Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2021, filière MP

Physique II

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : puits de potentiel quantique
- Parties 2.1 et 2.2 : diagramme d'état et gaz réel
- Partie 2.3 : capacité thermique du CO2 gazeux
- Partie 2.4 : le CO2 comme fluide frigorigène

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2021/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*
- *Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.*

Le sujet de cette épreuve est constitué de deux parties indépendantes : la première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Partie 1
Puits de potentiel quantique

Les puits quantiques sont des empilements de couches cristallines alternées, pouvant être aussi minces que quelques monocouches atomiques, de semi-conducteurs de compositions chimiques différentes. On étudie dans cette partie une particule quantique, de masse m, d'énergie E, piégée dans un milieu d'épaisseur a. L'énergie potentielle $V(x)$ ressentie par le quanton est représentée par le puits de potentiel infini à fond plat de largeur a défini par :

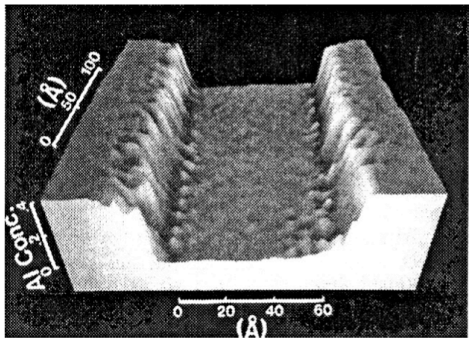


Figure 1 : Sandwich AlGaAs – GaAs – AlGaAs

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad 0 \le x \le a \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

On rappelle l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t)$$

On cherche, pour $0 \le x \le a$, des solutions de l'équation de Schrödinger pour des états stationnaires tels que : $\Psi(x,t) = \varphi(x) e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$.

1. Justifier que quantiquement la fonction d'onde de la particule doit être nulle à l'extérieur du puits ($x < 0$ et $x > a$).

2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\varphi(x)$ pour $0 \le x \le a$.

3. Montrer que $\varphi(x) = A\sin(n\pi\frac{x}{a})$, avec n un entier positif, sont les états stationnaires qui vérifient les conditions aux limites.

4. En utilisant la condition de normalisation, montrer que A est donné par $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$.

5. Représenter l'allure de $\varphi(x)$ et celle de la densité de probabilité de présence $|\Psi(x,t|^2$ de la particule quantique en fonction de x pour les cas $n=1$ et $n=2$. Comparer au cas d'une particule classique.

6. Montrer que les énergies E_n des états stationnaires sont données par $E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{\pi\hbar}{a}\right)^2 n^2$. On pose $E_1 = \hbar\omega$ pour $n=1$. Exprimer E_n en fonction de n et ω.

7. Un électron est confiné dans un puits quantique de potentiel infini de largeur $a = 3{,}0nm$. Ce puits est formé d'une couche de $GaAs$ prise en « sandwich » entre deux couches de $Al GaAs$. On considère que l'électron possède une masse effective de $m = 0{,}067m_e$ avec $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$. Déterminer la longueur d'onde λ correspondant à la transition entre les niveaux $n=2$ et $n=1$. À quelle domaine du spectre électromagnétique appartient cette longueur d'onde. On donne la constante de Planck $h = 6{,}62.10^{-34}J.s$ et la vitesse de la lumière dans le vide $c_0 = 3.10^8 m.s^{-1}$.

Partie 2

Le dioxyde de carbone

Le dioxyde de carbone est le principal gaz associé à l'activité humaine. Il est l'une des causes principales du réchauffement climatique. Afin de réduire les émissions de dioxyde de carbone CO_2, plusieurs voies d'action se dégagent : la maîtrise de la consommation d'énergie, le développement de technologies ne produisant pas, ou très peu, de gaz à effet de serre, le captage et le stockage géologique du CO_2 …

Cette partie a pour but d'étudier quelques propriétés et utilisations du CO_2.

1. Diagramme d'état du CO_2

La figure 2 représente le diagramme pression-température (P,T) du dioxyde de carbone.

1.1. Identifier les points particuliers P_1 et P_2 du diagramme (P,T) du dioxyde de carbone, les courbes C_1, C_2 et C_3 et l'état physique dans lequel se trouve ce dernier dans les zones : E_1, E_2, E_3 et E_4.

1.2. On se place à la pression $P_i = 1{,}0bar$ et dans l'état CO_2 gazeux. Quelle est la plage de température correspondant à ces contraintes ?

1.3. Le dioxyde de carbone est pris initialement dans les conditions suivantes : $P_i = 1,0bar$ et $T_i = -73°C$.

1.3.1. Dans quel état se trouve le dioxyde de carbone ? Décrire les phénomènes observés lors d'un refroidissement à pression fixée, amenant le CO_2 à la température finale $T_f = 150K$.

1.3.2. Tracer la courbe d'analyse thermique, graphe représentant la température de CO_2 en fonctions du temps, lors de ce refroidissement à pression constante.

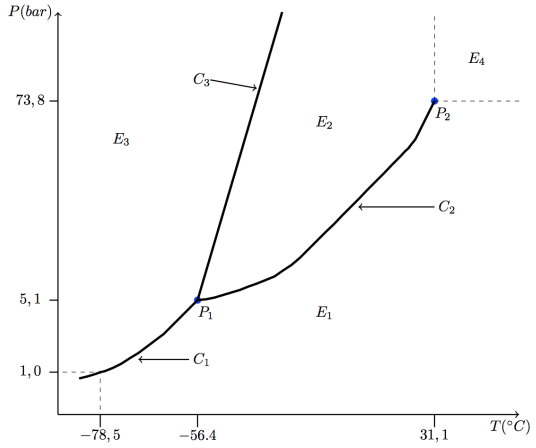


Figure 2 : Diagramme d'état du CO_2

2. Le CO_2, gaz réel

On considère une mole de dioxyde de carbone gazeux de volume molaire V_m sous la pression P et à la température T et obéissant à l'équation de Van Der Waals :

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)\left(V_m - b\right) = RT$$

où a, b sont des constantes et $R = 8,31J.mol^{-1}.K^{-1}$ est la constante des gaz parfaits.

2.1. Écrire l'équation d'état d'un gaz de Van Der Waals pour n moles du gaz.

2.2. Rappeler deux hypothèses, une microscopique et une macroscopique, du modèle de gaz parfait.

2.3. Dans le cas où $a = 0$, comparer le comportement d'un gaz de Van Der Waals à celui d'un gaz parfait. Quel sens physique donner à b ?

2.4. Dans le cas où $b = 0$, comparer le comportement d'un gaz de Van Der Waals à celui d'un gaz parfait. Interpréter ce comportement en introduisant une interaction entre les particules, et en s'intéressant au choc entre une particule et une paroi.

2.5. Préciser les unités de a et b. Quelle différence y a t-il entre a et b d'une part et R de l'autre ?

2.6. Le dioxyde de carbone gazeux est caractérisé par la fonction entropie $S_m(U,V)$ pour une mole de gaz :

$$S_m(U,V) = S_{0m} + C_{vm}\ln\left(\frac{U_m + \frac{a}{V_m}}{U_{0m} + \frac{a}{V_{0m}}}\right) + R\ln\left(\frac{V_m - b}{V_{0m} - b}\right)$$

S_{0m}, U_{0m} et V_{0m} sont respectivement les valeurs de l'entropie, de l'énergie interne et du volume de cette mole de gaz dans un état de référence arbitraire donné.

Donnée : la capacité calorifique molaire à volume constant du dioxyde de carbone $C_{Vm} = 28{,}50 J.mol^{-1}.K^{-1}$ et la constante $a = 0{,}366 S.I.$.

2.6.1. Exprimer l'entropie $S(U,V)$ pour n mole.

2.6.2. Exprimer la différentielle, $dS(U,V)$, de l'entropie de n mole de gaz.

2.6.3. Donner une deuxième expression de la différentielle, $dS(U,V)$, de l'entropie de gaz.

2.6.4. En identifiant les deux expression de $dS(U,V)$, montrer que l'expression de l'énergie interne, $U(T,V)$, de n mole de gaz est donnée par $U = U_0 + nC_{Vm}T - \dfrac{n^2 a}{V}$.

2.6.5. Interpréter l'existence et la forme du terme ajouté dans cette équation.

2.6.6. Deux moles de ce gaz subissent une détente de Joule – Gay-Lussac d'un volume initial $V_1 = 5{,}00 dm^3$ et d'une température initiale $T = 293{,}0 K$ à un volume final $V_2 = 2V_1$.

2.6.6.1. Calculer les variations de température et d'entropie correspondantes.

2.6.6.2. Comparer les résultats obtenus à ceux de la détente de deux moles de gaz parfait de même capacité calorifique molaire à volume constant dans les mêmes conditions initiales.

3. Mesure de la capacité thermique massique de CO_2 gazeux

3.1. Exprimer la chaleur Q_P reçue par un système à l'aide de la variation de l'enthalpie ΔH de ce système lorsqu'il subit une transformation à pression constante égale à la pression extérieure.

3.2. Exprimer la capacité thermique massique à pression constante c_P d'un système à l'aide de son enthalpie massique h.

Dans un calorimètre rempli d'eau, plonge un serpentin métallique parcouru par un courant gazeux de CO_2 de débit massique constant d_m. Le gaz, arrive dans le calorimètre à une température $T_1 = 373K$. On désigne par C (supposée constante) la capacité thermique totale incluant le calorimètre, ses accessoires et l'eau. On note T la température du calorimètre et de l'eau qu'il contient. En régime permanent, le calorimètre, l'eau qu'il contient et le gaz sortant sont à la même température $T_2 = 310K$.

3.3. On suppose que le régime permanent est établi et que la capacité thermique massique c_P du CO_2 est constante entre T_1 et T_2.

3.3.1. Exprimer la chaleur δQ reçue par le dioxyde de carbone de la part du calorimètre pendant la durée dt en fonction de la variation de l'enthalpie massique $\Delta h = h_2 - h_1$ du CO_2 entre l'entrée et la sortie du calorimètre.

3.3.2. Exprimer $\frac{\delta Q}{dt}$ en fonction de c_P, d_m, T_1 et T_2. Quel est le signe de $\frac{\delta Q}{dt}$?

3.4. Le calorimètre n'est pas parfaitement calorifugé. On tient compte des pertes thermiques que l'on modélise par unité de temps comme étant proportionnelles à l'écart entre la température T et celle $T_0 = 293K$ du milieu extérieur, supposée constante. La chaleur δQ_{perte} cédée par le calorimètre à l'extérieur pendant le temps dt est donnée par :

$$\frac{\delta Q_{perte}}{dt} = k\left(T - T_0\right)$$

où k est une constante positive.

3.4.1. On se place en régime permanent ($T = T_2$). Faire le bilan thermique au niveau du calorimètre et en déduire l'expression de c_P en fonction de k, d_m, T_0, T_1 et T_2.

3.4.2. On souhaite déterminer la valeur de la constante k. On utilise alors le procédé suivant : une fois le régime permanent atteint, on coupe le courant gazeux. La température T du calorimètre, initialement égale à T_2, varie. Établir la loi de variation de $T(t)$ en fonction du temps t.

3.4.3. Après une durée $\Delta t = 6\,\text{min}$, on coupe le courant gazeux, la température T du calorimètre baisse de $\Delta T = 2K$. En déduire l'expression de k puis celle de c_P. Calculer numériquement k et c_P.

On donne $C = 4kJ.K^{-1}$ et $d_m = 0,47g.s^{-1}$.

3.5. On considère un système constitué de molécules de dioxyde de carbone à température et pression ambiantes. On s'intéresse aux différents degrés de liberté qui contribuent à la capacité calorifique de ce gaz. Parmi les excitations associées aux mouvements ci-dessous, quelles sont celles qui sont susceptibles de contribuer à la chaleur spécifique du CO_2 à température et pression ambiantes : translation du centre de masse des molécules, vibrations des molécules, rotations des molécules, mouvements des noyaux, mouvements des électrons ?

3.6. Par continuité avec le modèle du gaz parfait, quelle doit être la valeur de c_P ? Commenter. On donne la masse molaire $M(CO_2) = 44g.mol^{-1}$.

4. Utilisation du CO_2 comme fluide frigorigène

Du fait des contraintes environnementales, de plus en plus lourdes, les frigoristes ont suscité de nombreuses études récentes sur le CO_2 qu'ils souhaitent voir réemployer. En effet, le CO_2 (R744) est un fluide frigorigène dont les caractéristiques thermodynamiques sont excellentes et permettent d'envisager un bel avenir pour ce fluide, malgré les pressions de service beaucoup plus élevées que celles des HFC qui peuvent poser des problèmes de sécurité.

On s'intéresse à un cycle réfrigérant décrit par une masse $m = 1kg$ de CO_2 dans une machine thermique ditherme. Les différentes étapes du cycle, supposé réversible, sont données dans le désordre :

- A : Le fluide est mis en contact thermique isobare avec la source chaude de température T_C. Le transfert thermique massique associé à ce contact est q_C. À l'issue de ce contact thermique, le fluide est à la température T_C.
- B : Le fluide est mis en contact thermique isobare avec la source froide de température T_F. Le transfert thermique massique associé à ce contact est q_F. À l'issue de ce contact thermique, le fluide est à la température T_F.
- C : Le fluide passe dans le compresseur adiabatique qui lui fournit un travail massique w_{comp}.
- D : Le fluide traverse un détendeur adiabatique à parois rigides.

Le diagramme (P,h) des frigoristes du CO_2 représenté figure 3 donne la pression P en fonction de l'enthalpie massique h. Il correspond au dioxyde de carbone pouvant être liquide, gazeux ou à l'équilibre entre les deux phases. Il comporte les isothermes (température allant de -50 à $170°C$), les courbes isentropiques (entropie massique s allant de 1300 à $2600 J.kg^{-1}.K^{-1}$), les courbes isotitres dans la zone diphasée (valeurs de $0,1$ en $0,1$) et les courbes d'égal volume massique (allant de $1,5$ à $100 dm^3.kg^{-1}$).

Le cycle décrit ci-dessus est représenté sur le digramme de la figure 3. Il est décrit dans l'ordre $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$.

On rappelle l'expression du premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire : $\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q_{th}$, où h est l'enthalpie massique, e_c l'énergie cinétique massique et e_p l'énergie potentielle massique du fluide, w_u le travail mécanique utile qu'il reçoit et q_{th} l'énergie thermique reçue.

On néglige au cours des différentes étapes les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle macroscopiques.

4.1. À l'aide d'un schéma, expliquer le fonctionnement d'une machine frigorifique. Définir l'efficacité e de cette machine.

4.2. Justifier que l'étape D correspondant à la traversée du détendeur est une détente isenthalpique du fluide (détente de Joule – Kelvin).

4.3. Reprendre le diagramme de la figure 4 et compléter le en indiquant par les lettres A, B, C et D les parties du cycle associées à ces étapes et en plaçant les points correspondants aux états 1, 2, 3 et 4.

4.4. Dans un tableau, indiquer, lorsque c'est possible, les valeurs de P, T, h et s pour les points 1, 2, 3 et 4.

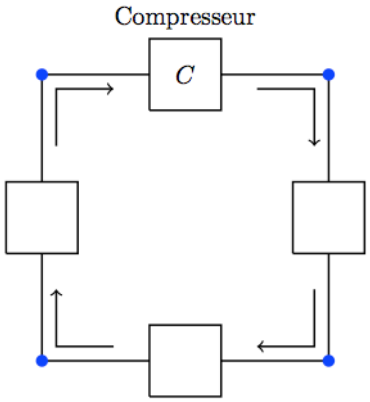


Figure 4 :

4.5. Identifier au cours de quelles transformations se font les échanges thermiques avec la source chaude et la source froide.

4.6. Que valent la température T_C de la source chaude, la température T_F de la source froide et la température T_A à l'état de départ A ?

4.7. Donner l'allure du cycle sur un diagramme (p,V) faisant apparaître la courbe de saturation de CO_2. Préciser le sens dans lequel le cycle est parcouru. Justifier l'allure des courbes isothermes en utilisant les cas limites.

4.8. Calculer les chaleurs q_F et q_C échangées respectivement avec la source froide et la source chaude.

4.9. Calculer le travail w_{comp} reçu par le fluide frigorifique.

4.10. Dire, en justifiant, si la machine décrite fonctionne en moteur ou en pompe à chaleur.

4.11. Calculer l'efficacité e du cycle et la comparer avec celle (e_C) du cycle de Carnot. Expliquer comment améliorer e.

4.12. Expliquer comment on peut, sur le diagramme de la figure 3, évaluer l'efficacité du cycle (indiquer le principe sans chercher à effectuer de calcul).

4.13. Calculer la valeur de l'entropie $s_{créée}$ créée par unité de masse parcourant le cycle.

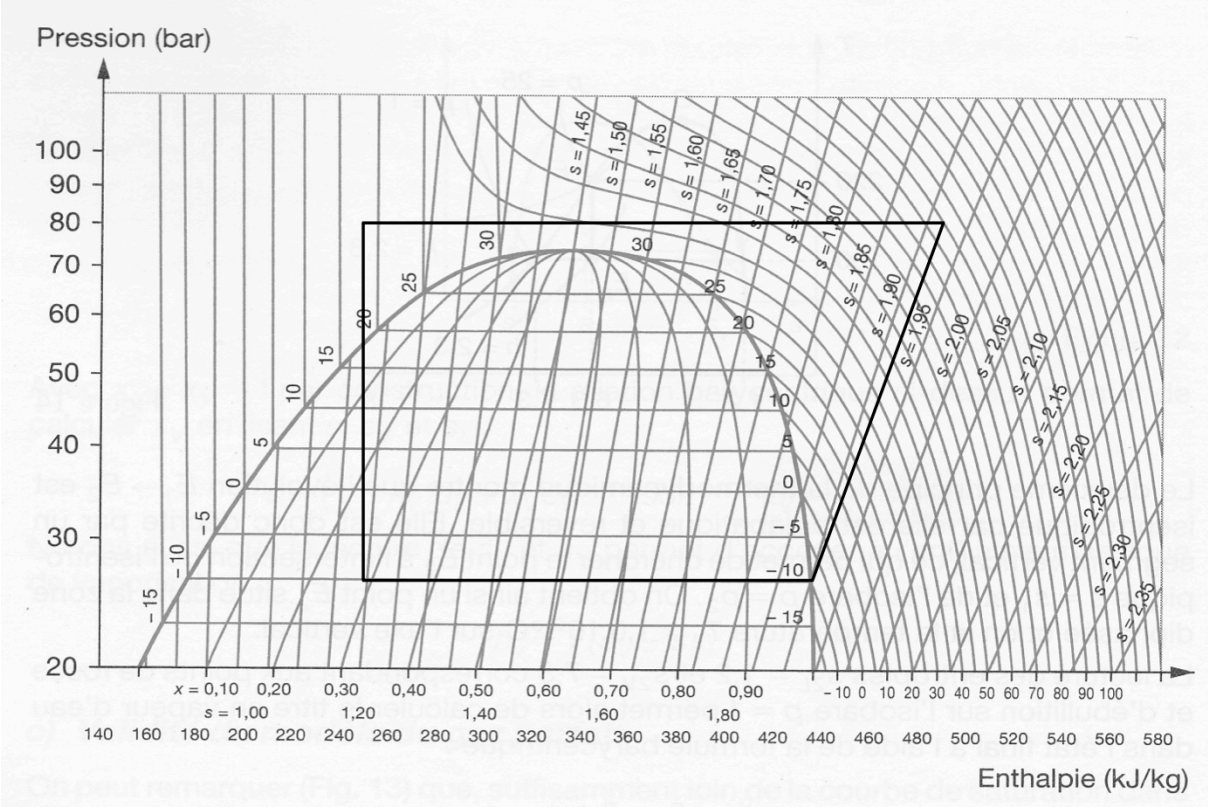


Figure 3 : Diagramme (P,h) des frigoristes du CO_2

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp