Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2024, filière MP

Physique II

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : particule chargée dans un champ électrique
- Partie 2 : modèles de conduction électrique
- Partie 3 : semi-conducteur intrinsèque
- Partie 4 : structure de bandes d'énergie

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/mp/2024/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

L'épreuve est composée de quatre parties largement indépendantes. Chaque partie contient des informations qui peuvent vous aider dans les parties suivantes, une lecture attentive est alors recommandée.

Il est **fortement recommandé de commencer par la première partie**. Cette partie est notée sur **4 points** et le reste de l'épreuve sur **16 points**.

Quelques aspects de la physique des semi-conducteurs

Les semi-conducteurs sont des matériaux importants dans l'électronique moderne. Leur conductivité électrique se situe entre celle des conducteurs et celle des isolants. À l'état pur, les atomes des cristaux semi-conducteurs partagent des électrons pour former des liaisons covalentes. Ces matériaux ne conduisent pas l'électricité à basse température. À température ambiante, certaines liaisons sont rompues et les électrons sont excités dans la bande de conduction. Le matériau devient alors légèrement conducteur.

La conductivité des semi-conducteurs peut être modifiée grâce à un processus spécifique appelé dopage. Cette propriété fait que les semi-conducteurs jouent un rôle central dans de nombreuses applications. Le silicium est le matériau semi-conducteur le plus utilisé.

Données numériques :
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} C$;
- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31} kg$;
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23} J.K^{-1}$.

Partie 1
Action d'un champ électrique sur une particule chargée
(Barème : 4/20)

On considère une particule assimilée à un point matériel M de masse m et de charge q soumise à un champ électrique constant $\overrightarrow{E} = E\,\overrightarrow{u}_x$. La particule se déplace à la vitesse $\overrightarrow{v}$ par rapport au référentiel de laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen. Nous supposons que, en plus de l'action du champ électrique, la particule est soumise à une force de frottement visqueux : $\overrightarrow{f} = -\dfrac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$, avec τ une constante positive homogène à un temps. On néglige l'action de la pesanteur sur la particule.

1.1. Ecrire la deuxième loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique) dans le référentiel $\mathcal{R}$ pour la particule M.

1.2. Résoudre l'équation différentielle vérifiée par $\overrightarrow{v}$ sachant $\overrightarrow{v}(t=0) = \overrightarrow{0}$. Montrer que le mouvement de la particule est suivant l'axe Ox et qu'une vitesse limite (régime stationnaire) $\overrightarrow{v}_{lim}$ peut être atteinte :

$$\overrightarrow{v}_{lim} = \frac{q\tau}{m}\overrightarrow{E} \tag{1}$$

Quelle est la constante de temps d'établissement de cette vitesse limite ?

1.3. Tracer l'allure de la courbe représentative de la vitesse en fonction du temps $v(t)$.

1.4. Déterminer les expressions de P_E et P_f, les puissances respectives de la force électrique et de la force de frottement, en régime stationnaire en fonction de q, m, E et τ. Conclure.

Partie 2
Modèles de conduction électrique dans un matériau

On considère un conducteur électrique métallique modélisé par un gaz d'électrons libres de charge $-e$ et de masse m. Ces électrons responsables de la conduction électrique, qui sont au nombre de N par unité de volume, se déplacent librement dans un cristal d'ions supposés fixes dans le référentiel de laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen. Les électrons libres subissent des collisions (chocs) de manière aléatoire. L'action de la pesanteur sur ces électrons sera négligée.

2.1. Modèle macroscopique de la conduction électrique dans un conducteur

Dans le modèle macroscopique de conduction électrique connu sous le nom de « modèle de Drude », nous supposerons que :

- En présence d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$ appliqué, l'électron de conduction est animé de la vitesse moyenne $\overrightarrow{v}$; cette vitesse est appelée vitesse d'ensemble ou vitesse de *dérive* des électrons libres à travers le cristal ;
- Les chocs amortissent l'établissement du mouvement d'ensemble des électrons. L'effet des chocs est analogue à celui d'une force de frottement de type visqueux égale à $-\frac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$ agissant sur chaque électron libre ; τ est une constante homogène à un temps.

On se place en régime stationnaire, la vitesse d'un électron est donnée par la relation (1) établie dans la première partie : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_{lim}$.

2.1.1. Donner la signification physique de la vitesse d'ensemble (ou de dérive) des électrons libres à travers le cristal métallique.

2.1.2. Définir le vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$ qui apparait en régime stationnaire au sein du conducteur, en fonction de $\overrightarrow{v}$, N et e.

2.1.3. Ecrire la loi d'Ohm locale dans le conducteur en reliant la densité de courant et le champ électrique. En déduire que la conductivité σ du matériau conducteur s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m} \tag{2}$$

2.2. Approche microscopique de la conduction électrique

Le modèle microscopique de la conduction électrique stipule que :
- Les électrons libres responsables de la conduction électrique, dits « électrons de conduction », subissent des chocs de manière aléatoire ;
- Un électron libre possède, juste après un choc ($t = 0$), une vitesse $\overrightarrow{u}_0$ d'orientation et de norme aléatoires. Les chocs sont dus aux rencontres avec des électrons, des ions du réseau cristallin ou avec des atomes d'impuretés ;
- La durée moyenne entre deux chocs consécutifs est notée $\langle t \rangle = \tau$.

En absence de champ électrique, le mouvement des électrons libres du conducteur est totalement aléatoire dans le référentiel $\mathcal{R}$. Sous l'action d'un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E}$, il se produit mouvement d'ensemble, appelé dérive, à l'origine du courant électrique.

2.2.1. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un électron libre entre deux chocs successifs (chocs 1 et 2) dans le référentiel $\mathcal{R}$. On notera $\overrightarrow{u}$ la vitesse de l'électron.

En déduire l'expression de $\overrightarrow{u}(t)$ en supposant que la date $t = 0$ correspond à la sortie de l'électron du choc précédent (choc 1).

2.2.2. Evaluer la valeur moyenne $\langle \overrightarrow{u}_0 \rangle$ juste après un choc. Montrer que la vitesse moyenne entre deux chocs consécutifs $\overrightarrow{v} = \langle \overrightarrow{u} \rangle$, peut s'écrire sous la forme $\overrightarrow{v} = \mu \overrightarrow{E}$. La grandeur μ est appelée mobilité de l'électron. Préciser l'unité de μ et montrer qu'elle s'exprime sous la forme :

$$\mu = -\frac{e\tau}{m}$$

2.2.3. Exprimer le vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$ apparaissant en régime stationnaire au sein du conducteur, en fonction de $\overrightarrow{E}$, N, e, τ et m. Montrer qu'on retrouve la même expression de la conductivité σ que la relation (2).

2.3. La vitesse de dérive de la section 2.1. est une valeur moyenne calculée à un instant sur l'ensemble des électrons. Par contre, la vitesse moyenne de la section 2.2. est calculée sur la durée entre deux chocs pour un seul électron. Selon une hypothèse connue, ces deux vitesses sont égales. Comment appelle-t-on cette hypothèse ?

2.4. Calculer τ sachant que dans un métal, la conductivité est de l'ordre de $10^7\, S.m^{-1}$ et que le nombre d'électrons par unité de volume est de l'ordre de $N = 10^{22}\, cm^{-3}$. Commenter.

Partie 3
Propriétés électriques d'un semi-conducteur intrinsèque

Un semi-conducteur intrinsèque est un cristal parfait sans défauts d'empilement ni impuretés. C'est un isolant à température nulle. A une température T, l'agitation thermique rompt quelques liaisons covalentes. Un électron, de charge $-e$, faisant généralement partie d'une liaison covalente, est délogé et devient libre, laissant une liaison covalente incomplète, appelée *trou*. On considère le trou comme une particule de charge $+e$ et de masse m égale à celle de

l'électron. Les trous et les électrons sont des porteurs de charges et contribuent à la conduction électrique.

On note n la concentration en électrons et p la concentration en trous. La neutralité électrique du matériau impose que les trous et les électrons sont en nombres identiques, c'est-à-dire $n = p = n_i$ où n_i est appelée concentration intrinsèque.

Pour le silicium pur à $T = 300\,K$, $n = p = 1,5 \times 10^{16} m^{-3}$. Ce nombre est très faible si on le compare au nombre d'atomes par unité de volume : $n_{Si} = 5 \times 10^{28} m^{-3}$.

3.1. Semi-conducteur intrinsèque

Sous l'action d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$, les électrons et les trous d'un semi-conducteur se mettent en mouvement. On suppose que le modèle de conduction de la partie précédente est aussi valable pour le semi-conducteur et que la courant électrique est la somme des contributions des électrons et des trous dans la conduction.

La vitesse d'ensemble d'un type de porteurs est liée au champ électrique par la relation $\overrightarrow{v}_j = \mu_j \overrightarrow{E}$ où μ_j est la mobilité du porteur. L'indice « j » fait référence à un type de porteur particulier (électron ou trou).

On notera μ_n et μ_p les mobilités respectives des électrons libres et des trous. A $T = 300\,K$, les mobilités des porteurs de charges dans le silicium intrinsèque sont :
$\mu_n = -1500 \times 10^{-4}\,SI$ et $\mu_p = 600 \times 10^{-4}\,SI$.

3.1.1. On associe au mouvement d'ensemble de charges le vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{j}$. Donner l'expression de $\overrightarrow{j}$ en fonction de n, p, e, $\overrightarrow{v}_n$ et $\overrightarrow{v}_p$, puis en fonction de n, p, e, μ_n, μ_p et $\overrightarrow{E}$.

3.1.2. Montrer que la conductivité électrique σ du semi-conducteur pur s'écrit :

$$\sigma = e\,(p\,\mu_p - n\,\mu_n) \tag{3}$$

3.1.3. Calculer la valeur numérique de σ pour le silicium à $T = 300\,K$. Comparer cette valeur à celle du cuivre qui est de l'ordre de $10^7\,S.m^{-1}$.

3.2. Variation de la conductivité électrique du silicium avec la température

La variation de la densité n_i des porteurs de charges dans le silicium intrinsèque avec la température est donnée sur la figure 1. Cette figure donne n_i (en cm^{-3}) sur l'axe des ordonnées, gradué en échelle logarithmique, en fonction de l'inverse de la température (mesurée en K). Le graphe est tracé pour des températures situées entre $250\,K$ et $2000\,K$.

3.2.1. Montrer à l'aide de la représentation graphique de la figure 1, que la densité des porteurs de charges intrinsèques suit une loi dite de Boltzmann, c'est-à-dire que

$$n_i = n_0 \exp\left(-\frac{E_s}{k_B T}\right)$$

k_B représente la constante de Boltzmann. Déterminer les valeurs numériques de n_0 et de E_s. Donner la valeur de E_s en électron-volt.

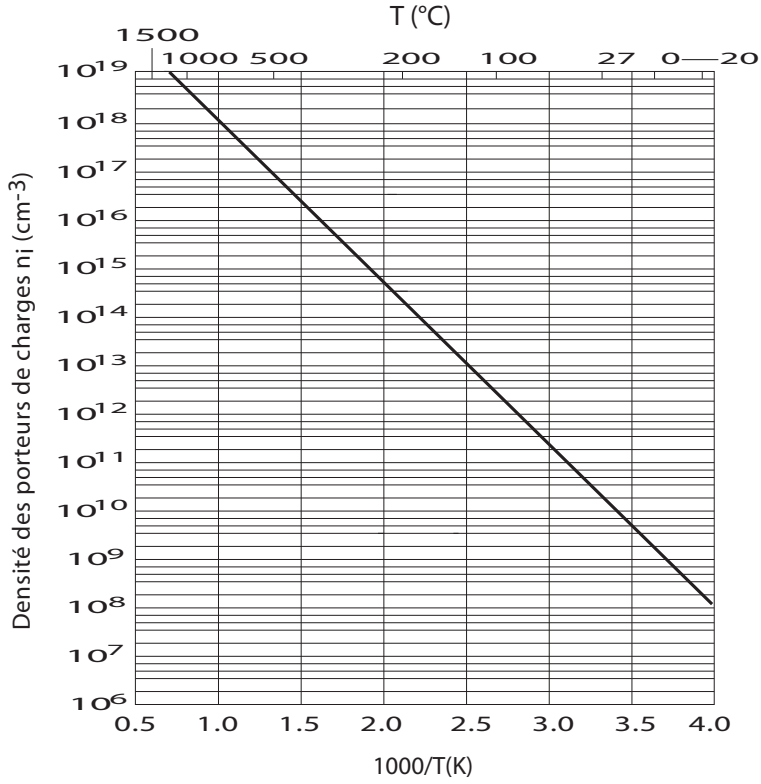


FIGURE 1 – Effet de la température sur la densité des porteurs de charges dans le silicium.

3.2.2. On néglige l'effet de la température sur la mobilité des porteurs de charges. En utilisant la relation établie dans la question 3.1.2., déterminer la valeur numérique de la conductivité du silicium intrinsèque à la température $300\,K$. Commenter.

Partie 4
Structure de bandes d'énergie

Dans les matériaux semi-conducteurs, l'énergie d'un électron peut être dans une bande de basse énergie, appelée bande de valence ou dans une bande d'énergie supérieure appelée bande de conduction. Ces deux bandes sont séparées par un intervalle d'énergie appelé bande interdite dont la largeur est E_{gap} appelée *"gap"* du matériau. Pour passer de la bande de valence à la bande de conduction, un électron doit absorber une énergie au moins égale à E_{gap}.

Pour mettre en évidence la structure de bandes d'énergie, nous examinons le comportement d'un électron de masse m, en tant que particule quantique, dans un solide cristallin périodique. Le potentiel attractif au voisinage de chaque ion constitue un puits de potentiel. Ces puits sont séparés par des barrières de potentiel.

Pour simplifier, nous considérons le modèle de réseau unidimensionnel dans lequel l'électron est soumis au potentiel rectangulaire périodique de période a, dont le profil est donné par la figure 2 et défini par :

$$\begin{cases} V(x) = 0, & \text{pour } 0 < x < a - b\,; \\ V(x) = V_0, & \text{pour } a - b < x < a. \end{cases}$$

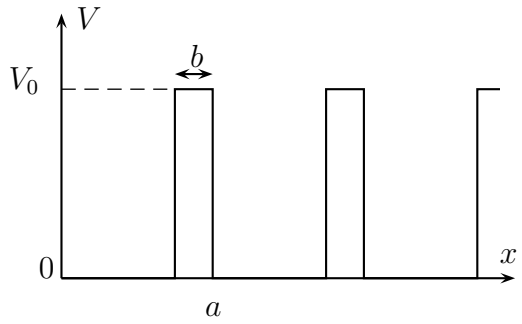


FIGURE 2 – Potentiel périodique unidimensionnel.

En utilisant la périodicité du réseau, nous examinerons les états propres d'énergie, qui sont des solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger.

4.1. Etude sur une période

On rappelle que les états propres stationnaires $\phi(x)$, d'énergie propre E, sont solutions de l'équation de Shrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x) \tag{4}$$

$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$, où h désigne la constante de Planck. On cherche les états stationnaires d'énergie E telle que : $0 < E < V_0$.

4.1.1. Déterminer la solution de l'équation (4) dans la zone $0 < x < a - b$. On notera A et B les constantes d'intégrations et on posera $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$.

4.1.2. Déterminer, de même, la solution de l'équation (4) dans la zone $a - b < x < a$. On notera C et D les constantes d'intégrations et on posera $q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$.

4.1.3. Ecrire les deux conditions de continuité que doit satisfaire la fonction d'onde $\phi(x)$ et sa dérivée au point $x = a - b$.

4.2. Etude sur le réseau périodique

On admet que la solution générale $\phi(x)$ en tout point du réseau peut s'écrire

$$\phi(x) = \exp(iKx)u(x)$$

avec i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$, $u(x)$ une fonction périodique de période a et $K \in]-\pi/a, \pi/a[$.

4.2.1. Calculer $|\phi(x+p\,a)|^2$ avec p entier. Interpréter.

4.2.2. Calculer $\phi(x+a)$ en fonction de $\phi(x)$, avec $\phi(x)$ la solution de l'équation (4) déterminée dans la section 4.1.

4.2.3. En déduire $\phi(a)$ et $\dfrac{d\phi}{dx}(x=a)$, et écrire les deux conditions de continuité en $x=a$.

4.3. Bandes d'énergie

Une fonction d'onde solution de (4) doit satisfaire les conditions de continuité en $x=p\,a-b$ et en $x=p\,a$. Cette solution n'existe que si l'équation ci-dessous est vérifiée (on ne demande pas d'établir cette équation) :

$$\cos Ka = \cosh(qb)\,\cos(k(a-b)) \,+\, \frac{1}{2}\left(\frac{q}{k}-\frac{k}{q}\right)\,\sinh(qb)\,\sin(k(a-b))$$

4.3.1. Dans la limite où $b\to 0$ et $V_0\to\infty$ avec $bV_0=\gamma$ fixé, montrer que l'équation précédente devient :

$$\cos Ka = \cos(ka) + Q\frac{\sin(ka)}{ka} \tag{5}$$

avec $Q=m\gamma a/\hbar^2$. La figure 3 donne les variations de la fonction $F(ka)=\cos(ka)+Q\dfrac{\sin(ka)}{ka}$ pour $Q=10$ (par exemple).

4.3.2. Montrer qu'il existe des valeurs de l'énergie pour lesquelles l'équation (5) ne peut être satisfaite. Ces valeurs d'énergie appartiennent à des intervalles appelés *"bandes interdites"*. Interpréter le cas $Q=0$.

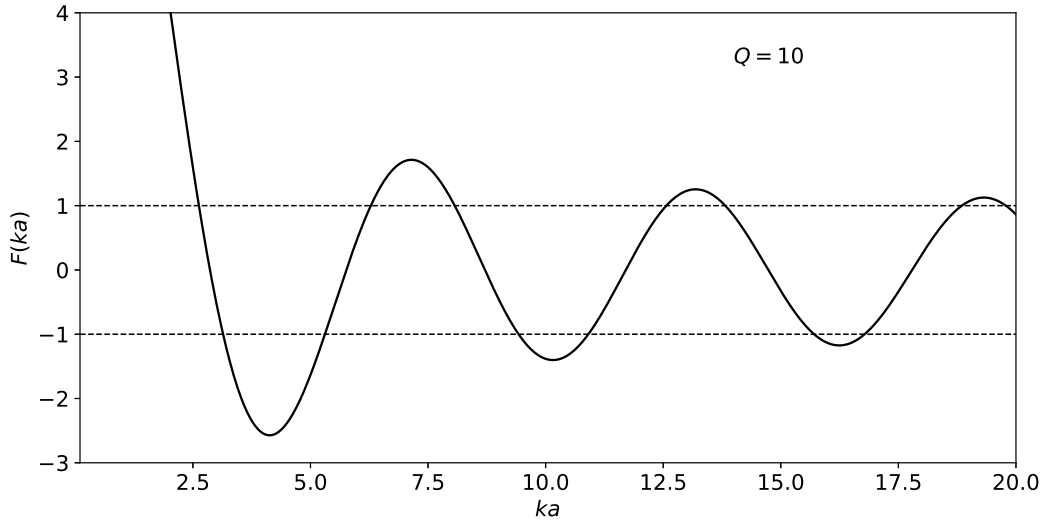


FIGURE 3 – Représentation graphique de $F(ka)$, avec $Q=10$.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/mp