Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2020, filière MP

Sciences industrielles

Ce que traite le sujet

- Exercice préliminaire : géométrie et cinématique du mécanisme
- Partie I : étude dynamique du système d'orientation
- Partie II : asservissement du système d'orientation

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/cnc/mp/2020/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Système d'orientation de miroirs

Un système de projection sur écran plafond fait partie d'un ensemble de cinq systèmes de projection utilisés dans des techniques de réalité virtuelle (figure 1).

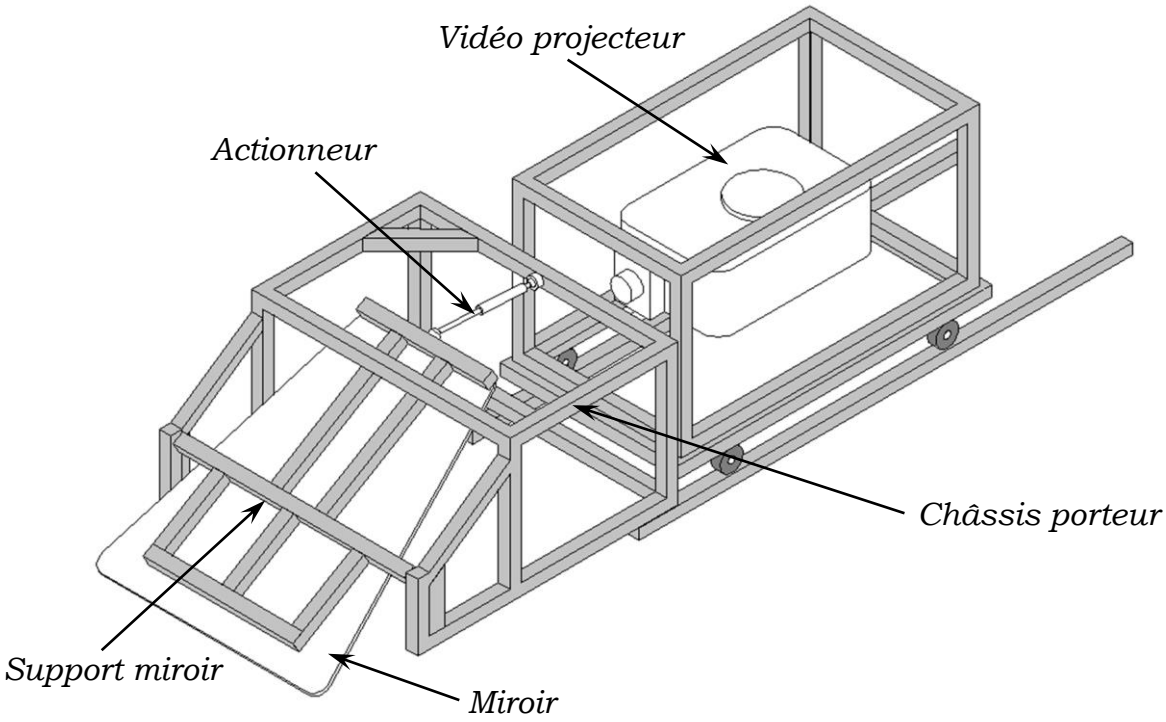


Figure 1 : système de projection au plafond

Dans cette étude on s'intéressera au système d'orientation de miroir assurant la projection des images issues du vidéoprojecteur sur le plafond. La figure 2 présente son diagramme de blocs internes.

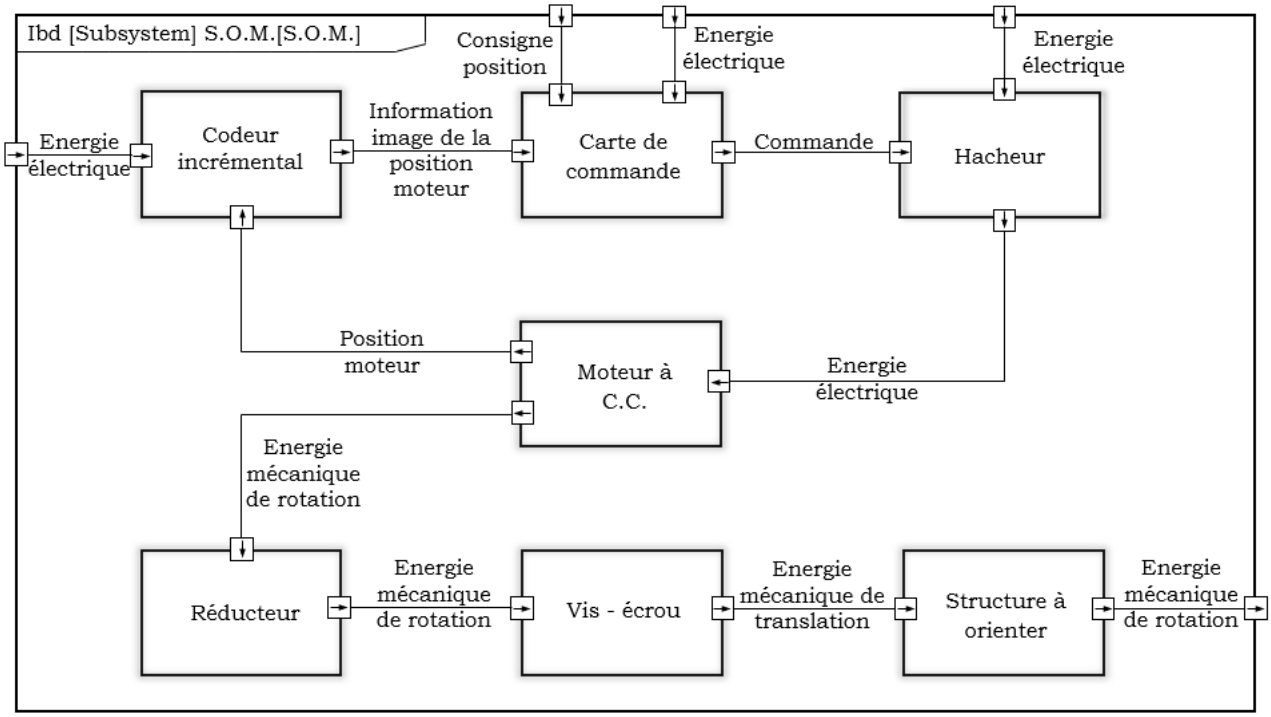


Figure 2 : Diagramme de blocs internes

Exercice préliminaire : noté 4 points sur 20

L'orientation du support du miroir est commandée par un vérin électrique. La figure 3 présente le schéma cinématique du mécanisme d'orientation.
Les principaux constituants de ce mécanisme sont :

- ✓ Le châssis (0).
- ✓ L'ensemble miroir + support (1) : en liaison pivot d'axe $(O,\vec{z}_0)$ avec le châssis (0).
- ✓ Le corps du vérin (3) : en liaison pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$ avec le châssis (0).
- ✓ La tige du vérin (2) : en liaison pivot d'axe $(A,\vec{z}_0)$ avec (1) et en liaison glissière de direction $\vec{x}_2$ avec (3).

Données géométriques :

$\overrightarrow{OA}=a.\vec{x}_1$	$\overrightarrow{BA}=-\lambda(t).\vec{x}_2$	$\overrightarrow{OB}=d.\vec{x}_0+h.\vec{y}_0$
$a=905\ mm$	$d=1000\ mm$	$h=630\ mm$

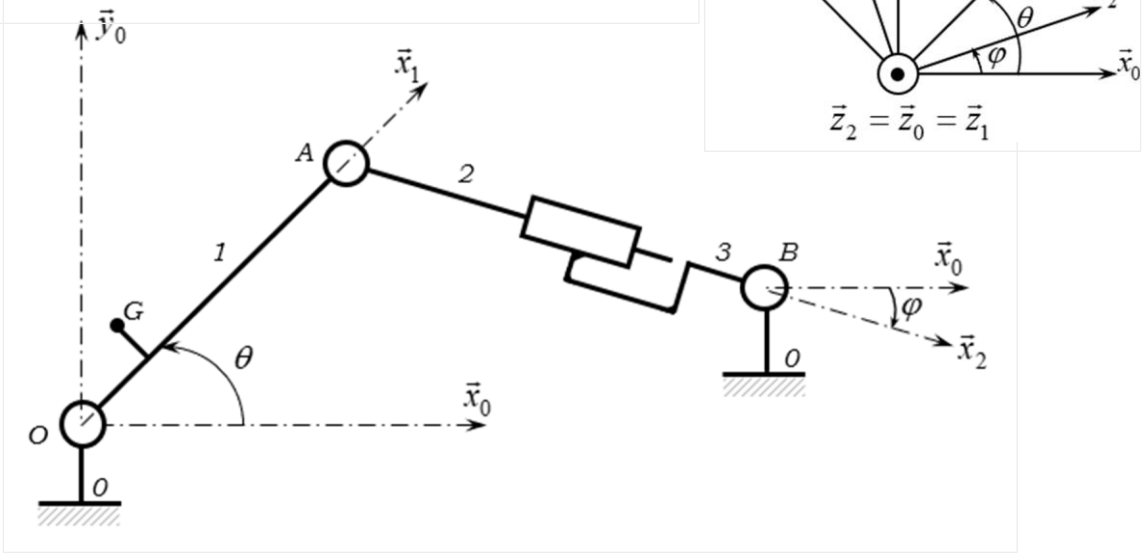


Figure 3 : Schéma cinématique du mécanisme d'orientation

Paramétrage :

- ✓ Le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au châssis (0). Ce repère est supposé galiléen.
- ✓ Le repère $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ est lié à l'ensemble (1).
  On note $\theta=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)=(\vec{y}_0,\vec{y}_1)$ l'angle de rotation du bras (1) par rapport au châssis (0).
- ✓ Le repère $R_2(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est lié à la tige du vérin électrique (2).
  On note $\varphi=(\vec{x}_0,\vec{x}_2)=(\vec{y}_0,\vec{y}_2)$ l'angle de rotation du vérin électrique par rapport au châssis (0).

Détermination de la course du vérin :

Q1. *Ecrire les équations, exprimées dans la base* $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, *traduisant la fermeture géométrique de la chaîne 0-1-2-3-0.*

Q2. *Exprimer* λ *en fonction de* a, d, h *et* θ.

On donne, sur la figure 4, la courbe de l'évolution de λ en fonction de θ pour un débattement angulaire de $\pm 10°$ autour de la position d'équilibre $\theta = 45°$.

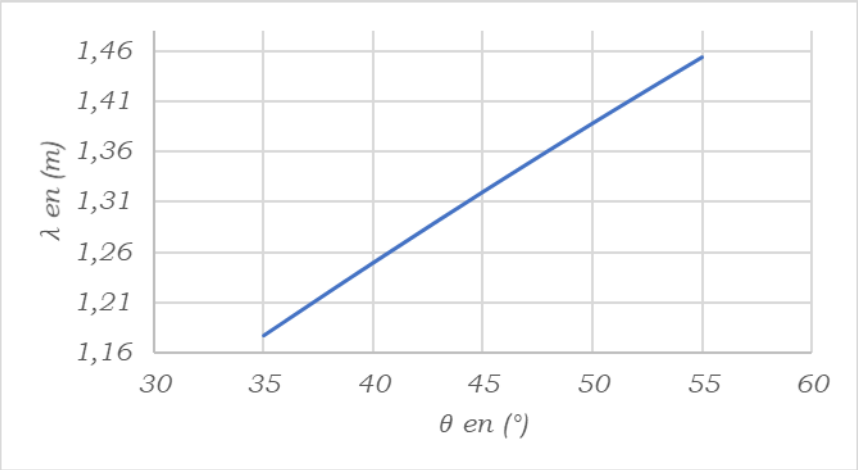


Figure 4 : loi $\lambda = f(\theta)$

Q3. *En déduire la course du vérin.*

Détermination de la loi entrée/sortie cinématique :

Q4. *Tracer le graphe de structure du mécanisme.*

Q5. *Déterminer l'expression de* $\vec{V}(A,1/0)$ *en fonction de* a *et* $\dot{\theta}$.

Q6. *Déterminer l'expression de* $\vec{V}(A,2/0)$ *en fonction de* λ, $\dot{\lambda}$ *et* $\dot{\varphi}$.

Q7. *Justifier que* $\vec{V}(A,1/0) = \vec{V}(A,2/0)$.

Q8. *Déterminer l'expression de* $\dot{\lambda}$ *en fonction* a, d, h, θ *et* $\dot{\theta}$.

Q9. *Donner, au regard de la figure 4, la valeur numérique de* K_θ *en (mm/rad) telle que* $\dot{\lambda} = K_\theta.\dot{\theta}$.

Fin de l'exercice préliminaire

Partie I : Etude dynamique du système d'orientation

> ***Q10.*** *A l'aide du diagramme de blocs internes (figure 2, page 1), compléter sur la figure R1 du document réponse DR1 les zones manquantes de la chaîne fonctionnelle du système d'orientation de miroir.*

1.1 Détermination de l'effort du vérin : (on garde le paramétrage du schéma cinématique de la figure 3 page 2)

On définit les grandeurs cinétiques et géométriques suivantes :

- J , moment d'inertie de l'ensemble miroir + support (1) par rapport à l'axe $(O,\vec{z}_0)$;
- M , masse de l'ensemble miroir + support (1) ;
- $\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{x}_1 + y_G.\vec{y}_1$, position du centre de gravité de l'ensemble miroir + support (1) ;
- Le vérin est de masse et inertie négligeables.

On note :

- $\vec{g} = -g.\vec{y}_0$, accélération de la pesanteur ;
- $F.\vec{x}_2$, l'action mécanique de la tige du vérin (2) sur l'ensemble miroir + support (1) est modélisés par un glisseur en A.

Hypothèses :

- Le problème est supposé plan.
- Le torseur des actions mécaniques transmissibles par une liaison i/j pivot d'axe $(P,\vec{z}_0)$ s'écrit

$$\{T(i\to j)\}_P = \begin{Bmatrix} \vec{R}(i\to j) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij}.\vec{x}_0 + Y_{ij}.\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$$

> ***Q11.*** *En isolant le vérin (tige (2) + corps (3)), justifier, par application du théorème du moment dynamique en B, que l'effort exercé par ce vérin est dirigé selon $\vec{x}_2$. La masse du vérin et ses caractéristiques inertielles seront supposées négligeables.*
>
> ***Q12.*** *Isoler l'ensemble miroir + support (1) et appliquer le théorème adéquat, issu du principe fondamental de la dynamique pour déterminer l'équation de mouvement suivante :*
>
> $$A.F.\sin(\theta-\varphi) + B.\cos(\theta) + C.\sin(\theta) = J.\ddot{\theta}.$$
>
> *Identifier les termes A, B et C en fonction des données.*

1.2 Détermination de l'équation dynamique du moteur :

Le vérin électrique linéaire comprend :

- un moteur à courant continu de vitesse de rotation $\omega_m(t)$, développe un couple moteur $C_m(t)$;
- un réducteur à engrenages de rapport de réduction k, de vitesse de rotation $\omega_r(t)$ et de rendement η_r ;
- un système vis/écrou à hélice à droite, de pas normal p_v et de rendement η_v.

Hypothèses :

- ✓ Seule l'inertie J de l'ensemble miroir + support (1) est prise en compte,
- ✓ les quantités dynamiques des autres pièces ne sont pas prises en compte,
- ✓ les liaisons sont supposées parfaites.
- ✓ On considère que $\dot{\lambda} = K_\theta . \dot{\theta}$.
- ✓ On pose $\dot{\lambda} = K_V . \omega_m$.

Q13. *Donner l'expression K_V en fonction de p_v et k.*

On désigne par Σ L'ensemble des solides mobiles tel que :
Σ = {corps de vérin, moteur, réducteur, tige de vérin, support (1) + miroir}.

Q14. *En isolant l'ensemble mobile Σ, donner :*

- *l'énergie cinétique de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport à R_0.*
- *l'expression littérale des puissances des actions mécaniques extérieures.*
- *l'expression de la puissance des actions mécaniques intérieures en fonction de C_m, η_v, η_r et ω_m.*

Q15. *Montrer que l'équation dynamique de l'ensemble Σ peut se mettre sous la forme :* $C_m(t) - M.g.\left(D.\cos(\theta) - E.\sin(\theta)\right) = J_{éq}.\dfrac{d}{dt}\omega_m(t)$.

Exprimer $J_{éq}$, D et E.

Partie II : Asservissement du système d'orientation

On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire du miroir autour de sa position d'équilibre. On souhaite s'assurer que la chaîne fonctionnelle d'asservissement permet de respecter les performances souhaitées en termes de précision, rapidité et stabilité.

2.1 Modélisation de l'asservissement en position angulaire du miroir :

La figure 5 présente le schéma bloc fonctionnel de l'asservissement en position angulaire du miroir.

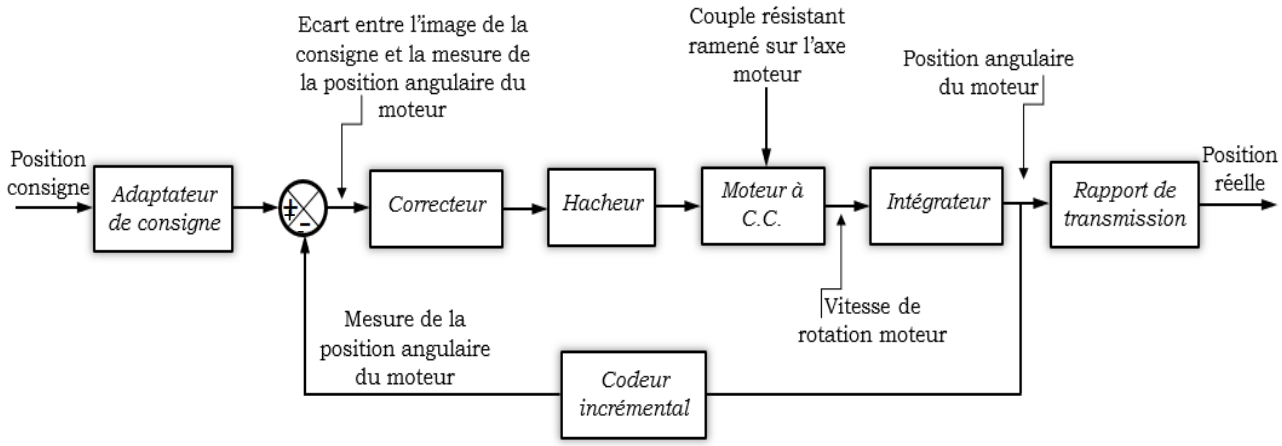


Figure 5 : schéma bloc fonctionnel de l'asservissement

Modélisation du moteur à courant continu :

On donne les équations modélisant le fonctionnement du moteur à courant continu :

Notations :

- ✓ Résistance de l'induit : R
- ✓ Inductance de l'induit : L
- ✓ Constante de couple : k en $\left(N.m.A^{-1}\right)$
- ✓ Constante de force contre électromotrice : k en $\left(\mathrm{V}.s/rad\right)$
- ✓ Tension d'alimentation de l'induit : $u(t)$
- ✓ Courant absorbé par l'induit : $i(t)$
- ✓ Force contre électromotrice : $e(t)$
- ✓ Couple moteur : $C_m(t)$
- ✓ Couple résistant : $C_r(t)$
- ✓ Vitesse angulaire du moteur : $\omega_m(t)$

Equation électrique :

$$U(t)-e(t)=R.i(t)+L.\frac{d}{dt}i(t) \qquad (1)$$

Equation mécanique :

$$C_m(t)-C_r(t)=J_{éq}.\frac{d}{dt}\omega_m(t) \qquad (2)$$

Equation de de couplage électromécanique

$$e(t)=k.\omega_m(t) \qquad (3) \quad \text{et} \quad C_m(t)=k.i(t) \qquad (4)$$

On notera $F(p)$ la transformée de Laplace de la grandeur physique $f(t)$.

> ***Q16.*** *Déterminer, en considérant des conditions initiales nulles, les transformées de Laplace des équations (1) à (4) du moteur.*

Le schéma bloc du moteur à courant continu est défini sur la figure 6, son schéma bloc équivalent est donné figure 7 :

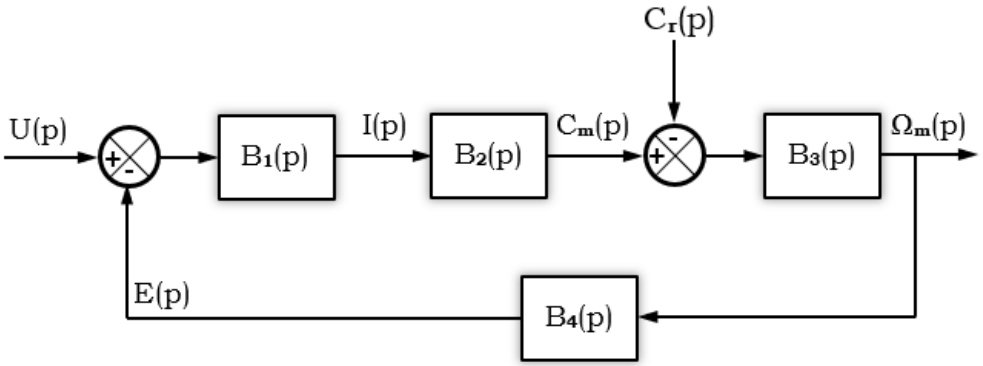


Figure 6 : Schéma-bloc du M.C.C.

> ***Q17.*** *Donner les expressions de fonctions de transfert* $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ *et* $B_4(p)$.

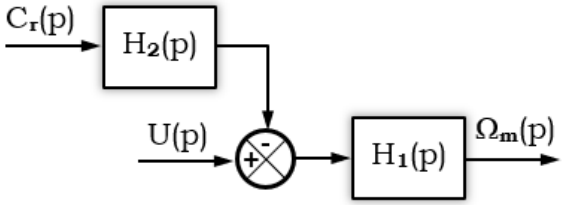


Figure 7 : Schéma-bloc équivalent du M.C.C.

> ***Q18.*** *Donner les expressions de fonctions de transfert* $H_1(p)$ *et* $H_2(p)$ *en fonction de* $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ *et* $B_4(p)$.
>
> ***Q19.*** *Déterminer l'expression de la fonction de transfert* $H_2(p)$. *Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme* $H_2(p) = K_r.(1+\tau.p)$ *où l'on précisera les expressions de* K_r *et* τ.
>
> ***Q20.*** *Déterminer l'expression de la fonction de transfert* $H_1(p)$. *Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme* $H_1(p) = \dfrac{K_m}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{1}{\omega_0^2}.p^2}$ *où l'on précisera les expressions de* K_m , ξ *et* ω_0.

L'angle de rotation du moteur $\theta_m(t)$ est mesuré par un codeur de gain K_{cap} . L'image $N_{mes}(t)$ de cet angle est comparée à une grandeur $N_{con}(t)$ image de la consigne de position $\theta_c(t)$. La conversion est réalisée par un adaptateur de gain K_{adap}. L'écart $\varepsilon_\theta(t)$ est corrigé par un correcteur et modulé par un hacheur.

- ✓ La fonction de transfert du correcteur est $C(p)$.
- ✓ La fonction de transfert du hacheur est un gain K_h.
- ✓ Le rapport de transmission sera noté K_{tr}.

$\theta(t)$ et $\theta_c(t)$ position réelle et consigne angulaires de l'ensemble miroir + support (1).

Le schéma bloc (figure 8) modélise l'asservissement en position :

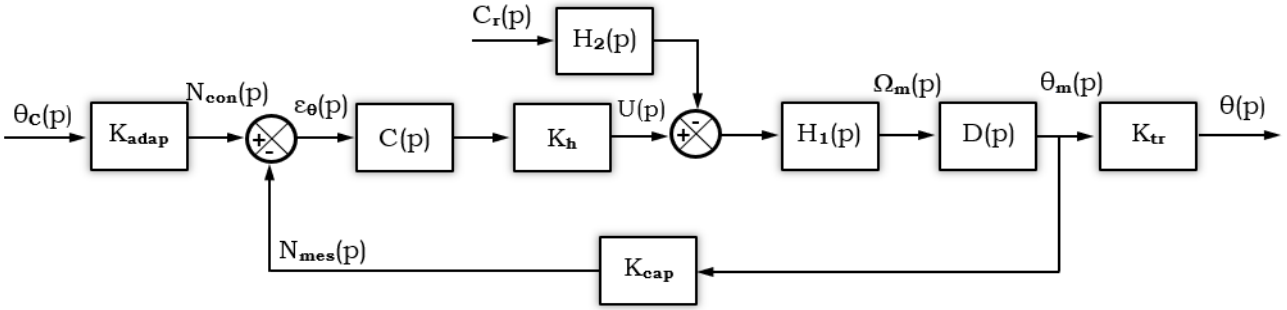


Figure 8 : Schéma-bloc de l'asservissement en position

Q21. *Étant donné le lien entre les grandeurs physiques d'entrée et de sortie du bloc* $D(p)$*, donner sa fonction de transfert.*

Q22. *Déterminer l'expression de la fonction de transfert* K_{adap} *en fonction de* K_{cap} *et* K_{tr} *permettant d'obtenir un asservissement de* $\theta(t)$ *sur la consigne* $\theta_C(t)$.

Q23. *Montrer que le schéma-bloc de la figure 8, peut être mis sous la forme suivante :*

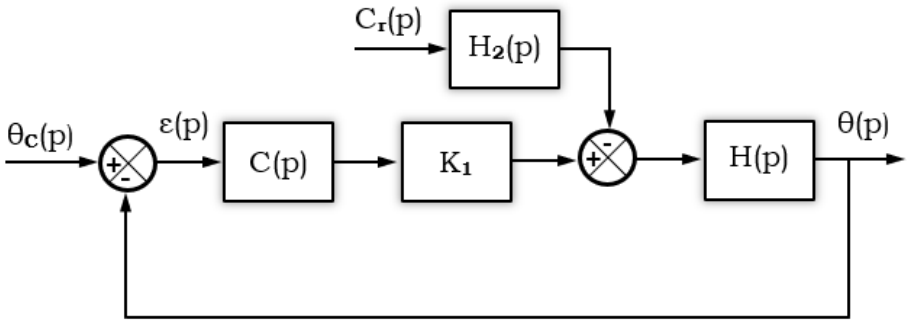


Figure 9 : Schéma-bloc à retour unitaire

Exprimer K_1 *et* $H(p)$ *en fonction de* K_{cap} , K_h , K_{tr} , K_m , ξ *et* ω_0.

2.2 Réglage des performances de l'asservissement :

Les exigences imposées par le cahier des charges, figurent sur le tableau suivant :

Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur en position en régime permanent	Nulle pour une entrée en échelon et un couple résistant constant
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$tr_{5\%}$ =0,03 (s) maximum
Stabilité	Marge de gain Marge de phase	MG=10 dB minimum Mφ=30° minimum

Pour la suite, on considère $H(p)=\dfrac{K}{p.\left(1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{1}{{\omega_0}^2}.p^2\right)}$, $H_2(p)=K_r.(1+\tau.p)$

> ***Q24.*** *En supposant $C_r(p)=0$, déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $(C(p)=1)$ du système $H_{BONC}(p)=\dfrac{\theta(p)}{\varepsilon(p)}$. Donner sa classe, son ordre et son gain K_{BONC}.*

On donne sur la figure R2 du document réponse DR2, le diagramme de Bode de la FTBO non corrigée.

> ***Q25.*** *Justifier, sur votre copie, la forme de ce tracé puis donner les valeurs numériques des paramètres canoniques K_{BONC}, ξ et ω_0.*
>
> ***Q26.*** *Représenter, sur la figure R2 du document réponse DR2, la marge de gain et la marge de phase. Conclure.*
>
> ***Q27.*** *Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction des deux entrées $\theta_C(p)$ et $C_r(p)$, du gain K_1 et des fonctions de transfert $H(p)$ et $H_2(p)$. $(C(p)=1)$.*
>
> ***Q28.*** *Déterminer l'erreur de position ε_s en réponse à l'entrée consigne $\theta_C(p)$, échelon d'amplitude θ_0 et à l'entrée perturbatrice $C_r(p)$, échelon de valeur C_0.*

On donne sur la figure R3 du document réponse DR2, la réponse indicielle à un échelon de position de 5°.

Q29. *Déterminer la valeur de l'erreur de position ε_s et celle du temps de réponse à 5%. Faire apparaître sur la figure R3 du document réponse DR2 les grandeurs mesurées. Conclure.*

Q30. *Quel est l'impact de l'utilisation d'un correcteur de fonction de transfert $C(p)=\frac{1}{p}$ sur la précision et la stabilité du système.*

Correction intégrale :

On suppose que $C(p)=K_i.\frac{1+T_i.p}{T_i.p}$:

On donne sur la figure R4 du document réponse DR3, le diagramme de Bode de la FTBO corrigée pour $K_i=1$.

Q31. *Déterminer la valeur de K_i pour avoir une marge de phase de 30°.Que devient la marge de gain. Faire apparaître sur la figure R4 du document réponse DR3 les grandeurs mesurées.*
Conclure sur votre copie.

On donne sur la figure R5 du document réponse DR3, la réponse indicielle à un échelon de position de 5° du système ainsi corrigé.

Q32. *Déterminer graphiquement la valeur de l'erreur de position ε_s et celle du temps de réponse à 5%. Faire apparaître sur la figure R5 du document réponse DR3 les grandeurs mesurées.*
Conclure sur votre copie.

Fin de l'énoncé

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse DR1

Q10.

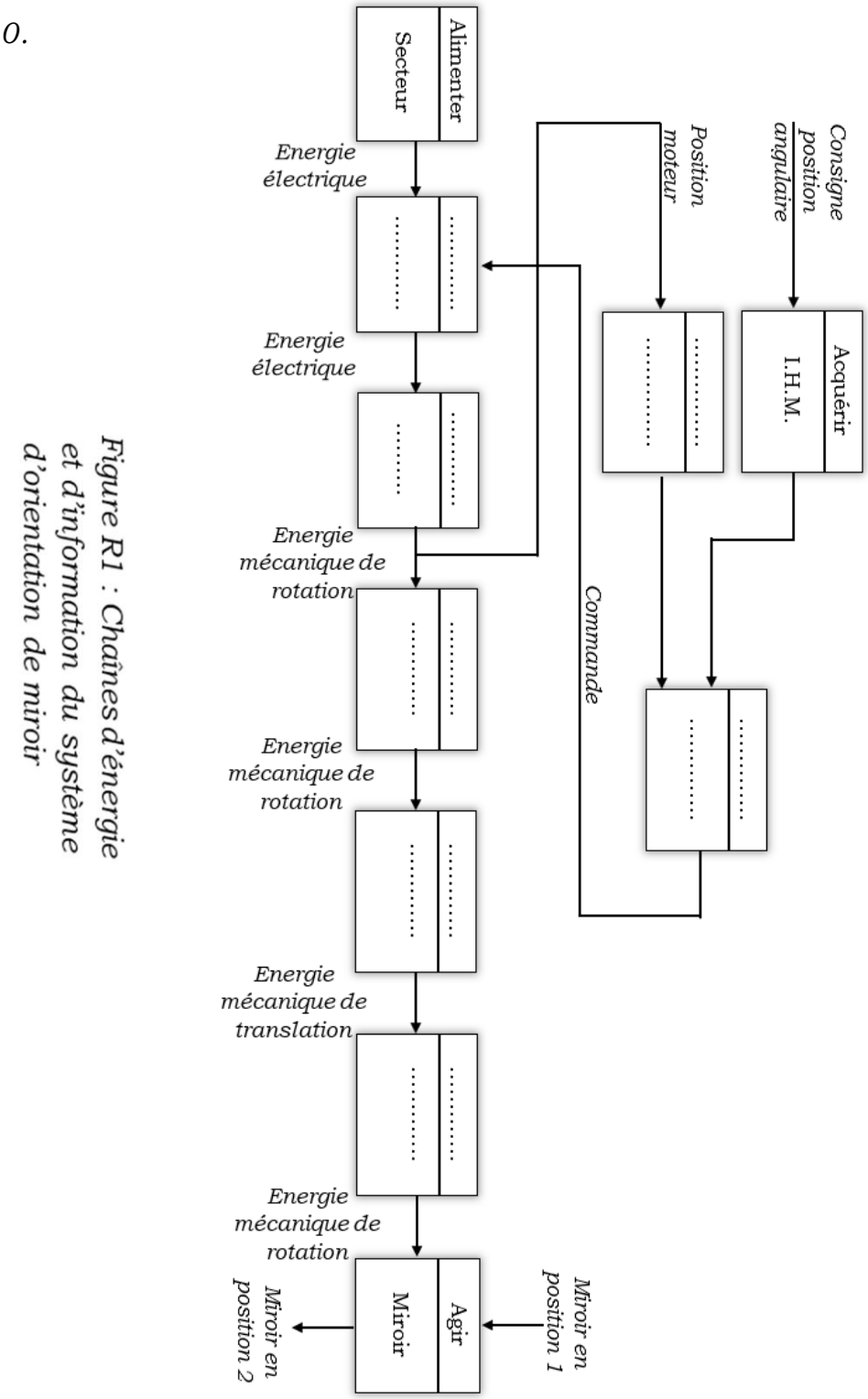


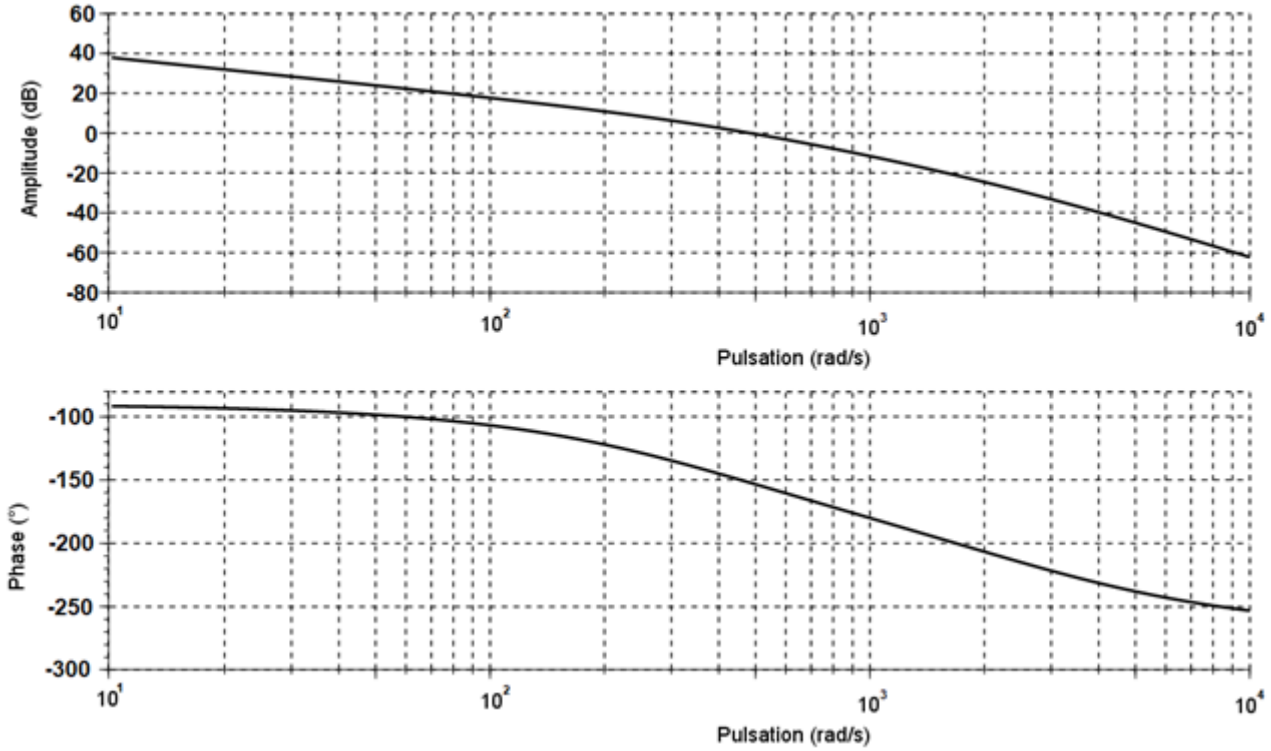
Figure R1 : Chaînes d'énergie et d'information du système d'orientation de miroir

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse DR2

Q26. *Marge de gain : …… Marge de phase : ……*

Figure R2 : Diagramme de Bode de la FTBO non corrigée.



Q29. *Erreur de position : …… Temps de réponse à 5% : ……*

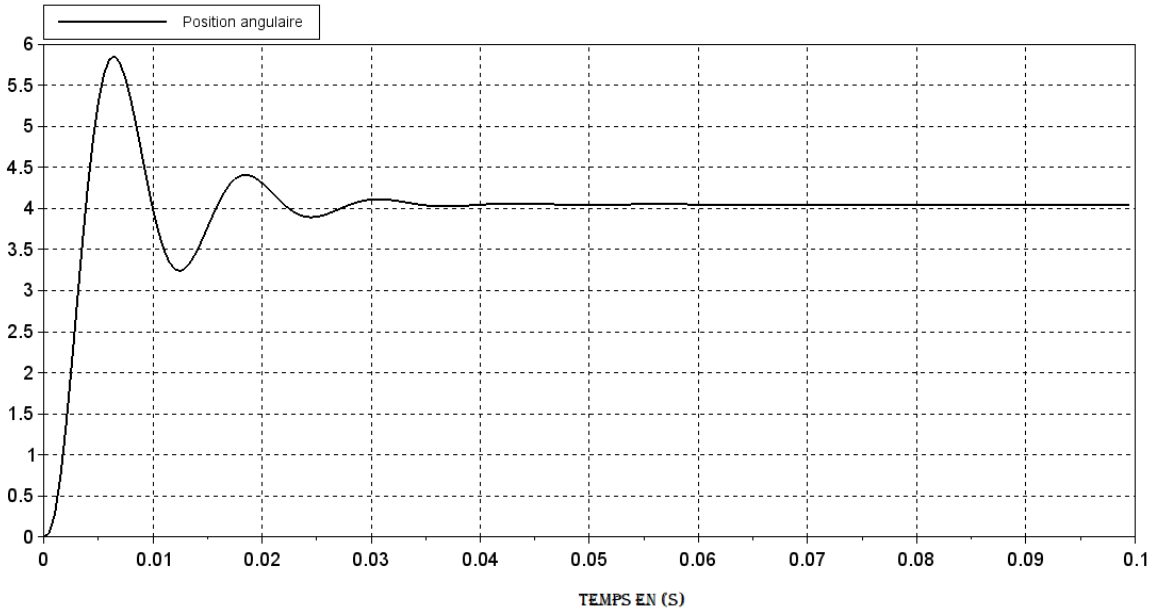


Figure R3 : réponse temporelle à un échelon de position de 5°

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse DR3

Q31. K_i = ... *Marge de gain :* .....

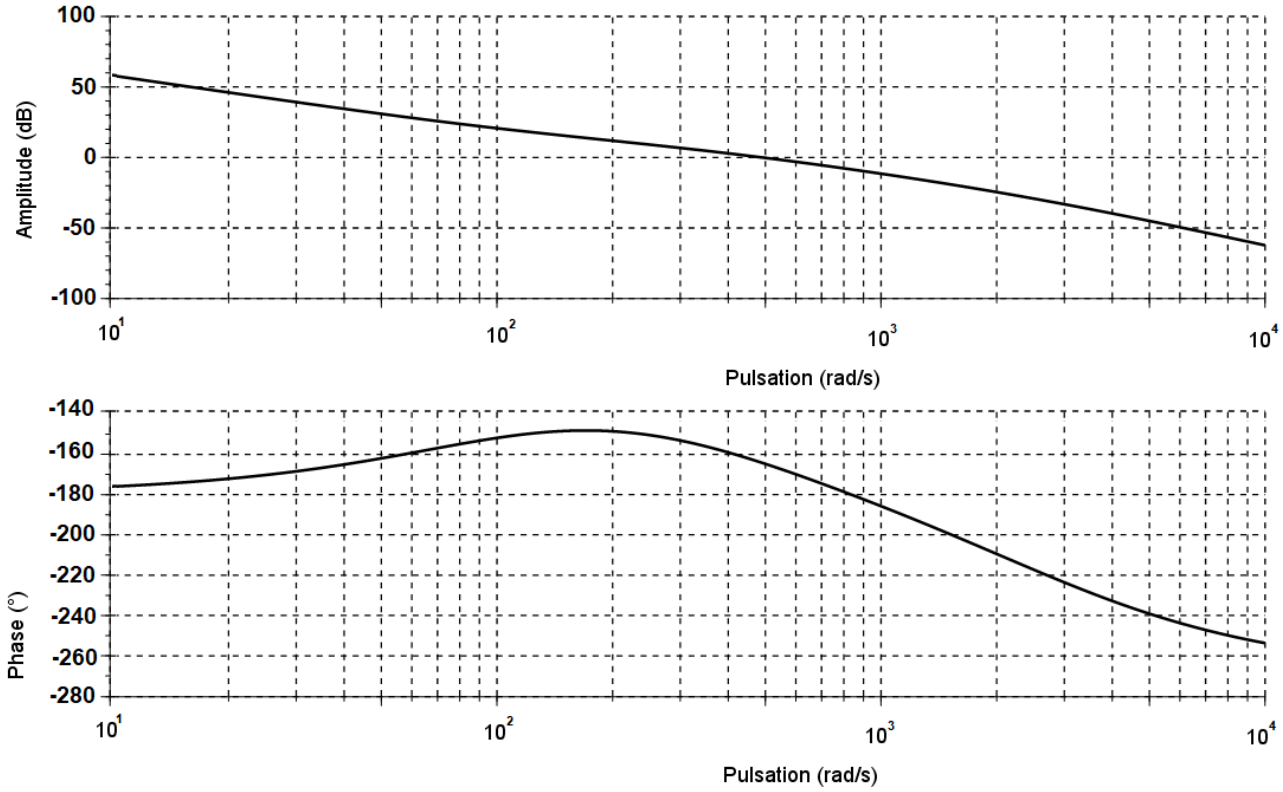


Figure R4 : Diagramme de Bode de la FTBO corrigée pour $K_i = 1$.

Q32.

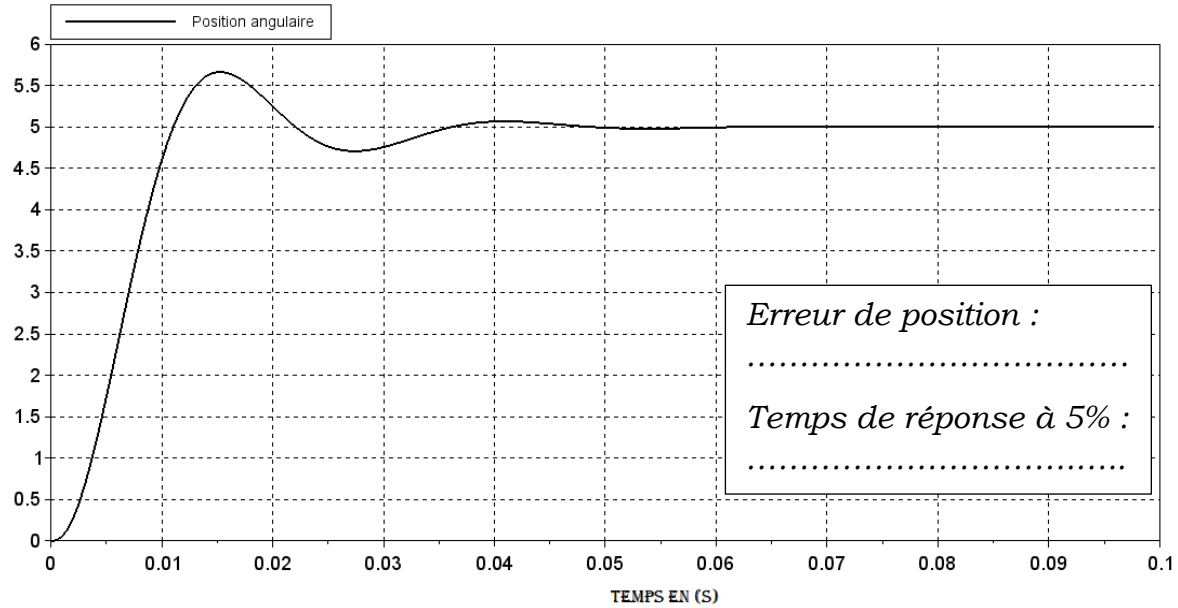


Figure R5 : réponse indicielle à un échelon de position de 5°

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp