Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2019, filière MP

Sciences industrielles

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : partie préliminaire, étude mécanique de l'unité de serrage
- Partie II : étude cinématique et dynamique de l'unité de rotation
- Partie III : étude de l'asservissement en vitesse du mouvement autour de l'axe
- Partie IV : étude du risque de glissement du pot

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/cnc/mp/2019/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

MELANGEUR DE PEINTURE BI-AXIAL

Le mélangeur de peinture bi-axial « BIAX » est un malaxeur stationnaire pour des pots étanches, ronds, rectangulaires et ovales, en métal ou en plastique.
Les peintures, colorants, laques bâtiment ou industrie ainsi que les crépis et autres matériaux à viscosité faible peuvent être mélangés… Le domaine d'utilisation s'étend du grossiste au détaillant, de l'industrie des laques et peintures jusqu'aux activités voisines.
Le mélangeur est particulièrement indiqué en tant que composant d'un système de mise à la teinte. (**Figure 1**)

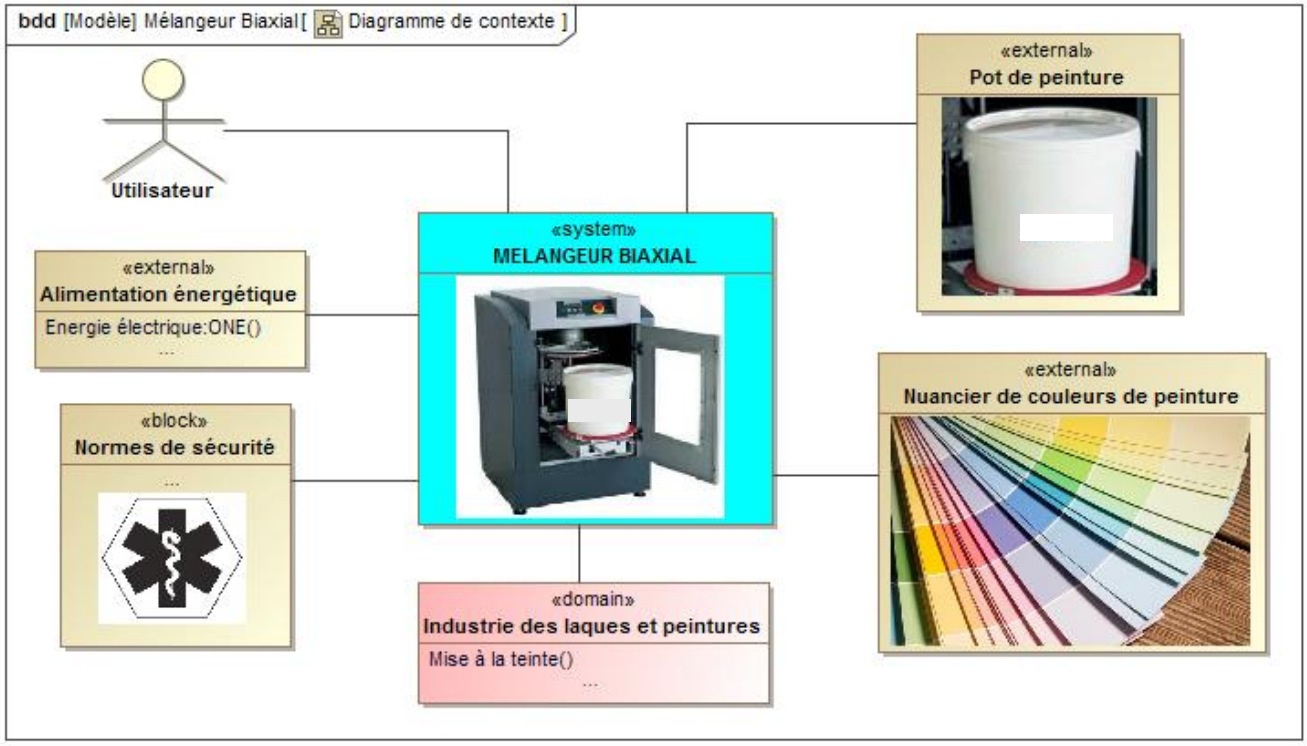


Figure 1 *: diagramme de contexte*

On donne ci-dessous Le diagramme de cas d'utilisation :

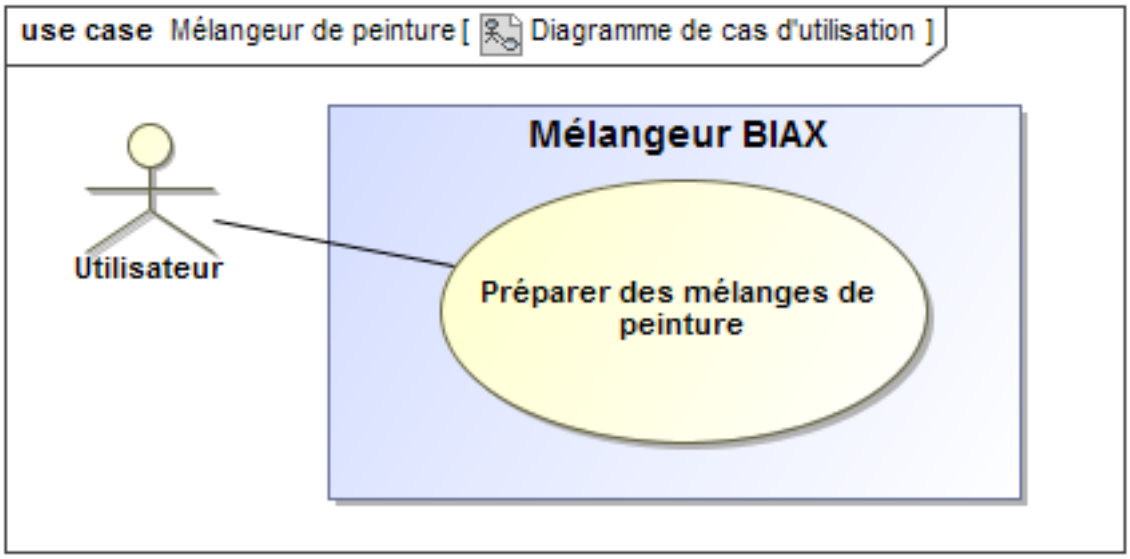


Figure 2 *: diagramme de cas d'utilisation*

La machine est composée de deux unités essentielles :

- Unité de rotation : son rôle est d'animer en rotation le pot suivant les axes longitudinal et transversal.
- Unité de serrage : son rôle est la mise et le maintien en position du pot.

On donne ci-après, sur la **figure 3**, le diagramme de définition de blocs regroupant les constituants des deux unités.

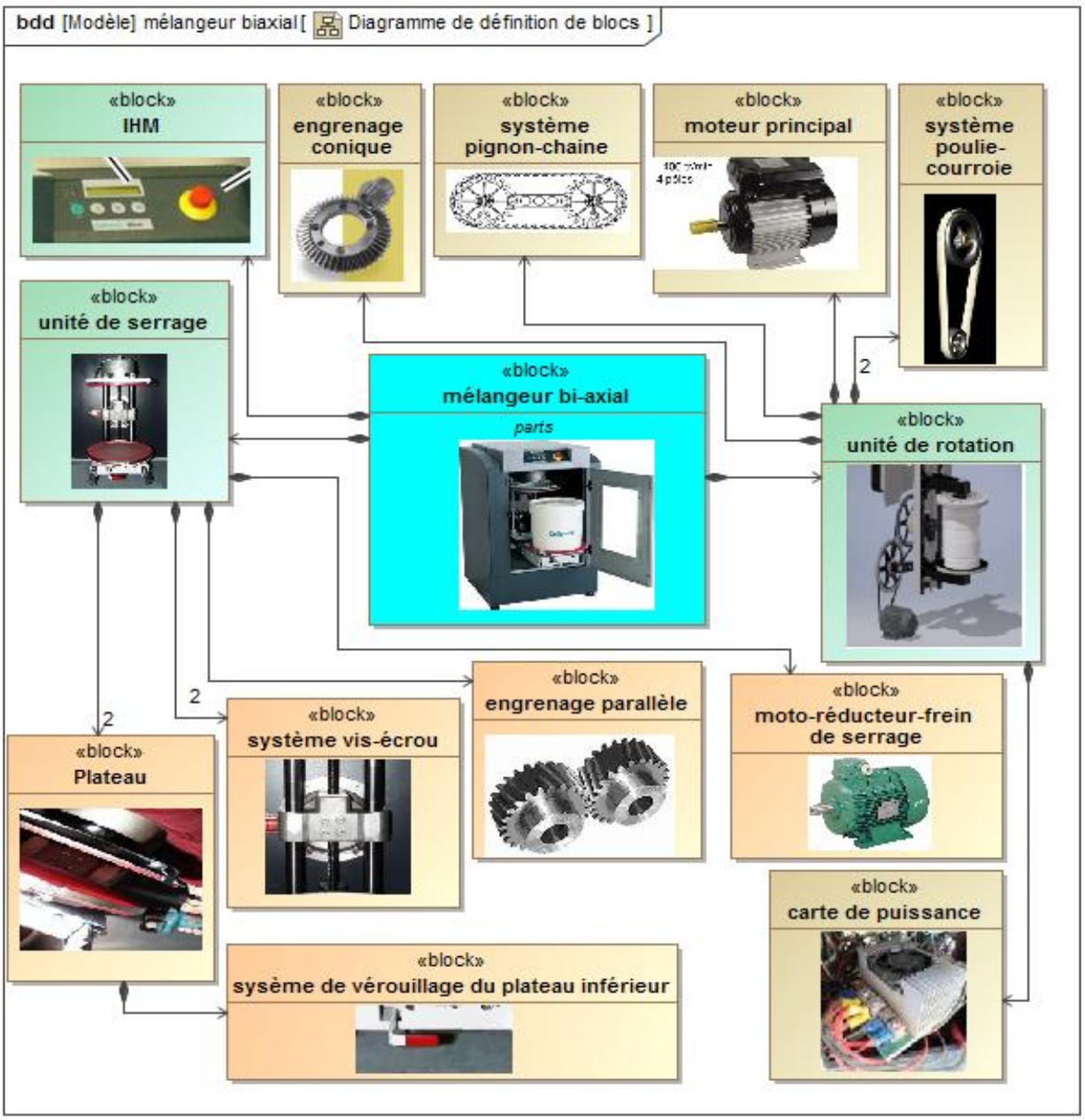


***Figure 3** : diagramme de définition de blocs*

- Le pot est positionné avec son anse et centré sur le plateau inférieur. L'anse du pot doit être positionnée vers l'arrière et fixée avec un élastique ou du ruban adhésif. (**Figure 4**)
- Le pot serré est mis en rotation simultanément sur deux axes perpendiculaires, à deux vitesses différentes adaptées à chaque type de matériaux (**figure 5**).
- Le temps de mélange nécessaire et l'aptitude du pot au mélange seront déterminés préalablement par des tests.





Figure 4

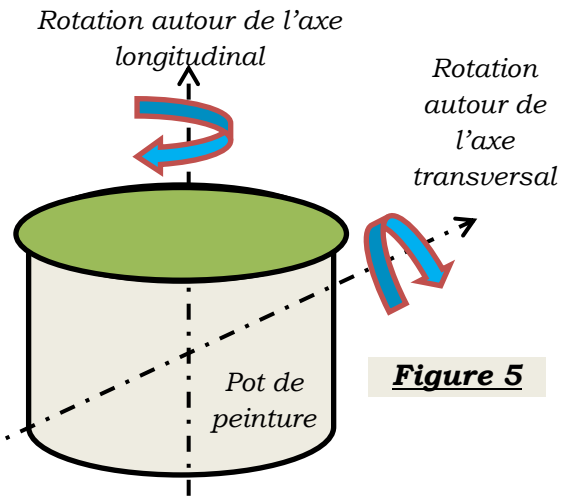


Figure 5

La **figure 6** donne le diagramme des exigences du mélangeur :

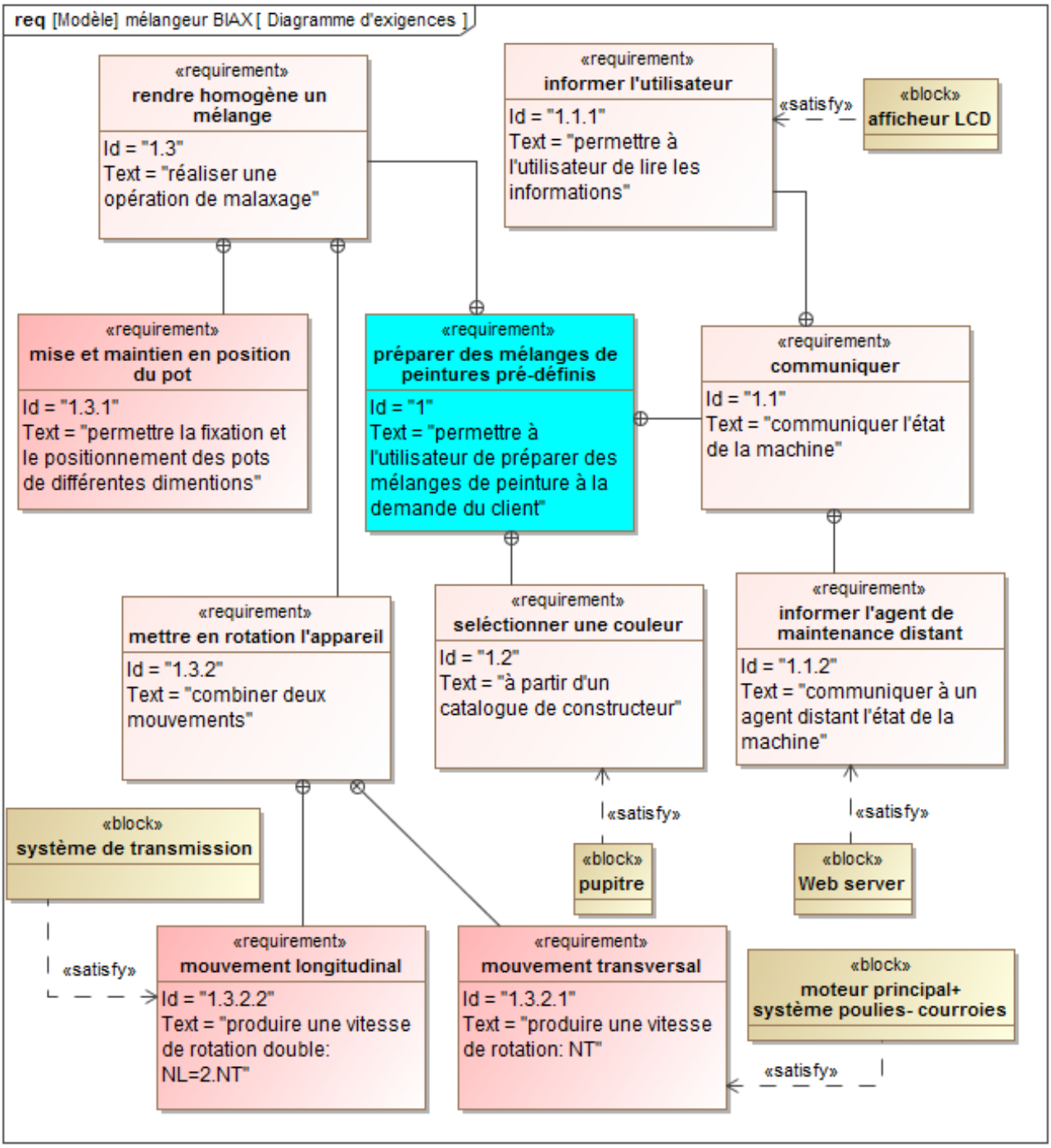


***Figure 6** : diagramme d'exigences*

***Partie I* : Partie préliminaire notée : 4 points sur 20.**

Etude mécanique de l'unité de serrage

Le serrage du pot est assuré par un mécanisme composé d'un moteur et d'un système vis écrou permettant le déplacement simultané des deux plateaux suivant deux sens opposés (**annexe1**). L'utilisation de deux liaisons hélicoïdales a pour objectif d'augmenter l'effort de serrage afin d'empêcher le glissement ou le pivotement du pot.

Le moteur de serrage est un moto-réducteur composé d'un moteur à courant continu, délivrant un couple moteur C_{ms} et une vitesse angulaire ω_{ms} et équipé d'un frein agissant sur le rotor, suivi d'un réducteur de rapport de réduction **r** (r=0,2). Le mouvement est par la suite transmis aux plateaux supérieur et inférieur par l'intermédiaire d'un engrenage parallèle, de rapport de transmission **k=-1**, non représenté sur la **figure 7** et deux systèmes vis-écrou de pas **p** (p=5 mm).

> ***Q1.*** *A partir de la description ci-dessus, du diagramme de contexte (**figure 1**), et du diagramme BDD (**figure 3**), Compléter, sur le document réponses **DR1**, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de serrage.*

Le schéma cinématique simplifié de l'unité de serrage est représenté sur la **figure 7**.
Le mécanisme est constitué des éléments suivants :

- Colonne de guidage liée au bâti (0) :
  Le repère $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ lié au bâti (0) est supposé galiléen.
- Vis 12 : en liaison pivot d'axe $(O_2,\vec{y}_0)$ avec la colonne (0).
- Ensemble supérieur ES={6,7,Ps} (Aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble ES) : en liaison glissière de direction $\vec{y}_0$ avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à droite et de pas p d'axe $(N_2,\vec{y}_0)$avec la vis (12).
- Ensemble inférieur Ei={8,Pi} (Aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble Ei) : en liaison glissière de direction $\vec{y}_0$ avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à gauche et de pas p, d'axe $(N_1,\vec{y}_0)$avec la vis (12).

On donne :

- $\vec{\Omega}(12/0)=\omega_{12}.\vec{y}_0$
- $\overrightarrow{O_0N_1}=d.\vec{x}_0-y(t).\vec{y}_0$
- $\overrightarrow{O_0N_2}=d.\vec{x}_0+y(t).\vec{y}_0$
- $\overrightarrow{O_0O_2}=d.\vec{x}_0-b.\vec{y}_0$

Les deux liaisons hélicoïdales ont le même pas : p=5mm.

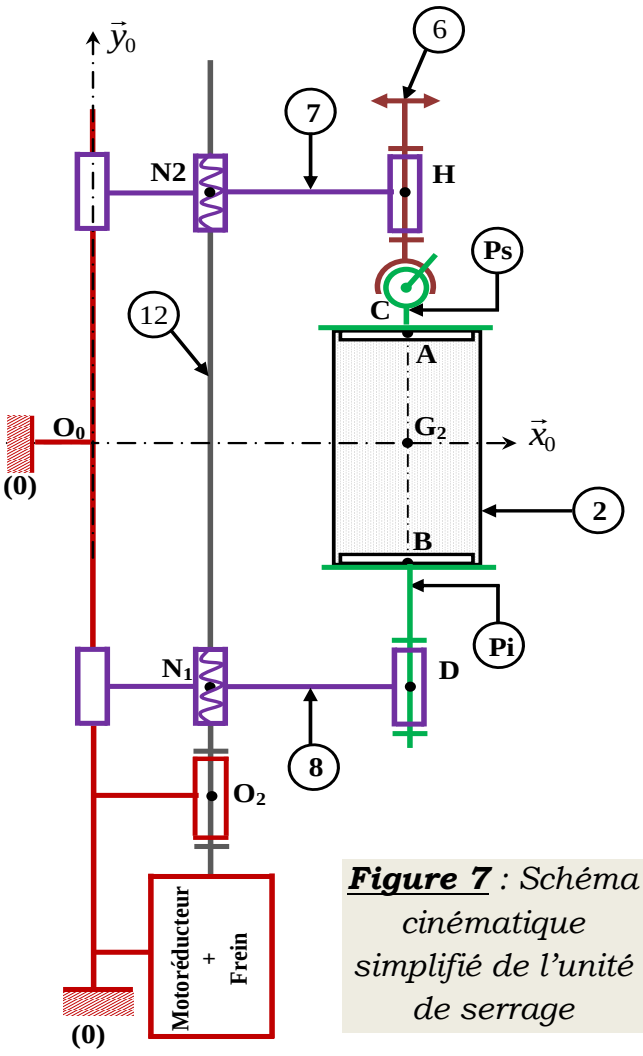


Figure 7 *: Schéma cinématique simplifié de l'unité de serrage*

Etude cinématique :

> ***Q2.*** *Ecrire au point O_2 le torseur cinématique $\{\vartheta(12/0)\}_{O_2}$,puis au point N_1 les torseurs cinématiques suivants : $\{\vartheta(12/0)\}_{N_1}$ et $\{\vartheta(\mathrm{Ei}/0)\}_{N_1}$.*
>
> ***Q3.*** *En déduire, au point N_1, le torseur cinématique $\{\vartheta(\mathrm{Ei}/12)\}_{N_1}$ en fonction de ω_{12} et* p *puis en fonction de* ω_{ms}, r et p.
>
> ***Q4.*** *En déduire, au point N_2, le torseur cinématique $\{\vartheta(\mathrm{Es}/12)\}_{N_2}$ en fonction de* ω_{ms}, r et p.
>
> ***Q5.*** *En déduire les expressions algébriques des vitesses de translation* v_{Es} *et* v_{Ei} *des ensemble* Es *et* Ei *en fonction de* ω_{ms}, r et p.

Etude statique : *Calcul du couple de freinage pour maintenir le pot.*

Le pot de peinture est de masse M et de centre d'inertie G_2, les autres solides seront considérés de masses négligeables.
On donne **M=40kg** (masse maximale supportée par la machine).

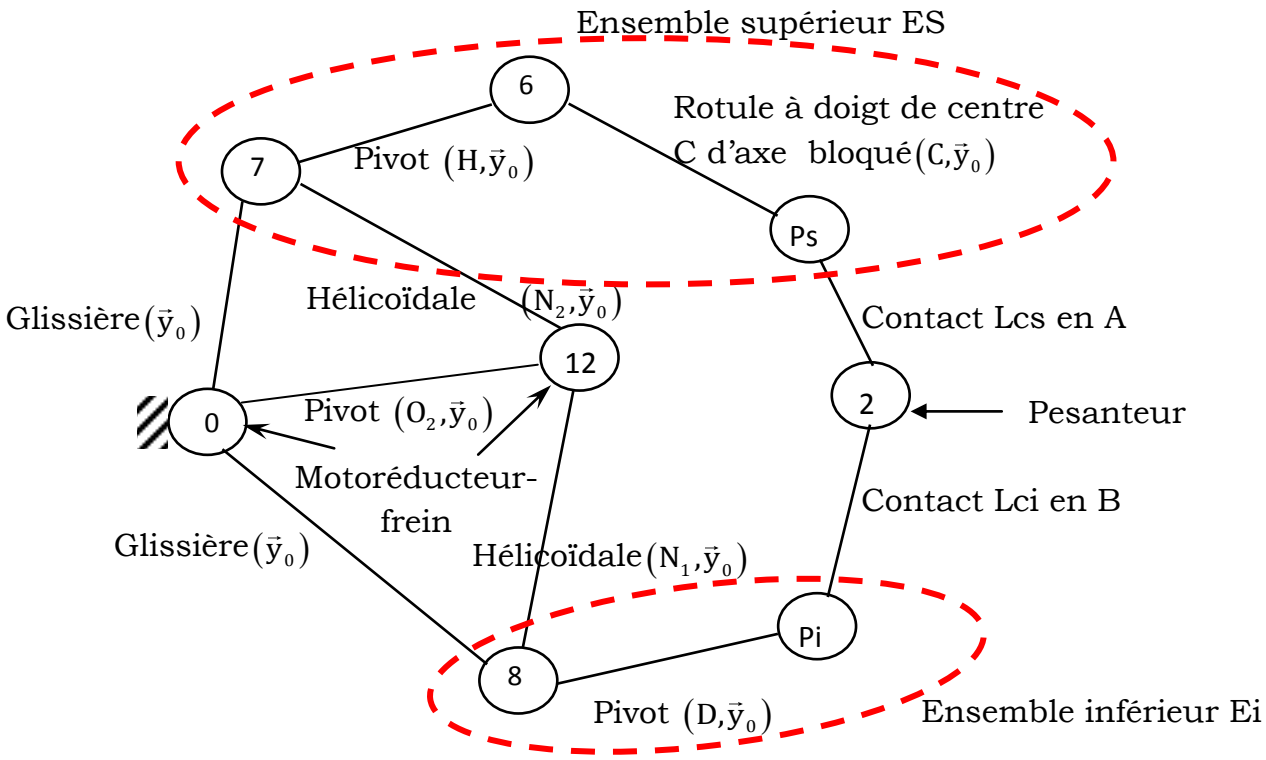
Modélisation des actions mécaniques :

- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau supérieur (Ps) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant $\left\{\tau_{(2\to Ps)}\right\}=\left\{\begin{matrix}\vec{R}s\\ \vec{M}s\end{matrix}\right\}_A$, avec $\vec{R}s.\vec{y}_0=Ns$, tel que : **N_s=450N.**
- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau inférieur (Pi) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant $\left\{\tau_{(Pi\to 2)}\right\}=\left\{\begin{matrix}\vec{R}i\\ \vec{M}i\end{matrix}\right\}_B$, avec $\vec{R}i.\vec{y}_0=Ni>0$.
- ✓ L'action mécanique du **frein** sur la vis **(12)** est représentée par le torseur suivant $\left\{\tau_{(frein\to 12)}\right\}=\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \vec{M}_{O_2(frein\to 12)}=-C_f\vec{y}_0\end{matrix}\right\}_{O_2}$. Avec C_f : couple de freinage associé au motoréducteur. Le dispositif de freinage permet un couple maxi de **300Nmm sur l'axe moteur.**
- ✓ L'accélération de la pesanteur est $\vec{g}=-g.\vec{y}_0$, avec $g=10\mathrm{m.s^{-2}}$

Notation préconisée : On utilisera l'écriture suivante pour les torseurs des actions mécaniques transmissibles du solide *i* au solide *j* :

$$\{\tau(i\to j)\}=\left\{\begin{matrix}X_{ij} & L_{ij}\\ Y_{ij} & M_{ij}\\ Z_{ij} & N_{ij}\end{matrix}\right\}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Graphe d'analyse des actions mécaniques :



Remarque : Le contact Lcj est un contact linéique circulaire entre 2 et Pj, avec j = {i,s}.

Q6. *Donner la forme des torseurs des actions mécaniques des liaisons indiquées dans le tableau du document réponses* ***DR2****.*

Q7. *Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Es (7+6+Ps) en projection sur* $\vec{y}_0$ *. Déduire l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Ei (8+Pi) en projection sur* $\vec{y}_0$ *.*

Q8. *Isoler le pot (2), puis déterminer l'expression de l'effort* N_i *en fonction de M, g et* N_s*.*

Q9. *En appliquant le théorème du moment statique à la vis (12) en* O_2 *en projection sur* $\vec{y}_0$ *, déterminer l'expression du couple de freinage* C_f *en fonction de p, M, g et* N_s*.*

Q10. *Faire l'application numérique. Le maintien du freinage est-il assuré ?*

Chaîne d'énergie de l'unité de rotation

- La rotation autour de l'axe transversal est assurée par un moteur asservi en vitesse entrainant le moyeu principal via un réducteur poulies-courroies.
- La rotation autour de l'axe longitudinal provient d'un engrenage conique épicycloïdal et d'un système pignon-chaîne.

Q11. *A partir du diagramme de contexte (****figure 1****) et du diagramme BDD (****figure 3****) ; Compléter, sur document réponses* ***DR2****, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de rotation.*

Fin de la partie préliminaire

Partie II: *Etude cinématique et dynamique de l'unité de rotation*

Objectif : dimensionner le moteur principal

Données et hypothèses :

On adopte une modélisation simplifiée du mélangeur faisant montrer la rotation du pot sur lui-même autour de deux axes perpendiculaires.

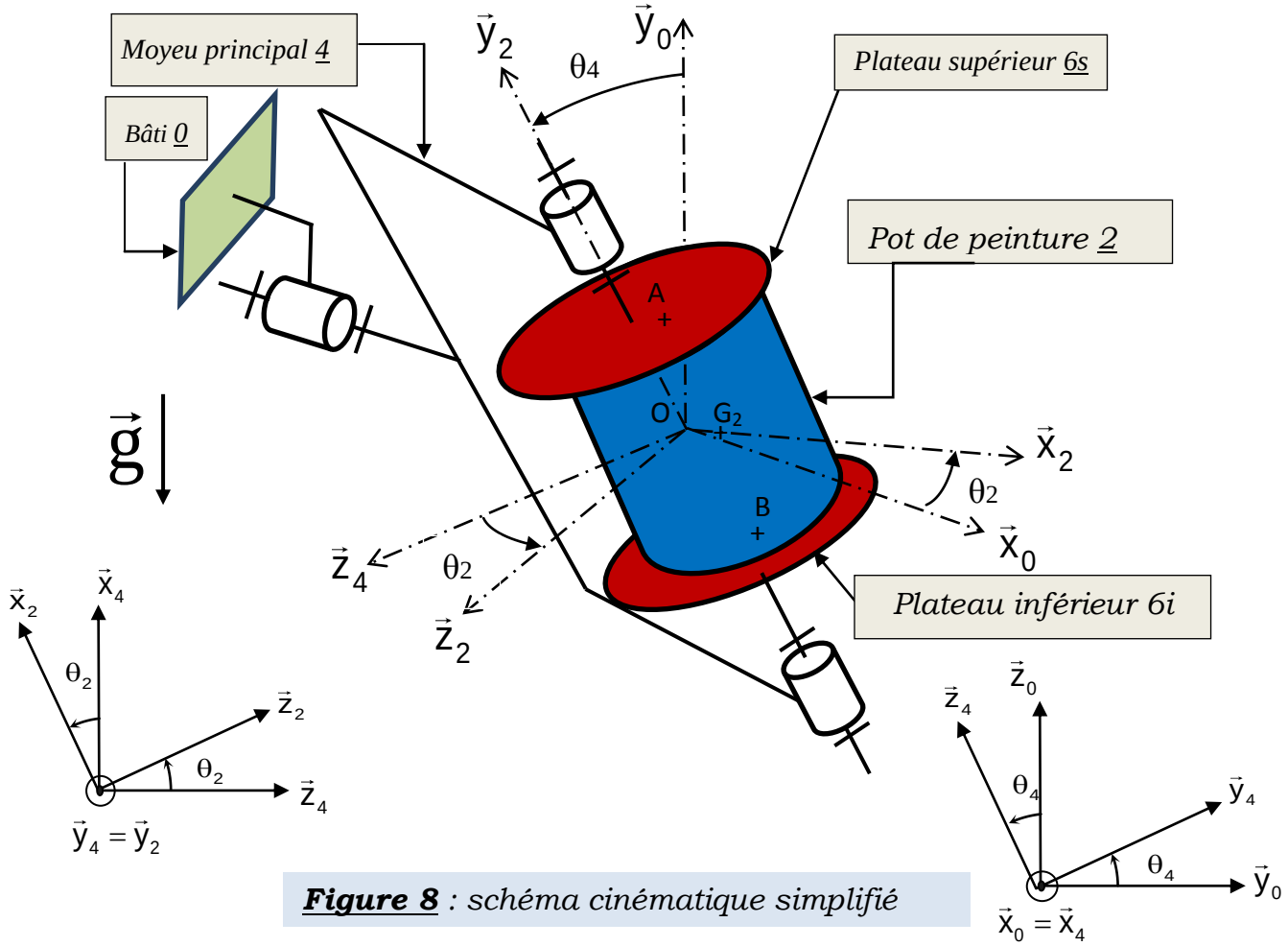


Figure 8 *: schéma cinématique simplifié*

- ✓ Le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) et supposé galiléen.
- ✓ Le moyeu principal (4) de masse $\mathbf{m_4}$ est en liaison pivot parfaite d'axe $(O,\vec{x}_0)$ avec le bâti. Le repère $R_4(O,\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)$ est lié à (4), avec $\theta_4 = (\vec{y}_0,\vec{y}_4) = (\vec{z}_0,\vec{z}_4)$; son centre d'inertie est situé sur l'axe de rotation $(O,\vec{x}_4)$.
- ✓ La matrice d'inertie du moyeu principal (4) en O, dans la base $(\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)$ est défini par : $\overline{\overline{I}}_O(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)}$.
- ✓ L'ensemble (pot + 2 plateaux) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O,\vec{y}_4)$ avec le moyeu principal (4). Le repère $R_2(O,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est lié à cet ensemble, avec $\theta_2 = (\vec{z}_4,\vec{z}_2) = (\vec{x}_4,\vec{x}_2)$.

- ✓ On considère le pot, de masse M, excentré sur les plateaux, et G_2 son centre d'inertie tel que $\overrightarrow{OG_2} = a.\vec{x}_2$.
- ✓ Le pot (2) sera considéré comme un cylindre d'axe de révolution $(G_2,\vec{y}_2)$, de matrice d'inertie en G_2, dans la base $(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est défini par $\bar{\bar{I}}_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.
- ✓ Les plateaux (6s) et (6i) seront considérés comme des solides de masse et d'inertie négligeables.
- ✓ Le couple appliqué par la motorisation sur le moyeu principal (4) du mélangeur est noté $\vec{C}_{m4} = C_{m4}.\vec{x}_0$.
- ✓ L'accélération de la pesanteur est $\vec{g}=-g.\vec{y}_0$.

Q12. *Ecrire au point O les torseurs cinématiques suivants* $\{\vartheta(2/4)\}_O$, $\{\vartheta(4/0)\}_O$ *et* $\{\vartheta(2/0)\}_O$.

Q13. *Déterminer la matrice d'inertie du pot 2 en O dans la base* $(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$.

Pour la suite on considérera que la matrice d'inertie du pot est de la forme $\bar{\bar{I}}_O(2)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.

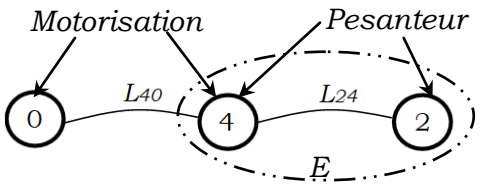
Q14. *Déterminer le moment cinétique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 *:* $\vec{\sigma}(O,2/R_0)$.

Q15. *Déterminer la projection sur* $\vec{x}_0$ *du moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 *:* $\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,2/R_0)$.

Q16. *Donner la projection sur* $\vec{x}_0$ *du moment dynamique, au point O, du moyeu (4) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 *:* $\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,4/R_0)$.

On note **E** l'ensemble en mouvement/R_0 : E= {4+2}.

Graphe d'analyse :



Q17. *Déterminer, par application du théorème du moment dynamique à l'ensemble* ***E*** *au point O en projection sur* $\vec{x}_0$, *l'expression du couple* C_{m4} *en fonction de* θ_2, θ_4, *leurs dérivées et des données.*

Etude de la chaîne de transmission

La rotation autour de l'axe transversal est assurée par un moteur asservi en vitesse entrainant le moyeu principal via un réducteur poulies-courroies.



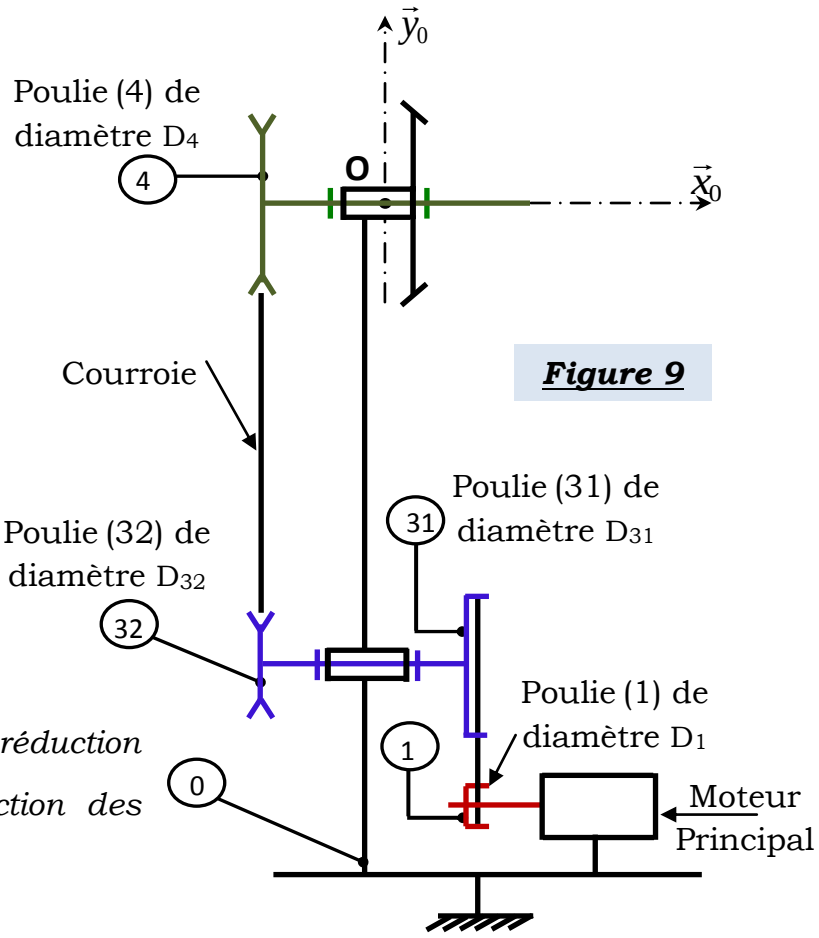


Figure 9

Q18. *Donner les rapports de réduction* $r_1 = \frac{\omega_{31/0}}{\omega_{1/0}}$ *et* $r_2 = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{32/0}}$ *en fonction des diamètres.*

Données et hypothèses :

- ✓ Le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) et supposé Galiléen.
- ✓ Les trois solides (1), (3)={ (31) U (32) } et (4) sont en liaisons pivots avec le bâti.
- ✓ L'action mécanique du moteur sur **(1)** est modélisée par un torseur couple de moment : $\vec{C}_m = C_m.\vec{x}_0$.
- ✓ L'action mécanique du récepteur sur **(4)** est modélisée par un torseur couple de moment : $\vec{C}_{m4} = -C_{m4}.\vec{x}_0$.
- ✓ Les solides tournants sont équilibrés dynamiquement.
- ✓ Les courroies sont supposées inextensibles et de masses négligeables.
- ✓ Les liaisons sont parfaites et pas de glissement dans le système poulies – courroies.

Caractéristiques d'inertie :

- ✓ J_1 : le moment d'inertie de l'ensemble {arbre moteur, poulie 1} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire $\omega_1 = \omega_m$.
- ✓ J_3 : le moment d'inertie de l'ensemble {axe 3, poulie 31, poulie 32} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire ω_3.
- ✓ J_4 : le moment d'inertie de l'ensemble {axe 4, poulie 4} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire ω_4.

Q19. *Déterminer l'énergie cinétique par rapport à R_0 de l'ensemble $\Sigma = \{1,3,4\}$. En déduire le moment d'inertie équivalent* ***$J_{éq}$*** *ramené sur l'arbre moteur en fonction de J_1, J_3, J_4, r_1 et r_2.*

Q20. *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer une expression littérale du couple moteur C_m en fonction de C_{m4}, $J_{éq}$, $\dot{\omega}_m$, r_1 et r_2. En déduire l'expression du couple résistant ramené sur l'arbre moteur :* ***Cr****, tel que :* $Cm(t) - Cr(t) = J_{éq} \cdot \dfrac{d\omega_m(t)}{dt}$ *(1).*

La rotation autour de l'axe longitudinal provient d'un engrenage conique épicycloïdal et d'un système pignon- chaîne.

Pour que le mélange soit fait en un temps minimum avec un minimum d'énergie, l'expérience montre que la vitesse de rotation (N_L) autour de l'axe longitudinal doit être le double de la vitesse de rotation (N_T) autour de l'axe transversal.

Pour illustrer le mouvement bi-axial, on donne sur la **figure 10**, un schéma cinématique partiel.

On considère le repère $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ lié au bâti (0).Le repère $R_4(O_0,\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)$ est lié au moyeu (4), On donne : $\theta_4 = (\vec{y}_0,\vec{y}_4) = (\vec{z}_0,\vec{z}_4)$.

le repère $R_2(O_1,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est lié à L'arbre (2), on donne : $\theta_2 = (\vec{z}_4,\vec{z}_2) = (\vec{x}_4,\vec{x}_2)$.

Le point O_0 est l'intersection des axes de la liaison 4/0 pivot d'axe $(O_0,\vec{x}_0)$ et de la liaison 2/4 pivot d'axe $(O_1,\vec{y}_4)$.

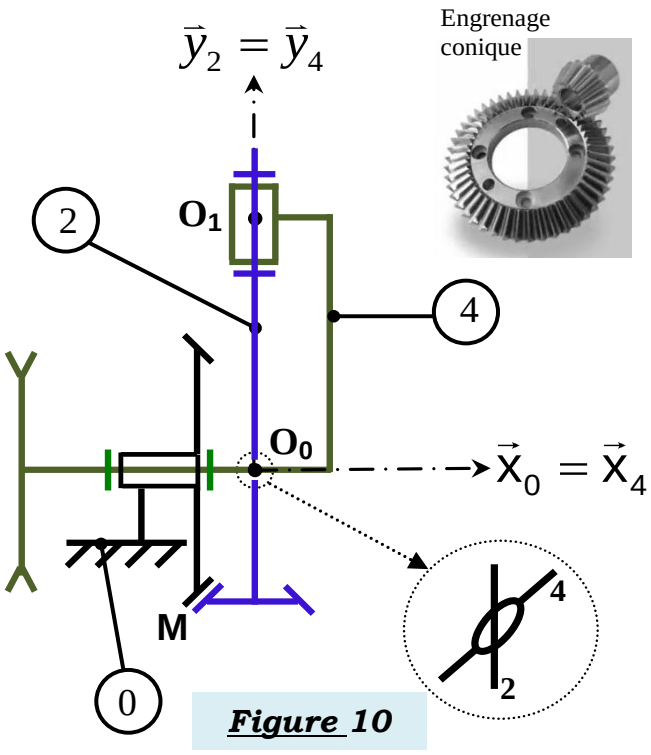


Figure 10

Le contact entre le pignon conique lié au solide (2) et la roue conique fixée au bâti (0) est supposé ponctuel au point M.

Données géométriques : $\overrightarrow{MO_0} = R_2\vec{x}_0 + R_0\vec{y}_2$, avec : $R_0 = 2R_2$.

R_0 et R_2 sont respectivement les rayons primitifs des pignons (0) et (2).

On suppose qu'il y a roulement sans glissement au point M entre les deux pignons (0) et (2).

Q21. *Donner l'expression du torseur cinématique au point O_0 du mouvement de (2) par rapport à (0) :* $\{\vartheta(2/0)\}_{O_0}$.

Q22. *Déterminer, en utilisant la condition de roulement sans glissement en M,* $\dot{\theta}_2$ *en fonction de* $\dot{\theta}_4$.

On donne sur la **figure 11**, le schéma cinématique partiel (extrait du schéma global) qui modélise la transmission du mouvement entre l'axe d'entrée du mouvement longitudinal (4) et l'axe commun des deux plateaux supérieur et inferieur.

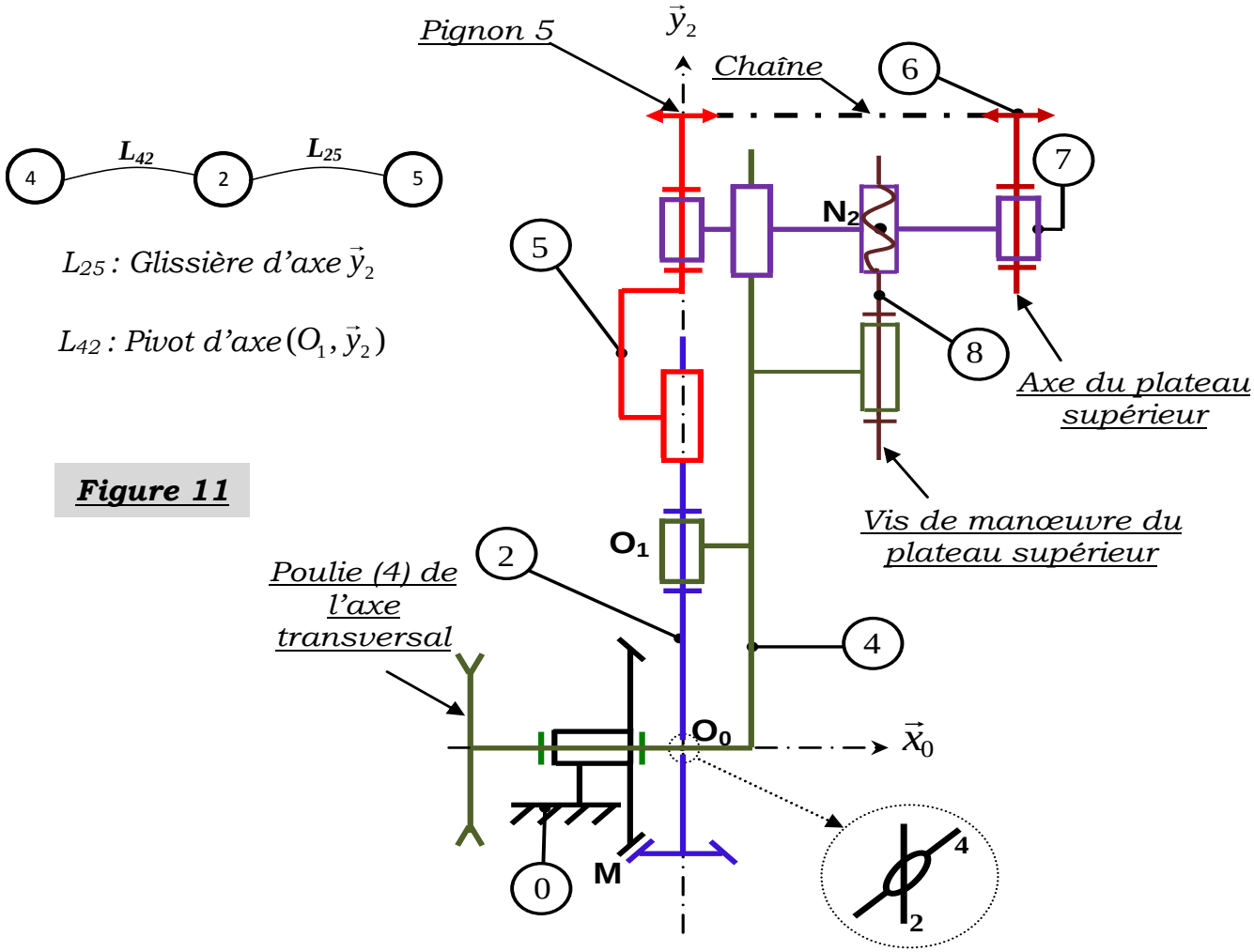


Figure 11

Le système de transmission est constitué d'une chaîne en série composée du moyeu (4), de l'arbre (2) et du solide intermédiaire (5).
La transmission du mouvement de rotation entre l'axe de l'arbre (2) et l'axe du pignon (6) est réalisée par un système pignons-chaîne.
Les deux pignons (5) et (6) ont les mêmes rayons primitifs **: $R_5 = R_6$**.
Le serrage du pot est assuré par un système vis écrou permettant le déplacement simultané des deux plateaux suivant deux sens opposés.
L'utilisation de deux liaisons hélicoïdales a pour objectif d'augmenter l'effort de serrage afin d'empêcher le glissement ou le pivotement du pot (Voir **annexe 1**).

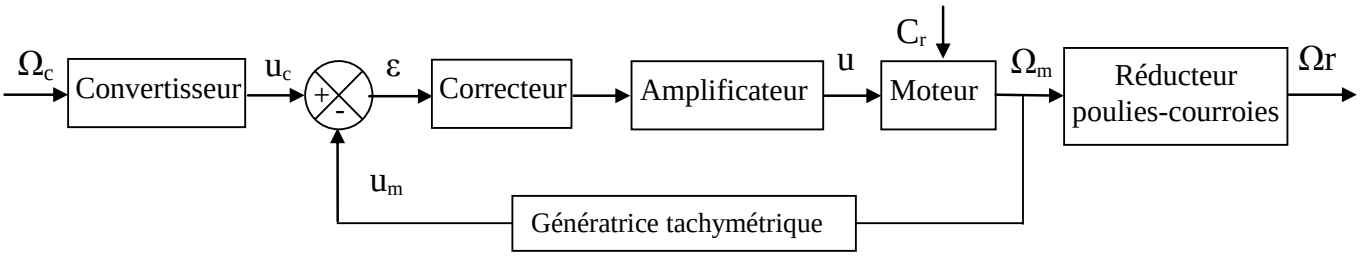
> ***Q23.*** *Justifier, en exploitant les schémas cinématiques de la **figure 11** et de **l'annexe 1**, l'intérêt de la liaison glissière entre (5) et (2). En déduire la vitesse de rotation* $\vec{\Omega}_{5/0}$.

> ***Q24.*** *Donner le rapport des vitesses* $\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{2/0}}$, *puis déduire la relation entre la vitesse de rotation autour de l'axe longitudinal* $\omega_{6/0}$ *et celle autour de l'axe transversal* $\omega_{4/0}$. *Conclure vis-à-vis de l'exigence « Id :1.3.2.2 ».*

Partie III: *Etude de l'asservissement en vitesse du mouvement autour de l'axe transversal*

Objectif : Modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur et déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence identifiée 1.3.2.1.1.1.

L'asservissement en vitesse du mélangeur est représenté par le schéma bloc suivant :



Ω_c : consigne de vitesse ; Ω_m : vitesse de rotation du moteur ;
Ωr : vitesse de rotation / à l'axe transversal.

Modélisation du moteur électrique à courant continu :

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

(2) : $u(t) = R.i(t) + L.\dfrac{di(t)}{dt} + e(t)$ (3) : $Cm(t) = k_i.i(t)$ (4) : $e(t) = k_e.\omega_m(t)$	R : résistance de l'induit L : inductance de l'induit $u(t)$: tension d'alimentation du moteur $i(t)$: courant moteur	$e(t)$: force contre électromotrice k_e : constante de force contre électromotrice k_i : constante de couple

On rappelle l'équation mécanique de la question ***Q20*** : $Cm(t) - Cr(t) = J_{éq}.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}$ *(1).*

On notera U(p), I(p), E(p), Cm(p) et Ωm(p) les transformées de Laplace des différentes grandeurs physiques définies ci-dessus :

> ***Q25.*** *En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace, puis compléter le schéma bloc du document réponses* ***DR3.***

La **figure 12** représente le schéma-bloc fonctionnel associé à la modélisation de l'asservissement en vitesse du mélangeur.

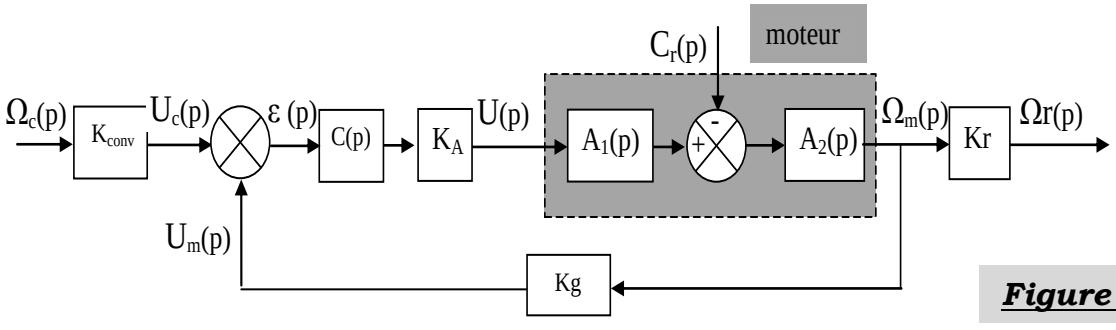


Figure 12

Blocs	Fonctions de transfert
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	C(p) (à déterminer)
Amplificateur	K_A = 5 (sans unité)
Génératrice tachymétrique	$K_g = 2.10^{-3}$ V/(rad/s)
Réducteur (poulies courroies)	Kr=0,2

$$\begin{cases} A_1(p)=\dfrac{K_1}{(1+\tau.p)} \\ A_2(p)=\dfrac{K_2(1+\tau.p)}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_n}p+\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2} \end{cases}$$

La **figure 13** donne le diagramme partiel de l'exigence : « Mettre en rotation l'appareil ».

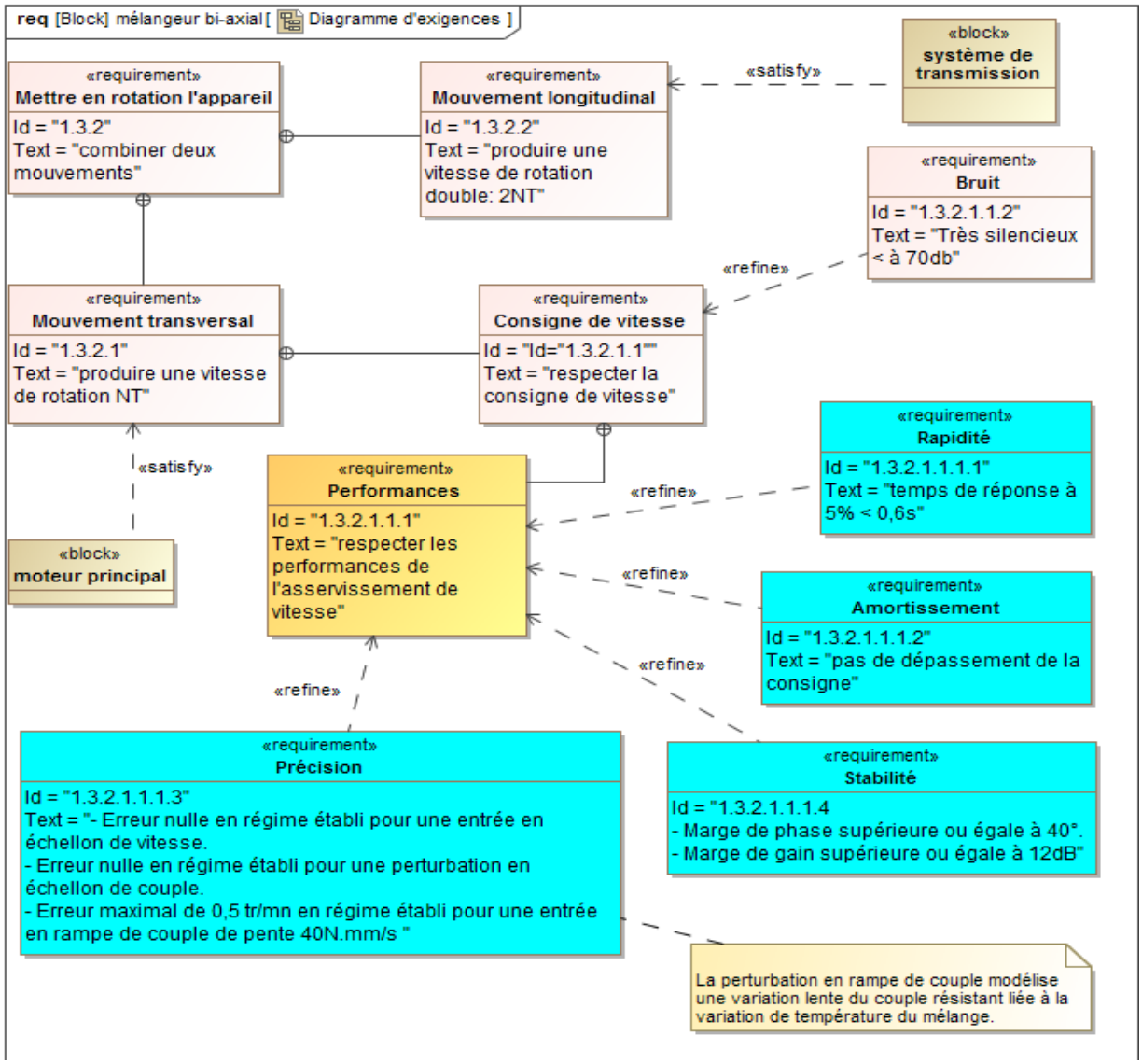
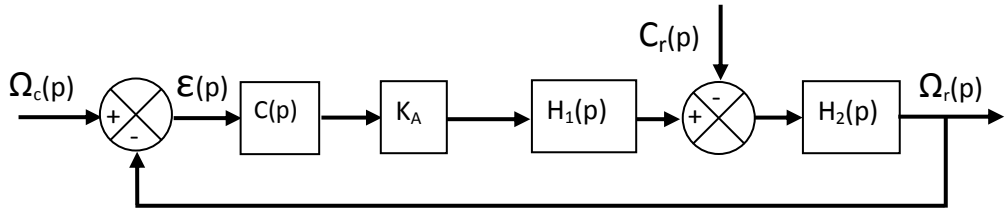


***Figure13** : Diagramme partiel de l'exigence : « id 1.3.2»*

Q26. *Déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$ et $A_2(p)$. En déduire les expressions des gains statiques K_1 et K_2, de la constante du temps τ, du facteur d'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_n.*

Q27. *Quelle doit être la fonction de transfert K_{conv} du convertisseur de consigne si l'on veut que l'écart ε soit nul, quand la vitesse ω_r est égale à la vitesse de consigne ω_c, en régime permanent ?*

Le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante :



Q28. *Déterminer les expressions des fonctions de transferts : $H_1(p)$ et $H_2(p)$.*

La fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé (C(p) = 1) est notée : $H_{BONC}(p)$, son diagramme de Bode est donné sur le document réponse **DR3**.

Q29. *Tracer les asymptotes, puis identifier les paramètres de la FTBO non corrigée ; Justifier votre réponse.*

Q30. *Représenter graphiquement les marges de stabilité, puis donner leurs valeurs. Conclure sur l'exigence de stabilité (répondre sur **DR3**).*

Pour la suite on prend : $H_1(p) = \dfrac{0,254}{(1+2.10^{-3}\,p)}$; $H_2(p) = \dfrac{(1+2.10^{-3}\,p)}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2)}$.

Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

Dans le cas où C(p)=1 et Cr(p)=0, la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit sous la forme :

$$H_{BF}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K_{BF}}{1+\dfrac{2.\xi_{BF}}{\omega_{nBF}}\,p+\dfrac{1}{\omega_{nBF}^2}\,p^2}$$

Q31. *Déterminer les valeurs numériques des paramètres canoniques de la fonction de transfert en boucle fermée.*

L'abaque du temps de réponse réduit est représenté sur la **figure 14**.

Q32. *Déterminer le temps de réponse à **5%**.*

Q33. *Tracer sur le document réponse **DR4**, l'allure de la réponse temporelle $\omega_r(t)$ de ce système en faisant apparaître :*

- Le signal de consigne pour une commande en échelon ω_c de 30 rad/s.

- L'amplitude du premier dépassement D_1.

- La pseudo période T_P.

Conclure sur les exigences de précision, de rapidité.

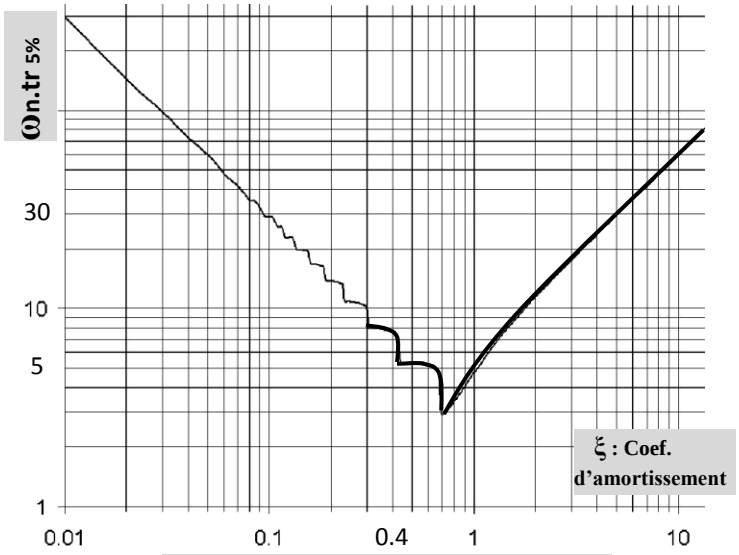


Figure 14 *: Abaque du temps de réponse réduit*

Q34. *Si l'on considère dans un premier temps que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert : C(p)=K_c. Justifier, sans calcul, que l'écart vis-à-vis de la perturbation $C_r(p)$ est non nul. Conclure sur l'exigence de précision.*

Pour la suite nous utiliserons un correcteur PI de fonction de transfert $C(p) = K\dfrac{1+T.p}{T.p}$.

Q35. *Tracer, sur votre copie, le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur. Indiquer les pentes et points caractéristiques en fonction de K et T.*

Q36. *Quel est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité.*

On choisit la valeur de T de telle façon que la valeur de la pulsation conduisant à un déphasage de -45° pour le correcteur seul soit dix fois plus petite que la pulsation pour laquelle la FTBO non corrigée (ω_n) présente un déphasage de -90°.

Q37. *Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée, sous la forme canonique suivante* $H_{BO}(p) = \dfrac{K_{BO}(1+T.p)}{p(1+\dfrac{2.\xi_{BO}}{\omega_{nBO}}p+\dfrac{1}{\omega_{nBO}^2}p^2)}$.

Indiquer son gain, son ordre et sa classe. Justifier la valeur de T=0,2 s.

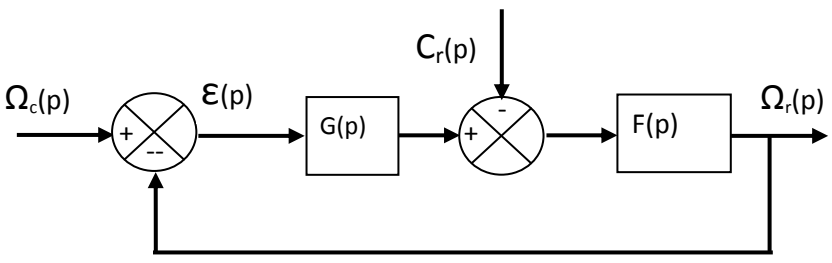
Q38. *Tracer dans le plan de Bode du document réponse* **DR5***, les asymptotes et la courbe réelle de gain de la FTBO corrigée avec K = 1. Indiquer les pentes et points caractéristiques.*

Q39. *Déterminer la plus grande valeur de K (notée* $\boldsymbol{K_{stab}}$*) permettant de satisfaire les critères de stabilité (répondre sur* ***DR 6****). Porter sur les courbes les tracés nécessaires.*

On donne, sur le document réponse **DR6**, les courbes de la réponse $\omega_r(t)$ du système à une entrée en échelon : $\boldsymbol{\omega_c(t) = 30.u(t)}$ par simulation, pour différentes valeurs de ***K***.

Q40. *Choisir la valeur de K permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision. Justifier vos réponses et porter sur les courbes les tracés nécessaires.*

Le correcteur ayant été dimensionné, le schéma-bloc précédent peut se mettre sous la forme suivante :



Avec : $G(p)=\dfrac{12,7(1+0,2p)}{p(1+2.10^{-3}\,p)}$; $F(p)=\dfrac{(1+2.10^{-3}\,p)}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2)}$

> ***Q41.*** *Déterminer la valeur de l'erreur de trainage en régime permanent* ε_{tp} *à un couple perturbateur en rampe* $C_r(t)=C_0.t.u(t)$*, avec* $C_0=40Nmm$*.*
> *L'exigence identifiée* ***1.3.2.1.1.1.3*** *est-elle respectée ? Justifier.*

Partie IV : Etude du risque de glissement du pot

Objectif : valider l'exigence identifiée ***1.3.1.2.3***

On donne ci-après (**figure 15**) l'extrait du diagramme partiel de l'exigence identifiée 3.1 « Mise et maintien en position du pot ».

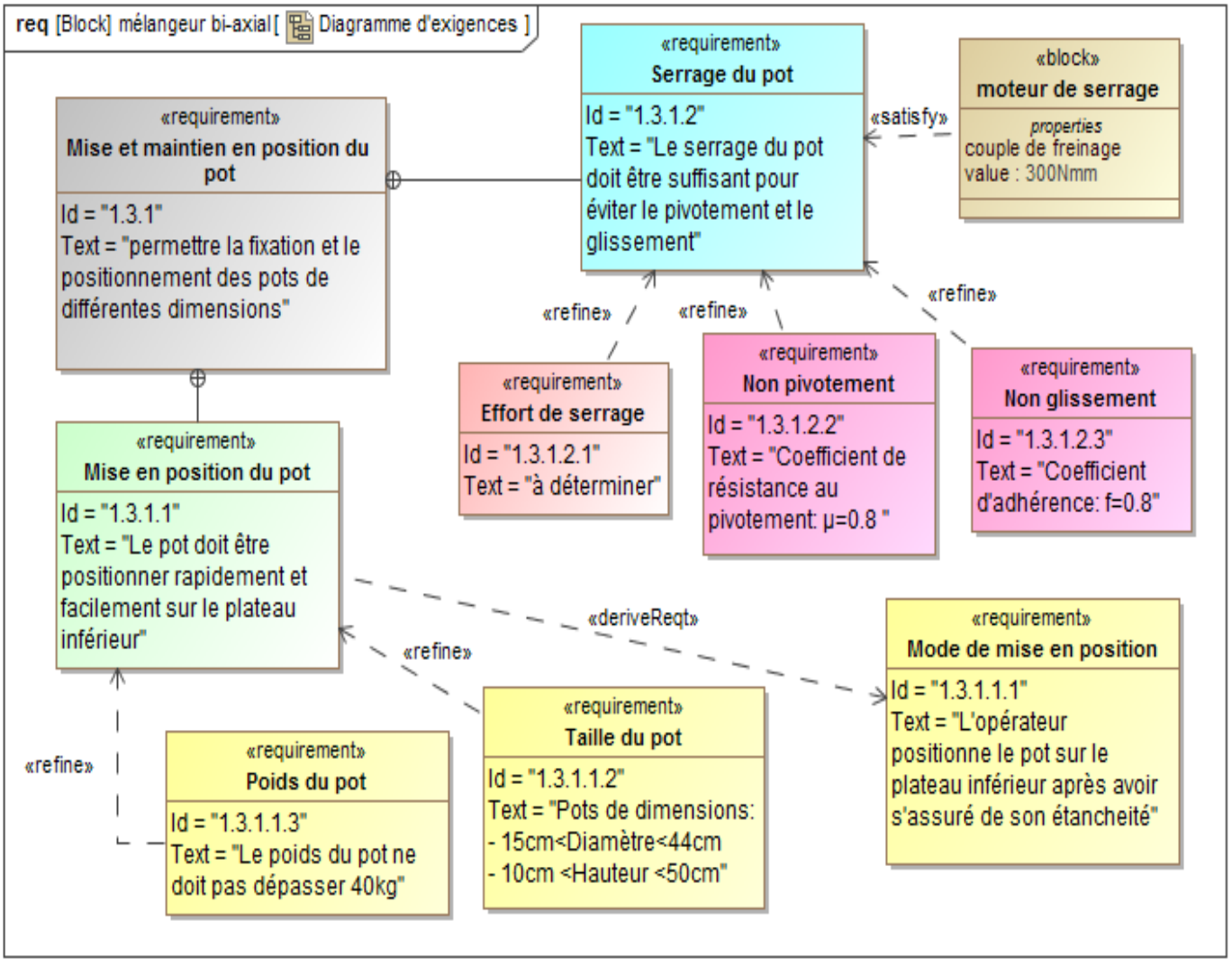


Figure15 : *Diagramme partiel de l'exigence : « id 1.3.1»*

On rappelle la modélisation simplifiée du mélangeur.

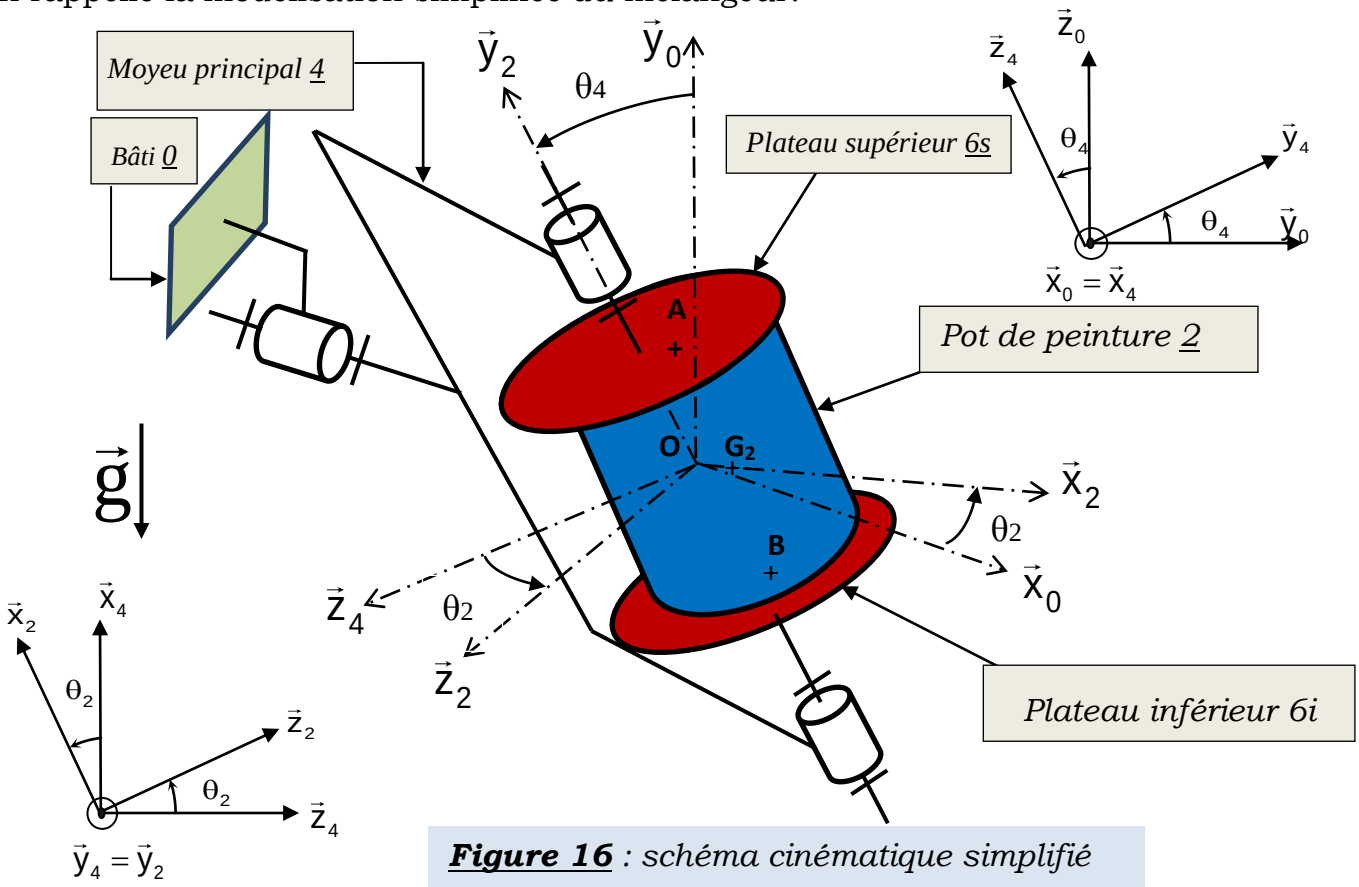


Figure 16 *: schéma cinématique simplifié*

Données et hypothèses :

- ✓ Le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) et supposé galiléen.
- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau supérieur (6s) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant $\left\{\tau_{(6s\to 2)}\right\}=\left\{\begin{matrix} T_{xs}.\vec{x}_2+T_{ys}.\vec{y}_2+T_{zs}.\vec{z}_2 \\ M_s.\vec{y}_2 \end{matrix}\right\}_A$, avec $\overrightarrow{OA}=a.\vec{x}_2+\frac{H}{2}\vec{y}_2$.
- ✓ Les actions mécaniques entre le plateau inférieur (6i) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant $\left\{\tau_{(6i\to 2)}\right\}=\left\{\begin{matrix} T_{xi}.\vec{x}_2+T_{yi}.\vec{y}_2+T_{zi}.\vec{z}_2 \\ M_i.\vec{y}_2 \end{matrix}\right\}_B$, avec $\overrightarrow{OB}=a.\vec{x}_2-\frac{H}{2}\vec{y}_2$.
- ✓ On considère le pot(2), de masse M, excentré sur les plateaux et $\boldsymbol{G_2}$ son centre d'inertie tel que $\overrightarrow{OG_2}=a.\vec{x}_2$.
- ✓ Le pot (2) sera considéré comme un cylindre d'axe de révolution $(G_2,\vec{y}_2)$, de matrice d'inertie en O, dans la base $(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est défini par $\bar{\bar{I}}_O(2)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.

- ✓ L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g.\vec{y}_0$.

On considère les vitesses de rotations $\dot{\theta}_4$ et $\dot{\theta}_2$ **constantes** .

> ***Q42.*** *Déterminer l'expression du vecteur vitesse* $\vec{V}(G_2 \in 2/R_0)$.
>
> ***Q43.*** *Déterminer l'expression du vecteur accélération* $\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0)$.

Le moment cinétique, au point *O*, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 s'écrit : $\vec{\sigma}(O,2/R_0) = A.\dot{\theta}_4.\cos\theta_2.\vec{x}_2 + B.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2 + C.\dot{\theta}_4.\sin\theta_2.\vec{z}_2$.

> ***Q44.*** *Déterminer le moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 *:* $\vec{\delta}(O,2/R_0)$.

Pour la suite on prend :

$$\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0) = \Gamma_x.\vec{x}_2 + \Gamma_y.\vec{y}_2 + \Gamma_z.\vec{z}_2 \text{ et } \vec{\delta}(O,2/R_0) = \delta_x.\vec{x}_2 + \delta_y.\vec{y}_2 + \delta_z.\vec{z}_2$$

> ***Q45.*** *Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème de la résultante dynamique au pot de peinture (2) en projection dans la base* $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.
>
> ***Q46.*** *Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème du moment dynamique en O, au pot de peinture (2) en projection sur les axes :* $(O,\vec{x}_2)$ *et* $(O,\vec{z}_2)$.
>
> ***Q47.*** *En déduire les expressions des efforts tangentiels* T_{xs}, T_{zs}, T_{xi} *et* T_{zi}, *en fonction des données du problème.*

Une étude numérique a permis de tracer l'évolution de la résultante des efforts tangentiels en fonction du temps (voir **figure 17** ci-après).
Les facteurs de frottement f et de pivotement µ entre les plateaux (6) et le pot de peinture (2) sont supposés constants et évalués à 0,8.

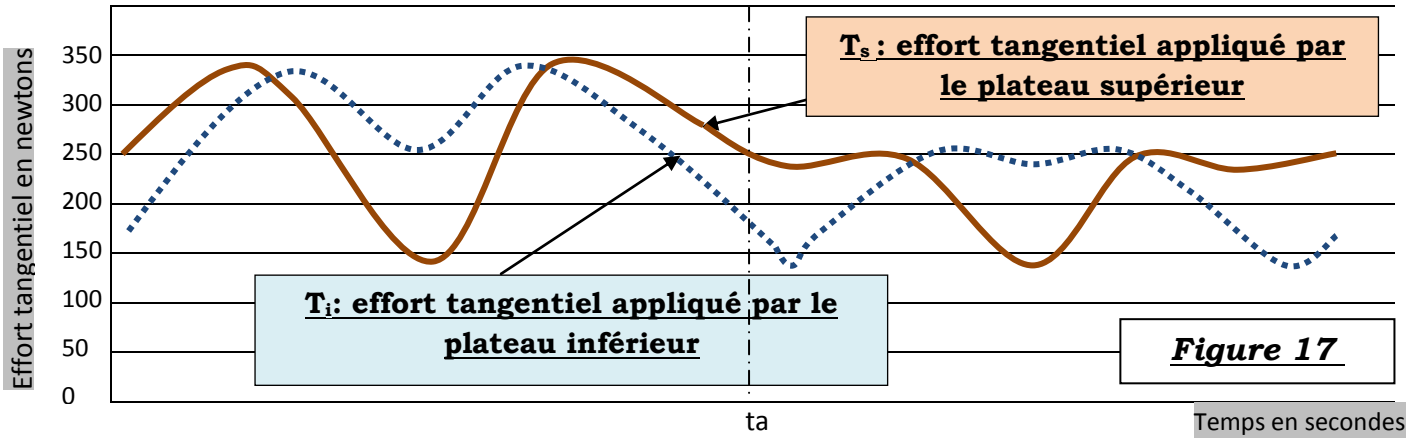


Figure 17

> ***Q48.*** *Commenter les courbes et déduire le module des efforts normaux* N_S *et* N_i *à la limite de glissement.*

--Fin de l'énoncé—

Annexe 1 :

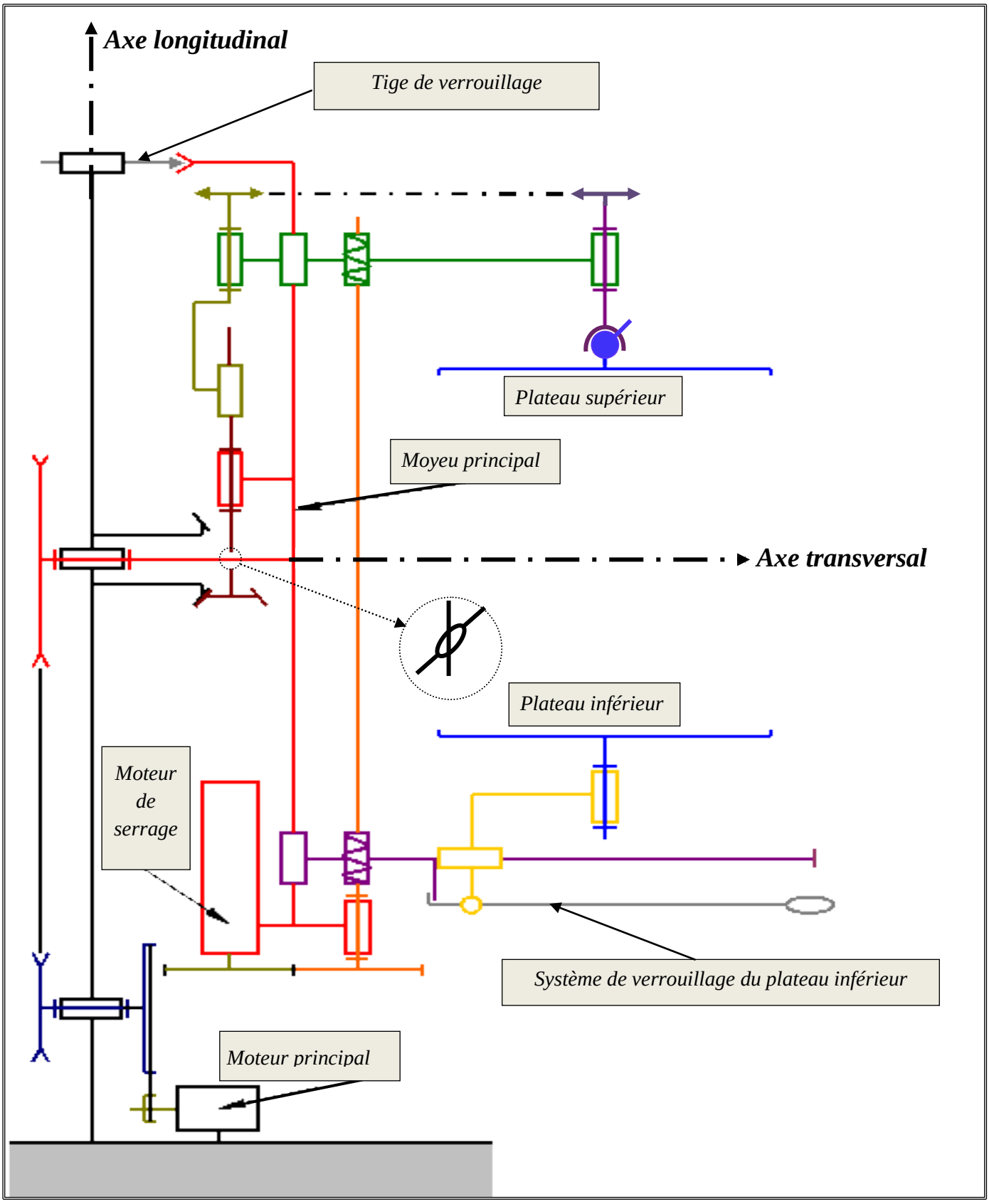
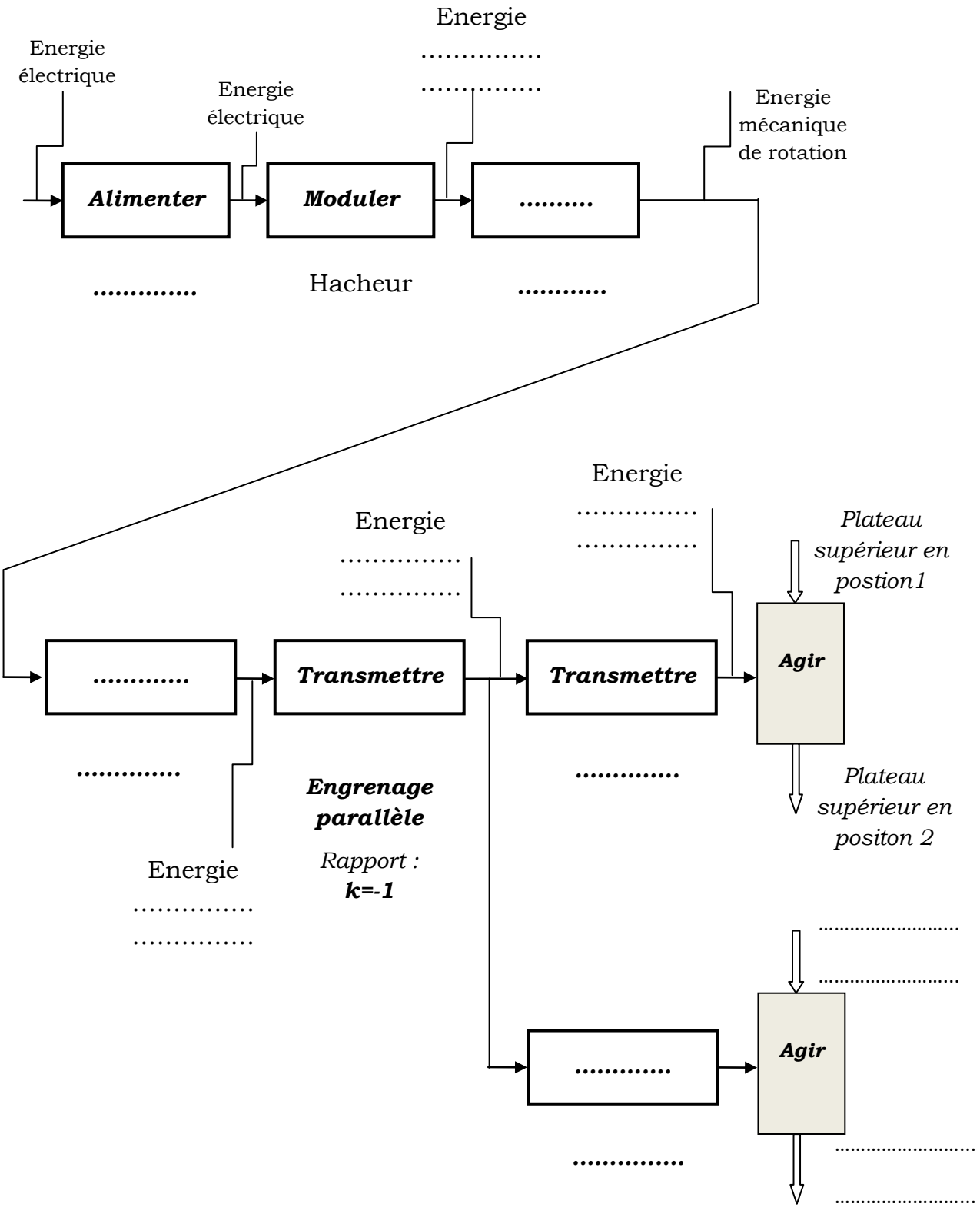


Schéma cinématique du mélangeur

Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR1

Q1.



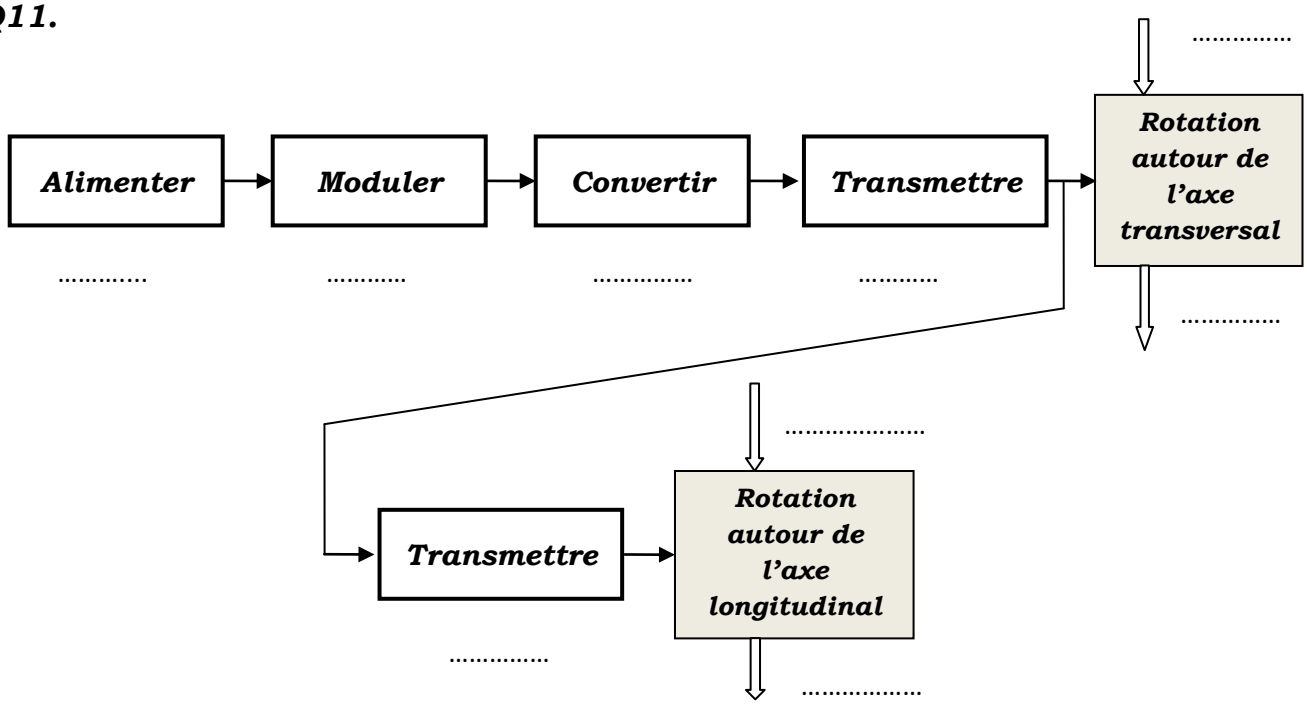
Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR2

Q6.

Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$	Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$
L 0-12	$\{\tau(0\to 12)\}=\left\{\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right\}_{O_2}$	L 0-7	$\{\tau(0\to 7)\}=\left\{\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right\}_{O_0}$
L 12-8	$\{\tau(12\to 8)\}=\left\{\begin{array}{cc} X_{12-8} & L_{12-8} \\ Y_{12-8} & \frac{p}{2\pi}Y_{12-8} \\ Z_{12-8} & N_{12-8} \end{array}\right\}_{N_1}$	L 7-6	$\{\tau(7\to 6)\}=\left\{\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right\}_{H}$
L 12-7	$\{\tau(12\to 7)\}=\left\{\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right\}_{N_2}$	L Ps -6	$\{\tau(6\to Ps)\}=\left\{\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right\}_{C}$

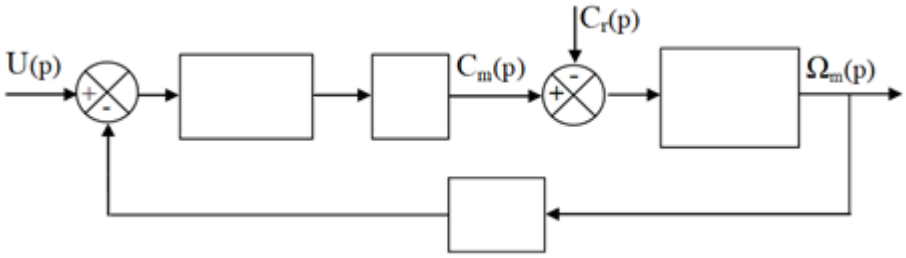
Q11.



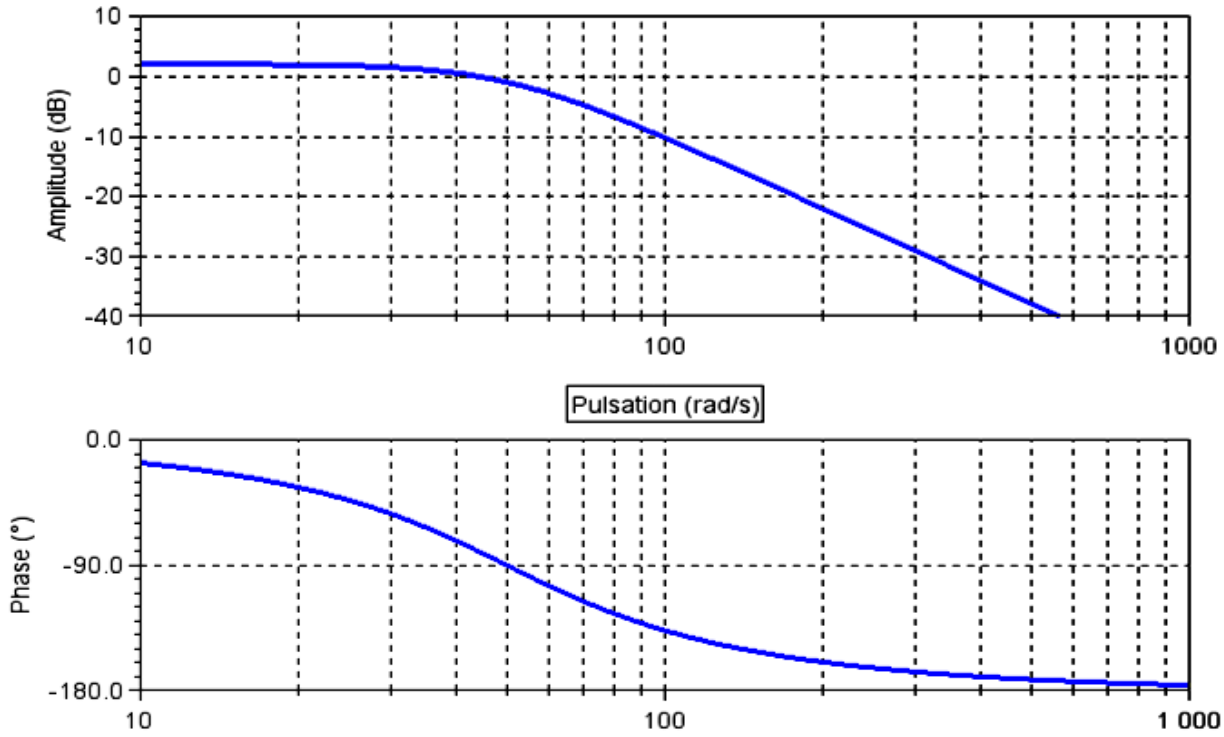
Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR3

Q25. Schéma bloc du moteur :



Q29. Le diagramme de Bode de la FTBO du système non corrigé : $H_{BONC}(p)$



$$H_{BONC}(p) = \frac{K_{BONC}}{1+\frac{2.\xi}{\omega_n}p+\frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

.....

.....

.....

K_{BONC} = ...	ξ = ...	ω_n = ...

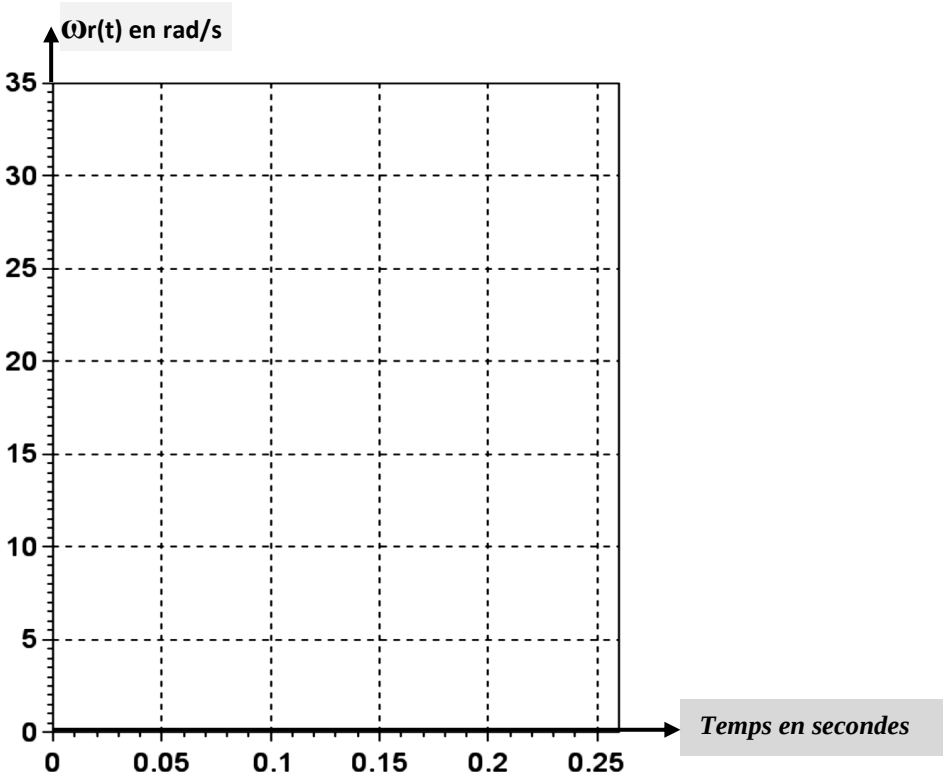
Q30.

Marges de stabilité :	.....	Conclusion :.....
	.....	.....

Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR4

Q33. *Allure de la réponse temporelle $\omega_r(t)$:*



- Premier dépassement ***D_1*** *:*

……
……
……

- La pseudo période ***T_p****:*

……
……
……

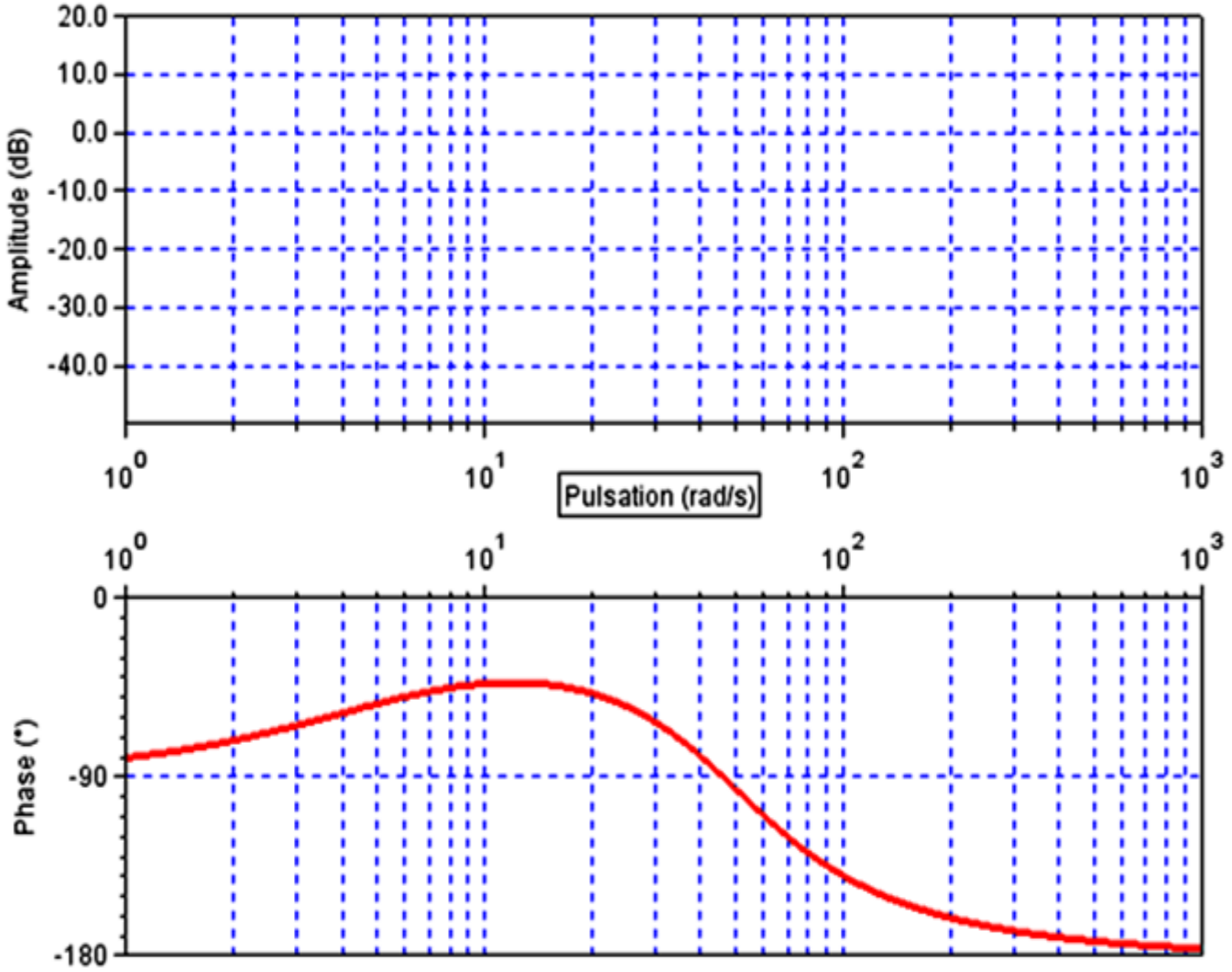
-Conclusion :

……
……
……

Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR5

Q38. *Diagramme asymptotique de Bode de la FTBO corrigée pour* ***K = 1*** *:*



Ne rien écrire dans le cadre

Document réponse DR6

Q39. *La plus grande valeur de K (notée K_{stab}) permettant de satisfaire au critère de stabilité :*

……

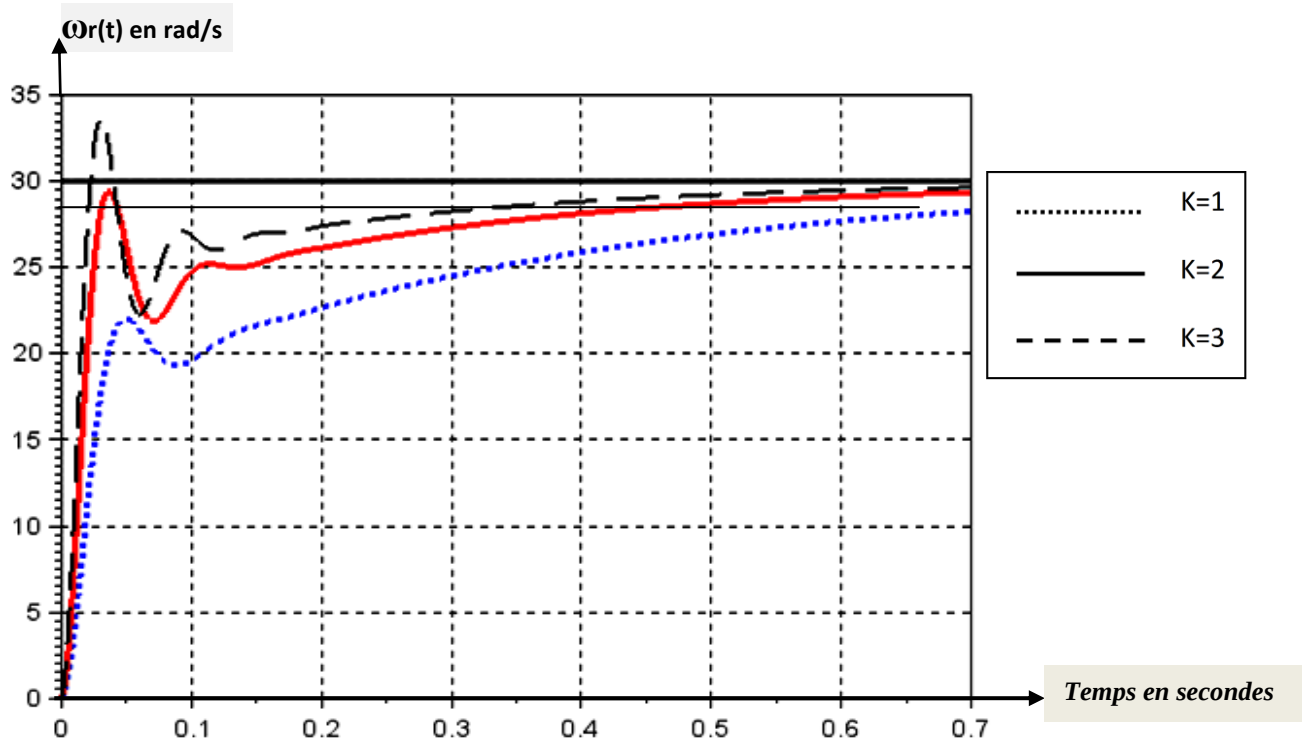
……

……

……

……

Q40. Courbes de la réponse indicielle pour différentes valeurs de ***K***:



Justification :

……

……

……

……

……

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Filtrage linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp