Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2021, filière MP

Physique I

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : description d'une onde électromagnétique
- Partie 2.1 : magnétron
- Partie 2.2 : guide d'ondes
- Partie 2.3 : structure de l'onde dans le four

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2021/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*
- *Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.*

La physique dans un four à micro-ondes

Le four à micro-ondes a fait ses entrées dans les cuisines à la fin du 20ème siècle et a révolutionné les habitudes alimentaires. Il est le fruit à la fois de découvertes majeures sur l'électromagnétisme au 19ème siècle et du développement technologique tout au long du 20ème siècle, en parallèle notamment avec celui de la communication radio et mobile.

Le sujet de cette épreuve a pour but de décrire ce qui se passe dans le four à micro-ondes utilisant des ondes électromagnétiques dans le domaine des hyperfréquences. Il est constitué de deux parties indépendantes : la première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Données :

- Permittivité diélectrique du vide : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} F.m^{-1}$.
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$.
- Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31} kg$.
- Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19} C$.
- Célérité des ondes électromagnétiques dans le vide : $c_0 = 3{,}00.10^8 m.s^{-1}$.
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23} mol^{-1}$.
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1{,}38.10^{-23} J.K^{-1}$.
- Équations de Maxwell dans le vide sans charge ni courant :

$$div\vec{E} = 0 \qquad \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$div\vec{B} = 0 \qquad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{rot}\vec{A} = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{A}\right) - \Delta\vec{A}$.

- Relations de passage du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ en un point M à l'interface entre deux milieux différents indicés 1 et 2 : $\vec{E_2}(M,t)-\vec{E_1}(M,t)=\frac{\sigma(M,t)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{1\to 2}$, avec $\sigma(M,t)$ la densité surfacique de charge au niveau de l'interface et $\vec{n}_{1\to 2}$ le vecteur unitaire normal à la surface orienté du milieu 1 au milieu 2.
- Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point M en coordonnées polaires (r,θ) dans la base correspondante $\left(O,\vec{e_r},\vec{e_\theta}\right)$:

$\overrightarrow{OM}=r\vec{e_r}$, $\vec{v}=\frac{dr}{dt}\vec{e_r}+r\frac{d\theta}{dt}\vec{e_\theta}$ et $\vec{a}=\left(\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\vec{e_r}+\left(r\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{e_\theta}$.

1ère partie

Description d'une onde électromagnétique

1. Établir l'équation différentielle dont est solution le champ électrique $\vec{E}$ dans un milieu dont les propriétés électriques et magnétiques sont assimilées à celles du vide, sans charge ni courant. En déduire l'équation différentielle vérifiée par le champ magnétique $\vec{B}$.

2. Exprimer la vitesse de propagation du champ électromagnétique $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$.

3. On considère une onde électromagnétique plane progressive harmonique de vecteur d'onde $\vec{k}$ ($k=\left\|\vec{k}\right\|$) se propageant dans le milieu considéré. La représentation complexe du champ électrique de cette onde est : $\underline{\vec{E}}=E_0e^{i(\omega t-kz)}\vec{e_x}$.

3.1. En utilisant l'une des équations de maxwell, exprimer le champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ correspondant à cette onde.

3.2. Préciser l'état de polarisation de cette onde électromagnétique, sa direction et son sens de propagation.

3.3. Justifier que cette onde est plane et progressive.

3.4. Vérifier que les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à $\vec{k}$. Vérifier également que $\left(\vec{k},\vec{E},\vec{B}\right)$ constitue un trièdre orthogonal direct.

3.5. Montrer qu'une onde plane progressive harmonique décrite par le champ électrique ci-dessus se propage à une vitesse constante pour toute pulsation ω.

3.6. Sur un axe gradué en longueur d'onde, préciser le spectre des ondes électromagnétiques en y situant les rayons X, les micro-ondes, l'I.R., les rayons γ, les U.V., les ondes radios et le visible.

2ème partie

Le four à micro-ondes

1. Magnétron

Un magnétron est un dispositif qui transforme l'énergie cinétique en énergie électromagnétique, sous forme de micro-ondes. Il s'agit d'un tube à vide sans grille où les électrons émis par une cathode cylindrique, chauffée par un filament, se dirigent vers une anode cylindrique concentrique mais sont déviés par un champ magnétique en une trajectoire en spirale. Dans l'anode, sont creusées un nombre pair de cavités cylindriques appelées « résonateurs » et déterminant la fréquence de résonance (figure 1). La cathode, de rayon r_c, est portée au potentiel nul. L'anode, de rayon r_a, en forme de couronne entourant la cathode, est portée au potentiel constant V_0. Les cavités, de rayon $R_c = 7mm$, s'ouvrent sur le trou central par de minces fentes de dimension, $d = 1mm$, $l = 6mm$ et $h = 17,5mm$ (figures 2 et 3) et divisant le tube en autant de sous-sections. L'un des résonateurs est couplé à une antenne qui transmet l'énergie micro-ondes. On ignorera l'antenne dans ce qui suit. Tous les espaces internes sont sous vide.

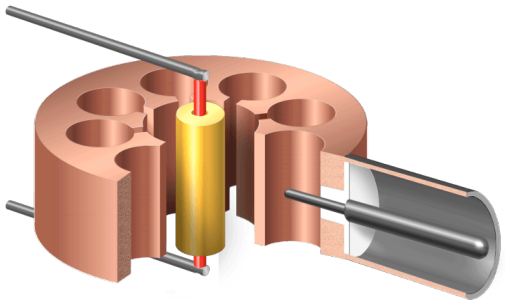


Figure 1

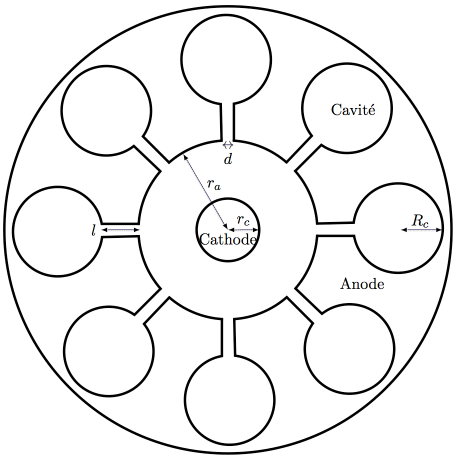


Figure 2

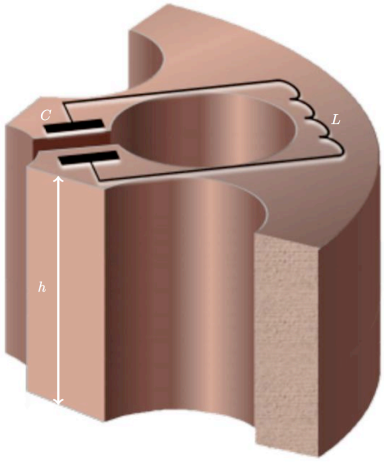


Figure 3

1.1. Émission des électrons par effet thermoélectronique

Un métal chauffé émet des électrons par effet thermoélectronique à vitesse initiale négligeable. Pour cela, une faible fraction de ces électrons peuvent acquérir une énergie cinétique supérieure à un seuil correspondant à leur énergie de confinement dans le métal que l'on notera W_s et que l'on supposera grande par rapport au potentiel chimique des électrons. On simplifie le problème en considérant que les électrons de conduction du métal forment un gaz parfait de N particules. On traitera les électrons comme des particules classiques dont l'énergie est purement cinétique.

1.1.1. Exprimer la vitesse minimale d'un électron pour réaliser cette extraction. Calculer sa valeur numérique pour le tungstène ($W_s = 4,52eV$).

1.1.2. En considérant qu'un atome du métal libère un électron, exprimer n_v, le nombre d'électrons par unité de volume dans le métal. Calculer n_v dans le cas du tungstène. On donne la masse molaire atomique $M(W) = 183,83g.mol^{-1}$ et la masse volumique $\rho(W) = 19,25g.cm^{-3}$ du tungstène.

1.1.3. L'équation de Richardson énonce que la densité de courant thermoélectronique émis par unité de surface J en fonction de la température T est donnée par la relation $J = A_G T^2 \exp\left(-\frac{W_s}{k_B T}\right)$, où T est la température du métal en K, W_s est en eV, k_B est la constante de Boltzmann, et A_G la constante de Richardson donnée par $A_G = n_v e\left(\frac{k_B}{2\pi m}\right)^{1/2}$.

1.1.3.1. Comment varie le courant J en fonction de la température ?

1.1.3.2. Tracer l'allure de la courbe de J en fonction de la température T. Commenter. Préciser dans quelle partie de la courbe on se situe pour la thermo-émission.

1.1.3.3. Calculer la valeur de la densité de courant J pour le tungstène pour la température $T = 2000K$.

1.1.3.4. Y a-t-il un lien entre ce phénomène et l'effet photoélectrique ?

1.2. Nuage électronique en régime pré-oscillatoire

Le tube à vide est muni d'un aimant permanent à chaque extrémité. Les deux aimants créent un champ magnétique axial uniforme et permanent le long de l'axe du magnétron, $\vec{B} = B_0\vec{e_z}$. Des électrons sont émis par la cathode avec une vitesse initiale négligeable. En un point M inter-électrodes, la vitesse d'un électron, de masse m et de charge $-e$, dans le référentiel du laboratoire est $\vec{v}$. Ce référentiel sera supposé galiléen.

En l'absence de champ hyperfréquence, les électrons sont soumis à la force de Lorentz liée aux champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ liés respectivement au potentiel V_0 et aux aimants.

1.2.1. Donner l'expression de la force de Lorentz.

1.2.2. Quel devra être le signe de V_0 si l'on veut que les électrons soient accélérés lorsqu'ils sont émis par la cathode ? Quel est l'effet de la composante magnétique de la force de Lorentz ?

1.2.3. Qualitativement, prédire et schématiser la trajectoire que va décrire un électron.

On s'intéresse au régime pré-oscillatoire dit régime de Brillouin. On néglige le poids de l'électron ainsi que toute interaction entre les électrons. On fait l'approximation d'une géométrie parfaitement cylindrique ($V = V(r)$ et $\vec{B} = B_0\vec{e_z}$, $V = V(r)$ étant le potentiel électrique dont dérive le champ $\vec{E}$), on repère alors un point M de la cavité par ses coordonnées cylindriques (r,θ,z) dans la base $\left(\vec{e_r},\vec{e_\theta},\vec{e_z}\right)$.

1.2.4. Écrire la deuxième loi de Newton appliquée à un électron dans le référentiel du laboratoire.

1.2.5. Montrer que le mouvement de l'électron s'effectue dans le plan $z = cte$.

1.2.6. Montrer que le mouvement de l'électron vérifie les deux équations différentielles suivantes :

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{e}{m}\frac{dV}{dr} - 2\omega_L r\frac{d\theta}{dt} \text{ et } \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right) = 2\omega_L\frac{dr}{dt}$$

Donner l'expression de la constante ω_L.

1.2.7. De l'une deux relations établies dans la question **1.2.6.**, déduire la relation $\frac{d\theta}{dt} = \omega_L \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right)$.

1.2.8. En utilisant l'autre relation établie dans la question **1.2.6.**, établir l'équation différentielle vérifiée par r.

1.2.9. En déduire la relation $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2\frac{e}{m}V(r) - \omega_L^2 r^2 \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right)^2$.

1.2.10. Comment varie la vitesse radiale des électrons lorsque le champ magnétique augmente ?

1.2.11. Montrer qu'il existe une valeur B_c de B pour laquelle les électrons ne parviennent pas jusqu'à l'anode. Exprimer B_c, appelé champ magnétique de coupure, en fonction de V_0, r_a, r_c, e et m.

1.3. Cavité résonante

Chaque cavité fonctionne comme un circuit résonnant inductance-condensateur (LC) (figure 3). La fréquence de résonance d'une cavité micro-ondes est déterminée par la dimension physique du résonateur, qui détermine la capacité C et l'inductance L. En supposant que le courant dans le résonateur circule uniformément très près de la surface de son cylindre cavité, et que l'intensité du champ magnétique généré par ce courant est 0,6 fois celle d'un solénoïde idéal infini, l'inductance d'un résonateur sera donnée par : $L = 0{,}6\pi\mu_0 \frac{R_c^2}{h}$.

1.3.1. Montrer que le circuit (LC) équivalent à la cavité est un circuit oscillant. Exprimer la fréquence de résonance de ce circuit.

1.3.2. La capacité C provient principalement des parties planes de la surface du résonateur. Exprimer C en fonction de l, h, d et ε_0.

1.3.3. En déduire l'expression de la fréquence ν_0 de résonance du circuit (LC).

1.3.4. Estimer alors la fréquence ν_0 d'un seul résonateur.

On utilisera la valeur réelle $\nu = 2{,}45GHz$ dans le reste des questions.

2. Guide d'ondes

Le magnétron étant auto-oscillant, il émet de l'énergie électromagnétique à la fréquence ν. Le dispositif de couplage prélève l'énergie de sortie. Celle-ci est véhiculée dans un guide d'onde à section rectangulaire pour être absorbée par l'aliment à chauffer. La figure 4 est celle du guide d'un four à micro-ondes, au-dessus de la cavité du four. La forme en croix sert à distribuer la puissance. On modélise ce guide par un cylindre métallique creux illimité, d'axe (Oz), et dont la section droite est le rectangle $0 < x < a$, $0 < y < b$ avec $c >> a$ et $c >> b$ (figure 5) ; l'intérieur du guide est rempli d'air, assimilé au vide.

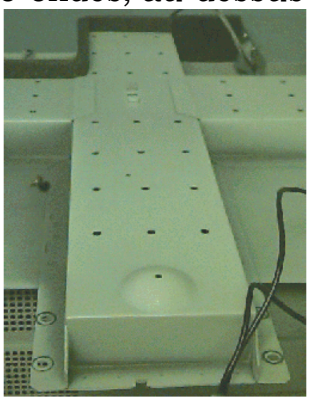


Figure 4

On cherche une solution pour un champ électrique en notation complexe sous la forme :

$$\underline{\vec{E}} = E_0 \sin(\alpha y + \phi) e^{i(\omega t - kz)} \vec{e_x}$$

2.1. L'onde est-elle TE (transverse électrique) ? Est-elle plane ? Justifier.

2.2. On suppose les parois du guide constituées de métal parfait (conductivité infinie). Qu'est-ce que cela implique pour le transport de l'énergie électromagnétique dans ce guide ?

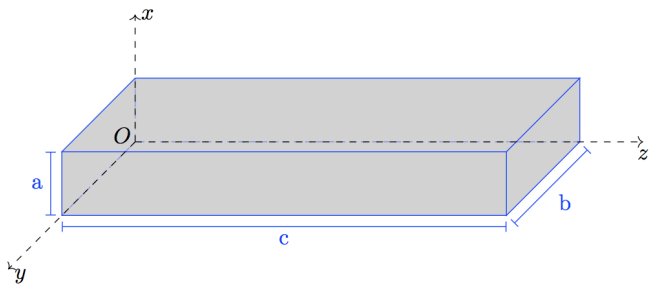


Figure 5

2.3. Écrire les conditions aux limites que doit satisfaire $\underline{\vec{E}}$ sur chaque paroi métallique. Déterminer α et ϕ. On introduira un entier n désignant le mode du résonateur.

2.4. Déterminer la relation de dispersion liant ω et k.

2.5. Montrer qu'il existe une pulsation de coupure ω_c en dessous de laquelle aucun mode n'existe. Que se passe-t-il si on essaie d'introduire une onde à une fréquence telle que $\omega < \omega_c$? Y a-t-il alors dissipation d'énergie ? Que peut-on dire du nombre de modes possibles en fonction de ω ? Représenter graphiquement $k(\omega)$ pour $n=1$ et $n=2$.

2.6. Dans toute la suite, on pose $\omega > \omega_c$. Établir les expressions possibles du champ électrique $\underline{\vec{E}_n}(y,z,t)$.

2.7. Commenter l'expression de $\underline{\vec{E}_n}(y,z,t)$ d'une part à z fixé et d'autre part à y fixé.

2.8. Calculer la vitesse de phase et la vitesse de groupe et commenter sachant que les principes de la relativité interdisent la propagation d'une information à une vitesse supérieure à la célérité c_0 des ondes électromagnétiques dans le vide.

2.9. Calculer le champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ du mode n. Vérifier qu'il n'est pas transversal.

2.10. Calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. En déduire dans quelle direction se propage l'énergie.

2.11. Calculer la puissance moyenne à travers une section du guide d'onde. Cette puissance dépend-elle de z ? En pratique, on ne peut pas considérer le métal comme parfait. Qualitativement, que se passe-t-il alors ?

3. Structure de l'onde dans le four à micro-ondes

On modélise le four à micro-ondes par un parallélépipède rectangle d'arêtes parallèles aux axes $(O'X)$, $(O'Y)$ et $(O'z)$. L'axe $(O'z)$ est vertical ascendant. La cavité a pour dimension $d_1 = 29cm$, $d_2 = 29cm$ et $d_3 = 19cm$.

On suppose que la structure du four à micro-ondes est constituée d'un conducteur parfait. On suppose aussi que le four est rempli d'air dont les propriétés électriques et magnétiques sont assimilées à celles du vide.

On mène une étude simplifiée de l'onde présente dans le four à micro-ondes. On admet que le champ électrique de l'onde résultante à l'intérieur du four s'écrit en notation complexe sous la forme :

$$\begin{cases} \underline{E}_X = E_1 \cos\left(n_1\pi\dfrac{X}{d_1}\right)\sin\left(n_2\pi\dfrac{Y}{d_2}\right)\sin\left(n_3\pi\dfrac{Z}{d_3}\right)e^{i\omega t} \\ \underline{E}_Y = E_2 \sin\left(n_1\pi\dfrac{X}{d_1}\right)cos\left(n_2\pi\dfrac{Y}{d_2}\right)\sin\left(n_3\pi\dfrac{Z}{d_3}\right)e^{i\omega t} \\ \underline{E}_Z = E_3 \,sin\left(n_1\pi\dfrac{X}{d_1}\right)\sin\left(n_2\pi\dfrac{Y}{d_2}\right)cos\left(n_3\pi\dfrac{Z}{d_3}\right)e^{i\omega t} \end{cases}$$

E_1, E_2 et E_3 sont des amplitudes constantes, ω est la pulsation de l'onde, et n_1, n_2 et n_3 sont trois nombres entiers.

3.1. Déterminer les fréquences possibles dans le cadre des hypothèses effectuées.

3.2. Déterminer la plus basse fréquence de résonance qui y soit possible. Donner le triplet (n_1,n_2,n_3) correspondant.

3.3. On se place dans le plan $Z=0$.

3.3.1. À l'aide de l'une des équations de Maxwell, déterminer le champ magnétique $\vec{\underline{B}}$.

3.3.2. Montrer que la moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique dans la cavité est :

$$< u_{em} >= \frac{\pi^2 E_3^2}{4\mu_0\omega^2}\left[\frac{n_1^2}{d_1^2}\sin^2\left(n_2\pi\frac{Y}{d_2}\right)+\frac{n_2^2}{d_2^2}\sin^2\left(n_1\pi\frac{X}{d_1}\right)\right]$$

3.3.3. Déterminer les positions des zones où la densité d'énergie est maximale.

3.3.4. Quelle est la distance entre deux zones consécutives où la densité d'énergie est maximale ?

3.3.5. On utilise comme « détecteur de champ » de fins copeaux de chocolat uniformément répartis sur la plaque inférieure ($Z=0$), le plateau tournant ayant été ôté. Après quelques secondes de cuisson, le chocolat a fondu par endroit. Justifier pourquoi la cuisson du chocolat n'est pas uniforme lorsqu'on n'utilise pas la plaque tournante à l'intérieur de la cavité de cuisson. Pourquoi fait-on tourner les aliments ? Expliquer qu'en repérant les zones fondues, on pourra déterminer le couple (n_1,n_2) puis retrouver la fréquence du magnétron.

3.4. Les parois du four à micro-ondes sont constituées d'aluminium de conductivité finie γ et d'épaisseur e_0. Le caractère non parfait du métal se traduit par une légère pénétration de l'onde dans le conducteur sur une longueur caractéristique $\delta = \sqrt{\dfrac{1}{\pi\mu_0\gamma\nu}}$.

3.4.1. Calculer numériquement δ pour le four à micro-ondes étudié. Commenter physiquement la valeur trouvée. On donne $\gamma = 2,0.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$.

3.4.2. On suppose que l'amplitude du champ électrique est multipliée par un facteur $e^{-\frac{e_0}{\delta}}$. Calculer numériquement l'épaisseur minimale $e_{0,\min}$ pour que l'amplitude de l'onde soit atténuée d'un facteur 10^2. Commenter.

3.5. La face intérieure de la porte du four à micro-ondes est munie d'une grille métallique présentant des alvéoles transparentes de rayon de l'ordre de quelques millimètres. Justifier qualitativement le double intérêt de cette grille.

Prepa Help

prepahelp.com · classes préparatoires, Maroc et France

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp