Concours National Commun (CNC), Maroc

# Session 2005, filière PSI

## Physique II

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie 1 : étude du résonateur
- Partie 2 : étude de l'oscillateur
- Partie 3 : élaboration de la grandeur d'erreur
- Partie 4 : étude de la régulation

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2005/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Hassania des Travaux Publics
EHTP

# Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées
# Session 2005

## ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

## Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 7 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.**
**L'usage de la calculatrice est autorisé.**

*On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les* références *des questions abordées.*

# Régulation en fréquence d'un émetteur

On se propose de concevoir le dispositif de régulation de la fréquence d'un émetteur d'ondes électromagnétiques dans le domaine des hyperfréquences. La référence utilisée est la fréquence $f_0$ d'un résonateur de grand facteur de qualité. La schéma synoptique du dispositif est présenté figure 1 ci-dessous.

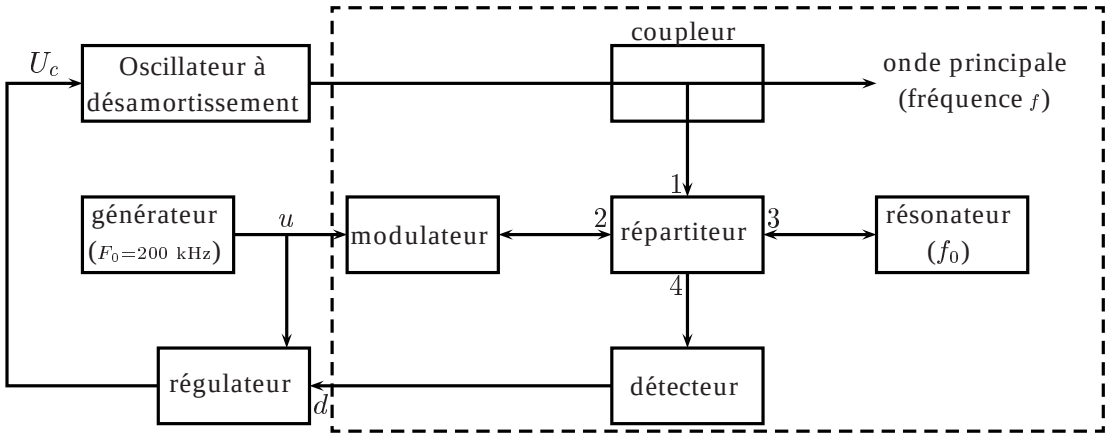



Figure 1: Schéma synoptique de la structure du dispositif.

Comme dans tout problème visant à l'étude d'une régulation, il convient de procéder à l'*identification* des divers éléments de la chaîne avant de procéder à la détermination des performances de la boucle fermée. Aussi le problème est-il découpé de la façon suivante :

– la modélisation et l'étude expérimentale du résonateur font l'objet de la première partie ;

– l'oscillateur à désamortissement, étudié dans la seconde partie, délivre une onde électromagnétique de fréquence $f$ dont une fraction est prélevée à l'aide d'un coupleur et permet l'élaboration d'un signal proportionnel à la différence de fréquence $f - f_0$ (troisième partie) ;

– enfin, la régulation et l'influence des perturbations sur le comportement de l'ensemble du système font l'objet de la quatrième partie du problème.

**N.B.** : Du fait de la valeur élevée des fréquences mises en jeu, l'approximation des régimes quasi-stationnaires ne pourra pas être utilisée, sauf indication contraire de l'énoncé, dans toute la zone délimitée par des pointillés sur la figure 1. En revanche, on appliquera les lois de l'électrocinétique aux autres éléments du système.

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres

significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI). On notera j le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$.

## 1ère partie

## Étude du résonateur

On se propose d'effectuer une modélisation de la cavité résonnante ou résonateur (section 1.1.) et d'étudier la réflexion d'une onde sur le plan (PQ) de couplage avec la ligne (section 1.2.). Pour ce faire, on utilise le modèle de la figure 2.

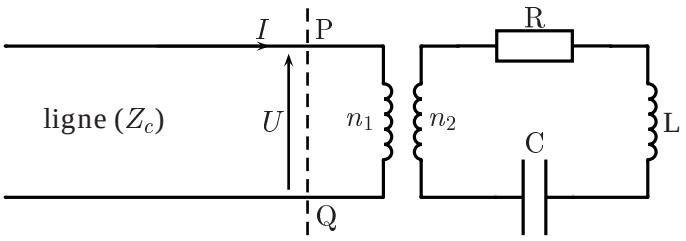



Figure 2: Modèle pour le résonateur.

Dans toute cette partie, on ne considère que des régimes établis sinusoïdaux de pulsation $\omega$.

### 1.1. Impédance du résonateur

L'utilisation du modèle à constantes localisées est effectuée dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires. Le résonateur est représenté par un circuit $R$, $L$, $C$, le couplage étant modélisé par un transformateur *idéal* de rapport de transformation $m = n_2/n_1$.

**1.1.1.** Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}_{\mathrm{PQ}}$ en fonction de $R$, $L$, $C$, $\omega$, et $m$. Définir la pulsation de résonance en courant que l'on notera $\omega_0$ ainsi que le facteur de qualité $Q_0$.

Par la suite on notera $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\,\pi}$ et on prendra $f_0 = 10^{10}$ Hz $= 10$ GHz.

**1.1.2.** Préciser les expressions $\Delta\omega'$ et $\Delta\omega''$ de $\delta\omega = \omega - \omega_0$ pour lesquelles l'argument de $\underline{Z}_{\mathrm{PQ}}$ vaut $\pm\pi/4$. Que peut-on dire alors du module de l'impédance ?

**1.1.3.** Montrer que pour une pulsation $\omega$ voisine de $\omega_0$, $\underline{Z}_{\mathrm{PQ}}$ peut s'écrire :

$$\underline{Z}_{\mathrm{PQ}} \approx \frac{R}{m^2}\left(1 + 2\,\mathrm{j}\,Q_0\,\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)$$

Dans toute la suite, on utilisera cette expression approchée.

**1.1.4.** Mettre alors l'expression de la puissance moyenne absorbée par le dipôle PQ, lorsqu'il est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $U$, sous la forme :

$$P = \frac{P_A}{1 + 4\,Q_0^2\left(\dfrac{\delta\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

et donner l'expression de $P_A$.

## 1.2. Influence du couplage

Sur la ligne en amont du résonateur se propagent des ondes incidente (indice $+$) et réfléchie (indice $-$), dont les amplitudes complexes peuvent s'écrire, dans le plan de couplage PQ :

$$\begin{cases} \underline{U} = \underline{U}_+ + \underline{U}_- \\ \underline{I} = \underline{I}_+ - \underline{I}_- \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{U}_+ = Z_c\,\underline{I}_+ \\ \underline{U}_- = Z_c\,\underline{I}_- \end{cases}$$

où $Z_c$ est l'impédance caractéristique (réelle) de la ligne.

**1.2.1.** On définit le coefficient de réflexion $\underline{\rho} = \underline{U}_-/\underline{U}_+$. Exprimer $\underline{\rho}$ en fonction de $\underline{Z}_{\mathrm{PQ}}$ et $Z_c$.

**1.2.2.** On pose $r_0 = \dfrac{R}{m^2\,Z_c}$ et $\Delta = 2\,Q_0\,\dfrac{\delta\omega}{\omega_0}$. Exprimer $\underline{\rho}$ en fonction de $r_0$ et $\Delta$.

### 1.2.3. Étude de la puissance absorbée par la cavité

En vue de la détermination des caractéristiques de la cavité, on procède à la mesure de la puissance $P$ qu'elle absorbe lorsqu'une onde incidente de puissance connue $P_0$ est envoyée sur la ligne.

**1.2.3.1.** Justifier que la puissance absorbée par la cavité s'écrit :

$$P = P_0\,\left(1 - |\underline{\rho}|^2\right)$$

**1.2.3.2.** Pour quelle pulsation le rapport $\dfrac{P}{P_0}$ est-il maximal ? Soit $T_A$ la valeur de $P/P_0$ correspondante.

**1.2.3.3.** Montrer que l'on peut définir un facteur positif $Q_c$, appelé coefficient de qualité en charge, tel que :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{T_A}{1 + 4\,Q_c^2\,\left(\dfrac{\delta\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Donner l'expression de $Q_c$ en fonction de $Q_0$.

### 1.2.4. Mesures

On a déterminé expérimentalement le rapport $\dfrac{P}{P_0}$ pour plusieurs valeurs de la fréquence de l'onde incidente, les résultats sont réunis dans le tableau suivant :

| $\dfrac{\delta\omega}{\omega_0}(\times 10^5)$ | $0$ | $2,24$ | $4,47$ | $6,71$ | $8,94$ | $11,2$ | $13,4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{P}{P_0}$ | $0,640$ | $0,635$ | $0,620$ | $0,597$ | $0,567$ | $0,533$ | $0,497$ |

En déduire les valeurs numériques de $r_0$ et $Q_0$ sachant qu'une étude complémentaire a pu montrer que le coefficient de réflexion $\underline{\rho}$ était réel négatif à la pulsation $\omega_0$. Commenter les résultats obtenus.

### 1.2.5. Déphasage introduit par le résonateur

Soit $\theta$ l'argument de $\underline{\rho}$.

**1.2.5.1.** Exprimer $\theta$ en fonction de $\delta\omega$ au premier ordre en $\delta\omega = \omega - \omega_0$.

**1.2.5.2.** La ligne présente une certaine longueur, justifier que le déphasage entre ondes incidente et réfléchie en amont du tronçon de ligne s'écrit $\theta = \theta_0 + k_c\,\delta f$ avec $\delta f = \delta\omega/2\pi$ et calculer numériquement $k_c$. On exprimera $k_c$ en radians par hertz puis en degré par mégahertz.

## 2ème partie

## Étude de l'oscillateur

L'oscillateur à désamortissement générant l'onde principale est constitué d'un composant non linéaire polarisé de telle sorte qu'il présente une résistance équivalente négative. Il est couplé à une cavité si bien que le schéma équivalent de l'ensemble se présente comme indiqué figure 3. On appliquera ici les lois de l'électrocinétique des régimes quasi-stationnaires

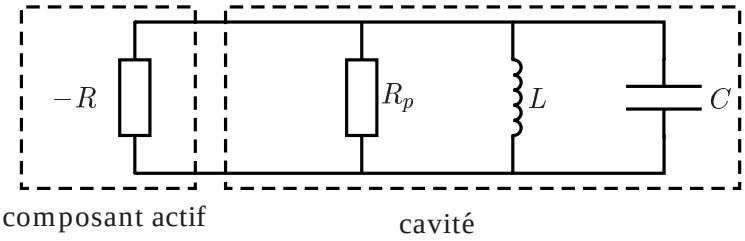



Figure 3: Schéma équivalent de l'oscillateur.

**2.1.** Justifier la nécessité de fournir de l'énergie à l'aide d'une alimentation externe pour obtenir un tel dispositif. Que traduit la résistance $R_p$ du schéma équivalent ?

**2.2.** Établir à quelles conditions une oscillation peut apparaître dans le dispositif de la figure 3. Quelle allure peut alors présenter l'évolution de la tension ?

**2.3.** Donner l'expression de la fréquence d'oscillation $f_c$ du signal.

### 2.4. Puissance émise

Pour traduire l'existence d'un régime établi, on doit prendre en compte une variation des paramètres du schéma avec la puissance émise. On a relevé la courbe de la figure 4 donnant l'évolution du rapport $\frac{R_p}{R}$ avec la puissance $P_e$ émise par la cavité.

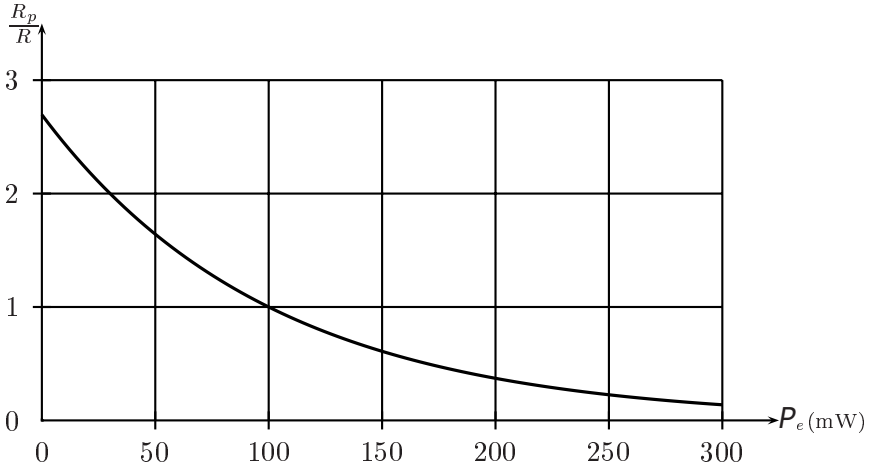



Figure 4: Évolution du rapport $\frac{R_p}{R}$ en fonction de la puissance émise.

**2.4.1**. La condition obtenue à la question 2.2. pour le démarrage des oscillations est-elle satisfaite ?

**2.4.2**. Quelle sera, en régime établi, la puissance $P_e$ émise ?

### 2.5. Fréquence d'oscillation

On souhaite pouvoir commander la fréquence de l'oscillateur par une tension $U_c$, on place alors dans la cavité un élément capacitif dont la valeur dépend de la tension $U_c$. On admettra que l'effet obtenu peut être décrit en supposant que la capacité $C$ du schéma équivalent de la figure 3 dépend de $U_c$. Soit $C_0$ la valeur de $C$ pour une tension de commande nulle et $C = C_0 + \delta C$ l'expression de $C$ pour une valeur quelconque de $U_c$ avec $\delta C \ll C_0$.

**2.5.1**. Exprimer, en régime établi, la fréquence $f$ des oscillations.

**2.5.2**. Par un développement limité au premier ordre en $\delta C$, exprimer $f$ sous la forme $f = f_c + \delta f$ où $\delta f$ est proportionnel à $\delta C$.

La loi de dépendance de $f$ avec la tension de commande $U_c$ est quasiment linéaire dans la plage de fonctionnement envisagée dans la suite et on a mesuré $f = f_c = 10$ GHz pour $U_c = 0$.

**2.5.3**. Sachant que l'application d'une tension $U_c = 5$ V correspond à une diminution relative de la capacité de $1\%$, calculer numériquement la valeur de $K_0$ telle que l'on puisse écrire :

$$f = f_c + K_0\, U_c$$

## 3ème partie
## Élaboration de la grandeur d'erreur

On s'intéresse ici à l'ensemble délimité par des pointillés sur la figure 1. On se placera dans toute cette partie dans le cadre de l'approximation scalaire des ondes électromagnétiques. C'est ainsi qu'en tout point du circuit, une de ces ondes (incidente ou réfléchie) sera représentée par une fonction scalaire du temps $a(t) = A_m \cos(\omega\, t)$ à laquelle on associe un signal complexe $\underline{a}(t) = A_m \exp(\mathrm{j}\,\omega\, t)$. La puissance moyenne véhiculée par l'onde $a(t)$ s'exprime $\frac{1}{2}\,\underline{a}\,\underline{a}^*$, où $\underline{a}^*$ est le complexe conjugué de $\underline{a}$. Enfin, tous les tronçons de ligne seront supposés sans perte.

L'onde principale $a(t)$ de fréquence $f$, émise par l'oscillateur, traverse un coupleur destiné à prélever une fraction $\beta\, a(t)$, $\beta \in \mathbb{R}$. Cette fraction prélevée est envoyée sur l'accès $n^\circ 1$ d'un *répartiteur* (figure 1). Celui-ci est un *composant linéaire* à 4 accès numérotés de 1 à 4, pour lesquels on note $a_i$ et $b_i$ respectivement les ondes incidente et réfléchie sur l'accès $i$. En régime sinusoïdal forcé, le répartiteur est caractérisé par sa matrice de répartition comme suit :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

D'autres composants sont placés sur les autres accès.

- Sur *l'accès 2* est placé un modulateur défini par son coefficient de réflexion $\dfrac{\underline{a}_2}{\underline{b}_2} = K_2 \exp(\mathrm{j}\,\theta_2)$ où $\theta_2$ est supposé indépendant de $f$ et $K_2$ est supposé constant pour l'instant (question 3.1.).
- Sur *l'accès 3* est placé le résonateur étudié en première partie et défini par son coefficient de réflexion $\dfrac{\underline{a}_3}{\underline{b}_3} = K_3 \exp \mathrm{j}\,\theta_3$ où $K_3 = 0,6$ et $\theta_3 = \theta_0 - k_c\,\delta f$ si l'on pose $\delta f = f - f_0$.

– Sur *l'accès 4* est placé un détecteur quadratique délivrant un signal $d(t)$ exprimable par $d = \dfrac{1}{2} K_4 \, \underline{b}_4 \, \underline{b}_4^*$ avec les hypothèses faites ci-dessus. En outre, le détecteur est adapté, ce qui permet d'écrire $a_4 = 0$.

**3.1.** Exprimer $d$ en fonction de $\beta$, $A_m$, $\theta_3$, $\theta_2$ et des coefficients $K_i$. Ordonner l'expression comme un polynôme en $K_2$.

**3.2.** On admet que le résultat précédent est encore utilisable lorsque $K_2$ est variable dans le temps avec une fréquence $F_0$ très faible devant $f$. On module le coefficient $K_2$ à l'aide d'un signal $u(t)$ généré à part, dont l'expression temporelle est $u(t) = U_m \cos(\Omega_0 \, t)$ avec $F_0 = \dfrac{\Omega_0}{2\,\pi} = 200$ kHz et $U_m = 0,5$ V. La loi régissant les variations de $K_2$ est :

$$K_2 = K_2^0 \, [1 + \alpha \, u(t)] \qquad \text{avec} \qquad K_2^0 = 0,4 \quad \text{et} \quad \alpha = 0,25 \text{ V}^{-1}$$

Montrer que :

$$d(t) = D_0 + D_1 \cos(\Omega_0 \, t) + D_2 \cos(2 \, \Omega_0 \, t)$$

et déterminer les expressions de $D_0$, $D_1$ et $D_2$.

**3.3.** Déterminer à quelle condition sur $\theta_0$ le terme $D_1$ est nul lorsque $\delta f = 0$. On supposera cette condition remplie dans la suite avec en outre $\sin(\theta_2 - \theta_0) < 0$.

**3.4.** Effectuer un développement limité au premier ordre en $\delta f$ conduisant à une loi $D_1 \approx k_D \, \delta f$ et déterminer numériquement $k_D$ sachant que $\beta = 0,1$ et $K_4 = 400$ mV.mW$^{-1}$. On déterminera auparavant la valeur numérique de $A_m$ à partir de la courbe représentée figure 4.

**3.5.** Montrer que le dispositif représenté figure 5, composé d'un multiplieur analogique délivrant un signal $p(t) = k \, H_0 \, u(t) \, d(t)$ et d'un filtre passe-bas du premier ordre d'amplification $T_0 = 10$ à fréquence nulle et de fréquence de coupure $F_c = \dfrac{1}{2\,\pi\,\tau}$ avec $\tau = 2 \times 10^{-3}$ s, permet de délivrer un signal $v_{\text{er}}$ proportionnel à $f_0 - f$ :

$$v_{\text{er}} = K_D \, (f_0 - f)$$

Donner l'expression de $K_D$.

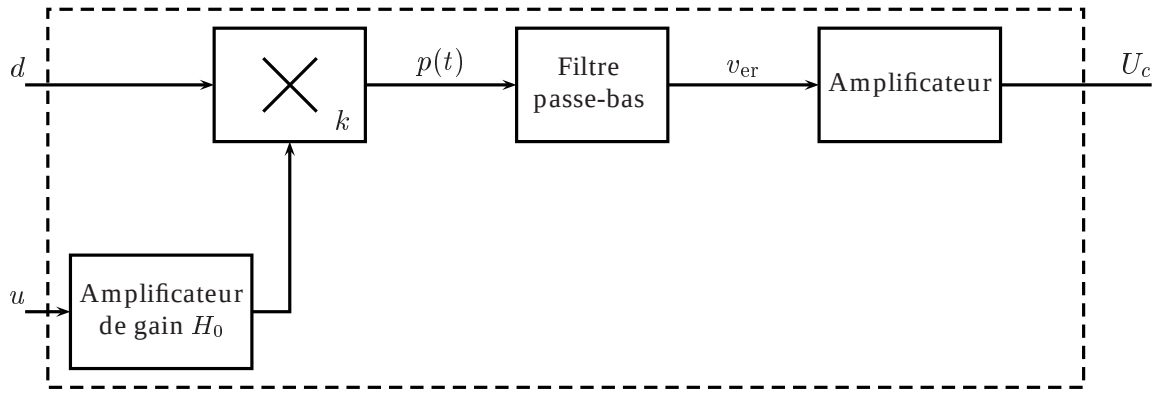



Figure 5: Détail du régulateur.

**3.6.** On donne : $k = 0,1\ \mathrm{V}^{-1}$, $H_0 = 20$. Calculer numériquement $K_D$ et $v_{\mathrm{er}}$ pour $\delta f = 100\ \mathrm{kHz}$.

## 4ème partie

## Étude de la régulation

Le régulateur indiqué figure 1 est constitué comme le montre la figure 5. Le signal $v_{\mathrm{er}}$, élaboré précédemment et amplifié par un facteur $\lambda$ réel, est le signal de commande $U_c$ de l'oscillateur de la deuxième partie.

**4.1.** Justifier, à partir des études précédentes, que le schéma fonctionnel du dispositif complet peut être mis sous la forme représentée figure 6. On rappelle que $\tau = 2 \times 10^{-3}$ s. On pose $S_0 = 1 + K_0\,\lambda\,K_D$. Calculer numériquement $\lambda$ pour avoir $S_0 = 10^3$.

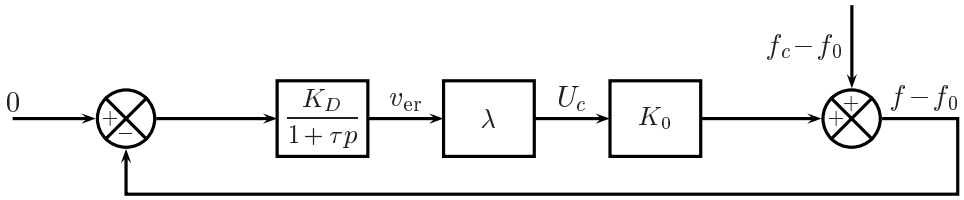



Figure 6: Schéma fonctionnel.

### 4.2. Précision de la régulation

**4.2.1.** Montrer lorsque la fréquence émise $f$ est constante, qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$f = \frac{f_c}{S_0} + \left(1 - \frac{1}{S_0}\right) f_0$$

**4.2.2.** Si la fréquence centrale de l'oscillateur étudié dans la deuxième partie est $f_c = f_0$, que vaut la fréquence émise à l'équilibre du système ?

**4.2.3.** En pratique, un tel réglage n'est pas parfait mais on parvient à obtenir $f_c = f_0 + \Delta f_c$. Exprimer alors $f$ et commenter le résultat. Faire l'application numérique pour $\Delta f_c = 1\ \mathrm{GHz}$.

### 4.3. Sensibilité aux perturbations

On prend en compte les perturbation électromagnétiques subies par le dispositif en écrivant :

$$f_c = f_0 + f_p(t)$$

**4.3.1.** Lorsque $f_p$ est un échelon de valeur $F_p = 1\ \mathrm{GHz}$ , étudier l'évolution temporelle de $\delta f(t) = f(t) - f_0$. Interpréter les valeurs observées au voisinage de $t = 0$ ($t > 0$) et au bout d'un temps très long.

**4.3.2.** $f_p$ est à présent une perturbation sinusoïdale du temps de pulsation $\Omega$ très inférieure à $\omega_0$ :

$$f_p(t) = F_p \cos(\Omega\, t)$$

Exprimer $\delta f(t) = f(t) - f_0$ en régime permanent et tracer, en échelles logarithmiques, l'évolution du rapport des amplitudes respectives de $f_p$ et $\delta f(t)$ en fonction de $\Omega$. Commenter et conclure.

FIN DE L'ÉPREUVE

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Fonctions usuelles et lecture des graphes
- Oscillateurs électroniques
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Filtrage linéaire
- Amplificateur linéaire intégré, stabilité et rétroaction
- Équations différentielles linéaires du premier ordre

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi