifier qualitativement que la distance i est croissante avec D ?

3.4.2. Justifier qualitativement que la distance i est décroissante avec a.

3.4.3. Montrer que la distance i est donnée par : $i = \frac{\lambda D}{a}$.

Partie 2 :

Les particules aussi interfèrent !

1. Observations

Dans le cadre du modèle corpusculaire de la lumière, un faisceau lumineux est constitué de photons tous identiques et possédant une quantité de mouvement.

1.1. Décrire une expérience mettant en évidence la notion de photon.

1.2. On réalise une expérience d'interférences à l'aide du système interférentiel des fentes de Young en envoyant les photons un à un sur les fentes.

1.2.1. Comment se manifesterait le caractère corpusculaire de la lumière sur l'écran ?

1.2.2. Peut-on prévoir la position de l'impact d'un photon ? Justifier.

1.2.3. Dessiner l'aspect de l'écran d'observation après une durée suffisante.

1.3. En rapprochant les deux modèles, corpusculaire et ondulatoire, comment peut-on interpréter le carré du champ électrique ?

1.4. Calculer le nombre de photons émis par seconde par un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 633nm$ et de puissance $P = 1{,}0mW$. Expliquer pourquoi l'aspect corpusculaire n'apparait généralement pas dans le cadre des expériences d'optique.

2. Interférence des ondes de matière

2.1. Dualité onde-corpuscule

Louis de Broglie a eu l'audace d'imaginer en 1923 que les corpuscules de quantité de mouvement p puissent se comporter comme des ondes de longueur d'onde λ_{DB} !

2.1.1. Une particule quantique peut-elle se comporter simultanément comme une onde et comme une particule ?

2.1.2. La relation de Louis de Broglie correspondante est $\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$. Dans quel cas peut-elle s'écrire sous la forme approchée $\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}$?

2.1.3. L'atome d'hydrogène est constitué d'un électron de masse m_e en interaction électromagnétique avec un proton de masse m_p.

2.1.3.1. On peut définir une énergie $\mathcal{E}$ caractéristique de l'atome à partir des constantes h, $q_e^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$ et m_e. Par une analyse dimensionnelle et à un facteur numérique de proportionnalité près, établir une expression possible pour l'énergie $\mathcal{E}$. Calculer sa valeur. On prendra le facteur numérique de proportionnalité égal à un.

2.1.3.2. Reprendre la question précédente pour trouver une vitesse caractéristique v. Commenter le résultat, sachant qu'on peut négliger les effets relativistes dans la théorie quantique pour $v < 0{,}1c$. En déduire, en eV, un ordre de grandeur de l'énergie cinétique E_c de l'électron.

2.1.3.3. En 1927, Davison et Germer réalisèrent la diffraction d'électrons par un monocristal de nickel. Les électrons utilisés avaient une énergie cinétique de $54eV$. Vérifier l'hypothèse d'un comportement non relativiste des électrons. Évaluer la longueur d'onde $\lambda_{DB}(e)$ de de Broglie correspondante. Les aspects quantiques sont-ils importants pour ces électrons ? Quelles en sont les conséquences expérimentales ?

2.2. Interférences atomiques

L'expérience des fentes de Young permet de tester les modèles quantiques et notamment la dualité onde-particule de la matière. Après des expériences réalisées avec des électrons ou des neutrons, la première expérience d'interférences avec des atomes a été réalisée sur le modèle des fentes de Young en 1991 à l'Université de Constance. En 1992, l'équipe des physiciens japonais F. Shimizu, K. Shimizu et H. Takuma réalise avec succès une expérience d'interférence atomique. Le dispositif utilisé et schématisé par la figure 2 est celui des fentes de Young.

L'expérience a consisté à utiliser une assemblée de quelques millions d'atomes de néon capturés dans une cellule à vide puis refroidi à une température $T = 2{,}5mK$ dans un piège laser de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne. Les atomes sont portés dans un état métastable grâce à des lasers. Ces derniers formant le piège sont alors éteints, ce qui libère les atomes sans vitesse initiale. Ceux-ci quittent le piège atomique et tombent en chute libre dans le

champ de pesanteur au-dessus d'une plaque percée de deux fentes microscopiques.

Le piège est situé à une hauteur d au dessus de la plaque. Les fentes sont séparées d'une distance a et la largeur d'une fente est b. À une distance D du plan des deux fentes, on place un détecteur MCP («microchannel plate detector») parallèle à ce plan et on observe l'endroit où les atomes de néon vont frapper la plaque réceptrice après être passés dans l'une des deux fentes. L'ensemble du dispositif est disposé verticalement. On donne : $d = 76mm$, $a = 6{,}0\mu m$, $D = 113mm$ et $b = 2{,}0\mu m$.

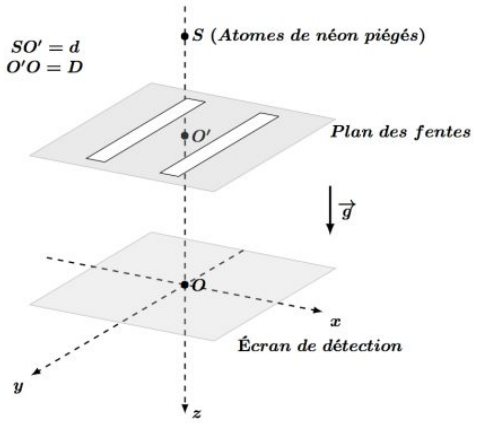


Figure - 2

2.2.1. Expliquer simplement comment se manifesterait la dualité onde-corpuscule pour les atomes de néon.

2.2.2. En raisonnant sur un quanton de longueur d'onde λ traversant un diaphragme de diamètre ϕ, montrer que le quanton doit subir une diffraction, puis calculer un ordre de grandeur de l'angle caractéristique de cette diffraction.

2.2.3. Le néon est un gaz rare monoatomique que l'on suppose parfait.

2.2.3.1. Énoncer avec concision le théorème d'équipartition de l'énergie.

2.2.3.2. Exprimer la vitesse quadratique moyenne d'agitation thermique $v_{th}(Ne) = \sqrt{< v^2 >}$ des atomes du gaz néon en équilibre à la température T dans l'enceinte à partir de laquelle ils sont lâchés. On note m_{Ne} la masse d'un atome de néon.

2.2.3.3. En choisissant la vitesse quadratique moyenne comme vitesse caractéristique, établir l'expression de la longueur d'onde $\lambda_{DB}(Ne)$ associée à des atomes de néon à la température T. Calculer numériquement $v_{th}(Ne)$ et $\lambda_{DB}(Ne)$ à $T = 2{,}5mK$ puis à la température ambiante $T = 300K$? Commenter.

2.2.4. Calculer la température à laquelle on doit refroidir les atomes de néon pour que leur vitesse thermique $v_{th}(Ne)$ soit inférieure à la vitesse moyenne $< v_{Ne} >= 1{,}25m.s^{-1}$, intentionnellement donnée aux atomes au niveau des fentes.

2.2.5. Pourquoi refroidit-on les atomes à de si basses températures ? Pour ces atomes, quel a été l'autre critère de choix qui influe dans le même sens ?

2.2.6. Expérimentalement, on observe la figure d'interférences de période spatiale $i_{\exp} = (0{,}23 \pm 0{,}1)mm$ sur la plaque de détection. On supposera que a et D sont connus avec des précisions suffisamment importantes pour ne pas contribuer à l'incertitude.

2.2.6.1. À partir de l'expression $i = \dfrac{\lambda D}{a}$, déduire la longueur d'onde $\lambda'_{DB}(Ne)$ de l'onde de matière associée aux atomes de néon ainsi que l'incertitude $\Delta\lambda'_{DB}(Ne)$ associée. Commenter.

2.2.6.2. Préciser, en le justifiant, si les atomes de néon vont manifester un comportement classiquement ondulatoire ?

2.2.6.3. Calculer la valeur de la vitesse $v'(Ne)$ de ces atomes au niveau de l'écran et l'incertitude $\Delta v'(Ne)$ associée. Aurait-on pu obtenir cette incertitude à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale ?

2.2.6.4. En se plaçant dans une approche classique, exprimer la vitesse v_{ch} d'une particule de masse m en chute libre sans vitesse initiale d'une altitude $H = d + D$ dans le champ de pesanteur g supposé uniforme. Calculer sa valeur numérique et commenter. On donnera un schéma et on précisera les hypothèses.

2.2.7. L'ensemble du dispositif est placé dans le vide et il n'est pas possible d'y définir la température en dehors de l'enceinte source. Proposer une explication permettant de rendre compte de la différence entre $\lambda_{DB}(Ne)$ et $\lambda'_{DB}(Ne)$.

2.2.8. Les atomes de Néon passent tout d'abord par une fente source parallèle aux deux fentes de Young. Quel est le rôle de cette fente ?

2.2.9. Quels facteurs peuvent limiter la visibilité des interférences ?

2.3. Interférences de grosses particules

Dans les années 2000, un groupe d'expérimentateurs a réalisé avec succès une expérience d'interférences de Young avec une source de molécules de fullerène C_{60}, appelée « fullerène » ou « buckminster fullerènes » (figure 3). Le dispositif expérimental(*) est représenté sur la figure 4 : la poudre de fullerène est sublimée dans un four à une température d'environ $T = 900K$. La pression de vapeur est alors suffisante pour éjecter les molécules, dans une séquence statistique, une par une. Un dispositif mécanique permet de sélectionner dans le faisceau de fullerène sortant du four les molécules de vitesse moyenne égale à v et dont la dispersion relative de vitesse est $\frac{\Delta v}{v}$. Le faisceau est collimaté par deux fentes verticales successives. Le faisceau de molécules est ensuite diffracté par un réseau de pas $a' = 100nm$. La largeur des fentes du réseau est $b' = 50nm$. Un détecteur, situé à une distance $D' = 1,2m$ du réseau, utilise un laser à argon qui ionise les molécules de fullerène et permet de les compter. La résolution spatiale du détecteur est de l'ordre de $8\mu m$.



Figure 3 : Molécule de fullerène C_{60}, le plus petit ballon de football naturel que nous connaissons

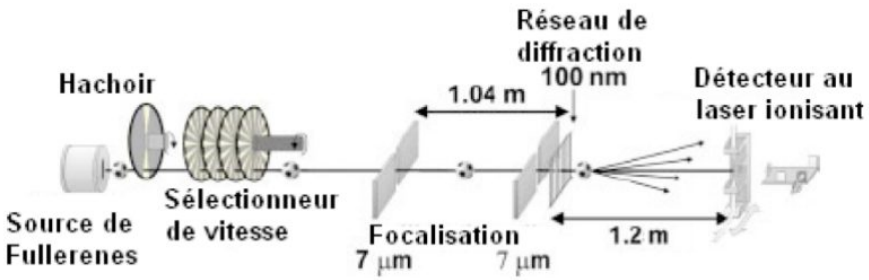


Figure 4 : Schéma expérimental

(*) : « Quantum interference experiments with large molecules, Am. J. Phys., Vol. 71, No. 4, April 2003 »

2.3.1. Calculer la masse d'une molécule de fullerène ?

2.3.2. La molécule de fullerène est formée de 20 hexagones et 12 pentagones. Sachant que la liaison entre carbones a une longueur moyenne de $0{,}14nm$, estimer la taille d'une molécule de fullerène.

On considère dans la suite des molécules de fullerène de vitesse moyenne $v = 200m.s^{-1}$ et dispersion relative de vitesse de $\frac{\Delta v}{v} \approx 60\%$.

2.3.3. Calculer numériquement la longueur d'onde de de Broglie λ_{DB} de l'onde associée aux molécules de fullerène. Comparer λ_{DB} aux dimensions de la molécule et commenter ?

2.3.4. Exprimer puis calculer la dispersion $\Delta\lambda_{DB}$ de la longueur d'onde λ_{DB}.

2.3.5. Montrer que la grandeur $l = \frac{\lambda_{DB}^2}{\Delta\lambda_{DB}}$ représente l'analogue de la longueur de cohérence du faisceau de particules par rapport à une source lumineuse. Calculer sa valeur numérique.

2.3.6. Quel est l'intérêt du sélecteur mécanique de vitesse ?

2.3.7. Quel est l'intérêt des deux fentes de collimation ? En utilisant l'inégalité de Heisenberg spatiale, évaluer l'ouverture angulaire du faisceau moléculaire produite par chacune des deux fentes.

2.3.8. On suppose que le détecteur permet d'observer les interférences à l'infini du faisceau moléculaire diffracté dans la direction faisant l'angle θ avec la normale au plan du réseau. On suppose de plus que l'incidence du faisceau est normale sur le réseau et que la longueur d'onde de de Broglie n'est pas modifiée par le passage à travers le réseau.

2.3.8.1. En se servant d'un schéma soigné, calculer la différence de marche $\delta(\theta)$ entre deux trajets voisins.

2.3.8.2. Déterminer les directions θ pour lesquelles les interférences des ondes moléculaires diffractées sont constructives.

2.3.8.3. En déduire que si $\frac{\lambda_{DB}}{a'} << 1$, on pourra observer au centre de l'écran une figure d'interférences dont l'interfrange est $i = \frac{\lambda_{DB} D}{a'}$.

2.3.8.4. Les figures **5.1** et **5.2** montrent la distribution des impacts des molécules de fullerène sur le détecteur pour deux vitesses moyennes et deux dispersions relatives de vitesses. Interpréter l'allure de ces deux courbes.

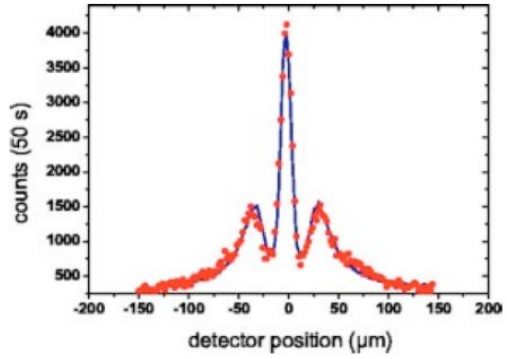


Figure **5.1** : Diffraction à l'aide d'un faisceau thermique de vitesse $v = 200m.s^{-1}$ avec une dispersion relative de vitesse de $\frac{\Delta v}{v} \approx 60\%$.

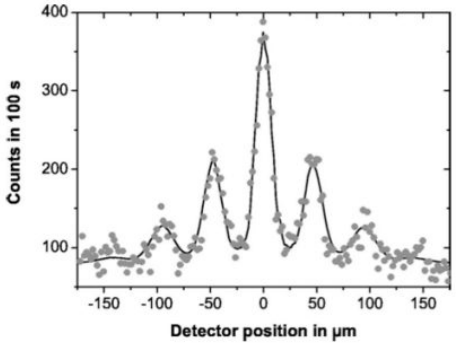


Figure **5.2** : Diffraction à l'aide d'un faisceau sélectionné de vitesse $v = 117m.s^{-1}$ avec une dispersion relative de vitesse de $\frac{\Delta v}{v} \approx 17\%$.

2.3.8.5. Montrer que le défaut de cohérence temporelle du faisceau permet d'expliquer le nombre limité de franges visibles.

2.4. Aspect probabiliste des interférences quantiques

Compte-tenu de l'expérience des fentes de Young décrite plus haut, l'idée va être de modéliser les quantons émis par une source S ponctuelle de quantons monoénergétiques placée sur la médiatrice de deux fentes (figure 1) de la même manière que des ondes, à savoir par une fonction $\Psi(M,t)$ définie au point M à l'instant t et contenant toute l'information sur la particule. La distance entre le plan des fentes et l'écran, qui lui est parallèle, est D ($D >> a$). L'observation est effectuée en un point M quelconque de l'écran repéré par $x << D$. L'écran percé des deux fentes (F_1) et (F_2) est constituée d'un matériau qui ne peut être traversé par les quantons.

2.4.1. Quelle est l'interprétation de la fonction d'onde $\Psi(M,t)$?

2.4.2. Pour tenir compte de l'aspect "matériel" de la particule, on impose à la fonction d'onde $\Psi(M,t)$ la condition : $\iiint_{espace} |\Psi(M,t)|^2 \, d\tau(M) = 1$, où $d\tau(M)$ est l'élément de volume autour du point M. Que représente cette condition ?

2.4.3. L'expérience des fentes de Young suggère également que les ondes de matière considérées puissent se superposer. Énoncer le principe de superposition.

2.4.4. Un quanton peut suivre deux trajectoire différentes et indiscernables, vers le détecteur en M. On admet que les fonctions d'onde en M associées à l'onde provenant respectivement de S_1 et de S_2 sont :

$$\Psi_1(x,t) = A_1 e^{-i(\omega t - kx)} \text{ et } \Psi_2(x,t) = A_2 e^{-i(\omega t - kx - \varphi)}$$

Les quantités A_1 et A_2 sont réelles et φ représente la différence de phase entre les deux ondes.

2.4.4.1. Quelle est la probabilité P_1 que la particule prenne la trajectoire 1 issue de S_1 ?

2.4.4.2. Quelle est la probabilité P_2 que la particule prenne la trajectoire 2 issue de S_2 ?

2.4.4.3. Quelle est la probabilité totale P de détecter la particule par le détecteur en issue de M ? Tracer l'allure de cette probabilité en fonction de φ en faisant apparaitre un maximum d'informations.

2.4.4.4. Supposons que $A_1 = A_2$. Calculer les probabilités totales pour les deux cas $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$.

2.4.4.5. Tracer l'allure de la probabilité totale P en fonction de φ en tenant compte du fait que le phénomène de diffraction module la figure d'interférences.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Mesures et incertitudes

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp